

بسم الله الرحمن الرحيم

گزارش تمرین سری 7 پایتورچ نوروساینس

امیرحسین رستمی

پوریا ملاحسینی

دکتر کربلایی آفاجان

دانشگاه صنعتی شریف

تابستان 98

پاسخ خواسته ی شماره اول :

نکته ی مهم: در تمارین قبلی جهت تمیز کردن loss function داشتیم که از ابزار قوی optimizer – که به کمک بهره گیری از هاب های زیر پیاده سازی شده بود– استفاده کردیم اما در این تمرین به دلیل پرهیز از پیچیدگی ماژول کلاس های شبکه ی عصبی از استفاده کردن از این ابزار خود داری کرده ام.

• پیش بخش :آنچه گذشت

مروری بر کد شبکه ی عصبی ساده ی تمرین قبل هم چنین منابع زیر جهت پیاده سازی ابزار های از قبیل adamOptimizer و ... استفاده شده است.

- <https://github.com/jcjohnson/pytorch-examples>
- <https://github.com/synxlin/nn-compression>

در ادامه ابتدا کد شبکه ی تک لایه ی تمرین شماره 5 را می آوریم و سپس جهت ساده سازی شبکه و پیاده سازی ساختار فیدبک دار (بازگشتی و زیست محور) یک نمونه کد دیگر از شبکه ی عصبی پیاده سازی می کنیم که ضریب پیچیدگی به نسبت کمتری در بردارد.

کد شبکه ی تمرین سری قبل :

```
1
2 # one hidden layer neural networks...
3
4 import torch
5 import numpy as np
6 import torch.nn as nn
7 import torch.nn.functional as F
8
9 class Net(nn.Module):
10
11     def __init__(self, input_size, output_size, hidden_size, learning_rate):
12
13         super(Net, self).__init__() # one hidden layer
14         self.inputSize = input_size
15         self.outputSize = output_size
16         self.hiddenSize = hidden_size
17
18         self.learning_rate = learning_rate
19         self.current_error = 1
20         self.previous_error = 0
21         # saving log for drawing the plots...
22         self.netLog = []
23
24         self.last_step = 1
25         self.dynamic_learning_rate = 1
26         # using previous datas... for backward & error propagation ...
27         self.learning_gradient = 1
28         self.previous_learning_gradient = 1
29
30         # weights initialize
31         self.neuronLog = []
32         self.W1 = torch.randn(self.inputSize, self.hiddenSize) # first Weights ...
33         self.W2 = torch.randn(self.hiddenSize, self.outputSize) # second Weights ...
34         return
35
36
```

```

37 def forward(self, X):
38
39     # input * weights == firstLayer ...
40     # firstLayer * Function(sigmoid function instead u(t)) --> input for hiddenLayer
41     # HiddenLayer * secondWeights
42     # afterHiddenLayer * Function(Sigmoid function instead u(t)) --> final output
43
44     self.firstL = torch.matmul(X, self.W1)
45     self.afterFirstL = self.sigmoid(self.firstL) # activation function
46     self.updateNeuronLog(self.afterFirstL)
47     self.HiddenL = torch.matmul(self.afterFirstL, self.W2)
48     afterHiddenL = self.sigmoid(self.HiddenL)
49     return afterHiddenL
50
51
52 #Activation Function
53 def sigmoid(self, s):
54     # sigmoid function
55     return (1 / (1 + torch.exp(-s)))
56
57 # ramp function
58 def relu(self, s):
59     if (s<=0):
60         return 0
61     else:
62         return s
63
64 def reluPrime(self, s):
65     # derivative of ramp function
66     if (s<= 0 ):
67         return 0
68     else:
69         return 1
70
71 def sigmoidPrime(self, s):
72     # derivative of sigmoid function
73     # it converges and has a lot of fluctuation ... return self.sigmoid(s) * (1 - self.sigmoid(s))
74     return s*(1-s)
75
76 def backward(self,inp,realOutput,gottenOutput):
77
78     # for firstLayer
79     self.outEr = realOutput - gottenOutput
80     self.outDelta = self.outEr * self.sigmoidPrime(gottenOutput)
81
82     # for secondLayer
83     self.afterFirstL_Error = torch.matmul(self.outDelta,torch.t(self.W2))
84     self.afterFirstL_Delta = self.afterFirstL_Error * self.sigmoidPrime(self.afterFirstL)
85
86     # modify Weights
87     # firstLayer Ws
88     self.W1 = self.W1 + torch.matmul(torch.t(inp),self.afterFirstL_Delta) * self.learning_rate
89     self.W2 = self.W2 + torch.matmul(torch.t(self.afterFirstL_Delta),self.outDelta) * self.learning_rate
90     self.current_error = torch.mean(torch.abs(self.outEr))
91     # add to log ...
92     self.updateLog()
93
94     self.learning_gradient = (self.previous_error - self.current_error) / self.previous_error
95     if self.dynamic_learning_rate == 1 and self.previous_error != 0:
96
97         if self.learning_gradient > self.previous_learning_gradient:
98             self.learning_rate = self.learning_rate / 1.1
99             # self.last_step = self.last_step / 2
100         else:
101             self.learning_rate = self.learning_rate * 1.1
102             # self.last_step = 1
103
104     self.previous_learning_gradient = self.learning_gradient
105     self.previous_error = self.current_error
106     return
107

