

实验三 离散时间系统响应及卷积和运算

一、 实验目的

1. 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的零状态响应；
2. 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的单位取样响应；
3. 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的卷积和。

二、 实验原理与方法

1. 离散时间系统的响应

原理：离散时间 LTI 系统可用线性常系数差分方程来描述，即

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) \quad (3-1)$$

其中， a_i ($i=0, 1, \dots, N$) 和 b_j ($j=0, 1, \dots, M$) 为实常数。

方法：MATLAB 中函数 `filter` 可对式 (3-1) 的差分方程在指定时间范围内的输入序列所产生的响应进行求解。函数 `filter` 的语句格式为

$$y = \text{filter}(b, a, x)$$

其中， x 为输入的离散序列； y 为输出的离散序列； y 的长度与 x 的长度一样； b 与 a 分别为差分方程右端与左端的系数向量。

2. 离散时间系统的单位取样响应

原理：系统的单位取样响应定义为系统在 $\delta(n)$ 激励下系统的零状态响应，用 $h(n)$ 表示。

方法：MATLAB 利用控制系统工具箱提供的函数 `impz` 来实现。`impz` 函数的常用语句格式为

$$\text{impz}(b, a, N)$$

其中，参数 N 通常为正整数，代表计算单位取样响应的样值个数。

3. 离散时间信号的卷积和运算

由于系统的零状态响应是激励与系统的单位取样响应的卷积，因此卷积运算在离散时间信号处理领域被广泛应用。离散时间信号的卷积定义为

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) \quad (3-2)$$

可见，离散时间信号的卷积运算是求和运算，因而常称为“卷积和”。

MATLAB 求离散时间信号卷积和的命令为 `conv`，其语句格式为

$$y = \text{conv}(x, h)$$

其中，`x` 与 `h` 表示离散时间信号值的向量；`y` 为卷积结果。用 MATLAB 进行卷积和运算时，无法实现无限的累加，只能计算时限信号的卷积。

三、 实验内容

1. 离散时间系统的零状态响应

(1) . 已知某 LTI 系统的差分方程为 $3y(n) - 4y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$

试用 MATLAB 命令绘出当激励信号为 $x(n) = (1/2)^n u(n)$ 时，该系统的零状态响应。

% 离散时间系统的零状态响应

代码：

```
a=[3 -4 2];
```

```
b=[1 2];
```

```
n=0:30;
```

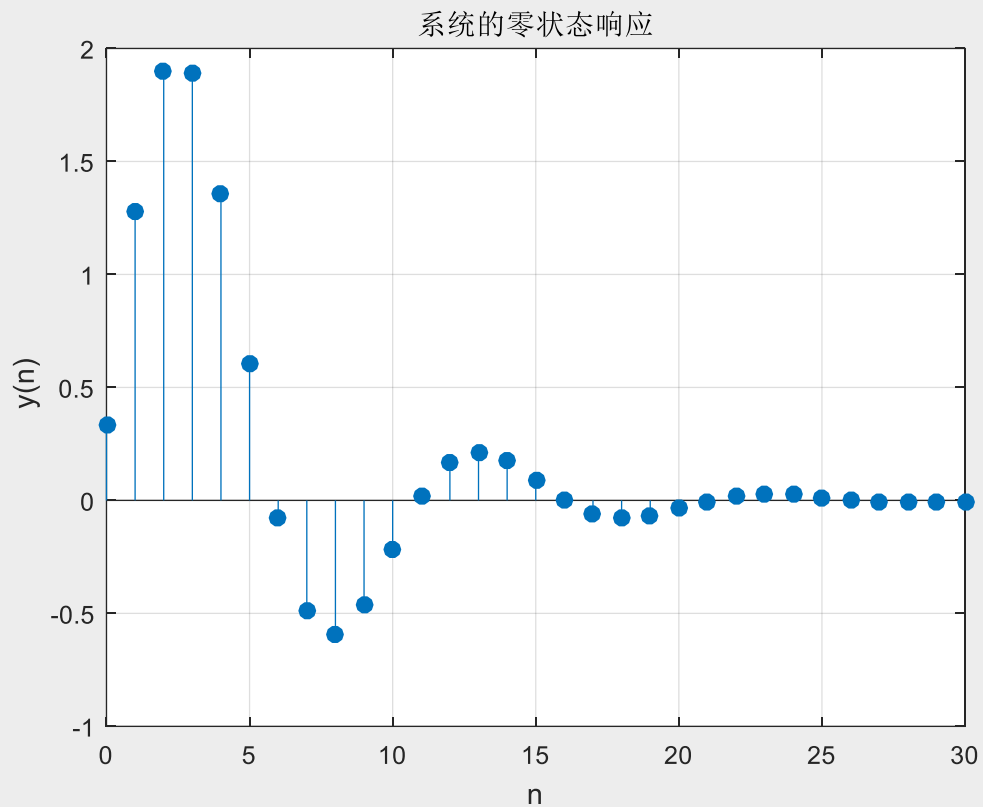
```
x=(1/2).^n;
```

```
y=filter(b,a,x);
```

```
stem(n,y,'fill'); grid on
```

```
xlabel('n'); ylabel('y(n)');title('系统的零状态响应');
```

