

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУВО «Пензенский Государственный Университет»
Кафедра «Информационно-вычислительные системы»

ОТЧЁТ

по лабораторной работе №7
«Вычисление интегралов в задачах геометрии и механики»

Выполнил: ст.гр. 19ВИ1
Мельхов А.А.
Проверил: ст.преподаватель
Голобокова Е.М.

Пенза, 2020

Лабораторная работа №7

Тема: «Вычисление интегралов в задачах геометрии и механики»

Вариант №13

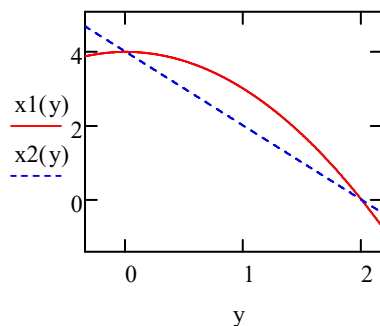
Цель работы: вычисление интегралов в задачах геометрии и механики в программе MathCad.

I Вычислить площадь плоской фигуры ограниченной заданными линиями.

1 Записать уравнение кривых, которые ограничивают площадь плоской фигуры.

$$x1(y) := 4 - y^2 \quad x2(y) := -2y + 4$$

2. Найти точки их пересечения, для того чтобы использовать их у двукратном интегрировании



$$Ay := 0 \quad Ax := 2 \quad By := 4 \quad Bx := 0$$

3 Обратиться на панели Символы к функции simplify.

4 Ввести оператор интегрирования. В соответствующих местах заполнить имя первой переменной и границы интегрирования.

5 На месте ввода функции под интегралом ввести еще один оператор интегрирования, границы интегрирования и подынтегральную функцию

$$\int_0^2 \int_{-2y+4}^{4-y^2} 1 \, dx \, dy \, \text{simplify} \rightarrow \frac{4}{3}$$

1 Записать уравнение кривых, которые описывают область пластины.

$$y_1(x) := 0 \quad y_2(x) := \sqrt{2x - x^2}$$

2. Найти точки их пересечения, для того чтобы использовать их у двукратном интегрировании

3 Найти площадь через двойной интеграл

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} 1 \, dx \, dy \text{ simplify } \rightarrow 2 \cdot \sqrt{2 \cdot x - x^2} \quad \begin{matrix} Ax := 0 \\ Ay := 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} Bx := 2 \\ By := 0 \end{matrix}$$

4. Найти аналогично статические моменты M_x и M_y пластины относительно осей Ox и Oy как двойные интегралы

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} x \, dx \, dy \text{ simplify } \rightarrow 2 \cdot x - x^2 \quad \int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} y \, dx \, dy \text{ simplify } \rightarrow 2 \cdot \sqrt{2 \cdot x - x^2}$$

5, Определить координаты центра тяжести как отношение подынтегральной функции, которая определяет статические моменты пластины относительно осей Ox и Oy

$$X := \frac{2 \cdot x - x^2}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot x - x^2}} \quad Y := \frac{2 \sqrt{2 \cdot x - x^2}}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot x - x^2}}$$

Контрольные вопросы

1 Какие геометрические характеристики можно вычислить с использованием интегралов?

Площадь, координаты центра тяжести

2 Как вычислить центр тяжести через интегралы?

1 Записать уравнения кривых, которые описывают область D пластины.

2 Найти точки их пересечения, для того чтобы использовать их в двукратном интегрировании.

3 Найти площадь S однородной пластинки через двойной интеграл.

3.1 Обратиться на панели Символы к функции *simplify*.

3.2 Ввести оператор интегрирования. В соответствующих местах заполнить имя первой переменной и границы интегрирования.

3.3 На месте ввода функции под интегралом ввести еще один оператор интегрирования, границы интегрирования и подынтегральную функцию

$$S = \iint_D dx dy.$$

4 Найти аналогично статические моменты M_x и M_y пластины относительно осей Ox и Oy как двойные интегралы

$$M_x = \iint_D y dx dy, \quad M_y = \iint_D x dx dy.$$

5 Определить координаты центра тяжести как отношение подынтегральной функции, которая определяет статические моменты пластины относительно осей Ox и Oy

$$x = \frac{M_y}{S}, \quad y = \frac{M_x}{S}.$$

Вывод: понял как находить площадь и координаты центра тяжести в MathCad.