```

```

110 def train(self, inp, realOut):
111     # forward + backward pass for training
112     calOut = self.forward(inp)
113     self.backward(inp, realOut, calOut)
114     # print(self.W1, '\n', self.W2)
115     return
116
117 def saveWeights(self, repository, address):
118     # we will use the PyTorch internal storage functions
119     torch.save(repository, address)
120     # torch.load(address)
121     return
122
123 def updateLog(self):
124     self.netLog.append([self.current_error * 10, self.learning_rate, self.learning_gradient])
125     return
126
127 def getLog(self):
128     outlog = np.array(self.netLog)
129     return outlog
130
131 def updateNeuronLog(self, hidden_neurons_log):
132     self.neuronLog.append([np.array(hidden_neurons_log)])
133     return
134
135 def getNeuronLog(self):
136     return self.neuronLog
137
138 def setLearningRate(self, learning_rate):
139     self.learning_rate = learning_rate
140     return
141
142 def setDynamicLearningRate(self, dynamic_learning_rate):
143     self.dynamic_learning_rate = dynamic_learning_rate
144     return
145
146 def setTrain(self, training_sample_input, training_sample_output, batch_size, epoches_number, learning_rate,
147             dynamic_learning_rate):
148
149     self.setLearningRate(learning_rate)
150     self.setDynamicLearningRate(dynamic_learning_rate)
151     X1 = []
152     Y1 = []
153
154     # saving data in X1,Y1 --> need for plot ...
155     for i in range(0, batch_size):
156         X1.append(training_sample_input)
157         Y1.append(training_sample_output)
158
159     X1 = torch.cat(X1, 0)
160     Y1 = torch.cat(Y1, 0)
161     for i in range(0, epoches_number):
162         self.train(X1, Y1)
163     return

```

- بخش اول : تکمیل و توانمند سازی مدل به کمک پیاده سازی ساختار فیدبک دار (بازگشتی) جهت هر چه نزدیک تر شدن به حالت زیستی موجود به کمک مقاله ی ارایه شده

ابتدا توجه کنید که رابطه ی حیاتی ایجاد گر فیدبک رابطه ی کلیدی زیر می باشد:

$$\mathbf{x}_t = (1 - \alpha)\mathbf{x}_{t-1} + \alpha(W^{\text{rec}}\mathbf{r}_{t-1} + W^{\text{in}}\mathbf{u}_t) + \sqrt{2\alpha\sigma_{\text{rec}}^2} \mathbf{N}(0, 1),$$

حال به پیاده سازی این رابطه در شبکه ی عصبی می پردازیم : اما پیش از پیاده سازی طبق گفته ی صورت تمرین داریم که از ترم آخر که به نوعی نویز گاوسی سفیدی! اعمالی در خروجی است صرف نظر می کنیم.

حال برویم سراغ پیاده سازی شبکه... پیش از بررسی ذکر این نکته ضروری است که در کد پیاده شده ما یک لایه از ورودی به پنهان اولیه داریم، یک لایه ی دیگر از پنهان اول به پنهان دوم و لایه ی دیگر از پنهان دوم به خروجی وجود دارد و مانور رابطه ی فوق طبق متن مقاله در لایه های پنهان به پنهان و ورودی به پنهان می باشد.

شبکه ی پیاده سازی شده :

```
1 import torch
2 import torch.nn as nn
3 from torch.autograd import Variable
4
5 class RNN(nn.Module):
6     def __init__(self, input_size, hidden_size, output_size):
7         super(RNN, self).__init__()
8
9         self.input_size = input_size
10        self.hidden_size = hidden_size
11        self.output_size = output_size
12
13        # weights initialize
14        self.inpHid1 = nn.Linear(input_size, hidden_size)
15        self.hid1Hid2 = nn.Linear(hidden_size, hidden_size)
16        self.hid2Out = nn.Linear(hidden_size, output_size)
17        self.activationFunction = nn.Tanh()
18
19    def forward(self, input, hidden):
20
21        # somehow as
22        a = 0.5
23
24        # input * weights == firstLayer ...
25        # firtsLayer * Function(sigmoid function instead u(t)) --> input for hiddenLayer
26        # HiddenLayer * secondWeights
27        # afterHiddenLayer * Function(Sigmoid function instead u(t)) --> final output
28
29        # according to the formula.
30        hidden = self.activationFunction((1-a)*hidden + a*self.inpHid1(input) + a*self.hid1Hid2(nn.functional.relu(hidden)))
31        output = self.activationFunction(self.hid2Out(hidden))
32        return output, hidden
33
34    def backProp(self):
35        # creating backpropagation matrix
36        return Variable(torch.zeros(1, self.hidden_size))
```

نکات پیش شبیه سازی و اجرای دیتاست ها

- می دانیم خروجی برخی دیتاست ها باینری هست و این ناپیوستگی برای شبکه ی ما ناخوشایند است لذا در چنین مواقع یک تابع اکتیواسیون خوب قرار داده ایم از قبیل tanh و sigmoid و relu که در این مرحله ما tanh را در نظر گرفتیم.
- طبق گفته ی صورت پروژه از نويز داخلي صرف نظر کرده ایم و صرفا نويز ورودی را فرض بر وجود کرده ایم.

نکته ی چالشی : چگونه رفتار Excitatory-Inhibitory را پیاده سازی کنیم؟

پاسخ : به این شکل که می دانیم (طبق اسلاید ها و مقاله) اثر تحریکی همانند خانه های با علامت مثبت- صفر و اثر Inhibitory همانند خانه های با علامت منفی- صفر می باشد و داریم که برای پیاده سازی نورون های چند گانه باید این فیلتر علامت را روی ماتریس وزن خود اعمال کنیم.