结果：



2. 离散时间系统的单位取样响应

(1). 已知某 LTI 系统的差分方程为 $3y(n)-4y(n-1)+2y(n-2)=x(n)+2x(n-1)$

利用 MATLAB 的 `impz` 函数绘出该系统的单位取样响应。

% 离散时间系统的单位取样响应

代码:

```
a=[3 -4 2];
```

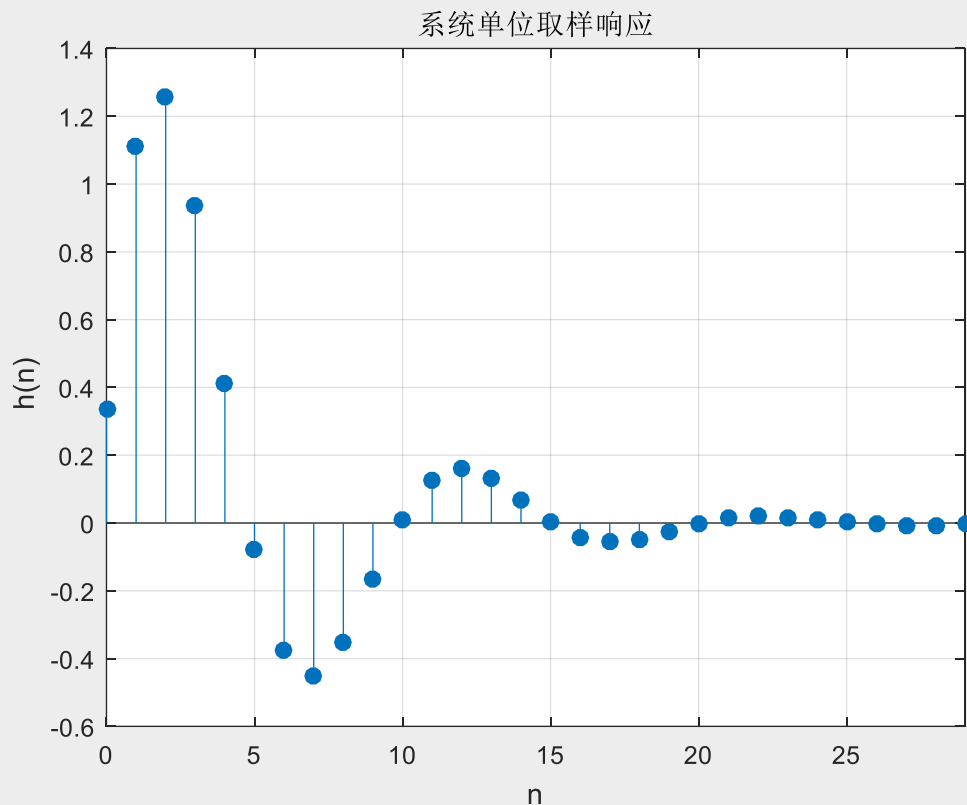
```
b=[1 2];
```

```
n=0:30;
```

```
impz(b,a,30),grid on
```

```
xlabel('n'); ylabel(' h(n)');title('系统单位取样响应')
```

