系统分析与控制原理II：线性系统分析与设计

线性定常系统的综合

概述

- 综合（设计）：WHY

概述：本章要讨论的问题

- 综合：WHAT?
  - 不同控制目标
  - 不同类型综合
- 综合：HOW?
  - 控制结构如何构成
  - 控制器形式如何选择
  - 控制器参数如何求解

概述：本章安排

概述：本章安排

5.0 系统综合的概述

5.1 反馈控制系统的基本结构及其特征

5.2 系统镇定及其反馈控制设计

5.3 极点配置及其反馈控制设计

5.4 系统解耦问题

5.4 状态观测器

5.5 基于状态观测器的系统综合

概述：重点&预备知识

- 重点
  - 典型综合问题（镇定、极点配置、观测器设计）
  - 典型反馈控制结构（状态反馈、输出反馈、基于观测器的反馈）
  - 常用的控制器参数求解方法（配置极点、黎卡提方程、线性矩阵不等式）

- 预备知识
  - 系统结构图与状态空间表达式关系、能控能观、等
  - 矩阵运算、特征多项式、行列式

线性定常系统的综合

5.0　系统综合的概述

5.1　反馈控制系统的基本结构及其特征

5.2　系统镇定及其反馈控制设计

5.3　极点配置及其反馈控制设计

5.4　状态观测器

5.5　基于状态观测器的系统综合

系统综合的概述

- 系统分析与系统综合关系
  - 系统分析：
  - 系统综合：

系统综合的概述

- 综合目标：期望的运动形式、系统演变满足的性能指标
  - 渐近稳定：
  - 动态过程：
  - 跟踪信号：
  - 状态观测（重构/估计）：
  - 解除耦合：
  - 常规综合、最优综合（某性能指标达到最优）

系统综合的概述

➢ 综合一般流程

- 确定控制结构（反馈回路的选择）
- 选择控制器形式（控制器输入与控制器输出关系）
- 计算控制器参数

线性定常系统的综合

反馈控制系统的基本结构及其特征

- 反馈控制结构

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

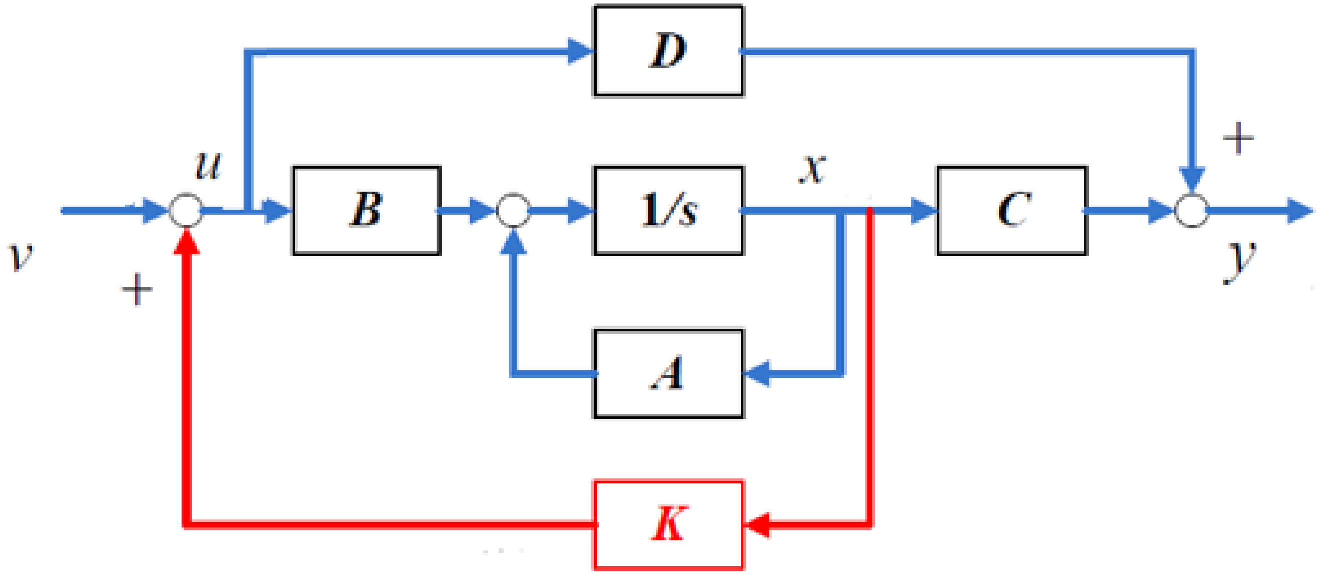
反馈控制系统的基本结构及其特征

- 状态反馈：闭环系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

$$u = Kx + v$$

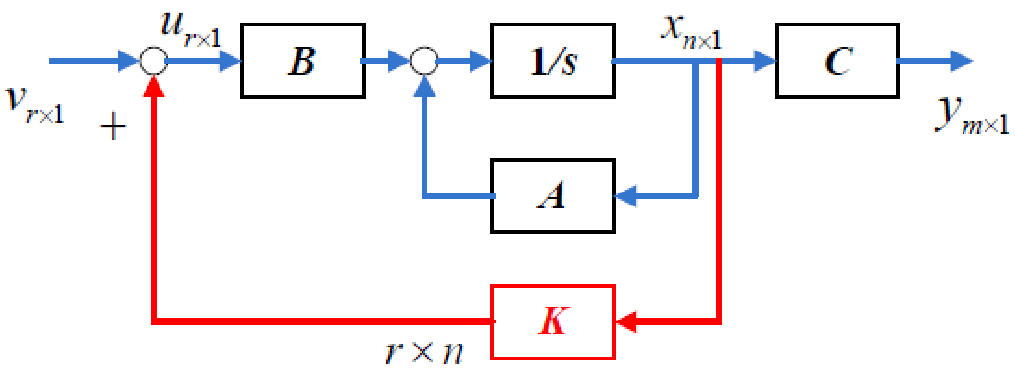


反馈控制系统的基本结构及其特征

➤ 状态反馈：开环 与 闭环 关系

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad \dot{x} = (A+BK)x + Bv$$

$$y = Cx \qquad y = Cx$$

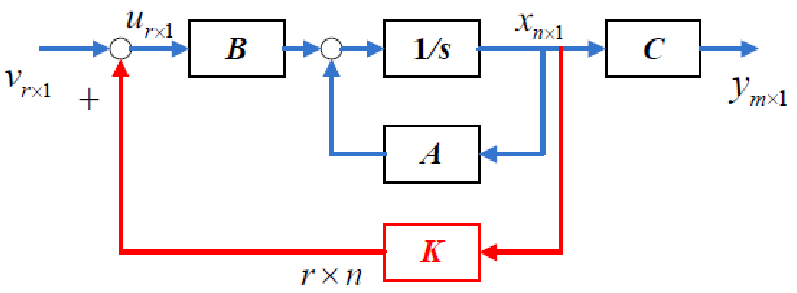


反馈控制系统的基本结构及其特征

➢ 状态反馈：不改变能控性

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad \dot{x} = (A+BK)x + Bv$$

$$y = Cx \qquad y = Cx$$



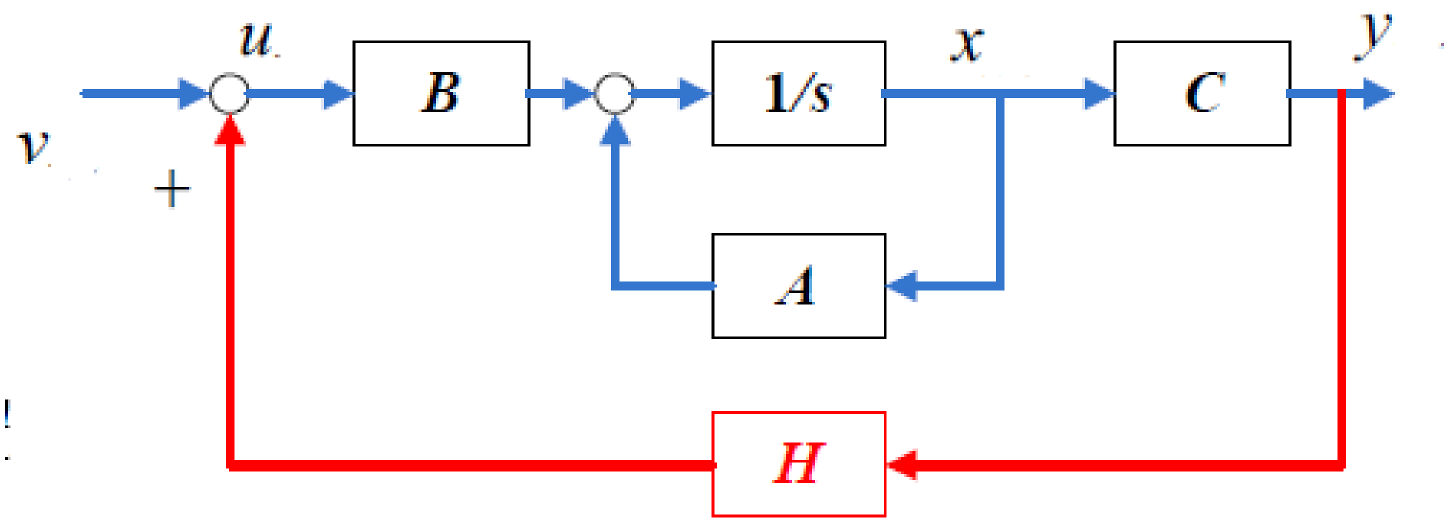
反馈控制系统的基本结构及其特征

- 输出反馈：闭环系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$u = Hy + v$$

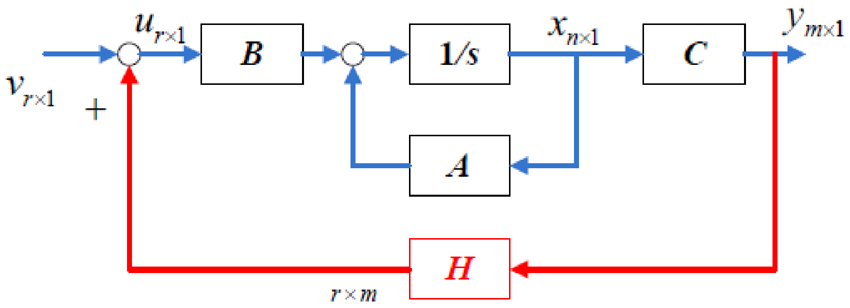


反馈控制系统的基本结构及其特征

- 输出反馈：开环 与 闭环 关系

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad \dot{x} = (A + BHC)x + Bv$$

$$y = Cx \qquad y = Cx$$

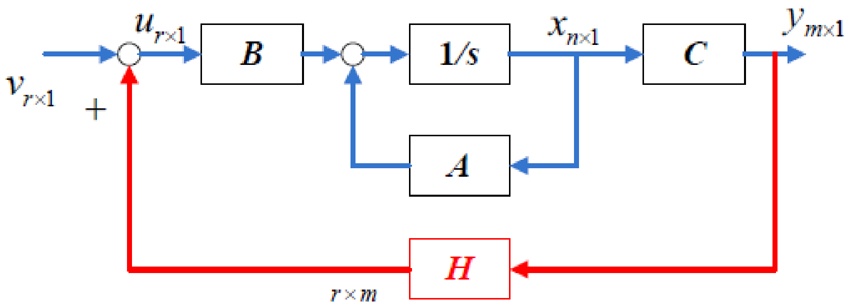


反馈控制系统的基本结构及其特征

- 输出反馈：不改变能控性和能观性

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$\dot{x} = (A + BHC)x + Bv$$
$$y = Cx$$