حال سوال بعد، چگونه این پیاده سازی را انجام بدهیم؟

پاسخ : در هر مرحله به روز رسانی ماتریس اوزان این شرط را اعمال می کنیم به این طریق که :

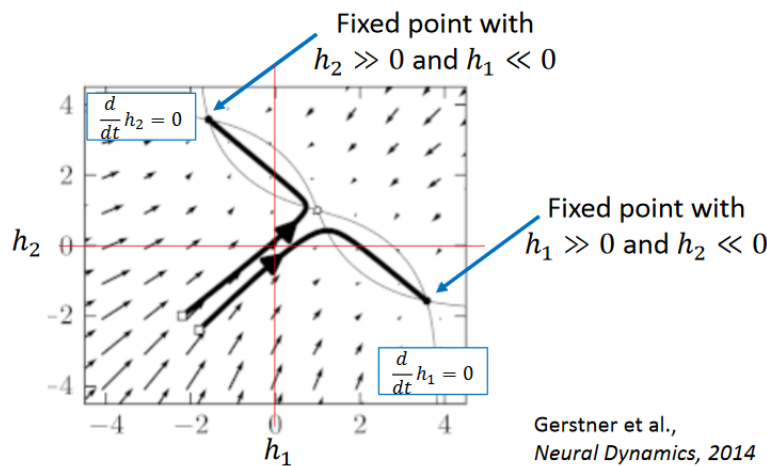
- اوزان روی قطر اصلی صفر می شوند.
 - به میزان درصد نورون های تحریکی، خانه های ماتریس وزن دارای مقدار مثبت- صفر و به میزان درصد نورون های مهارکننده نیز خانه های ماتریس وزن دارای مقدار منفی- صفر می گردد و با توجه به بحث اسلاید های درس و مقاله از آنجا که شدت میزان نورون های تحریکی خیلی بیشتر از نورون های مهارتی است بنده در نظر گرفتم که مثلا 80 درصد نورون ها تحریک کننده و 20 درصد نورون های مهارتی است.
- که موارد بالا به صورت اجرای جاروبی for در هر مرحله به روز رسانی شبکه انجام می گیرد.

• پیاده سازی تسک اول: Perceptual Decision Making

1- توضیحات و معرفی: این تسک طبق مقاله به دو روش پیاده سازی شده است که در اینجا به بررسی هر دو روش می پردازیم

می دانیم که یادگیری من جمله مسایل پر چالش و بررسی نوروساینس است. غالب اوقات نوروها در اثر مجموعه ای از سیگنال های ورودی شروع به تصمیم گیری می کنند و این سیگنال های ورودی می توانند دارای نویز نسبی ای باشند. در فرآیند تصمیم گیری همانند مطالب ذکر شده در سری اسلاید های درس داریم که تصمیم گیری بدین طریق انجام می گیرد که در اثر ورود تحریک به شبکه ی عصبی برخی دسته نوروها excite شده و برخی نوروها inhibit شده است و به یاد داریم که دست و پنجه نرم کردن این شدت تحریک/مهارد نقش اصلی در تصمیم گیری شبکه ی عصبی دارد.

برای شفاف تر شدن این قضیه داریم که به اسلاید ها رجوع می کنیم:



همانطور که می دانید اگر شدت تحریک نوروها تحریکی به اندازه خوبی از شدت مهارد نوروها مهارد کننده بهتر باشد تصمیم گیری مطابق میل نوروها تحریکی خواهد بود اما اگر شدت تحریک نوروها مهاردی بیشتر باشد در نهایت خواهیم داشت که تصمیم گیری به سمت میل مهاردکنندگی خواهد بود.

2- تولید دیتا ست:

آزمایش مرجع مربوط به این بخش، آزمایش حرکت تصادفی است. برای مدل سازی این آزمایش، نیاز داریم درصد حرکت نقاط را در دو جهت مختلف به گونه ای در ورودی مدل کنیم. می دانیم که هر چقدر درصد نقاط که در یک جهت حرکت کنند بیشتر باشد، تعیین جهت حرکت عمومی راحت تر است. برای مدل کردن این رفتار، از دو مقدار ثابت استفاده می کنیم که نماد درصد حرکت نقاط هستند.

تسک اول : Perceptual Decision Making

• تصمیم گیری پس از مشاهده ی کل ورودی

در این پیاده سازی، شبکه پس از مشاهده ی تمام ورودی اعمال شده تصمیم خود را در یک جهت می گیرد. برای سادگی پیاده سازی بدین ترتیب عمل می کنیم:

پس از اتمام هر ورودی در طول زمان، تنها آخرین خروجی را مد نظر قرار می دهیم و با مقایسه ی آن با خروجی مطلوب وزن ها را آپدیت می کنیم توجه کنید که همانطور که اشاره کردم خروجی ها دو بیتی هستند که یکی صفرو دیگری یک می باشد (جهت یابی و طبیعتاً یک جهت انتخاب می شود).

• تصمیم گیری بلافاصله پس از رسیدن به تصمیم اولیه در اثر ورود داده ها

نمونه ای از خروجی را در ادامه خواهیم دید و اثر تغییر مقدار نورون های تحریکی و مهاري را خواهیم دید.

شکل ضمیمه شده (دو شکل اول) درصد پاسخ گویی شبکه روی داده ی تست را به ازای تحریک هایی با طول مختلف و به ازای تفاوت در اندازه ی ورودی نشان می دهد. مشاهده می کنیم که با افزایش مقدار درصد پاسخ گویی زیاد می شود و افزایش طول تحریک نیز به طور تقریبی اثری در افزایش پاسخ گویی دارد.

هم چنین در ادامه نیز نمودار های مربوط به حالت Loss , convergence to truth را هم قرار داده ام.

