TRABALHO
MÉTODO DE NEWTON

APRESENTAÇÃO: primeira aula depois da terceira avaliação

Nas mais diversas áreas das ciências exatas ocorrem, freqüentemente, situações que envolvem a resolução de uma equação do tipo f(x) = 0.
Como obter raízes reais de uma equação qualquer? Sabemos que, para algumas equações, como, por exemplo, às equações polinomiais do segundo grau, existem fórmulas explicitas que dão as raízes em função dos coeficientes (ex. regra de Báskara). No entanto, no caso de polinômios de grau mais elevado é praticamente impossível se achar tais raízes. Por isso, temos que nos contentar em encontrar apenas aproximações para esses zeros (soluções numéricas); mas isto não é uma limitação muito séria, pois, com o método que apresentaremos , conseguimos, a menos de limitações de máquinas, encontrar os zeros de uma função com qualquer precisão prefixada.

Trabalho 2: Este trabalho tem por objetivo achar raízes de polinômios de qualquer grau que estejam entre -10 e 10, com aproximação de 8 casas decimais.

Dado de entrada: polinômio de grau n com até 6 monômios
Para escrever a função, calcular sua derivada e valores funcionais vamos usar o primeiro trabalho!

Vamos executar o trabalho em duas etapas:

FASE I – Isolamento dos intervalos que contêm as raízes
Nesta fase é feita uma análise pontual da função f(x). É importante ressaltar que o sucesso da fase II depende fortemente da precisão desta análise. Obtemos 200 pontos no intervalo [-10, 10], andando de 0,1 em 0,1; em seguida substituímos cada ponto na função f(x).

- Se $f(x_i) * f(x_{i+1}) = 0$ então já encontramos uma raiz da função no intervalo $[x_i, x_{i+1}]$, identifique-a;
- Se $f(x_i) * f(x_{i+1}) > 0$ tais intervalos não nos interessa;
- Se $f(x_i) * f(x_{i+1}) < 0$ então existe uma raiz no intervalo $[x_i, x_{i+1}]$.
  Estes intervalos serão usados na fase II

FASE II – Refinamento da raiz
Veremos agora um método numérico de refinamento de raiz, o Método de Newton que pertence à classe dos métodos iterativos. A execução de um ciclo recebe o nome de iteração. Cada iteração utiliza resultados das iterações anteriores e efetua determinados testes que permitem verificar se foi atingido um resultado próximo o suficiente do resultado esperado, ou seja, temos uma **fórmula de recursividade.**
Identifique, inicialmente, se x_i e x_{i+1} são raízes. Para cada intervalo obtido acima, use xi como a nossa primeira aproximação da raiz, ou seja, nosso valor x_0. Em seguida, use a fórmula de recorrência obtida em sala de aula, $x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ para obter novas

aproximações. Aqui será necessário estabelecer quando é possível calcular x_1 e **um teste para verificar se já encontramos a raiz**. É importante verificar onde o Método pode apresentar falhas, e tratar esses problemas no software.
Dado de saída:

Fase 1: o número de possíveis raízes são:
Fase 2: as raízes do polinômio fornecido no intervalo [-10, 10] são:

Trabalho 3: calcular raiz enésima de um número real positivo, também com 8 casas decimais.
Entrada: n e k;
Saída: a raiz vale:
Use o trabalho anterior considerando a função como sendo

$$f(x) = x^n - k$$

E use x_0 = 1 como primeira aproximação.

Exemplos:
Trabalho 1

$$f(x) = x^3 - 4x + 1$$

São três possíveis raízes nos intervalos (-2.2,-2.1), (0.2, 0.3) e (1.8, 1.9);

As raízes de f(x) entre -10 e 10 são:
-2.11490754 0.25410168 **e** (1.86080585

Trabalho 2

n = 3 e k = 2

A raiz cúbica de 2 é 1,25992105