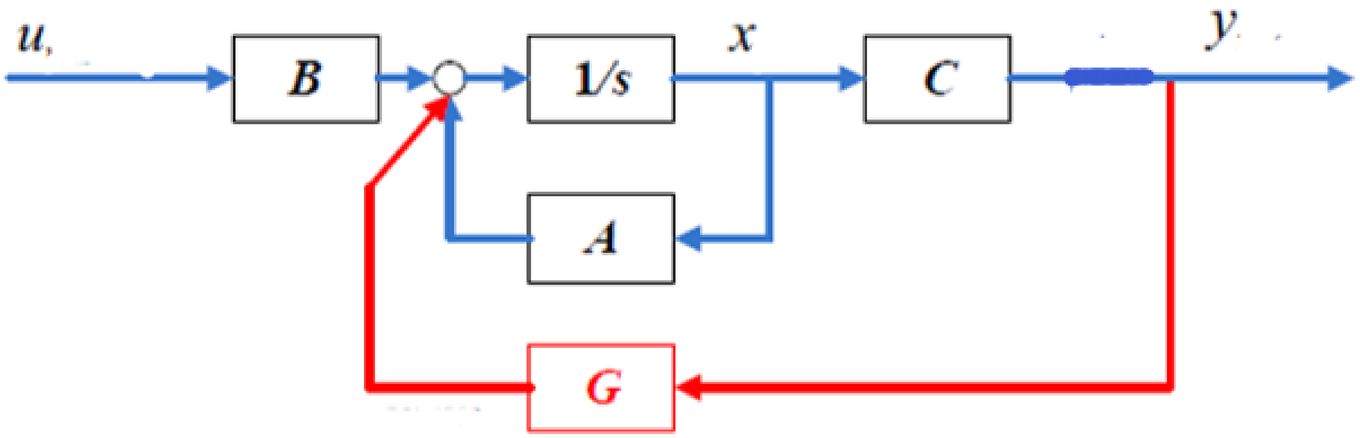


反馈控制系统的基本结构及其特征

- 输出到状态反馈：闭环系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

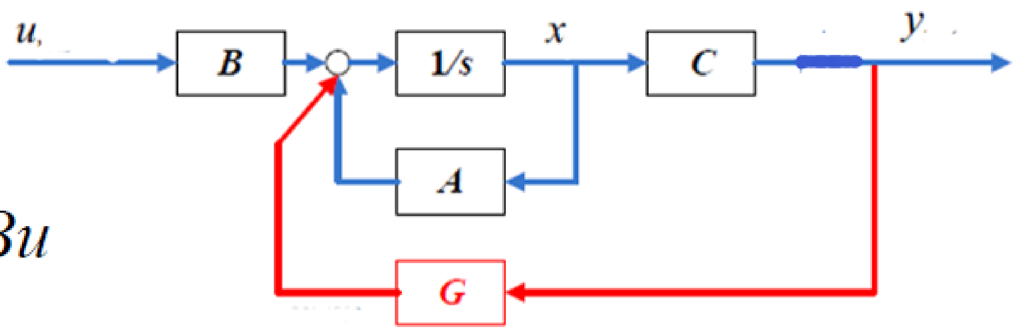


反馈控制系统的基本结构及其特征

➢ 输出到状态反馈：开环、闭环

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$\dot{x} = (A + GC)x + Bu$$
$$y = Cx$$

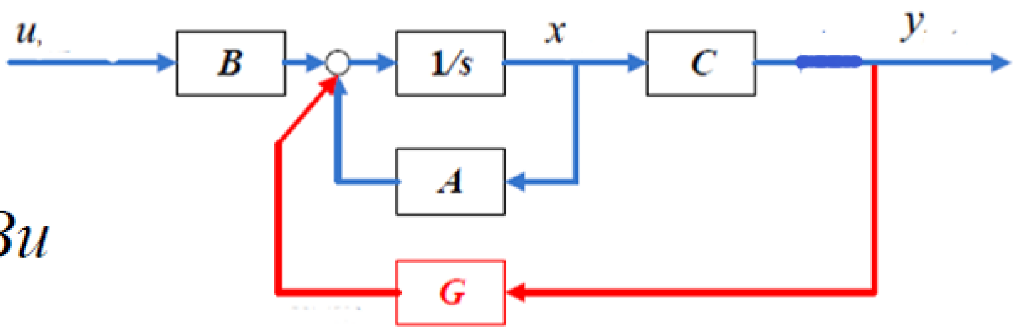


反馈控制系统的基本结构及其特征

- 输出到状态反馈：不改变能观性

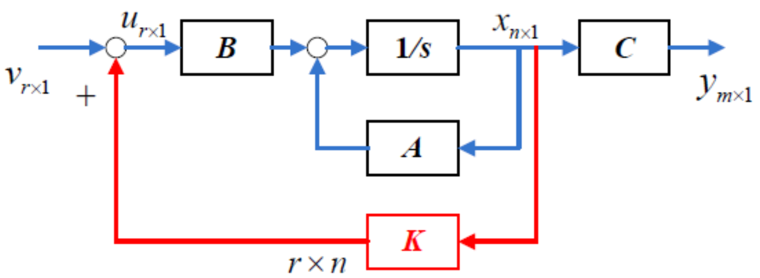
$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$\dot{x} = (A + GC)x + Bu$$
$$y = Cx$$