یادآوری :

به جدول زیر که از مقاله اقتباس شده است توجه کنید و با نتایج خروجی کد مقایسه کنید

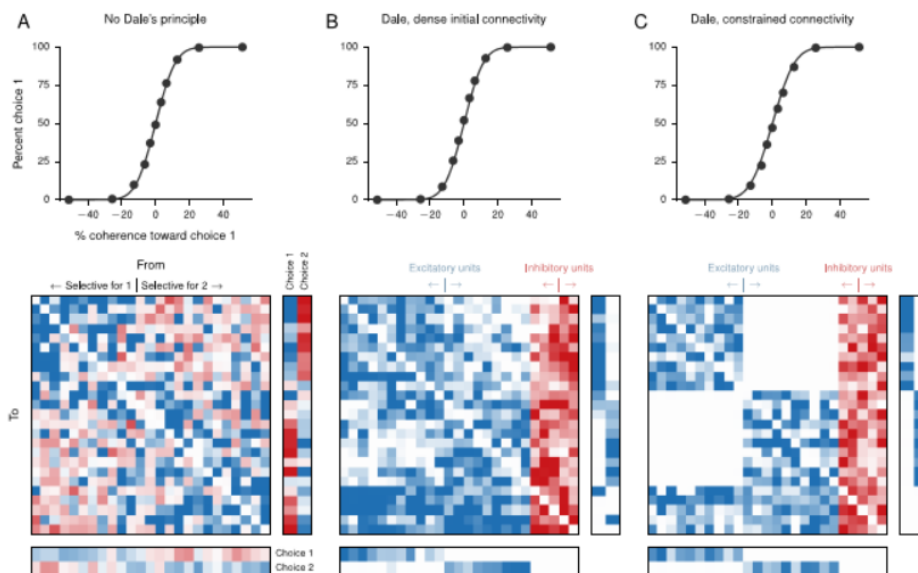
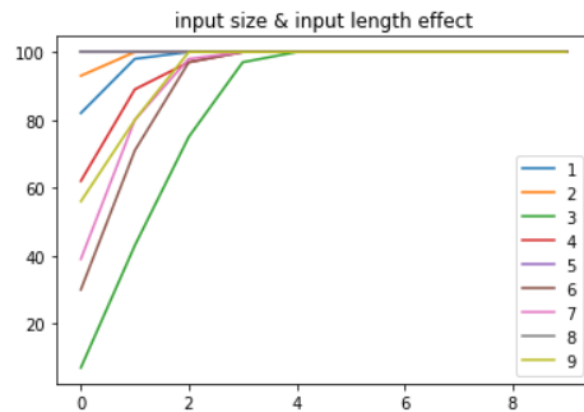
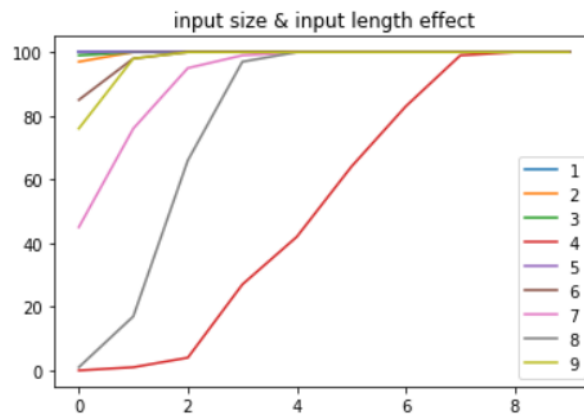


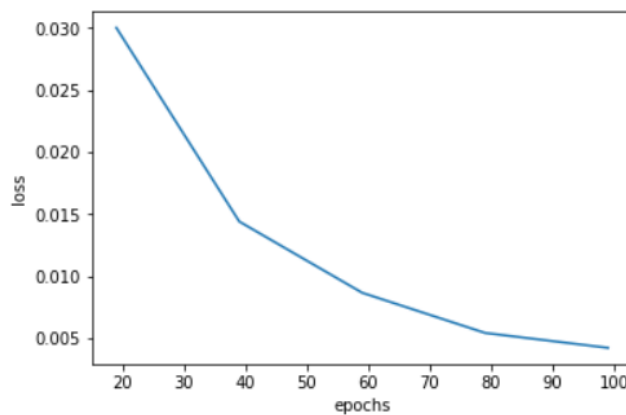
Fig 3. Perceptual decision-making networks with different constraints. (A) Psychometric function (percent choice 1 as a function of signed coherence) and connection weights (input, upper-right; recurrent, upper-left; and output, lower) for a network in which all weights may be positive or negative, trained for a perceptual decision-making task. Connections go from columns ("pre-synaptic") to rows ("post-synaptic"), with blue representing positive weights and red negative weights. Different color scales (arbitrary units) were used for the input, recurrent, and output matrices but are consistent across the three networks shown. In the psychometric function, solid lines are fits to a cumulative Gaussian distribution. In this and the networks in B and C, self-connections were not allowed. In each case 100 units were trained, but only the 25 units with the largest absolute selectivity index (Eq 30) are shown, ordered from most selective for choice 1 (large positive) to most selective for choice 2 (large negative). (B) A network trained for the same task as in A but with the constraint that excitatory units may only project positive weights and inhibitory units may only project negative weights. All input weights were constrained to be excitatory, and the readout weights, considered to be "long-range," were nonzero only for excitatory units. All connections except self-connections were allowed, but training resulted in a strongly clustered pattern of connectivity. Units are again sorted by selectivity but separately for excitatory and inhibitory units (20 excitatory, 5 inhibitory). (C) Same as B but with the additional constraint that excitatory recurrent units receiving input for choice 1 and excitatory recurrent units receiving input for choice 2 do not project to one another, and each group sends output to the corresponding choice.

