**实验七 FIR数字滤波器设计与软件实现**

1. **实验目的**
2. 掌握用FIR数字滤波器的原理和设计方法；
3. 熟悉FIR数字滤波器窗函数设计法的MATLAB设计，并了解利用窗函数法设计FIR滤波器的优缺点；
4. 熟悉FIR数字滤波器频率采样设计法的MATLAB设计，并了解利用频率采样法设计FIR滤波器的优缺点；
5. 熟悉FIR数字滤波器切比雪夫逼近设计法的MATLAB设计，并了解利用切比雪夫逼近法设计FIR滤波器的优缺点。
6. **实验原理与方法**

**原理：**有限长单位冲激响应FIR滤波器可以在保证任意幅频特性的同时具有严格的线性相频特性，同时其单位抽样响应是有限长的，因而滤波器是稳定的系统。FIR滤波器的系统函数为：

 (7-1)

式中称为N-1阶FIR滤波器函数。

在数字信号处理应用中往往需要设计线性相位的滤波器，FIR滤波器在保证幅度特性满足技术要求的同时，很容易做到严格的线性相位特性。FIR滤波器不断地对输入样本x(n)延时后，再作乘法累加算法，将滤波结果y(n)输出，因此，FIR实际上是一种乘法累加运算。在数字滤波器中，FIR滤波器的最主要的特点是没有反馈回路，不存在不稳定的问题；同时，可以在幅度特性是随意设置的同时，保证精确的线性相位。稳定和线性相位特性是FIR滤波器的突出优点。另外，它还有以下特点：设计方式是线性的；硬件容易实现；滤波器过渡过程具有有限区间；相对IIR滤波器而言，阶次较高，其延迟也要比同样性能的IIR滤波器大得多。

1. **窗函数法**

设计FIR数字滤波器的最简单的方法是窗函数法，通常也称之为傅立叶级数法。FIR数字滤波器的设计首先给出要求的理想滤波器的频率响应,设计一个FIR数字滤波器频率响应，去逼近理想的滤波响应。然而，窗函数法设计FIR数字滤波器是在时域进行的，因而必须由理想的频率响应推导出对应的单位取样响应，再设计一个FIR数字滤波器的单位取样响应去逼近。设计过程如下：

 (7-2) 加窗的作用是通过把理想滤波器的无限长脉冲响应乘以窗函数来产生一个被截断的脉冲响应，即并且对频率响应进行平滑。FIR滤波器单位冲激响应h(n)：其单位冲激响应h(n)是有限长,系统函数为：

 (7-3)

在有限Z平面有(N-1)个零点，而它的(N-1)个极点均位于原点z=0处。FIR滤波器线性相位的特点：如果FIR滤波器的单位抽样响应h(n)为实数，而且满足以偶对称h(n)＝h(N-1-n)或奇对称h(n)＝-h(N-1-n)。其对称中心在n＝(N-1)/2处，则滤波器具有准确的线性相位。

窗函数主要用来减少序列因截断而产生的Gibbs效应。但当这个窗函数为矩形时，得到的FIR滤波器幅频响应会有明显的Gibbs效应，并且任意增加窗函数的长度（即FIR滤波器的抽头数）Gibbs效应也不能得到改善。为了克服这种现象，窗函数应该使设计的滤波器：

（1） 频率特性的主瓣宽度应尽量窄,且尽可能将能量集中在主瓣内；

（2） 窗函数频率特性的旁瓣ω趋于π 的过程中，其能量迅速减小为零。

在实际工程中常用的窗函数有五种，即矩形窗、三角窗、汉宁窗、海明窗和凯泽窗。这些窗函数在MATLAB中分别用boxcar、triang、hanning、hamming、kaiser实现，它们之间的性能比较如表1所示。

1. **频率采样法**

频率采样法是从频域出发，根据频域采样定理，对给定的理想滤波器的频率响应加以等间隔的抽样，得到：

 k=0,1,…,N-1 (7-4)

再利用可求得FIR滤波器的系统函数及频率响应。

**表7-1** 5种窗函数性能比较

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **窗类型** | **旁瓣峰值** | **主瓣峰值** | **最小阻带衰减** |
| 矩形窗 | 13dB | 4π/M | 21dB |
| 三角窗 | 25dB | 8π/M | 25dB |
| 汉宁窗 | 31dB | 8π/M | 44dB |
| 海明窗 | 41dB | 8π/M | 53dB |
| 凯泽窗 | 57dB | 12π/M | 74dB |