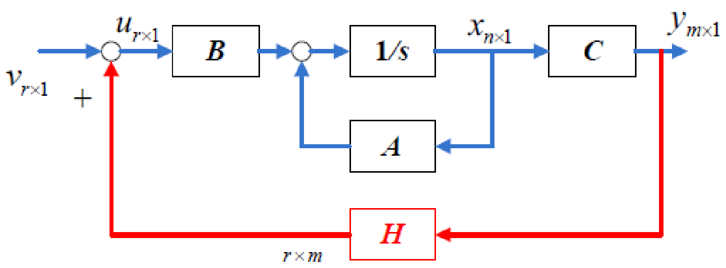


反馈控制系统的基本结构及其特征

- 状态反馈与输出反馈比较



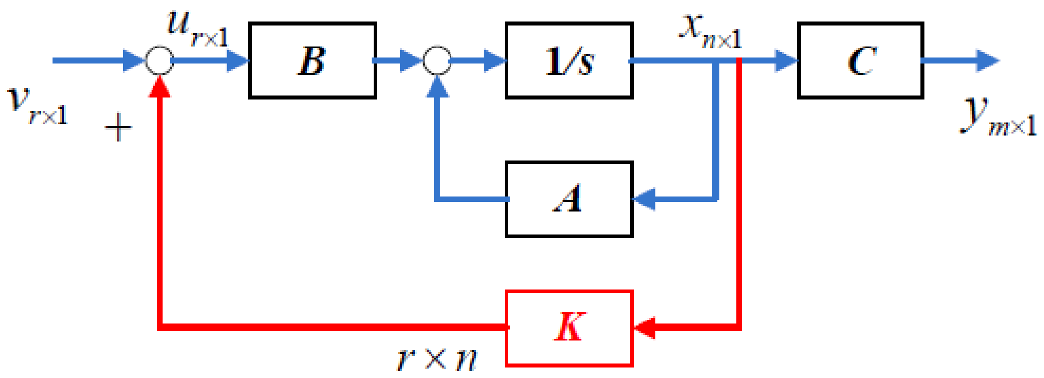
$$\dot{x} = (A+BK)x + Bv$$
$$y = Cx$$



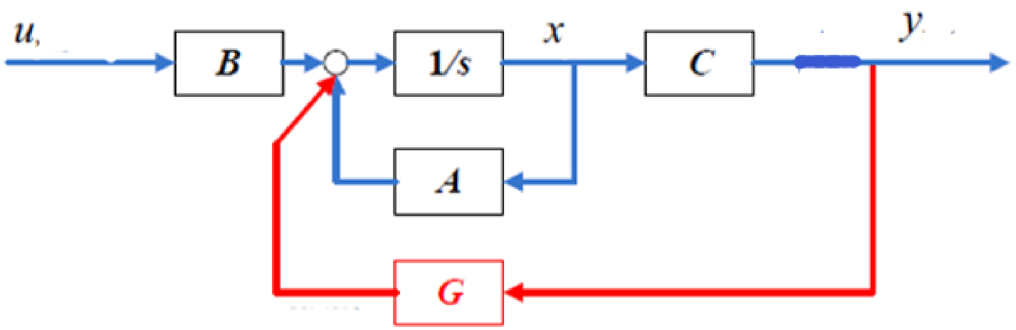
$$\dot{x} = (A+BHC)x + Bv$$
$$y = Cx$$

反馈控制系统的基本结构及其特征

- 状态反馈 与 输出到状态反馈 比较



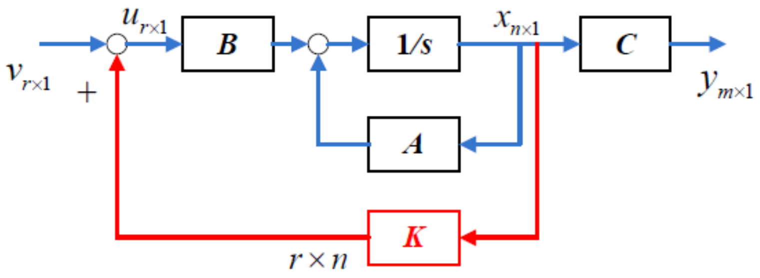
$$\dot{x} = (A + BK)x + Bv$$
$$y = Cx$$

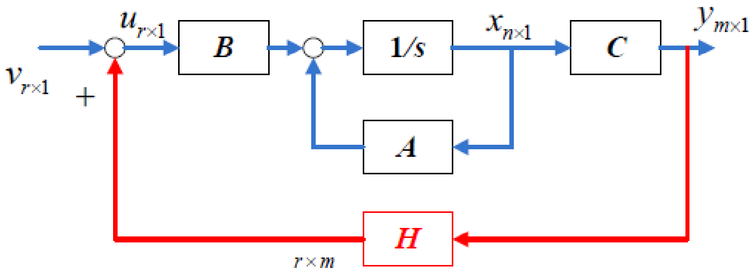


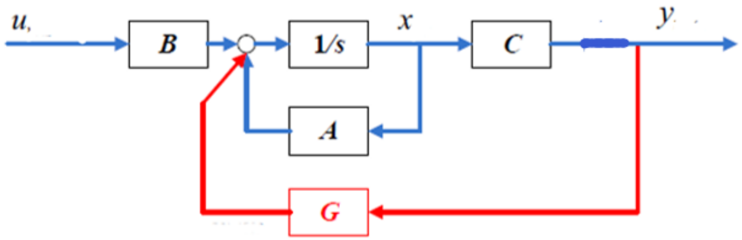
$$\dot{x} = (A + GC)x + Bu$$
$$y = Cx$$

反馈控制系统的基本结构及其特征

➢ 控制器形式





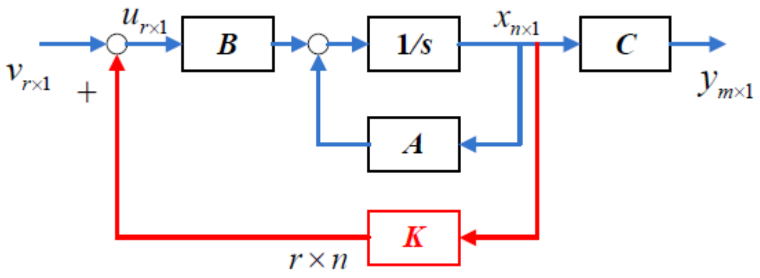


上次课回顾

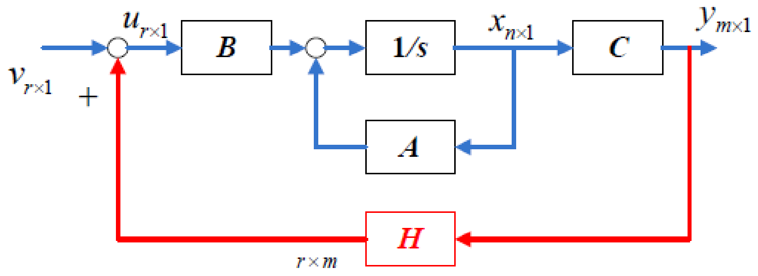
- 综合相关的基本概念

上次课回顾

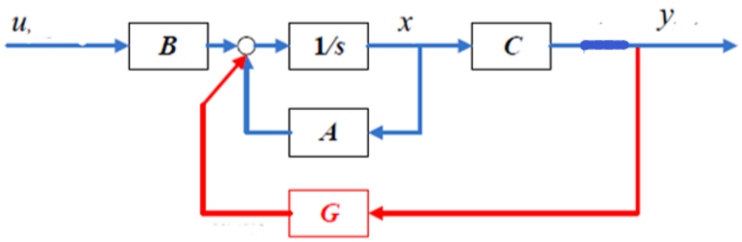
- 基本结构



$u_{r\times1}$
B
1/s
$x_{n\times1}$
C
$v_{r\times1}$
+
$y_{m\times1}$
A
K
$r\times n$



$u_{r\times1}$
B
1/s
$x_{n\times1}$
C
$y_{m\times1}$
$v_{r\times1}$
+
A
H
$r\times m$



u
B
1/s
x
C
y
A
G

线性定常系统的综合

5.0　系统综合的概述
5.1　反馈控制系统的基本结构及其特征
5.2　系统镇定及其反馈控制设计
5.3　极点配置及其反馈控制设计
5.4　状态观测器
5.5　基于状态观测器的系统综合

系统镇定及其反馈控制设计

➢ 镇定问题

- 控制目标：使系统渐近稳定
- 最基本的综合问题
- 系统可镇定条件：与系统能控性相关、与使用的反馈结构相关
- 控制器设计依据：李亚普洛夫第一或二法

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 系统可通过状态反馈实现镇定的条件
    - ✓
    - ✓

系统镇定及其反馈控制设计

镇定设计：状态反馈

- 系统可通过状态反馈实现镇定的条件：系统完全能控

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu \\ y &= cx\end{aligned} \xrightarrow{x = T_{c1}\bar{x}} \begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u \\ y &= \bar{c}\bar{x}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

系统镇定及其反馈控制设计

➢ 镇定设计：状态反馈

□ ䷀ $\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u$ 状态反 $\bar{K} = \left[\bar{k}_0, \quad \bar{k}_1, \quad \cdots, \quad \bar{k}_{n-1},\right]$：系统 $\dot{\bar{x}} = \left(\bar{A} + \bar{b}\bar{K}\right)\bar{x}$

$y = \bar{c}\bar{x}$ $\qquad\longrightarrow\qquad$ $y = \bar{c}\bar{x}$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} + \bar{b}\bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(a_0 - \bar{k}_0) & -(a_1 - \bar{k}_1) & -(a_2 - \bar{k}_2) & \cdots & -(a_{n-1} - \bar{k}_{n-1}) \end{bmatrix}$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 系统可通过状态反馈实现镇定的条件：系统完全能控
  - ✓ 渐近稳定要求，李亚普洛夫第一法（特征值复实部），给出如下希望特征多项式

$$f^*(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}\left(\lambda-\lambda_i^*\right)=\lambda^n+a_{n-1}^*\lambda^{n-1}+\cdots+a_1^*\lambda+a_0^*$$

  - ✓ 闭环系统真实特征多项式为

$$\dot{\bar{x}}=\left(\bar{A}+\bar{b}\bar{K}\right)\bar{x}$$
$$y=\bar{c}\bar{x}$$

$$f(\lambda)=\left|\lambda I-(\bar{A}+\bar{b}\bar{K})\right| \quad =\lambda^n+(a_{n-1}-\bar{k}_{n-1})\lambda^{n-1}+\cdots+(a_1-\bar{k}_1)\lambda+(a_0-\bar{k}_0)$$

$$\bar{A}+\bar{b}\bar{K}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(a_0-\bar{k}_0) & -(a_1-\bar{k}_1) & -(a_2-\bar{k}_2) & \cdots & -(a_{n-1}-\bar{k}_{n-1}) \end{bmatrix}$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 系统可通过状态反馈实现镇定的条件：系统完全能控

$$\dot{x} = Ax + bu \qquad y = cx$$

$$x = T_{c1}\bar{x}$$

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u$$
$$y = \bar{c}\bar{x}$$

$$\dot{\bar{x}} = \left(\bar{A} + \bar{b}\bar{K}\right)\bar{x}$$
$$y = \bar{c}\bar{x}$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈 ▫ 系统完全能控

①验证原系统的**能控性**

②构造非奇异变换将系统转化为能控标准I型 $x = T_{c1}\bar{x}$

③定义反馈增益矩阵K，**闭环系统特征方程**

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{k}_0 & \bar{k}_1 & \cdots & \bar{k}_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$f(\lambda) = \left|\lambda I - (A + B\bar{K})\right| = \underline{\lambda^n + \left(a_{n-1} - \bar{k}_{n-1}\right)\lambda^{n-1} + \cdots + \left(a_1 - \bar{k}_1\right)\lambda + \left(a_0 - \bar{k}_0\right)}$$

④求出**希望的**闭环系统特征方程。

$$f^*(\lambda) = \prod_{i=1}^{n}(\lambda - \lambda_i^*) = \underline{\lambda^n + a_{n-1}^*\lambda^{n-1} + \cdots + a_1^*\lambda + a_0^*}$$

⑤计算 $\bar{K} = \begin{bmatrix} a_0 - a_0^*, & a_1 - a_1^*, & \cdots, & a_{n-1} - a_{n-1}^* \end{bmatrix}$

⑥计算 $K = \bar{K}T_{c1}^{-1}$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈 □ 系统完全能控

✓ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-2&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u \xrightarrow[K=[k_0\quad k_1\quad k_2]]{u=Kx} \text{渐近稳定}$$

$$y=[10\quad 0\quad 0]x$$

- 能控性
- 渐近稳定要求的特征多项式 $f^*(\lambda)=(\lambda+2)(\lambda+1-j)(\lambda+1+j)=\lambda^3+4\lambda^2+6\lambda+4$
- 实际的特征多项式 $f(\lambda)=\det[\lambda I-(A+bK)]=\lambda^3+(3-k_2)\lambda^2+(2-k_1)\lambda+(-k_0)$
- 对比，求K

系统镇定及其反馈控制设计

镇定设计：状态反馈

- 系统可通过状态反馈实现镇定条件：系统不完全能控，但不能控子系统渐近稳定

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad y = C\tilde{x}$$

$$\xrightarrow{x = R_c\tilde{x}}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + B\tilde{u} \qquad y = \tilde{C}\tilde{x}$$

$$\tilde{A} = R_c^{-1}AR_c = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ 0 & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \qquad \tilde{B} = R_c^{-1}B = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\det(sI - A) = \det(sI - \tilde{A}) = \det\begin{pmatrix} sI_1 - \tilde{A}_{11} & -\tilde{A}_{12} \\ 0 & sI_2 - \tilde{A}_{22} \end{pmatrix} = \det(sI_1 - \tilde{A}_{11}) \cdot \det(sI_2 - \tilde{A}_{22})$$

系统镇定及其反馈控制设计

$$\tilde{A}=R_c^{-1}AR_c=\begin{bmatrix}\tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}\\ 0 & \tilde{A}_{22}\end{bmatrix}\qquad \tilde{B}=R_c^{-1}B=\begin{bmatrix}\tilde{B}_1\\ 0\end{bmatrix}$$

- 镇定设计：状态反馈
  - 系统可通过状态反馈实现镇定条件：系统不完全能控，但不能控子系统渐近稳定

$$\dot{\tilde{x}}=\tilde{A}\tilde{x}+B\tilde{u}$$
$$y=\tilde{C}\tilde{x}$$

$$\tilde{K}=KR_c=\begin{bmatrix}\tilde{K}_1 & \tilde{K}_2\end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{K}=\begin{bmatrix}\tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}\\ 0 & \tilde{A}_{22}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\tilde{B}_1\\ 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\tilde{K}_1 & \tilde{K}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\tilde{A}_{11}+\tilde{B}_1\tilde{K}_1 & \tilde{A}_{12}+\tilde{B}_1\tilde{K}_2\\ 0 & \tilde{A}_{22}\end{bmatrix}$$

$$\det\left[\lambda I-(\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{K})\right]=\det\left[\lambda I_1-(\tilde{A}_{11}+\tilde{B}_1\tilde{K}_1)\right]\cdot\det\left[\lambda I_2-\tilde{A}_{22})\right]$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 系统可通过状态反馈实现镇定条件：系统不完全能控，但不能控子系统渐近稳定