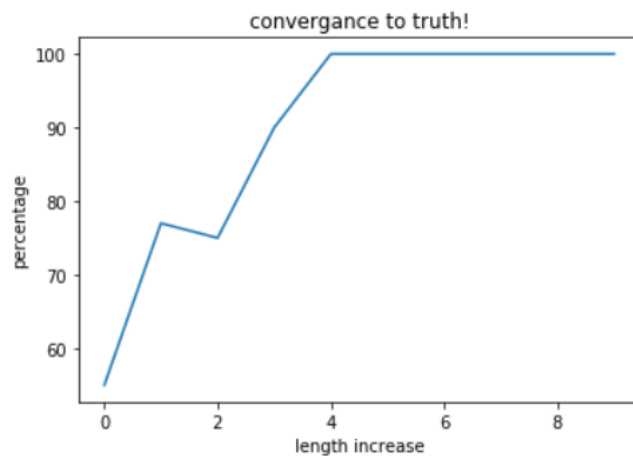
- نمودار بخش پیاده سازی اول تسک اول:

○ نمودار اول : اثرگذاری سایز دنباله ورودی و اندازه ی ورودی در پاسخ (به ازای 2 بار ران مختلف!)

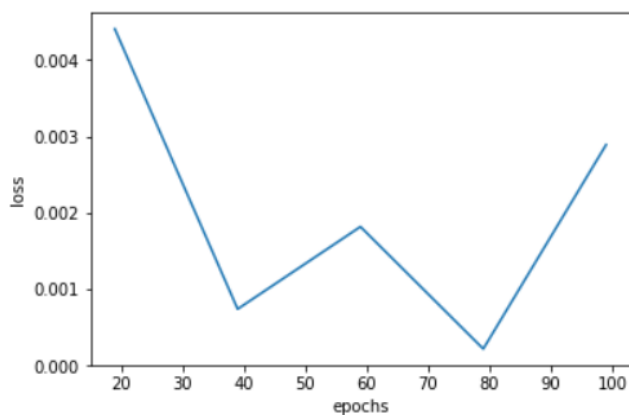
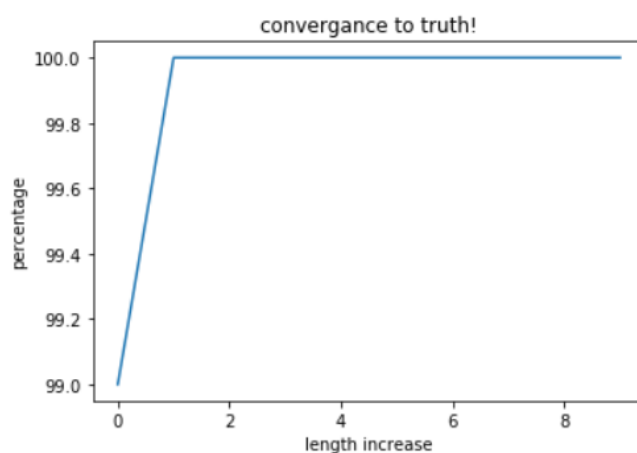


○ نمودار دوم : در ادامه نمودار های loss و میزان صحت را برای چند مرتبه سایز ورودی بررسی می کنیم.





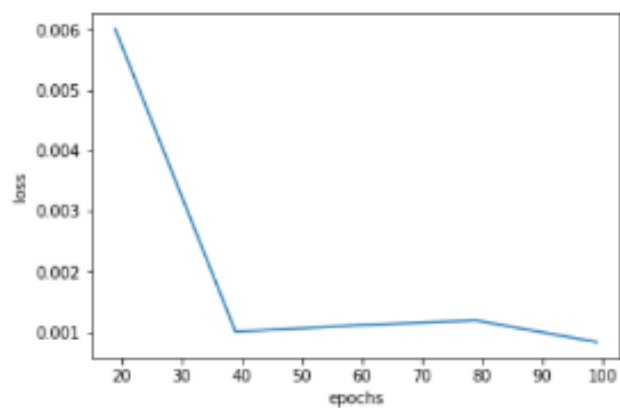
تغییر سایز ورودی : (در کد اصلی جابوب 10 مرحله ای زده ام و در هر مرحله نمودار loss و convergence to truth را ترسیم کرده ام.



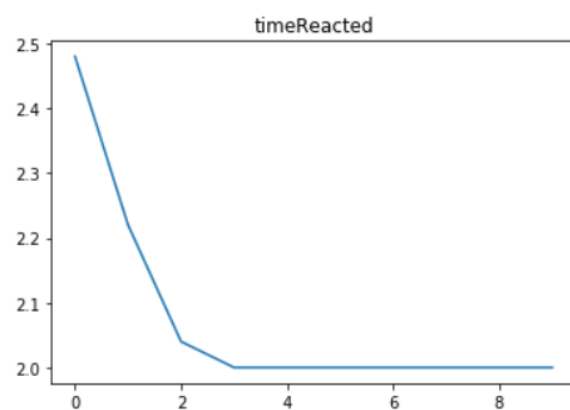
و هم چنین برای حالت های دیگر که به تدریج سایز ورودی افزایش پیدا می کند خواهیم داشت که درصد رخداد صحت خروجی به شدت زودتر به 100 درصد همگرا می گردد.