结果:



3. 离散时间信号的卷积和运算

(1). 利用 MATLAB 的 `conv` 命令求两个长为 4 的矩形序列的卷积和,

即 $g(n) = [u(n) - u(n-4)] * [u(n) - u(n-4)]$ 。

% 求两个长为 4 的矩形序列的卷积和

代码:

```
x1=[1 1 1 1];
```

```
x2=[1 1 1 1];
```

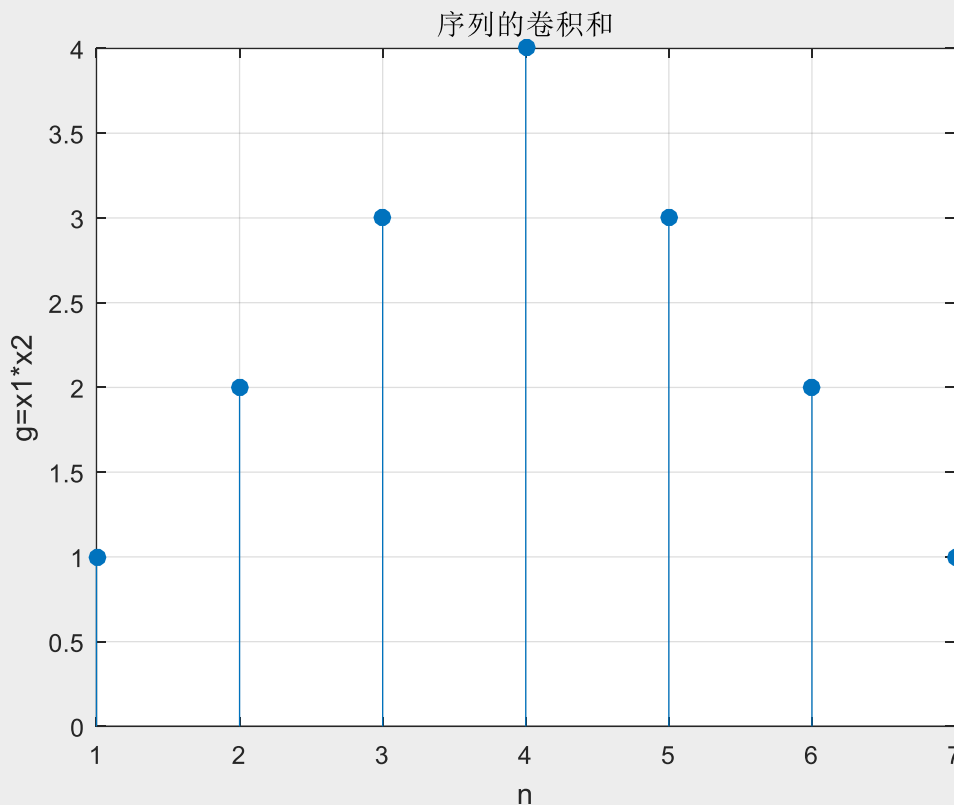
```
g=conv(x1,x2);
```

```
n=1:7;
```

```
stem(n,g,'fill');grid on;
```

```
xlabel('n');ylabel('g=x1*x2');title('序列的卷积和');
```

结果:



(2). 已知某系统的单位取样响应为 $h(n) = 0.8^n [u(n) - u(n-8)]$ ，试用 MATLAB 求当激励信号为 $x(n) = u(n) - u(n-4)$ 时，系统的零状态响应。

