**实验四 z变换及离散时间LTI系统的z域分析**

1. **实验目的**
2. 熟悉离散信号的正、反z变换，掌握利用MATLAB求离散时间信号的z变换和z反变换；
3. 掌握运用MATLAB分析离散时间系统的系统函数的零极点；
4. 学会运用MATLAB分析系统函数的零极点分布与其时域特性的关系；
5. 掌握运用MATLAB进行离散时间系统的频率特性分析。
6. **实验原理与方法**
7. **正反z变换**

**原理：**序列的z变换定义为：

 （4-1）

其中，符号表示取z变换，z是复变量。相应地，单边z变换定义为：

 （4-2）

**方法：**MATLAB符号数学工具箱提供了计算离散时间信号单边z变换的函数ztrans和z反变换函数iztrans，其语句格式分别为：

Z=ztrans(x)

x=iztrans(z)

上式中的x和Z分别为时域表达式和z域表达式的符号表示，可通过sym函数来定义。

如果信号的z域表示式是有理函数，进行z反变换的另一个方法是对进行部分分式展开，然后求各简单分式的z反变换。设的有理分式表示为：

 （4-3）

MATLAB信号处理工具箱提供了一个对进行部分分式展开的函数residuez，其语句格式为

[R,P,K]=residuez(B,A)

其中，B，A分别表示X(z)的分子与分母多项式的系数向量；R为部分分式的系数向量；P为极点向量；K为多项式的系数。若X(z)为有理真分式，则K为零。

1. **系统函数的零极点分析**

**原理：**离散时间系统的系统函数定义为系统零状态响应的z变换与激励的z变换之比，即

 （4-4）

如果系统函数的有理函数表示式为

 （4-5）

**方法：**在MATLAB中系统函数的零极点就可通过函数roots得到，也可借助函数tf2zp得到，tf2zp的语句格式为

[Z,P,K]=tf2zp(B,A)

其中，B与A分别表示的分子与分母多项式的系数向量。它的作用是将的有理分式表示式转换为零极点增益形式，即

 （4-6）

若要获得系统函数的零极点分布图，可直接应用zplane函数，其语句格式为

zplane(B,A)

其中，B与A分别表示的分子和分母多项式的系数向量。它的作用是在Z平面上画出单位圆、零点与极点。

1. **系统函数的零极点分布与其时域特性的关系**

**原理：**在离散系统中，z变换建立了时域函数与z域函数之间的对应关系。因此，z变换的函数从形式可以反映的部分内在性质。

**方法：**通过讨论的一阶极点情况，来说明系统函数的零极点分布与系统时域特性的关系。

1. **离散时间LTI系统的频率特性分析**

**原理：**对于因果稳定的离散时间系统，如果激励序列为正弦序列，则系统的稳态响应为。其中，通常是复数。离散时间系统的频率响应定义为

 （4-7）

其中，称为离散时间系统的幅频特性；称为离散时间系统的相频特性；是以（，若零，）为周期的周期函数。因此，只要分析在范围内的情况，便可分析出系统的整个频率特性。

**方法：**MATLAB提供了求离散时间系统频响特性的函数freqz，调用freqz的格式主要有两种。一种形式为

[H,w]=freqz(B,A,N)

其中，B与A分别表示的分子和分母多项式的系数向量；N为正整数，默认值为512；返回值w包含范围内的N个频率等分点；返回值H则是离散时间系统频率响应在范围内N个频率处的值。另一种形式为

[H,w]=freqz(B,A,N,’whole’)

与第一种方式不同之处在于角频率的范围由扩展到。

1. **实验内容**
2. **正反z变换**
3. 利用ztrans函数求的z变换。

% z正变换

**代码：**

x=sym('a^n\*cos(pi\*n)');

Z=ztrans(x);

simplify(Z)

**结果：**

ans =z/(a + z)

1. 利用iztrans函数求的z反变换。

% z反变换

**代码：**

Z=sym('(8\*z-19)/(z^2-5\*z+6)');

x=iztrans(Z);

simplify(x)

**结果：**

ans=(3\*2^n)/2 + (5\*3^n)/3 - (19\*kroneckerDelta(n, 0))/6，即：



1. 利用MATLAB命令residuez对函数进行部分分式展开，并求出其z反变换。

% z反变换（多项式展开法）

**代码：**

B=[0,0.75];

A=[-0.5,1.25, -0.5];

[R,P,K]=residuez(B,A);

**结果：**

R = [-1 1] ，P =[2 0.5] ，K = []，即 。

1. **系统函数的零极点分析**
2. 已知某离散因果LTI系统的系统函数为，试用MATLAB的tf2zp命令求该系统的零极点。

%用tf2zp命令求该系统的零极点。

**代码：**

B=[1,0.32];

A=[1,1,0.16];

[R,P,K]=tf2zp(B,A);

**结果：**

R =-0.3200, P =[-0.8000 -0.2000], K = 1，即系统的零点为-0.32，极点分别为-0.8和-0.2。

1. 已知某离散因果LTI系统的系统函数为, 试用MATLAB的zplane命令求出该系统的零极点并绘制分布图。

%用zplane命令求系统的零极点并绘制分布图。

**代码：**

B=[1,0.32];