- نمودار بخش پیاده سازی دوم تست اول:

○ نمودار loss function و convergence to truth



نمودارهای های همگرایی به پاسخ درست و نمودار زمان واکنش دهی



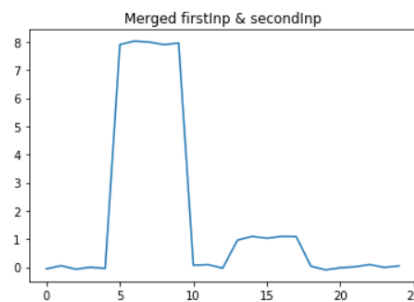
تسک دوم: Parametric Working Memory

تفاوت این تسک با تسک قبلی در این است که در این تسک به بررسی فرکانسی دو ورودی می پردازیم و البته منظورم از بررسی فرکانسی این است که ببینیم فرکانس کدام یک بیشتر و کدام یک کمتر است اما توجه کنید که دو ورودی به صورت پارالل وارد نمی شوند بلکه به صورت متوالی و با مدت زمانی مکث بین دو ورودی انجام می گیرد.

• پیاده سازی دیتاست :

برای پیاده سازی دیتاست ابتدا می دانیم که شبکه ی یک ورودی دارد لذا برای اینکه بتوانیم هر دو ورودی را به مدار بدهیم لازم است تا با یک فاصله ی زمانی معقول دو ورودی را با یکدیگر (به همراه مقدار درفاصله ی زمانی وسط صفر!) متصل می کنیم و به شبکه می دهیم و در عوض دو خروجی می گیریم که به ترتیب متناظر با فرکانس اول و فرکانس دوم می باشد لذا هر کدام که توسط شبکه بزرگتر تعیین گردد مقدار یک خروجی را از آن خود می کند.

نمونه ورودی اعمالی :



نکته : در ادامه خواهیم دید که هرچه مقدار تفاوت دو تحریک زیاد تر باشد تصمیم گیری برای شبکه راحت تر بوده و درصد پاسخ صحیح بیشتر خواهد شد.

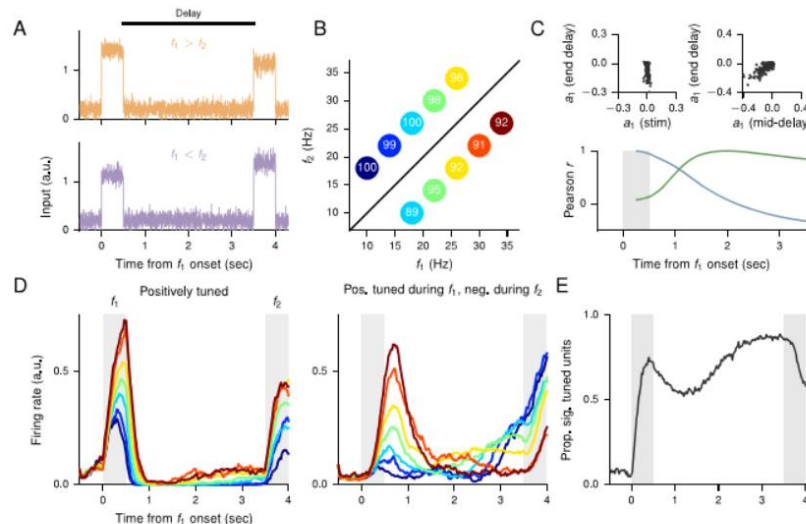
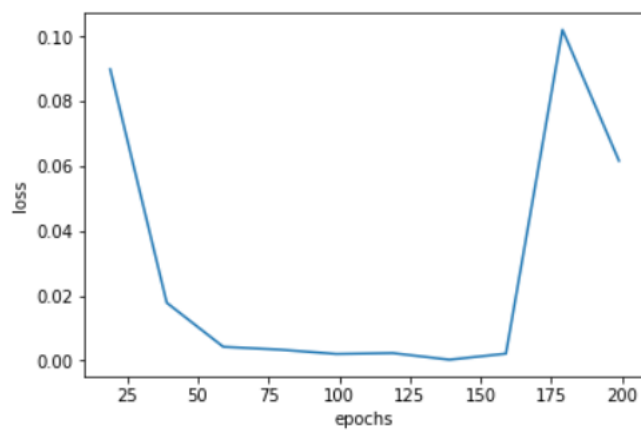


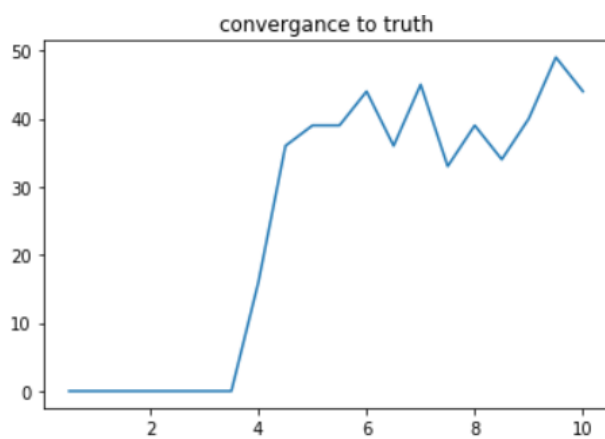
Fig 7. Parametric working memory task. (A) Sample positively tuned inputs, showing the case where $f_1 > f_2$ (upper) and $f_1 < f_2$ (lower). Recurrent units also receive corresponding negatively tuned inputs. (B) Percentage of correct responses for different combinations of f_1 and f_2 . This plot also defines the colors used for each condition, labeled by f_1 , in the remainder of the figure. Due to the overlap in the values of f_1 , there are 7 distinct colors representing 10 trial conditions. (C) Lower: Correlation of the tuning a_1 (see text) at different time points to the tuning in the middle of the first stimulus period (blue) and middle of the delay period (green). Upper: The tuning at the end of delay vs. middle of the first stimulus (left) and the end of delay vs. middle of the delay (right). (D) Single-unit activity for a unit that is positively tuned for f_1 during both stimulus periods (left), and for a unit that is positively tuned during the first stimulus period but negatively tuned during the second stimulus period (right). (E) Proportion of significantly tuned units based on a simple linear regression of the firing rates as a function of f_1 at each time point.