% 通过卷积求解系统的零状态响应

代码：

```

nx=-1:5;           %x(n)向量显示范围(添加了附加的零值)
nh=-2:10;          %h(n)向量显示范围(添加了附加的零值)
x=uDT(nx)-uDT(nx-4);
h=0.8.^nh.*(uDT(nh)-uDT(nh-8));
y=conv(x,h);       %卷积结果长度为两序列长度之和减 1,即 0 到
(length(nx)+length(nh)-2)
ny1=nx(1)+nh(1);   %卷积结果起始点
ny=ny1+(0:(length(nx)+length(nh)-2)); %卷积结果的时间范围是将上述
长度加上起始点的偏移值
subplot(311)
stem(nx,x,'fill'),grid on

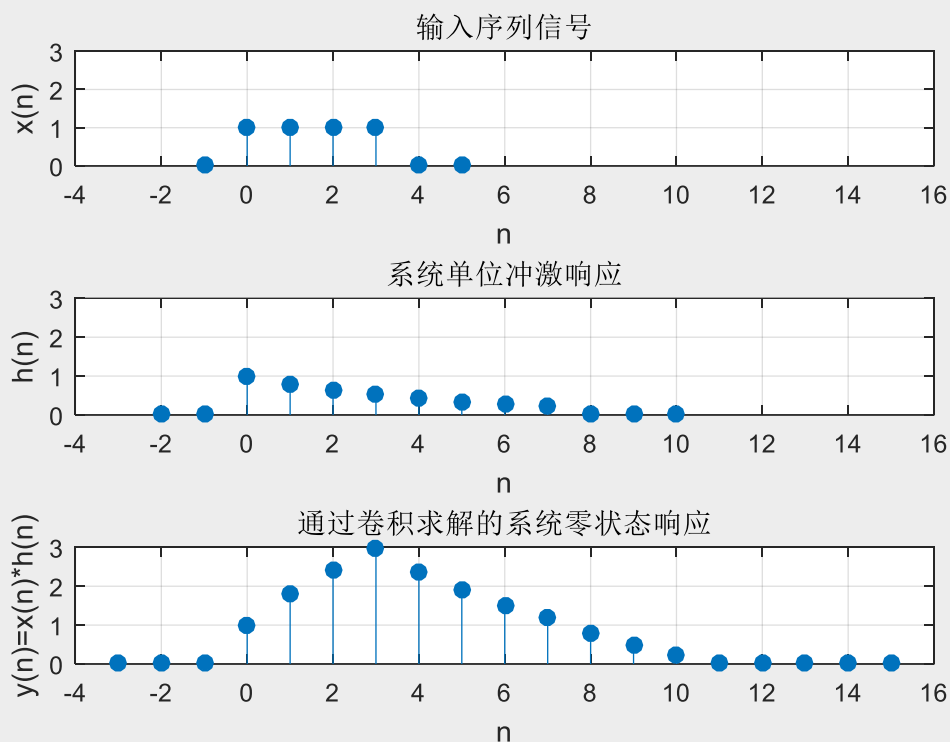
```

```

xlabel('n'),title('x(n)')
axis([-4 16 0 3])
subplot(312)
stem(nh,h','fill'),grid on
xlabel('n'),title('h(n)')
axis([-4 16 0 3])
subplot(313)
stem(ny,y,'fill'),grid on
xlabel('n'),title('y(n)=x(n)*h(n)')
axis([-4 16 0 3])
title('通过卷积求解系统的零状态响应')

```

结果:



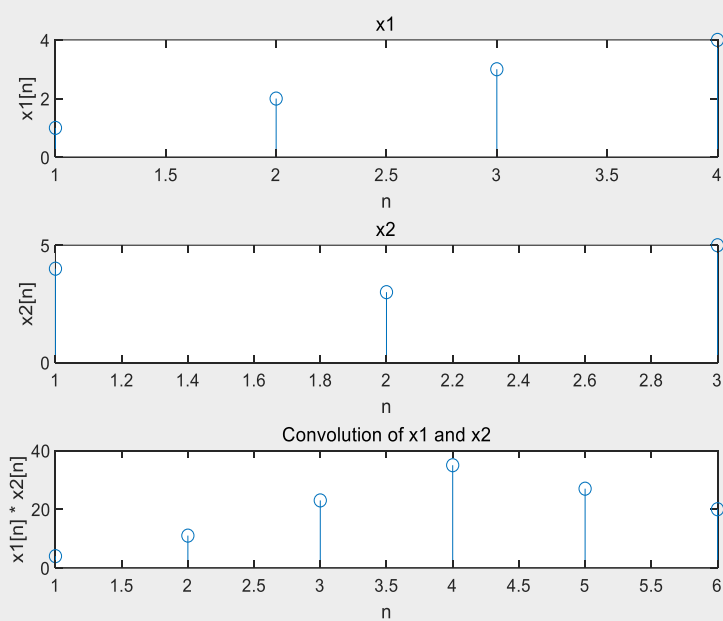
四、 学生作业

1. 利用 MATLAB 的 conv 命令求两个序列 $x1=[1\ 2\ 3\ 4]$ 和 $x2=[4\ 3\ 5]$ 的卷积和 $x1 * x2$ ，并绘制结果图形。