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad y = Cx$$

$$x = R_c \tilde{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \qquad y = \tilde{C}\tilde{x}$$

$$\tilde{K} = KR_c = \begin{bmatrix} \tilde{K}_1 & \tilde{K}_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(sI - A) = \det(sI_1 - \tilde{A}_{11}) \cdot \det(sI_2 - \tilde{A}_{22})$$

$$\det\left[sI - (\tilde{A} + \tilde{B}\tilde{K})\right]$$

$$= \det\left[sI_1 - (\tilde{A}_{11} + \tilde{B}_1\tilde{K}_1)\right] \cdot \det\left[sI_2 - \tilde{A}_{22})\right]$$

系统镇定及其反馈控制设计

➢ 镇定设计：状态反馈 ◻ 设计步骤：系统不完全能控

步1: 将可镇定的系统$\Sigma(A,B,C)$进行能控性分解,获得变换矩阵 R_c,并可得到 $\tilde{A}=R_c^{-1}AR_c=\begin{bmatrix}\tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12}\\ 0 & \tilde{A}_{22}\end{bmatrix}$, $\tilde{B}=R_c^{-1}B=\begin{bmatrix}\tilde{B}_1\\ 0\end{bmatrix}$

其中,$(\tilde{A}_{11},\tilde{B}_1)$为完全能控部分，$(\tilde{A}_{22},0)$为完全不能控部分但渐近稳定

步2: 利用 求取状态反馈矩阵 $\tilde{K}_1$,使得 $\tilde{A}_{11}+\tilde{B}_1\tilde{K}_1$ 具有一组稳定特征值。

步3: 计算原系统$\Sigma(A,B,C)$可镇定的状态反馈矩阵 $K=\begin{bmatrix}\tilde{K}_1 & 0\end{bmatrix}R_c^{-1}$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 设计步骤：

系统镇定及其反馈控制设计

镇定设计：状态反馈

✓ 例

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \xrightarrow[K=[k_0 \quad k_1 \quad k_2]]{u = Kx} \text{渐近稳定}$$

$$\operatorname{rank}\begin{bmatrix} b & Ab & A^2b \end{bmatrix} = \operatorname{rank}\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = 2 < n = 3$$

$$R_c = \left[\begin{array}{cc:c} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right], \qquad \dot{\tilde{x}} = \left[\begin{array}{cc:c} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ \hdashline 0 & 0 & -1 \end{array}\right]\tilde{x} + \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ \hdashline 0 \end{array}\right] u$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - ✓ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u \xrightarrow[K=[k_0\quad k_1\quad 0]]{u=Kx} \text{渐近稳定}$$

$$\dot{\tilde{x}}=\left[\begin{array}{cc:c}0&0&-1\\1&3&1\\ \hdashline 0&0&-1\end{array}\right]\tilde{x}+\left[\begin{array}{c}1\\0\\ \hdashline 0\end{array}\right]u$$

✓ 能控子系统

$$\left(\tilde{A}_{11},\tilde{B}_1\right)=\left(\begin{bmatrix}0&0\\1&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)$$

✓ 不能控子系统

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈

✓ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u \xrightarrow[K=\begin{bmatrix}k_0 & k_1 & 0\end{bmatrix}]{u=Kx} \text{渐近稳定}$$

✓ 希望特征方程

$$f^*(\lambda)=(\lambda+1)(\lambda+2)=\lambda^2+3\lambda+2$$

$$\left(\widetilde{A}_{11},\widetilde{B}_1\right)=\left(\begin{bmatrix}0&0\\1&3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}\right)$$

✓ 真实特征方程

$$f(\lambda)=\det\left[\lambda I-(\widetilde{A}_{11}+\widetilde{B}_1\widetilde{K}_1)\right]=\det\begin{bmatrix}\lambda-\widetilde{k}_0 & -\widetilde{k}_1\\ -1 & \lambda-3\end{bmatrix}=\lambda^2-(3+\widetilde{k}_0)\lambda+3\widetilde{k}_0-\widetilde{k}_1$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - ✓ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u \xrightarrow[K=[k_0\quad k_1\quad k_2]]{u=Kx} \text{渐近稳定}$$

$$f^*(\lambda)=(\lambda+1)(\lambda+2)=\lambda^2+3\lambda+2$$

$$f(\lambda)=\lambda^2-(3+\tilde{k}_0)\lambda+3\tilde{k}_0-\tilde{k}_1$$

$$K=[\tilde{K}_1\quad 0]R_c^{-1}=[-6\quad -20\quad 0]\begin{bmatrix}0&1&-1\\0&0&1\\1&0&-1\end{bmatrix}=[0\quad -6\quad -14]$$

$$[-6\quad -20\quad 0]$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈

  - ✓ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&1&0\\1&1&1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u$$

$$u=Kx \quad \longrightarrow \quad \text{渐近稳定}$$

$$K=\begin{bmatrix}k_0 & k_1 & k_2\end{bmatrix}$$

$$K=\begin{bmatrix}0 & -6 & -14\end{bmatrix}$$

$$A+BK=\begin{bmatrix}0&1&2\\0&-5&-14\\1&1&1\end{bmatrix}$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 线性矩阵不等式方法

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：状态反馈
  - 线性矩阵不等式方法

上次课回顾

- 基于状态反馈的系统镇定设计

上次课回顾

- 基于状态反馈的系统镇定设计

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：输出反馈
  - 能控且能观子系统可镇定，其它子系统渐近稳定

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad y = Cx \quad \longrightarrow \quad \dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u \qquad y = \tilde{C}\tilde{x}$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & 0 & \tilde{A}_{13} & 0 \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} & \tilde{A}_{23} & \tilde{A}_{24} \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{43} & \tilde{A}_{44} \end{bmatrix} \qquad \tilde{B} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \tilde{C} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 & 0 & \tilde{C}_3 & 0 \end{bmatrix}$$

系统镇定及其反馈控制设计

➢ 镇定设计：输出反馈

- 能控且能观子系统可镇定，其它子系统渐近稳定

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{B}u$$

$$y = \tilde{C}\tilde{x}$$

$$\Big\downarrow \; u=\tilde{H}y$$

$$\dot{x} = (\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{H}\tilde{C})x$$

$$\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{H}\tilde{C} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & 0 & \tilde{A}_{13} & 0 \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} & \tilde{A}_{23} & \tilde{A}_{24} \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{43} & \tilde{A}_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B}_1 \\ \tilde{B}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tilde{H} \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 & 0 & \tilde{C}_3 & \tilde{0} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11}+\tilde{B}_1\tilde{H}\tilde{C}_1 & 0 & \tilde{A}_{13}+\tilde{B}_1\tilde{H}\tilde{C}_3 & 0 \\ \tilde{A}_{21}+\tilde{B}_2\tilde{H}\tilde{C}_1 & \tilde{A}_{22} & \tilde{A}_{23}+\tilde{B}_2\tilde{H}\tilde{C}_3 & \tilde{A}_{24} \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{33} & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{A}_{43} & \tilde{A}_{44} \end{bmatrix}$$

$$\det\left[sI-(\tilde{A}+\tilde{B}\tilde{H}\tilde{C})\right] = \det\left[sI-(A_{11}+\tilde{B}_1\tilde{H}C)\right]\cdot\det\left[sI-\tilde{A}_{22}\right]\cdot\det\left[sI-\tilde{A}_{33}\right]\cdot\det\left[sI-\tilde{A}_{44}\right]$$

系统镇定及其反馈控制设计

- 镇定设计：输出反馈
  - 能控且能观子系统可镇定：能控能观系统不一定可镇定

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\-1&0&0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}x$$

$$H=\begin{bmatrix}h_0&h_1\end{bmatrix}$$

$$A+bHc=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&-1\\-1&0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}h_0&h_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\h_0&0&-1+h_1\\-1&0&0\end{bmatrix}$$

$$\det\left[sI-(A+bHc)\right]=\begin{vmatrix}0&1&0\\h_0&0&-1+h_1\\-1&0&0\end{vmatrix}=s^3-h_0s+(h_1-1)$$

线性定常系统的综合

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置问题

- 控制目标：使闭环系统的极点位于预设的位置（对应一定的动态品质）
- 即是一类综合问题，又是一种控制器参数计算方法
- 系统进行任意极点配置条件：与系统能控性相关、与使用的反馈结构相关
- 控制器设计依据：实际闭环极点 与 配置极点 一致；实际 与 期望 特征多项式
- 极点选择

极点配置及其反馈控制设计

- 极点配置：状态反馈
  - 系统可任意极点配置的条件：

$$\Sigma_0 : (A, B, C) \longrightarrow \Sigma_K = \left[A + BK, B, C\right]$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

- 系统可通过状态反馈实现任意极点配置的条件：系统完全能控

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + bu\\ y &= cx\end{aligned} \xrightarrow{\quad x = T_{c1}\bar{x}\quad} \begin{aligned}\dot{\bar{x}} &= \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u\\ y &= \bar{c}\bar{x}\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

- 系统可通过状态反馈实现任意极点配置的条件：系统完全能控

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{b}u$$
$$y = \bar{c}\bar{x}$$

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{k}_0, & \bar{k}_1, & \cdots, & \bar{k}_{n-1}, \end{bmatrix}$$

$$\dot{\bar{x}} = \left(\bar{A} + \bar{b}\bar{K}\right)\bar{x}$$
$$y = \bar{c}\bar{x}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{A} + \bar{b}\bar{K} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -(a_0 - \bar{k}_0) & -(a_1 - \bar{k}_1) & -(a_2 - \bar{k}_2) & \cdots & -(a_{n-1} - \bar{k}_{n-1}) \end{bmatrix}$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

- 系统可通过状态反馈实现任意极点配置的条件：系统完全能控

- ✓ 要求的性能品质　　极点位置　　给出如下希望特征多项式

$$f^*(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}\left(\lambda-\lambda_i^*\right)=\lambda^n+a_{n-1}^*\lambda^{n-1}+\cdots+a_1^*\lambda+a_0^*$$