نمودارها:

loss Function ○



convergence to truth ○



تسک سوم : Sequence Execution

در این تسک به دنبال مدل کردن حرکت یک نقطه توسط چشم هستیم و خروجی شبکه ی عصبی ما محل چشم است و دارای دو مختصه ی طول و عرض است.

پیاده سازی تسک: پیش از پیاده سازی تسک ابتدا مروری بر مطالب ذکر شده در مقاله می پردازیم.

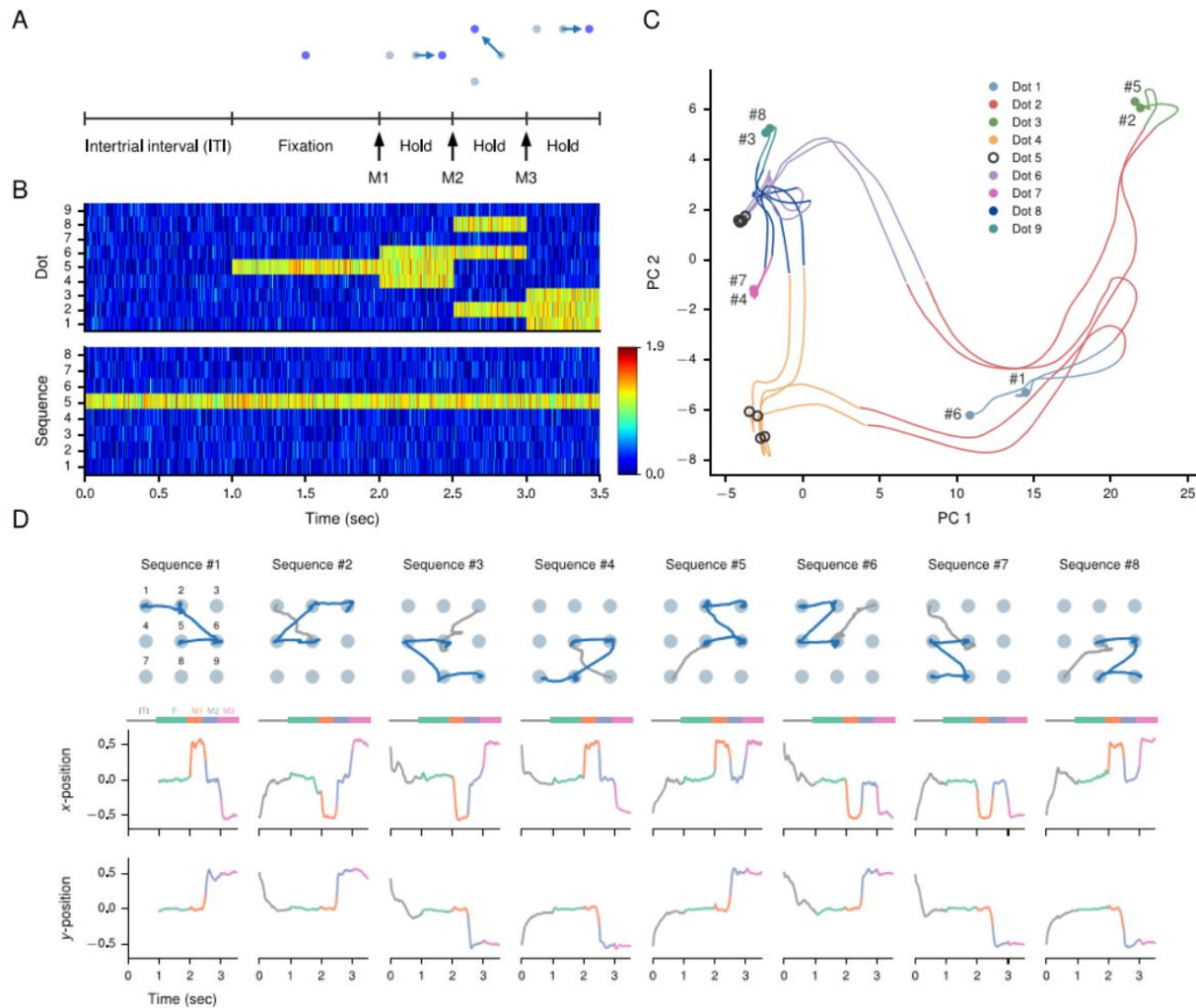


Fig 8. Eye-movement sequence execution task. (A) Task structure (for Sequence 5) and (B) sample inputs to the network. During the intertrial interval (ITI) the network receives only the input indicating the current sequence to be executed. Fixation is indicated by the presence of a fixation input, which is (the central) one of 9 possible dot positions on the screen. During each movement, the current dot plus two possible target dots appear. (C) State-space trajectories during the three movements M1, M2, and M3 for each sequence, projected on the first two principal components (PCs) (71% variance explained, note the different axis scales). The network was run with zero noise to obtain the plotted trajectories. The hierarchical organization of the sequence of movements is reflected in the splitting off of state-space trajectories. Note that all sequences start at fixation, or dot 5 (black), and are clustered here into two groups depending on the first move in the sequence. (D) Example run in which the network continuously executes each of the 8 sequences once in a particular order; the network can execute the sequences in any order. Each sequence is separated by a 1-second ITI during which the eye position returns from the final dot in the previous trial to the central fixation dot. Upper: Eye position in "screen" coordinates. Lower: x and y-positions of the network's outputs indicating a point on the screen. Note the continuity of dynamics across trials.