而在各采样点间的频率响应则是其的加权内插函数延伸叠加的结果。但对于一个无限长的序列，用频率采样法必然有一定的逼近误差,误差的大小取决于理想频响曲线的形状，理想频响特性变换越平缓，则内插函数值越接近理想值,误差越小。为了提高逼近的质量，可以通过在频率相应的过渡带内插入比较连续的采样点，扩展过渡带使其比较连续，从而使得通带和阻带之间变换比较缓慢，以达到减少逼近误差的目的。

选取w∈[0,2π]内N个采样点的约束条件为：

 (7-5)

增大阻带衰减三种方法：

1）加宽过渡带宽，以牺牲过渡带换取阻带衰减的增加。

2）过渡带的优化设计利用线性最优化的方法确定过渡带采样点的值，得到要求的滤波器的最佳逼近（而不是盲目地设定一个过渡带值）。

3）增大N。如果要进一步增加阻带衰减，但又不增加过渡带宽，可增加采样点数N。代价是滤波器阶数增加，运算量增加。

1. **切比雪夫逼近法**

Chebyshev方法是最佳一致逼近法。该方法在数字信号处理中占有重要的地位，是设计FIR滤波器理想的方法。但是，该方法的原理较为复杂。数字滤波器频域设计的最优方法是等波纹切比雪夫法，是采用最大误差最小准则得到最优数字滤波器，而且其最优解唯一。最优设计实际上是调节FIR滤波器Z域零点的分布，使得实际滤波器的频域响应和理想滤波器的频域响应之间的最大绝对误差最小。对于I型FIR数字滤波器，其频响可表示为：

 (7-6)

其中，为滤波器系数，L = M/2, M为滤波器阶数。Parks-McClellan算法是一种广泛使用的且特别有效的具有广义线形相位的FIR滤波器设计算法。该算法的基础是将滤波器的设计问题用公式表示成多项式逼近问题。该算法将滤波器阶数L、带沿频率和，以及通带阻带最大误差比固定，令或为变量，有效而系统的改变((L+1)个非限制的脉冲响应值，从而达到满足设计指标的目的。(7-6)式中的项可表示为不同幂次之和，可改写为

 (7-7)

式中，是与相关的常数。我们定义逼近误差函数为：

 (7-8)

其中，为加权函数，要求，及只在区间有定义。最大误差最小准则即是在所要求频域上找出使(7-7)式的最大加权逼近误差达最小的频响。即最佳逼近就是在意义上所求得的逼近。这里的闭子集。使给定阶次的多项式的最大加权误差为最小的充要条件由交替定理给出。其表达式为

 (7-9)

 (7-10)

δ为最优误差。(7-9)、(7-10)式说明逼近误差至少要有L+2交错点，从而使|E|最小，唯一。由(7-7)，(7-9)式可以解出系数组和δ。

另一种更为有效的方法是多项式内插公式，可求得

 (7-11)

其中，也即若由满足(7-7)，(7-9)式 确定的并且δ由

(7-11)式给出，则误差函数就会通过((L+2)个频率上的士δ处。而为避免求解复杂方程组(7-7)，(7-9)来得出系数，Parks-McClellan采用Lagrange多项式内插公式，有

 (7-12)

其中， ， 这里令。通过(7-12)式可计算通带和阻带中多处频域的和值。若对通带和阻带中的所有ω，都有||<，则说明已达到最佳逼近。否则，需计算出新的极值频率。

**方法：**

1. **窗函数方法**

在MATLAB信号处理工具箱中，窗函数方法计算滤波器系数的函数叫做fir1，其标准调用格式为：

h=fir1(N-1, wn, 'type', window)

其中：h为待计算的滤波器系数； N为滤波器长度，这是必备参数；wn为滤波器给定的边沿频率，可以是标量，也可以是一个数组，这也是必备参数。要特别注意的是，wn为归一化频率,比如截止频率为0.25 ，输人的参数应为0.25；'type'为滤波器的类型，如低通、高通、带通、带阻等，这是可选参数，默认为低通； window为选定的窗函数类型，这是可选参数，默认为Hamming窗。要注意的是，指定窗函数的同吋，要指定窗的长度。

1. **频率采样方法**

在MATLAB信号处理工具箱中，频率采样方法计算滤波器系数的函数叫做fir2，其标准调用格式为：

h=fir2(N-1, f, A, window)