- ✓ 闭环系统真实特征多项式为

$$\dot{\bar{x}}=\left(\bar{A}+\bar{b}\bar{K}\right)\bar{x}$$
$$y=\bar{c}\bar{x}$$

$$f(\lambda)=\left|\lambda I-(\bar{A}+\bar{b}\bar{K})\right|=\lambda^n+(a_{n-1}-\bar{k}_{n-1})\lambda^{n-1}+\cdots+(a_1-\bar{k}_1)\lambda+(a_0-\bar{k}_0)$$

$$\bar{A}+\bar{b}\bar{K}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -(a_0-\bar{k}_0) & -(a_1-\bar{k}_1) & -(a_2-\bar{k}_2) & \cdots & -(a_{n-1}-\bar{k}_{n-1})\end{bmatrix}$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

◘ 基本步骤

①验证原系统的**能控性**

②构造非奇异变换将系统转化为能控标准I型 $x = T_{c1}\bar{x}$

③定义反馈增益矩阵K，**闭环系统特征方程**

$$\bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{k}_0 & \bar{k}_1 & \cdots & \bar{k}_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$f(\lambda) = \left|\lambda I - (A + B\bar{K})\right| = \underline{\lambda^n + \left(a_{n-1} - \bar{k}_{n-1}\right)\lambda^{n-1} + \cdots + \left(a_1 - \bar{k}_1\right)\lambda + \left(a_0 - \bar{k}_0\right)}$$

④求出**希望的**闭环系统特征方程。

$$f^*(\lambda) = \prod_{i=1}^{n}(\lambda - \lambda_i^*) = \underline{\lambda^n + a_{n-1}^*\lambda^{n-1} + \cdots + a_1^*\lambda + a_0^*}$$

⑤计算 $\bar{K} = \begin{bmatrix} a_0 - a_0^*, & a_1 - a_1^*, & \cdots, & a_{n-1} - a_{n-1}^* \end{bmatrix}$

⑥计算 $K = \bar{K}T_{c1}^{-1}$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

- 基本步骤

①验证原系统的**能控性**

②定义反馈增益矩阵K，**闭环系统特征方程**

$$K=\begin{bmatrix}k_0 & k_1 & \cdots & k_{n-1}\end{bmatrix}$$

$$f(\lambda)=\left|\lambda I-(A+BK)\right|=\underline{\lambda^n+\bar{a}_{n-1}\lambda^{n-1}+\cdots+\bar{a}_1\lambda+\bar{a}_0}$$

③求出**希望的**闭环系统特征方程。

$$f^*(\lambda)=\prod_{i=1}^{n}(\lambda-\lambda_i^*)=\underline{\lambda^n+a_{n-1}^*\lambda^{n-1}+\cdots+a_1^*\lambda+a_0^*}$$

④比较系数，计算

$$K=\begin{bmatrix}k_0 & k_1 & \cdots & k_{n-1}\end{bmatrix}$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：状态反馈

- 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&-2&-3\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u \quad \xrightarrow[K=[k_0 \quad k_1 \quad k_2]]{u=Kx} \quad -2,-1\pm j$$

$$y=\begin{bmatrix}10&0&0\end{bmatrix}x$$

$$f(\lambda)=\det\left[\lambda I-(A+bK)\right]$$
$$=\lambda^3+(3-k_2)\lambda^2+(2-k_1)\lambda+(-k_0)$$

$$f^*(\lambda)=(\lambda+2)(\lambda+1-j)(\lambda+1+j)$$
$$=\lambda^3+4\lambda^2+6\lambda+4$$

极点配置及其反馈控制设计

➢ 极点配置：输出反馈

- 系统可任意极点配置的条件：

$$\Sigma_0 : (A, B, C) \longrightarrow \Sigma_H = [A + BHC, B, C]$$

$$W_h(s) = c[sI - (A - bhc)]^{-1} b = \frac{W_0(s)}{1 + hW_0(s)}$$

$$hW_0(s) = -1$$

极点配置及其反馈控制设计

- 极点配置：输出到状态导数的反馈
  - 系统可任意极点配置的条件：系统完全能观

$$\Sigma_0 : (A, B, C) \longrightarrow \Sigma_G = [A + GC, B, C]$$

极点配置及其反馈控制设计

- 极点配置：小结

线性定常系统的综合

状态观测器及其设计

- 状态观测（状态估计）
  - 设计目标：估计系统的状态
  - 即是综合问题，也是一类常用反馈结构关键部分（基于状态观测器状态反馈控制）
  - 系统可实现状态观测条件：与系统能观性相关
  - 观测器设计依据：实际闭环极点 与 配置极点 一致；实际 与 期望 特征多项式

状态观测器及其设计

- 状态观测思路
  - 构造一个可实现的系统，其
    - ✓ 输出：原系统状态
    - ✓ 状态：逼近原系统状态
    - ✓ 输入：
  - 状态观测器

状态观测器及其设计

- 状态观测器
  - 状态观测器可实现
    - WHY
    - HOW

状态观测器及其设计

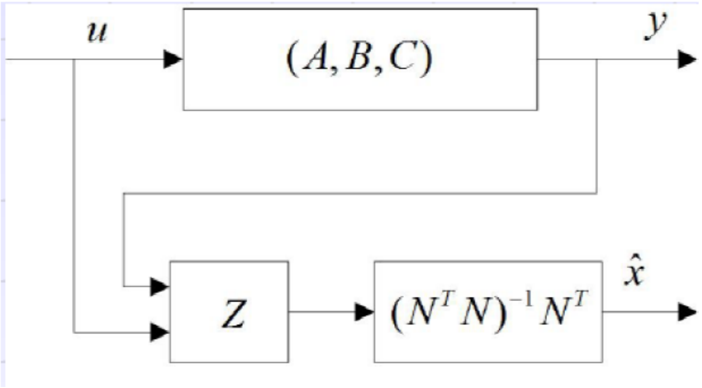
- 状态观测器设计
  - 系统状态可通过设计状态观测器实现状态观测/估计的条件
    - ✓
    - ✓

状态观测器及其设计

➢ 状态观测器设计

◻ 系统完全能观：第一种设计

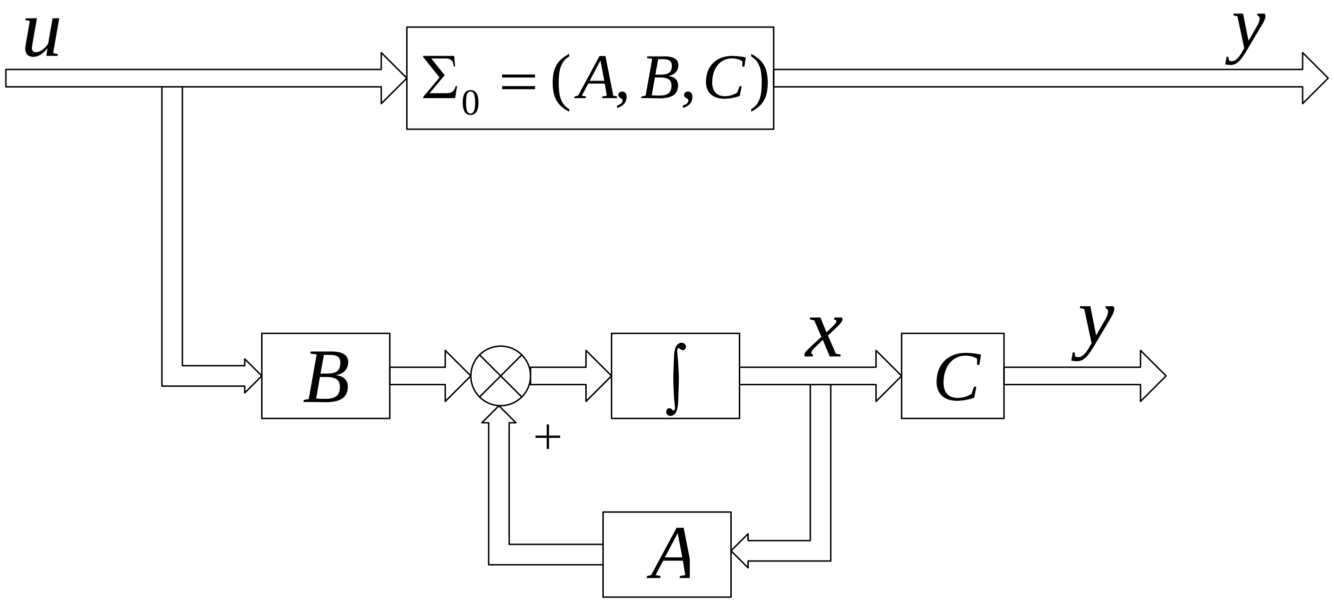
$$\begin{bmatrix} y \\ \dot{y}-CBu \\ \vdots \\ y^{(n-1)}-CBu^{(n-2)}-CABu^{(n-3)}-\cdots-CA^{n-2}Bu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} x$$