تولید دیتاست :

همانطور که متن مقاله به صورت دقیق به نحوه تولید دیتاست اشاره کرد داریم که دیتاست دارای دو بخش است

- 1- بخشی با 9 ورودی که متناظر با 9 محل موجود در صفحه است
- 2- بخشی با 8 ورودی که متناظر با یکی از 8 دنباله ی حرکتی موجود است

لذا در برآیند داریم که $9 + 8 = 17$ ورودی به شبکه اعمال می شود. در ابتدا 9 ورودی اول همگی خاموش اند و سپس شروع اولیه ی حرکت (5 امین ورودی) که در وسط صفحه قرار دارد برای مدتی روشن می شود. در ادامه داریم که برای سه بازه ی متوالی در هربازه سه ورودی روشن هستند که متناظر با محل فعلی نقطه، و دو محل احتمالی بعدی آن هستند. هم چنین ورودی های دیگر که نگارنده ی نوع دنباله ی حرکتی اند (مورد دوم بالا) در تمام طول زمان اجرا ثابت اند و خروجی ها هم x, y متناظر با محل چشم است.

• پیاده سازی تسک:

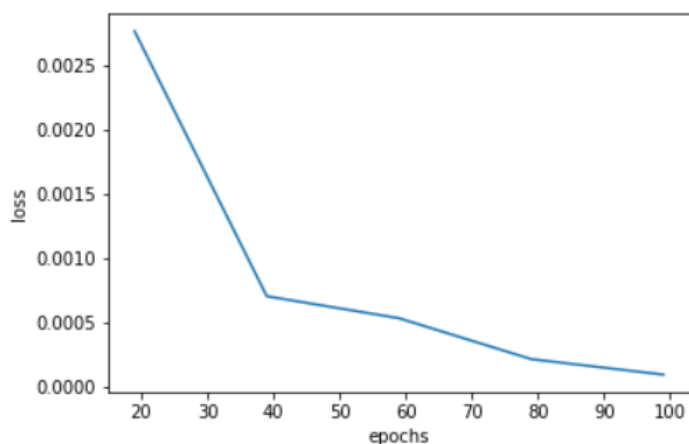
در این بخش ما به دو طریق training را انجام داده ایم.

- 1- تمام 17 ورودی موجود را در train شبکه به آن می دهیم و لذا طبیعی است که loss function با نرخ بیشتری میرا می گردد و در ادامه نمودار ها هم چنین چیزی را نشان می دهند.
- 2- در این حالت صرفا ورودی های مربوط به محل به شبکه برای انجام train داده می شود و کاری به دنباله ی حرکتی نداریم و خب منطقی است که در این حالت نسبت به حالت قبل با نرخ کمتری loss function میرا می گردد. (در ادامه نمودار ها را ضمیمه کرده ام).

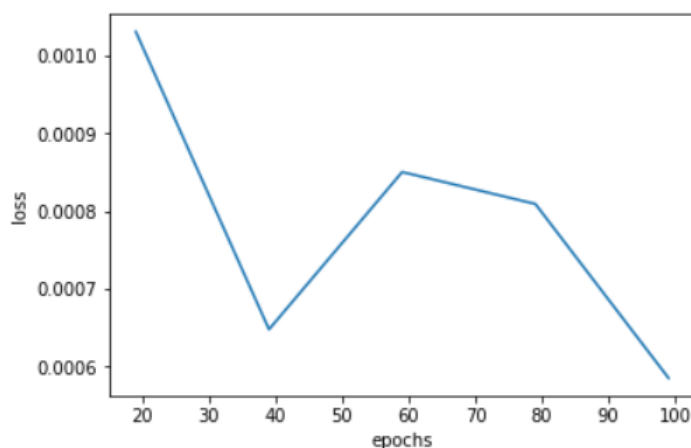
نمودارها:

نمودار lossFunction :

○ پیاده سازی حالت اول:



○ پیاده سازی حالت دوم:



نتیجه گیری و استدلال :

همانطور که ذکر کردم از آنجا که در Train شماره اول از همه ی 17 تا ورودی استفاده کردیم لذا انتظار معقولی بود که طبق نکته ای که اشاره کردم loss function با rate نسبتا خوبی کاهش پیدا کند اما در حالت دوم که از ورودی های حرکتی صرف نظر کردم طبیعتا نسبت به حالت اول باید با نرخ دیرتری loss function کاهش می یافت که همین نتیجه در نمودار های بالا مشاهده شده است.

سایر نمودار ها: چون تعداد نمودار ها خیلی زیاد می شد صرفا یک جهت حرکتی را مورد بررسی قرار می دهم.

همانطور که انتظار می رفت در حالت Train کردن شبکه با مقدار محدود از ورودی ها خواهیم داشت که شباهت بین output و target نسبت به حالتی که شبکه به کمک دیتاست قوی تری و تعداد ورودی های بیشتری ترین شده است کمتر خواهد بود که همانطور که در نمودار های موجود در شکل زیر می بینید همین اتفاق رخ می دهد و دو نمودار اول مربوط به ترین کردن 1 و دو نمودار دوم مربوط به ترین کردن 2 است.