其中：h为待计算的滤波器系数； N为滤波器长度，这是必备参数；f为滤波器给定的边沿频率，其单位为，即 。f=1对应于采样频率的一半，及奈奎斯特频率。这些频率必须以递增次序排列，从0开始到1结束，这是必备参数； A为各指定频率上立项的幅度响应。f和A的长度相等，这是必备参数plot(f, A)可以画出理想的滤波器幅度特性； window为选定的窗函数类型，这是可选参数，默认为Hamming窗。要注意的是，指定窗函数的同吋，要指定窗的长度。这也就是说，调用fir2得到的滤波器系数是频率采样方法得到的系数乘上窗函数的结果。调用fir2时，如果不想对频率采样方法得到的系数进行加窗，可将窗函数选为矩形窗，此时fir2的调用格式为：

h=fir2(N-1, f, A,boxcar(N))

1. **切比雪夫逼近法**

在MATLAB信号处理工具箱中，切比雪夫逼近法计算滤波器系数的函数称为remez，其标准调用格式为：

h=remez(N-1, f, A, weights，ftype)

其中：h为待计算的滤波器系数； N为滤波器长度，这是必备参数；f为滤波器给定的边沿频率，其单位为，即 。这些频率必须以递增次序排列，从0开始到1结束，这是必备参数； weights为每个所关心频带的权函数，这是可选参数，默认情况下是权函数在所有频带上均为1，这个参数的长度是f的一半；ftype为滤波器的类型，如频率选择滤波器、微分器、希尔伯特变换器等，这是可选参数，默认情况下是频率选择滤波器。

1. **实验内容**
2. 采用窗函数设计法，利用矩形窗、汉宁窗和布莱克曼窗来设计FIR数字低通滤波器，滤波器参数要求均为：， ，并绘制出滤波器的幅频特性和对数幅频特性。

**代码：**%FIR滤波器设计：窗函数设计法

WC=0.3\*pi;N=21; %给出指标和长度N

tao = (N-1)/2; % 理想脉冲响应的对称中心位置

n = [0:(N-1)]; % 设定脉冲响应长度

m = n - tao + eps; % 加一个小数以避免零作除数

hd = sin(WC\*m) ./ (pi\*m); % 理想脉冲响应

h1=fir1(N-1,WC/pi,boxcar(N)); % h1=hd.\* boxcar(N)'，矩形窗设计

h2=fir1(N-1,WC/pi,hamming(N)); % h2=hd.\* hamming(N)'，汉明窗设计

h3=fir1(N-1,WC/pi,blackman(N)); % h3=hd.\* blackman(N)'，布莱克曼窗设计

[H1,W]=freqz(h1,1); %求h1频率特性

[H2,W]=freqz(h2,1); %求h2频率特性

[H3,W]=freqz(h3,1); %求h3频率特性

subplot(2,1,1);

plot(W,abs(H1),W,abs(H2),':',W,abs(H3),'-.'); %画出幅频特性绝对值

legend('矩形窗','汉明窗','布莱克曼窗'); %标注

title('幅频特性');

subplot(2,1,2);

plot(W,20\*log10(abs(H1)),W,20\*log10(abs(H2)),':',W,20\*log10(abs(H3)),'-.'); %画对数幅频特性

legend('矩形窗','汉明窗','布莱克曼窗'); %标注

title('对数幅频特性');

**结果：**



1. 利用频率采样法设计FIR数字低通滤波器，滤波器参数要求为：。利用采样点数21设计数字低通滤波器，同时给出滤波器采样前后的幅频特性，以及脉冲响应及对数幅频特性。

**代码：**%FIR滤波器设计：频率采样设计法N =21

N =21;wc=0.3\*pi; %给定指标

N1=fix(wc/(2\*pi/N));N2=N-2\*N1-1; %N1为通带点数，N2为阻带长度

HK = [ones(1,N1+1),zeros(1,N2),ones(1,N1)]; %理想幅度特性样本序列

f=[0 0.3 0.3 1];

A=[1 1 0 0];

h=fir2(N-1,f,A);

[db,w] = freqz(h,1);

subplot(2,2,1);

plot([0:2/N:(2/N)\*(N-1) ],HK,'\*'); grid; %画理想低通样本序列

title('理想低通滤波器')

axis([0,1,-0.1,1.1]);ylabel('Hd(k)');

subplot(2,2,2);stem([0:N-1],h); %画所求滤波器脉冲响应

title('脉冲响应');

axis([0 N -0.1 0.4]);ylabel('h(n)');

subplot(2,2,3);plot(w/pi,abs(db)); %画滤波器实际频率响应

axis([0,1,-0.2,1.2]);title('幅度响应');

ylabel('H(w)');grid;

subplot(2,2,4);plot(w/pi,(20\*log10(abs(db)))); %画滤波器对数幅频特性

title('对数幅度响应 ');grid;

axis([0 1 -60 10]);

ylabel('20logH(w)');