A=[1,1,0.16];

zplane(B,A);grid on;

legend('零点','极点')

title('零极点分布图')

**结果：**



1. **系统函数的零极点分布与其时域特性的关系**
2. 试用MATLAB命令画出系统函数的零极点分布图、以及对应的时域单位取样响应的波形。

%画出系统函数的零极点分布图以及对应的时域单位取样响应的波形。

**代码：**

b1=[1,0];

a1=[1,-0.8];

subplot(1,2,1)

zplane(b1,a1)

title('极点在单位圆内的正实数')

subplot(1,2,2)

impz(b1,a1,30);grid on;

**结果：**



1. **离散时间LTI系统的频率特性分析**
2. 利用MATLAB命令绘制系统的频率响应曲线。

%绘制系统的频率响应曲线。

**代码：**

B=[1 -0.96 0.9028];

A=[1 -1.56 0.8109];

[H,w]=freqz(B,A,400,'whole');

Hm=abs(H);

Hp=angle(H);

subplot(211)

plot(w,Hm),grid on

xlabel('\omega(rad/s)'),ylabel('Magnitude')

title('离散系统幅频特性曲线')

subplot(212)

plot(w,Hp),grid on

xlabel('\omega(rad/s)'),ylabel('Phase')

title('离散系统相频特性曲线')

**结果：**

****

1. **学生作业**
2. 利用MATLAB命令ztrans求的z变换；

**程序代码:**

x = sym(4^n\*sin(pi\*n)\*heaviside(n));

Z = ztrans(x);

simplify(Z)

**程序运行截图:**



1. 利用MATLAB命令iztrans求的z反变换；

**程序代码:**

syms z;

H = (2\*z-1)/(z^2-3\*z+2);

h = iztrans(H);

simplified\_h = simplify(h);

disp(simplified\_h);

**程序运行截图:**



1. 利用MATLAB命令residuez对函数进行部分分式展开，并求出其z反变换；

**程序代码:**

num = [2 -1]; % ·分子系数向量

den = [1 -3 2]; % ·分母系数向量

[r, p, k] = residuez(num, den);

A = r(1);

B = r(2);

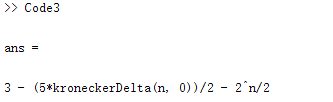
syms z n

Xz = A/(z-1) + B/(z-2);

xn = iztrans(Xz, z, n);

simplify(xn)

**程序运行截图:**



1. 已知某离散因果LTI系统的系统函数为, 求出该系统的零极点并绘制分布图；

**程序代码:**

% 系统函数的分子和分母系数

b = [2, -1];

a = [1, -3, 2];

% 求解系统的零点和极点

z = roots(b);

p = roots(a);

% 绘制零极点分布图

zplane(b, a);

title('Zero-Pole Plot of Discrete-time System X(z)');

**程序运行截图:**

****

1. 利用MATLAB命令绘制系统的频率响应曲线；

**程序代码:**

num = [2, -1]; % ·分子系数

den = [1, -3, 2]; % 分母系数

freqz(num, den);

xlabel('Normalized Frequency (\times\pi rad/sample)');

ylabel('Magnitude (dB)');

**程序运行截图:**

****

1. 试用MATLAB命令画出现系统函数 ， 和 的零极点分布图、以及对应的时域单位取样响应 的波形，并分析系统函数的极点分布（单位圆内、单位圆上和单位圆外）对时域波形的影响。

**程序代码:**

**% 系统函数H1(z)的零极点分布图**

**figure;**

**zplane([1 0], [1 -0.5]);**

**% 系统函数H2(z)的零极点分布图**

**figure;**

**zplane([1 0], [1 -1]);**

**% 系统函数H3(z)的零极点分布图**

**figure;**

**zplane([1 0], [1 -1.5]);**

**% 时域单位响应的波形**

**n = 0:50;**

**h1 = 0.5.^n;**

**h2 = ones(size(n));**

**h3 = 1.5.^n;**

**% 绘制时域单位响应的波形**

**figure;**

**subplot(3,1,1);**

**stem(n, h1);**

**title('H1(z)时域单位响应');**

**subplot(3,1,2);**

**stem(n, h2);**

**title('H2(z)时域单位响应');**

**subplot(3,1,3);**

**stem(n, h3);**

**title('H3(z)时域单位响应');**

**% 时域取样响应的波形**

**t = 0:0.01:1;**

**x = sin(2\*pi\*5\*t);**

**y1 = filter(0.5, [1 -0.5], x);**

**y2 = filter(1, [1 -1], x);**

**y3 = filter(1.5, [1 -1.5], x);**

**% 绘制时域取样响应的波形**

**figure;**

**subplot(3,1,1);**

**plot(t, y1);**

**title('H1(z)取样响应');**

**subplot(3,1,2);**

**plot(t, y2);**

**title('H2(z)取样响应');**

**subplot(3,1,3);**

**plot(t, y3);**

**title('H3(z)取样响应');**

**程序运行截图:**