状态观测器及其设计

- 状态观测器设计

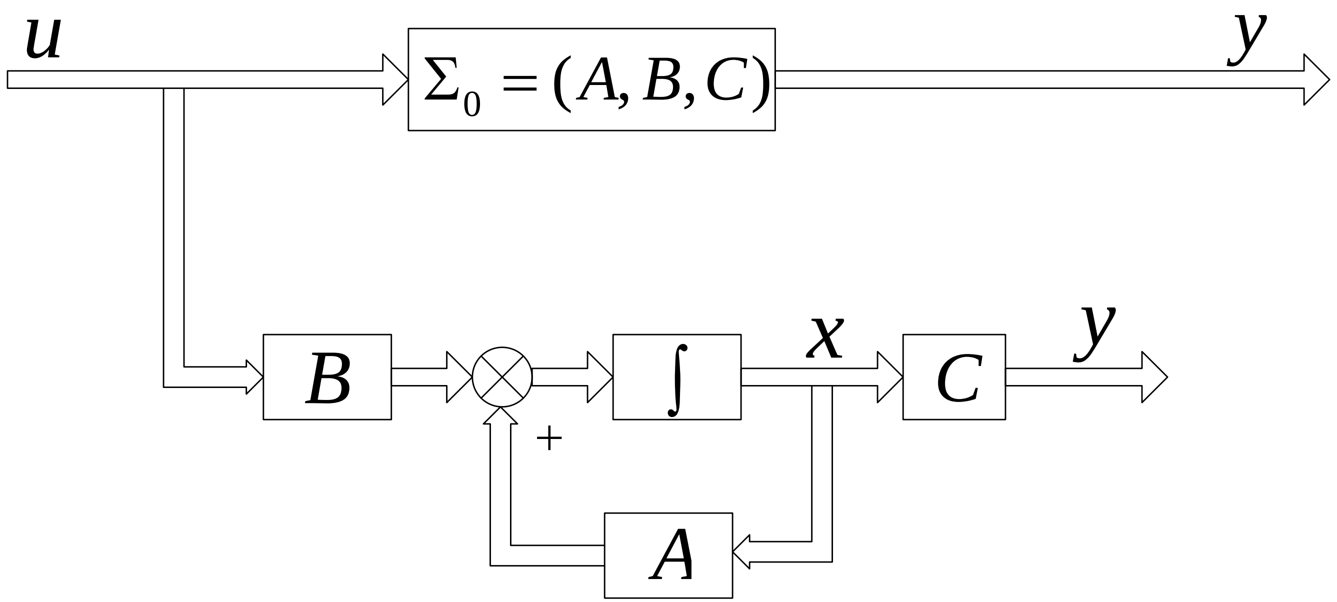
  - 全维观测器常用结构



状态观测器及其设计

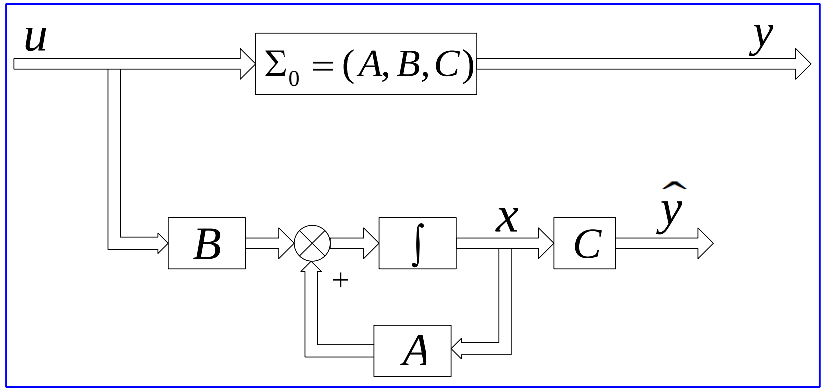
➢ 状态观测器设计

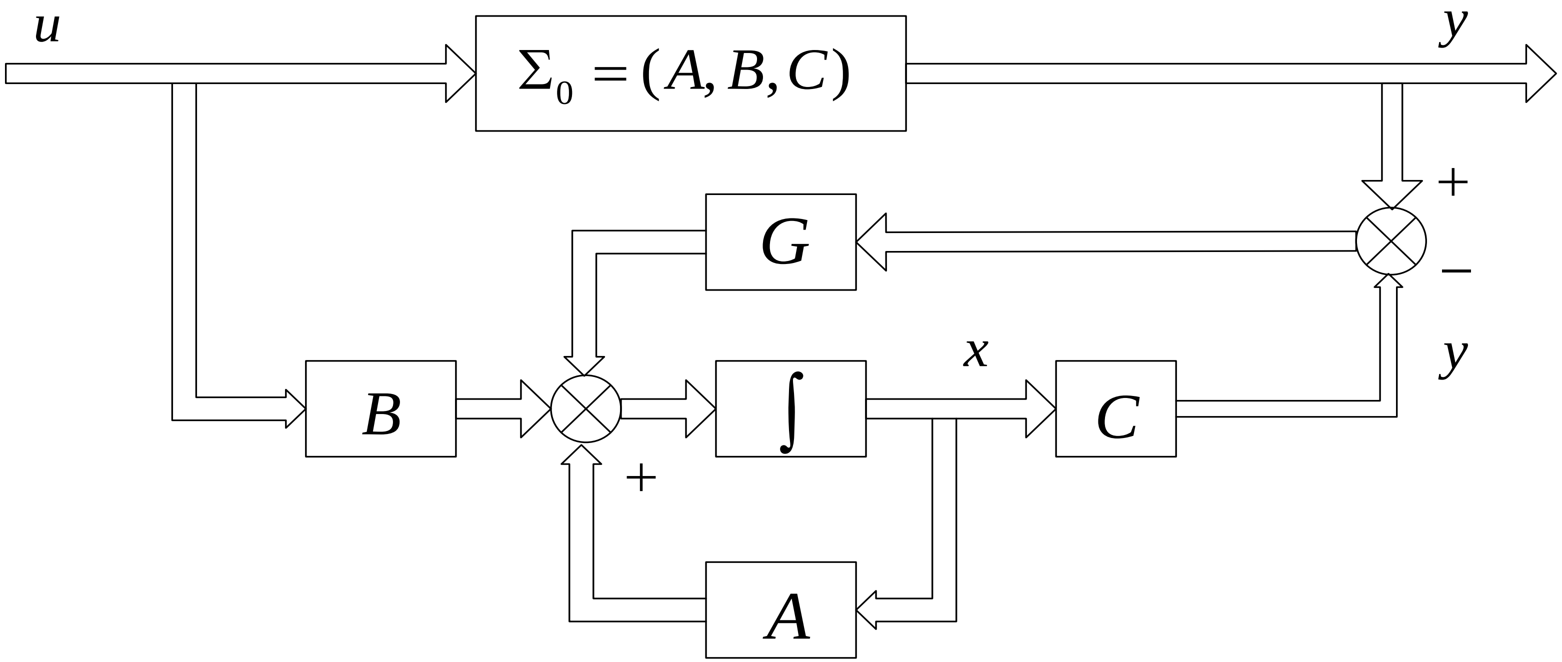
□ 全维观测器常用结构



状态观测器及其设计

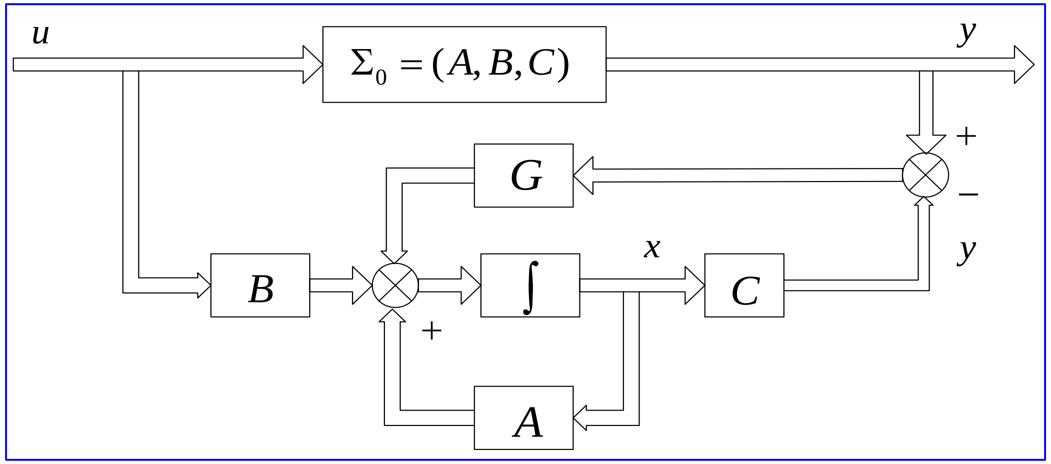
- 状态观测器设计
  - 全维观测器常用结构

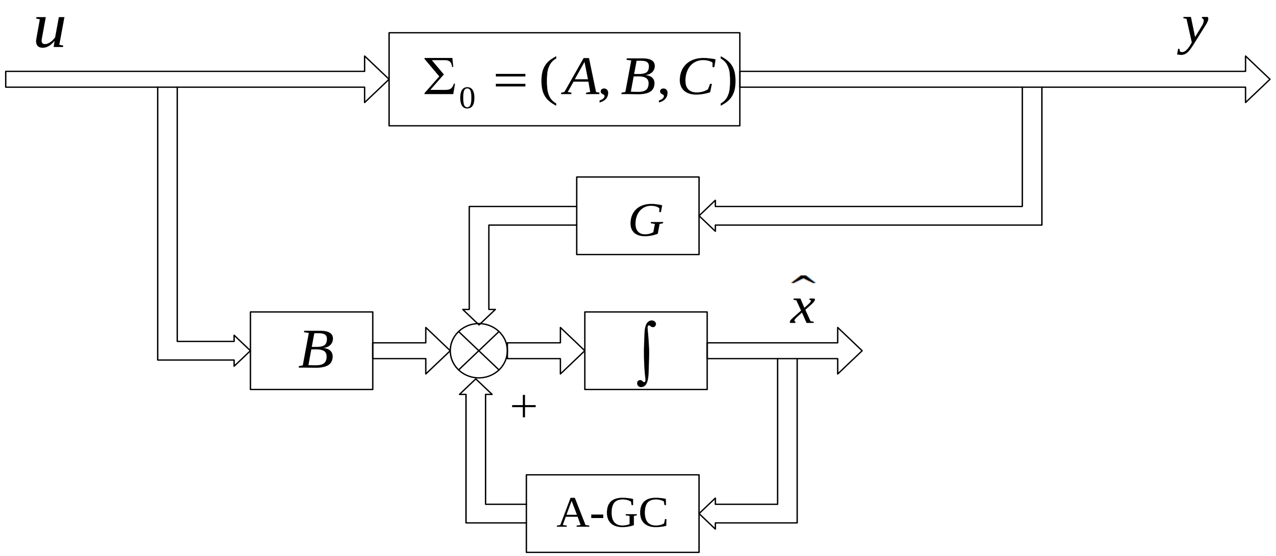




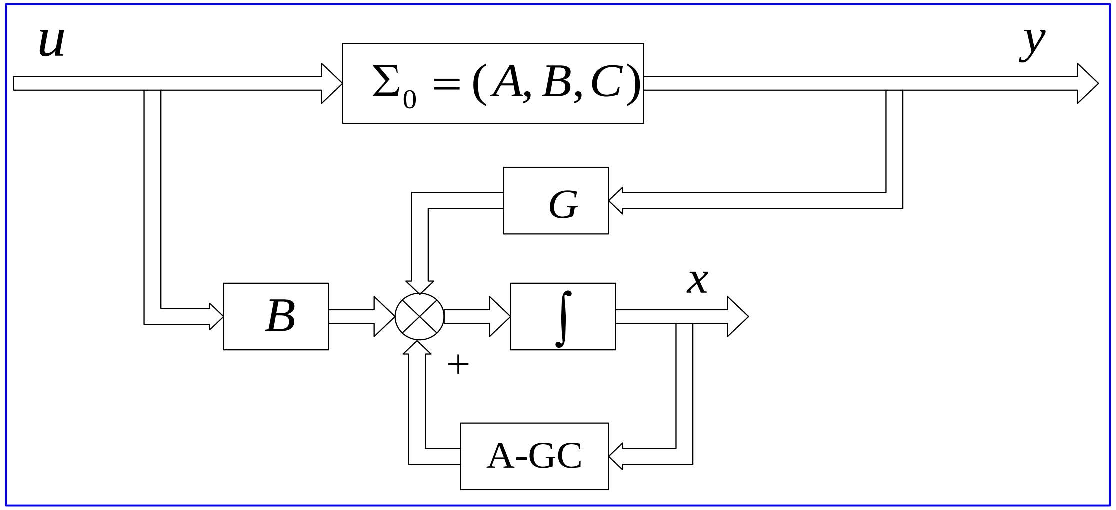
状态观测器及其设计

- 状态观测器设计
  - 全维观测器常用结构





状态观测器及其设计



➤ 状态观测器设计

▫ 全维观测器增益矩阵设计

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y}) = (A - GC)\hat{x} + Gy + Bu$$