**结果：**



1. 利用切比雪夫逼近法设计FIR数字低通滤波器，滤波器参数要求为：



并绘制出滤波器的脉冲响应、幅频特性和对数幅频特性。

**代码：**%FIR滤波器设计：切比雪夫逼近法

wlpe = 0.2\*pi; %通带边沿频率

wlse = 0.3\*pi; %阻带边沿频率

Rp = 0.25;As = 50; %给定指标

delta1 = (10^(Rp/20)-1)/(10^(Rp/20)+1);

delta2 = (1+delta1)\*(10^(-As/20)); %求波动指标

weights = [delta2/delta1 1];

deltaf = (wlse-wlpe)/(2\*pi); %给定权函数和△f=wp-ws

N=ceil((-20\*log10(sqrt(delta1\*delta2))-13)/(14.6\*deltaf)+1);

N=N+mod (N-1,2); %估算阶数N

fl = [0,wlpe/pi,wlse/pi,1]; %滤波器给定的边沿频率

Al = [1,1,0,0]; %理想滤波器指定频率点上的幅度响应

hl = remez(N-1,fl,Al, weights); %计算低通滤波器系数

[h,W]=freqz(hl,1); %计算低通滤波器幅频响应

figure; %绘图，滤波器时域及频域波形

subplot(3,1,1);stem(hl);ylabel('Hd(k)');grid;

title('脉冲响应');

subplot(3,1,2);plot(W,abs(h));ylabel('H(w)');grid;

title('幅频特性')

subplot(3,1,3);plot(W,20\*log10(abs(h)));ylabel('20logH(w)');grid;

title('对数幅频特性')

**结果：**

****

1. **学生作业**
2. 要求分别利用窗函数设计法和切比雪夫逼近法设计FIR数字低通滤波器，滤波器参数要求均为：



其中，窗函数设计法要求利用汉明窗来设计数字低通滤波器，且，同时要求给出滤波器理想脉冲响应和实际脉冲响应，汉名窗和对数幅频特性。观察并分析对于同样的设计指标，采用窗函数设计法与利用切比雪夫逼近法设计的FIR低通滤波器在通带和阻带有什么差异。

**汉明窗代码:**

% 设计参数wlpe = 0.1\*pi; % 低通截止频率（单位：弧度）N = 66; % 滤波器阶数% 设计汉明窗低通滤波器h = fir1(N-1, wlpe/pi, 'low', hamming(N));% 绘制理想脉冲响应figure;stem(h);title('Ideal Impulse Response (Hamming Window)');xlabel('Sample');ylabel('Amplitude');grid on;% 绘制频率响应figure;freqz(h);title('Frequency Response (Hamming Window)');grid on;

**运行截图:**

理想脉冲响应

****

频率响应



**切比雪夫逼近法:**

wlpe = 0.1\*pi; %通带边沿频率wlse = 0.2\*pi; %阻带边沿频率Rp = 0.25;As = 40; %给定指标

delta1 = (10^(Rp/20)-1)/(10^(Rp/20)+1); delta2 = (1+delta1)\*(10^(-As/20)); %求波动指标weights = [delta2/delta1 1];

deltaf = (wlse-wlpe)/(2\*pi); %给定权函数和△f=wp-wsN=ceil((-20\*log10(sqrt(delta1\*delta2))-13)/(14.6\*deltaf)+1); N=N+mod (N-1,2); %估算阶数Nfl = [0,wlpe/pi,wlse/pi,1]; %滤波器给定的边沿频率

Al = [1,1,0,0]; %理想滤波器指定频率点上的幅度响应hl = remez(N-1,fl,Al, weights); %计算低通滤波器系数 [h,W]=freqz(hl,1); %计算低通滤波器幅频响应figure; %绘图，滤波器时域及频域波形

subplot(3,1,1);stem(hl);ylabel('Hd(k)');grid;

title('脉冲响应');subplot(3,1,2);plot(W,abs(h));ylabel('H(w)');grid;

title('幅频特性')subplot(3,1,3);plot(W,20\*log10(abs(h)));ylabel('20logH(w)');grid;title('对数幅频特性')

**运行截图:**



**两种方法差异:**

1. 通带特性：
   * 窗函数设计法（汉明窗）：窗函数设计法的滤波器通带通常具有相对较宽的过渡带和较小的通带衰减。这意味着在设计指标相同的情况下，通带内的频率响应变化相对较平缓。
   * 切比雪夫逼近法：切比雪夫逼近法能够提供更陡峭的过渡带和更高的通带衰减。因此，在设计指标相同的情况下，切比雪夫逼近法设计的滤波器在通带上可能具有更快速的衰减和更陡峭的频率响应变化。
2. 阻带特性：
   * 窗函数设计法（汉明窗）：窗函数设计法的滤波器阻带衰减通常较小。这意味着在阻带范围内，滤波器的频率响应可能仍然存在较高的振荡或波纹。
   * 切比雪夫逼近法：切比雪夫逼近法能够提供更高的阻带衰减。因此，切比雪夫逼近法设计的滤波器在阻带上通常具有更好的衰减性能，能够更有效地抑制不需要的频率成分。
3. 要求利用频率采样法设计FIR数字低通滤波器，滤波器参数要求为：。分别利用采样点数31和93设计数字低通滤波器，同时要求给出滤波器采样前后的幅频特性，以及脉冲响应及对数幅频特性，观察并分析对于同样的设计指标，采用不同的采样点数，得到的数字低通滤波器的幅频特性有什么差异。

**采样点数为31:**

%FIR滤波器设计：频率采样设计法N =21N =31;wc=0.2\*pi; %给定指标N1=fix(wc/(2\*pi/N));N2=N-2\*N1-1; %N1为通带点数，N2为阻带长度HK = [ones(1,N1+1),zeros(1,N2),ones(1,N1)]; %理想幅度特性样本序列f=[0 0.3 0.3 1];A=[1 1 0 0];h=fir2(N-1,f,A);[db,w] = freqz(h,1); subplot(2,2,1);plot([0:2/N:(2/N)\*(N-1) ],HK,'\*'); grid; %画理想低通样本序列 title('理想低通滤波器') axis([0,1,-0.1,1.1]);ylabel('Hd(k)');subplot(2,2,2);stem([0:N-1],h); %画所求滤波器脉冲响应title('脉冲响应'); axis([0 N -0.1 0.4]);ylabel('h(n)');subplot(2,2,3);plot(w/pi,abs(db)); %画滤波器实际频率响应axis([0,1,-0.2,1.2]);title('幅度响应');ylabel('H(w)');grid;subplot(2,2,4);plot(w/pi,(20\*log10(abs(db)))); %画滤波器对数幅频特性title('对数幅度响应 ');grid; axis([0 1 -60 10]);ylabel('20logH(w)');

**运行截图:**



**采样点数为93:**

%FIR滤波器设计：频率采样设计法N =21N =93;wc=0.2\*pi; %给定指标N1=fix(wc/(2\*pi/N));N2=N-2\*N1-1; %N1为通带点数，N2为阻带长度HK = [ones(1,N1+1),zeros(1,N2),ones(1,N1)]; %理想幅度特性样本序列f=[0 0.3 0.3 1];A=[1 1 0 0];h=fir2(N-1,f,A);[db,w] = freqz(h,1); subplot(2,2,1);plot([0:2/N:(2/N)\*(N-1) ],HK,'\*'); grid; %画理想低通样本序列 title('理想低通滤波器') axis([0,1,-0.1,1.1]);ylabel('Hd(k)');subplot(2,2,2);stem([0:N-1],h); %画所求滤波器脉冲响应title('脉冲响应'); axis([0 N -0.1 0.4]);ylabel('h(n)');subplot(2,2,3);plot(w/pi,abs(db)); %画滤波器实际频率响应axis([0,1,-0.2,1.2]);title('幅度响应');ylabel('H(w)');grid;subplot(2,2,4);plot(w/pi,(20\*log10(abs(db)))); %画滤波器对数幅频特性title('对数幅度响应 ');grid; axis([0 1 -60 10]);ylabel('20logH(w)');

**运行截图:**

****

**差异:**

通过比较具有不同采样点数的数字低通滤波器的幅频特性，通常可以观察到以下差异：

1. 主要通带衰减：增加采样点数可以提供更陡峭的主要通带衰减。滤波器的主要通带衰减决定了滤波器对频率信号的抑制程度。较多的采样点数通常能够实现更高的主要通带衰减。
2. 过渡带宽度：过渡带是频率响应从主要通带到阻带过渡的区域。较少的采样点数可能导致较宽的过渡带宽度，而较多的采样点数可以实现更窄的过渡带宽度。较窄的过渡带宽度表示滤波器能够更好地在通带和阻带之间进行频率选择。
3. 阻带衰减：增加采样点数可以提供更高的阻带衰减。阻带衰减决定了滤波器对阻带内频率信号的抑制程度。较多的采样点数通常能够实现更高的阻带衰减。