程序代码:

```
x1 = [1 2 3 4];  
x2 = [4 3 5];  
conv_result = conv(x1, x2);  
  
% 绘制结果图形  
figure;  
subplot(3,1,1);  
stem(x1);  
title('x1');  
xlabel('n');  
ylabel('x1[n]');  
  
subplot(3,1,2);  
stem(x2);  
title('x2');  
xlabel('n');  
ylabel('x2[n]');  
  
subplot(3,1,3);  
stem(conv_result);  
title('Convolution of x1 and x2');  
xlabel('n');  
ylabel('x1[n] * x2[n]');
```

程序运行截图：



2. 利用 MATLAB 命令求解离散时间系统 $5y(n) + 6y(n-1) + 10y(n-2) = x(n)$

的单位取样响应并绘图。

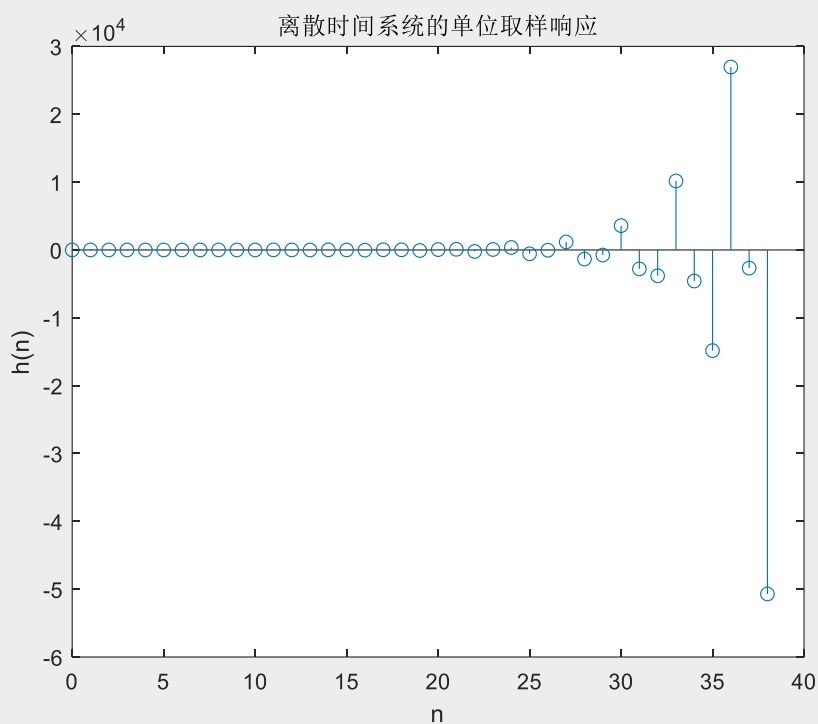
程序代码:

```
% 系统差分方程系数
b = [0, 0, 1];
a = [5, 6, 10];

% 求解单位取样反应
h = impz(b, a);

% 绘制离散时间序列图
n = 0:length(h)-1;
stem(n, h);
xlabel('n');
ylabel('h(n)');
title('离散时间系统的单位取样响应');
```

程序运行截图:



程序代码:

```
n = 0:39; % 取样点范围为0到39
h = (7/8).^n .* (n >= 0 & n <= 9); % 计算单位取样响应
x = [ones(1, 6) zeros(1, 34)]; % 构造激励信号
y = conv(x, h); % 计算系统的零状态响应

% 绘制图形
stem(n, y(1:length(n)), 'filled');
title('System response');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
```

程序运行截图:

