

Conception et Modélisation d'un Bras Manipulateur 4R

Mini-Projet de Robotique

EL HADAOUI Abdelilah
LABLIGHI Ahmed

Faculté des Sciences et Techniques Béni Mellal
Département Génie Mécanique
Filière Productique Mécatronique

13 janvier 2025

Plan de la présentation

- 1 Introduction
- 2 Étude Cinématique et Dynamique
- 3 Simulation du Robot
- 4 Conclusion

- **Contexte :**

- Les bras manipulateurs sont largement utilisés dans l'industrie pour des tâches de manipulation, d'assemblage et de soudage.
- Ce projet vise à concevoir et modéliser un bras manipulateur à 4 degrés de liberté (4R) pour des applications éducatives et industrielles.

- **Objectifs :**

- Concevoir un bras manipulateur 4R.
- Modéliser la cinématique et la dynamique du bras.
- Simuler le fonctionnement du bras dans MATLAB Simulink.
- Développer une interface utilisateur pour contrôler le bras.

- Cinématique Directe :

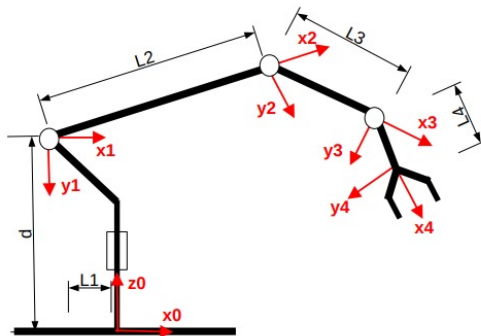


Figure: Repérage du système

- Le tableau de Denavit-Hartenberg :

Articulation i	a_i (mm)	α_i (°)	d_i (mm)	θ_i
1	50	-90	145	θ_1
2	90	0	0	θ_2
3	108	0	0	θ_3
4	62.5	0	0	θ_4

Table: Paramètres DH du bras manipulateur 4R.

- Les matrices A_i sont données par:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\sin(\theta_i) \cos(\alpha_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemple pour A_1 :

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) \cos(\alpha_1) & \sin(\theta_1) \sin(\alpha_1) & a_1 \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) \cos(\alpha_1) & -\cos(\theta_1) \sin(\alpha_1) & a_1 \sin(\theta_1) \\ 0 & \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Les matrices A_i sont données par:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\sin(\theta_2) \cos(\alpha_2) & \sin(\theta_2) \sin(\alpha_2) & a_2 \cos(\theta_2) \\ \sin(\theta_2) & \cos(\theta_2) \cos(\alpha_2) & -\cos(\theta_2) \sin(\alpha_2) & a_2 \sin(\theta_2) \\ 0 & \sin(\alpha_2) & \cos(\alpha_2) & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemple pour A_3 :

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & -\sin(\theta_3) \cos(\alpha_3) & \sin(\theta_3) \sin(\alpha_3) & a_3 \cos(\theta_3) \\ \sin(\theta_3) & \cos(\theta_3) \cos(\alpha_3) & -\cos(\theta_3) \sin(\alpha_3) & a_3 \sin(\theta_3) \\ 0 & \sin(\alpha_3) & \cos(\alpha_3) & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_4) & -\sin(\theta_4) \cos(\alpha_4) & \sin(\theta_4) \sin(\alpha_4) & a_4 \cos(\theta_4) \\ \sin(\theta_4) & \cos(\theta_4) \cos(\alpha_4) & -\cos(\theta_4) \sin(\alpha_4) & a_4 \sin(\theta_4) \\ 0 & \sin(\alpha_4) & \cos(\alpha_4) & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- La matrice de transformation globale T :

$$T = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4$$

La matrice de transformation globale T est donnée par :

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation globale T est donnée par :

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

où :

$$T_{11} = C_1 C_2 C_3 C_4 - C_1 S_2 S_3 C_4 - C_1 C_2 S_3 S_4 - C_1 S_2 C_3 S_4$$

$$T_{12} = -C_1 C_2 C_3 S_4 + C_1 S_2 S_3 S_4 - C_1 C_2 S_3 C_4 - C_1 S_2 C_3 C_4$$

$$T_{13} = -S_1$$

$$T_{14} = 50C_1 + 90C_1 C_2 + 108C_1 C_2 C_3 - 108C_1 S_2 S_3 + 62.5C_1 C_2 C_3 C_4 \\ - 62.5C_1 S_2 S_3 C_4 - 62.5C_1 C_2 S_3 S_4 - 62.5C_1 S_2 C_3 S_4$$

$$T_{21} = S_1 C_2 C_3 C_4 - S_1 S_2 S_3 C_4 - S_1 C_2 S_3 S_4 - S_1 S_2 C_3 S_4$$

$$T_{22} = -S_1 C_2 C_3 S_4 + S_1 S_2 S_3 S_4 - S_1 C_2 S_3 C_4 - S_1 S_2 C_3 C_4$$

$$T_{23} = C_1$$

$$\begin{aligned}T_{24} = & 50S_1 + 90S_1C_2 + 108S_1C_2C_3 - 108S_1S_2S_3 \\& + 62.5S_1C_2C_3C_4 - 62.5S_1S_2S_3C_4 \\& - 62.5S_1C_2S_3S_4 - 62.5S_1S_2C_3S_4\end{aligned}$$

$$T_{31} = -S_2C_3C_4 - C_2S_3C_4 + S_2S_3S_4 - C_2C_3S_4$$

$$T_{32} = S_2C_3S_4 + C_2S_3S_4 + S_2S_3C_4 - C_2C_3C_4$$

$$T_{33} = 0$$

$$\begin{aligned}T_{34} = & 145 - 90S_2 - 108S_2C_3 - 108C_2S_3 \\& + 62.5(-S_2C_3C_4 - C_2S_3C_4 + S_2S_3S_4 - C_2C_3S_4)\end{aligned}$$