状态观测器及其设计

状态观测器设计

估计误差系统

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - GC)\tilde{x}$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y})$$

状态观测器及其设计

- 状态观测器设计

  - 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & -1\end{bmatrix}x$$

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$

状态观测器极点为-10、-10

$$\begin{bmatrix}c\\ cA\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1\\ 2 & 0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}g_1\\ g_2\end{bmatrix}$$

状态观测器及其设计

➢ 状态观测器设计

- 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}2 & -1\end{bmatrix}x$$

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$

状态观测器极点为-10、-10

$$A-Gc=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}g_1\\ g_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1-2g_1 & g_1\\ -2g_2 & g_2\end{bmatrix}$$

$$f(\lambda)=\det[\lambda \mathrm{I}-(\mathrm{A}+\mathrm{Gc})]$$

$$=\lambda^2+(2g_1-g_2-1)\lambda+g_2$$

状态观测器及其设计

➢ 状态观测器设计

▫ 例

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} x$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y})$$

状态观测器极点为-10、-10

$$f(\lambda) = \lambda^2 + (2g_1 - g_2 - 1)\lambda + g_2$$

$$f^*(\lambda) = (\lambda + 10)(\lambda + 10) = \lambda^2 + 20\lambda + 100$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60.5 \\ 100 \end{bmatrix}$$

状态观测器及其设计

- 状态观测器设计
  - 降维观测器
  - ✓ WHY
  - ✓ HOW

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$T = \begin{bmatrix} C_0 \\ C \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \end{bmatrix} u$$

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} = \bar{x}_2$$

线性定常系统的综合

5.0 系统综合的概述

5.1 反馈控制系统的基本结构及其特征

5.2 系统镇定及其反馈控制设计

5.3 极点配置及其反馈控制设计

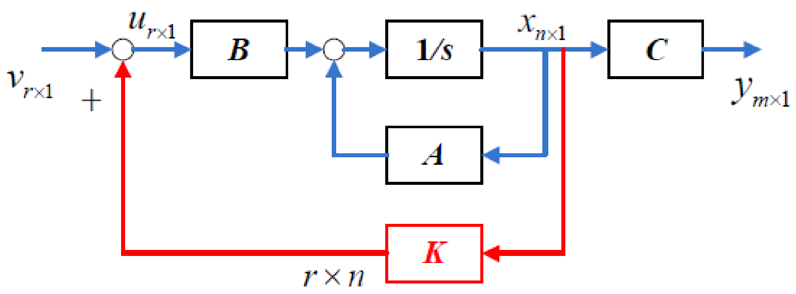
5.4 状态观测器

5.5 基于状态观测器的系统综合

基于状态观测器的系统综合

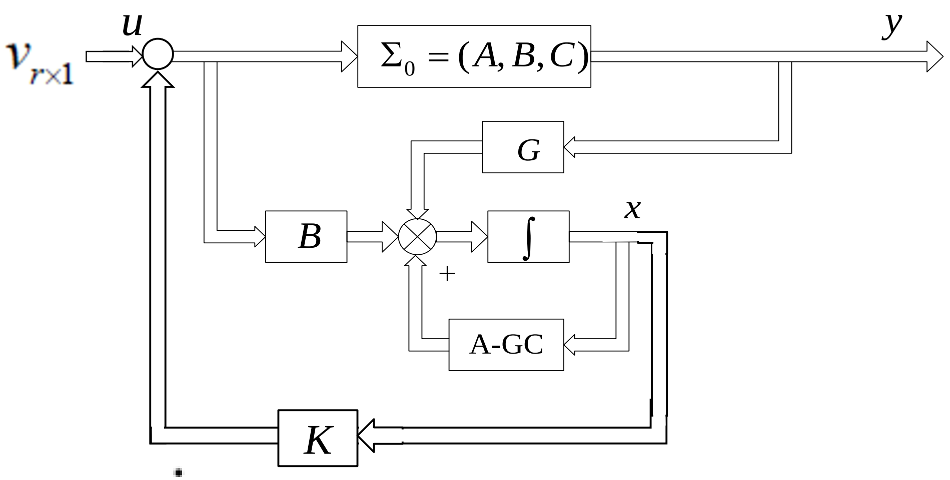
➢ 基于状态观测器的系统综合

- 系统真实状态的反馈设计



$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

- 利用状态估计值的反馈设计



$$\dot{\hat{x}} = (A - GC)\hat{x} + Gy + Bu$$

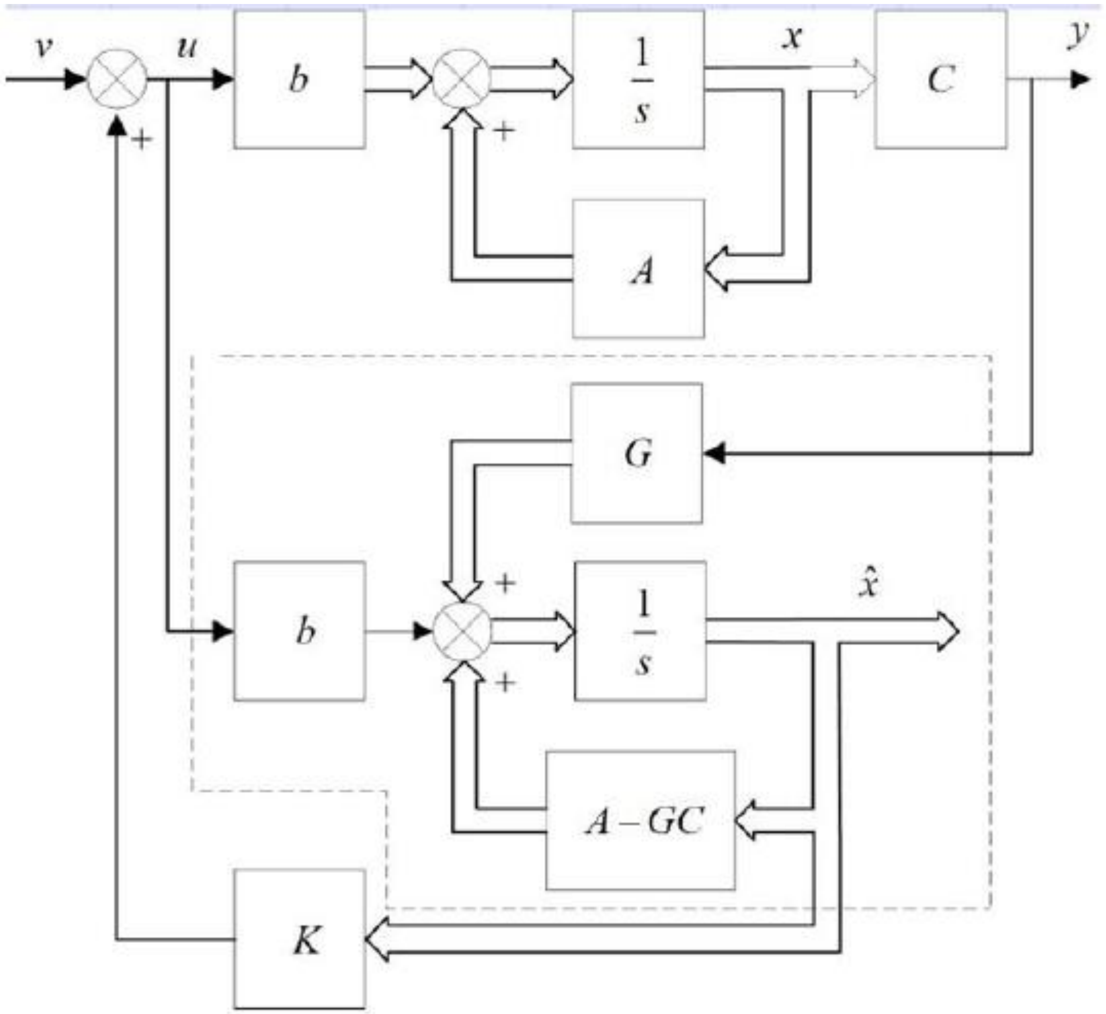
基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 利用状态估计值的反馈设计

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + G(y - \hat{y})$$
$$= (A - GC)\hat{x} + Gy + Bu$$

$$u = K\hat{x} + v$$



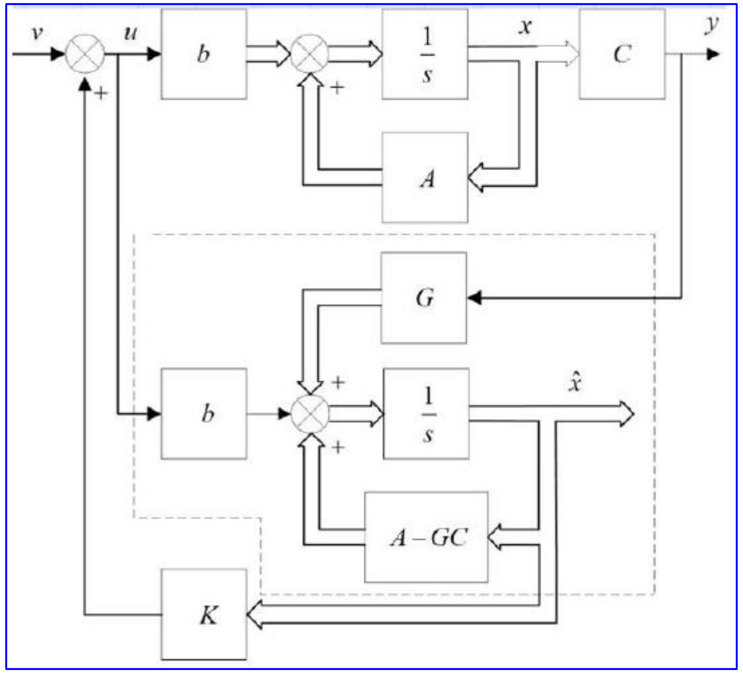
基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 利用状态估计值的反馈设计