- **Cinématique Inverse :**

- **Angle θ_1 :**

$$\theta_1 = \text{atan2}(p_y, p_x)$$

- **Angle θ_2 :**

$$\theta_2 = \text{atan2}(\sin(\theta_2), \cos(\theta_2))$$

- **Angle θ_3 :**

$$\theta_3 = \text{atan2}(\sin(\theta_3), \cos(\theta_3))$$

- **Angle θ_4 :**

$$\theta_4 = \text{atan2}(\sin(\theta_4), \cos(\theta_4))$$

Remarque : La fonction $\text{atan2}(y, x)$ est utilisée pour calculer les angles en tenant compte des signes de x et y , ce qui évite les ambiguïtés.

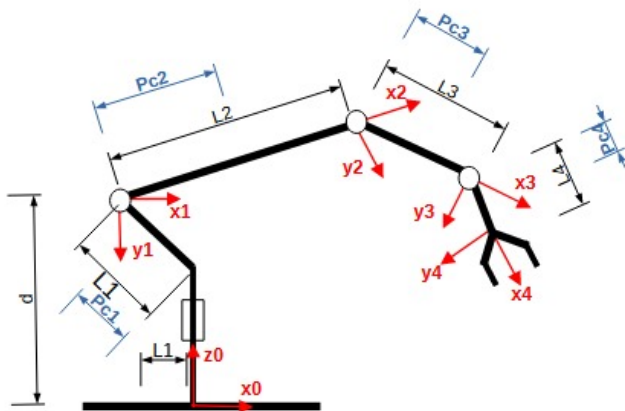


Figure: le système des masses

Énergie Cinétique K_{Totale}

L'énergie cinétique K_{Totale} est donnée par :

$$\begin{aligned} K_{\text{Totale}} = & \frac{1}{2} m_1 \left[\left(-\sin(\theta_1) \dot{\theta}_1 \frac{L_1}{2} \right)^2 + \left(\cos(\theta_1) \dot{\theta}_1 \frac{L_1}{2} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} I_{z1} \dot{\theta}_1^2 \\ & + \frac{1}{2} m_2 \left[\left(-\sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \frac{L_2}{2} \right)^2 + \left(\cos(\theta_2) \dot{\theta}_2 \frac{L_2}{2} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} I_{z2} \dot{\theta}_2^2 \\ & + \frac{1}{2} m_3 \left[\left(-\sin(\theta_3) \dot{\theta}_3 \frac{L_3}{2} \right)^2 + \left(\cos(\theta_3) \dot{\theta}_3 \frac{L_3}{2} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} I_{z3} \dot{\theta}_3^2 \end{aligned}$$

Énergie Potentielle Totale U_{total}

L'énergie potentielle totale U_{total} est donnée par :

$$U_{\text{total}} = m_1 \cdot g \cdot \sin(\theta_1) \cdot \frac{L_1}{2} + m_2 \cdot g \cdot \sin(\theta_2) \cdot \frac{L_2}{2} \\ + m_3 \cdot g \cdot \sin(\theta_3) \cdot \frac{L_3}{2} + m_4 \cdot g \cdot \sin(\theta_4) \cdot \frac{L_4}{2}$$

Calcul des Torques τ_1 , τ_2 , τ_3 , et τ_4

Les torques pour chaque articulation sont donnés par :

- **Torque τ_1 :**

$$\tau_1 = m_1 \ddot{\theta}_1 \left(\frac{L_1}{2} \right)^2 + I_{z1} \ddot{\theta}_1 + m_1 g \cos(\theta_1) \frac{L_1}{2}$$

- **Torque τ_2 :**

$$\tau_2 = m_2 \ddot{\theta}_2 \left(\frac{L_2}{2} \right)^2 + I_{z2} \ddot{\theta}_2 + m_2 g \cos(\theta_2) \frac{L_2}{2}$$

- **Torque τ_3 :**

$$\tau_3 = m_3 \ddot{\theta}_3 \left(\frac{L_3}{2} \right)^2 + I_{z3} \ddot{\theta}_3 + m_3 g \cos(\theta_3) \frac{L_3}{2}$$

- **Torque τ_4 :**

$$\tau_4 = m_4 \ddot{\theta}_4 \left(\frac{L_4}{2} \right)^2 + I_{z4} \ddot{\theta}_4 + m_4 g \cos(\theta_4) \frac{L_4}{2}$$

- **Modélisation du système :**

- Intégration des équations cinématiques et dynamiques dans Simulink.
- Simulation des mouvements du bras.

- **Résultats de la simulation :**

- Visualisation des trajectoires de l'effecteur.
- Analyse des performances en termes de précision et de rapidité.

Conclusion

Ce mini-projet a permis de concevoir et modéliser un bras manipulateur 4R pour des applications de soudage. Grâce à une étude approfondie de la cinématique et de la dynamique, nous avons simulé son fonctionnement dans MATLAB Simulink, confirmant sa précision et sa robustesse. Une interface utilisateur intuitive a également été développée pour faciliter son contrôle.

À l'avenir, des améliorations pourraient inclure l'intégration de capteurs pour une meilleure précision et l'utilisation de l'IA pour optimiser les trajectoires. Ce projet ouvre des perspectives prometteuses pour l'automatisation industrielle et la robotique de précision.

Merci pour votre attention !