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

$$\dot{\hat{x}} = (A - GC)\hat{x} + Gy + Bu$$

$$u = K\hat{x} + v$$



$$\dot{x} = Ax + BK\hat{x} + Bv$$
$$\dot{\hat{x}} = GCx + (A - GC + BK)\hat{x} + Bv$$
$$y = Cx$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & BK \\ GC & A - GC + BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ B \end{bmatrix} v$$
$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 利用状态估计值的反馈设计：分离定理

$$\dot{x} = Ax + BK\hat{x} + Bv$$
$$\dot{\hat{x}} = GCx + (A - GC + BK)\hat{x} + Bv$$

$$\tilde{x}=x-\hat{x}$$

$$\dot{x} = Ax + BK\hat{x} + Bv = (A + BK)x - BK\tilde{x} + Bv$$
$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - GC)(x - \hat{x})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+BK & -BK \\ 0 & A-GC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v$$
$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \tilde{x} \end{bmatrix}$$

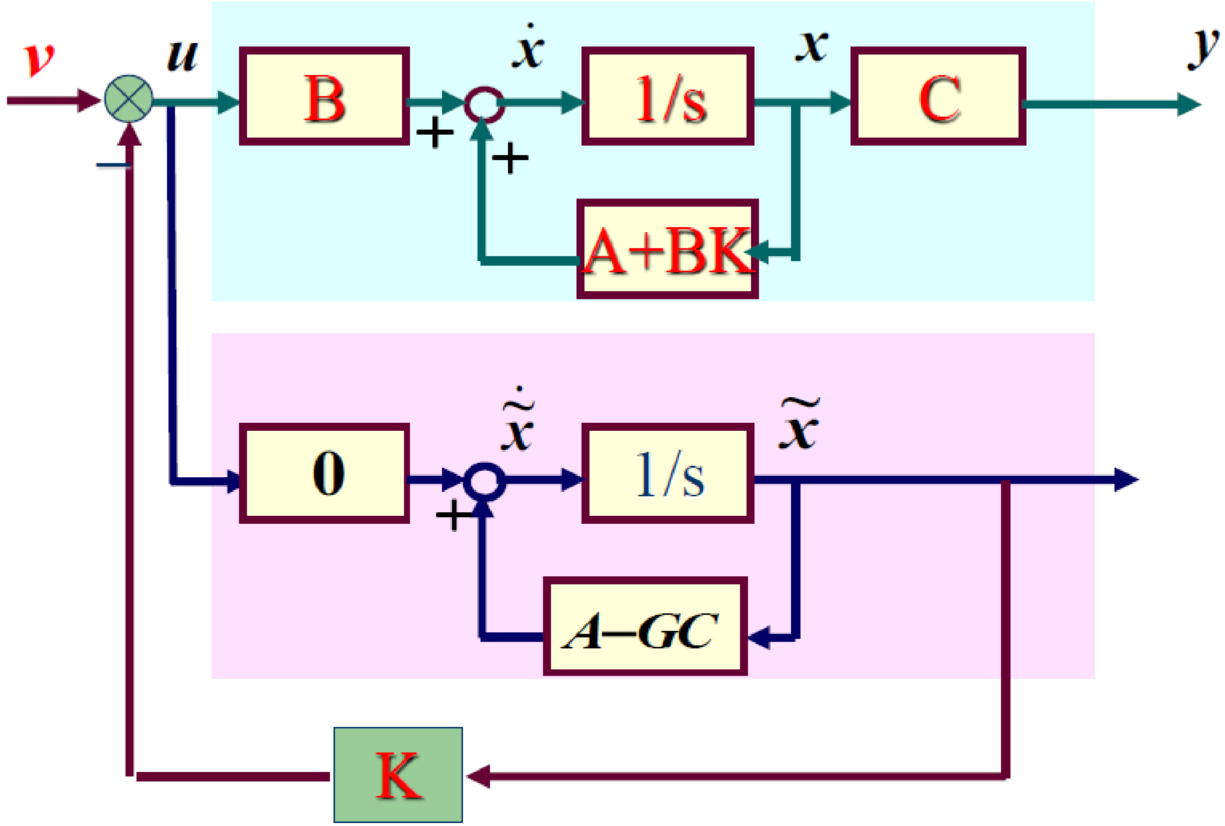
$$\det \begin{bmatrix} sI - (A + BK) & BK \\ 0 & sI - (A - GC) \end{bmatrix}$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 利用状态估计值的反馈设计：分离定理

$$\dot{x} = (A + BK)x - BK\tilde{x} + Bv$$

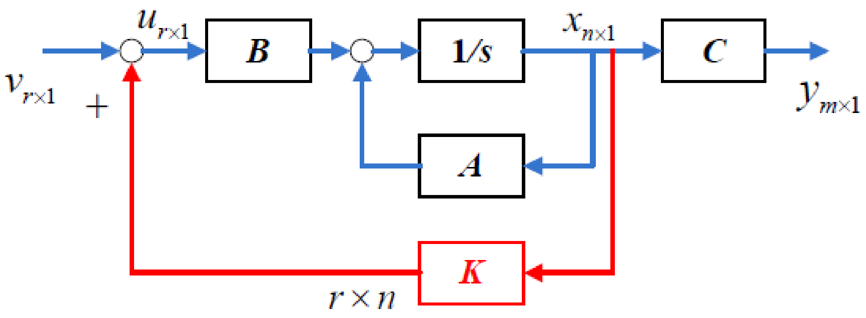
$$\dot{\tilde{x}} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - GC)(x - \hat{x})$$

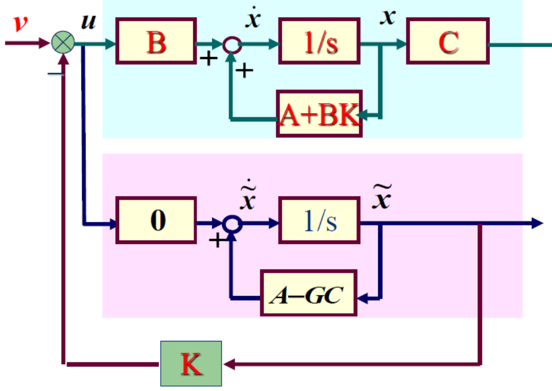


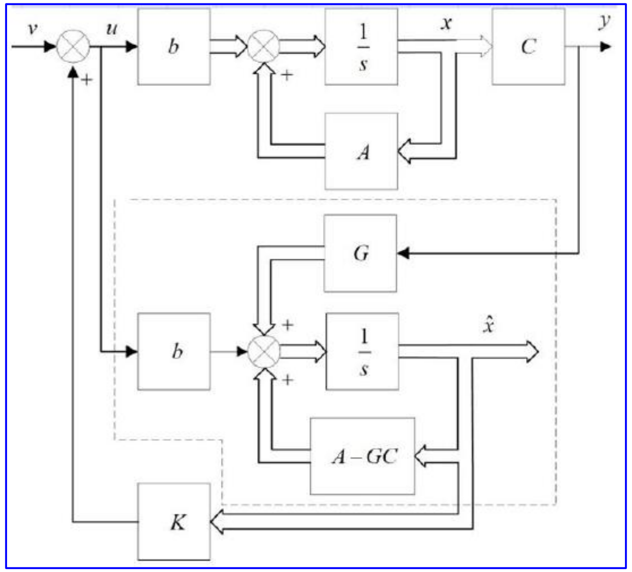
基于状态观测器的系统综合

➢ 基于状态观测器的系统综合

- 两类状态反馈的联系与区别：图、SS、TF；等效性







$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{\tilde{x}}\end{bmatrix}=\boxed{\begin{bmatrix}A+BK & -BK\\ 0 & A-GC\end{bmatrix}}\begin{bmatrix}x\\ \tilde{x}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}v$$

$$y=\begin{bmatrix}C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \tilde{x}\end{bmatrix}$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$$

基于状态观测器的状态反馈控制 → 渐近稳定，极点：-4±j6

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$ -10,-10

$$u=K\hat{x}$$

能控能观

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & -6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$$

基于状态观测器的状态反馈控制 → 渐近稳定，极点：-4±j6

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$ -10,-10

$$u=K\hat{x}$$

$$\det[sI-(A+BK)]\cdot\det[sI-(A-GC)]=0$$

$$K=\begin{bmatrix}K_0 & K_1\end{bmatrix}$$

$$G=\begin{bmatrix}G_1 & G_2\end{bmatrix}^T$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合

□ 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & -6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$$

基于状态观测器的状态反馈控制 → 渐近稳定，极点：-4±j6

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$ -10,-10

$$u=K\hat{x}$$

$$f(\lambda)=|\lambda I-(A+BK)|=\lambda^2+(6-K_0)\lambda+(-6K_0-K_1)$$

$$K=\begin{bmatrix}K_0 & K_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & -40\end{bmatrix}$$

$$f^*(\lambda)=(\lambda+4-j6)(\lambda+4+j6)=\lambda^2+8\lambda+52$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$$

基于状态观测器的状态反馈控制 → 渐近稳定，极点：-4±j6

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$ -10,-10

$$u=K\hat{x}$$

$$A-GC=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 1 & -6\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}G_1\\ G_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & -G_1\\ 1 & -6-G_2\end{bmatrix}$$

$$f(\lambda)=\left|\lambda I-(A-GC)\right| = \lambda^2+(6+G_2)\lambda+G_1$$

$$G=[G_1 \quad G_2]^T=[100 \quad 14]^T$$

$$f^*(\lambda)=(\lambda+10)^2=\lambda^2+20\lambda+100$$

基于状态观测器的系统综合

- 基于状态观测器的系统综合
  - 例

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 0\\1 & -6\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}x$$

基于状态观测器的状态反馈控制 → 渐近稳定，极点：-4±j6

$$\dot{\hat{x}}=A\hat{x}+Bu+G(y-\hat{y})$$ -10,-10

$$u=K\hat{x}$$

$$K=\begin{bmatrix}K_0 & K_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2 & -40\end{bmatrix}$$

$$G=\begin{bmatrix}G_1 & G_2\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}100 & 14\end{bmatrix}^T$$

$$\dot{\hat{x}}=(A-GC)\hat{x}+Bu+Gy=\begin{bmatrix}0 & -100\\1 & -20\end{bmatrix}\hat{x}+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}100\\14\end{bmatrix}y$$

本章小结

- 理解相关
  - 综合类型（镇定、极点配置、观测器、等）
  - 反馈结构（状态/输出/基于观测器）
  - 综合的一般流程
- 运算相关
  - 镇定设计过程
  - 极点配置设计过程
  - 基于状态观测器的系统综合过程

本章小结

- 本章作业

  - 知识点梳理

  - 课后习题：5-11（设计全维观测器：-3、-3；基于观测器状态反馈控制：-10、-10）

谢谢