МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФГБОУВО «Пензенский Государственный Университет»
Кафедра « Информационно-вычислительные системы»

ОТЧЁТ

по лабораторной работе №3
«Действия с векторами и матрицами в MathCad»

Выполнил: ст.гр. 19ВИ1
Мельхов А.А.
Проверил: ст.преподователь
Голобокова Е.М

Пенза, 2020

Лабораторная работа №3
Тема: «Действия с ветормами и матрицами в MathCad»
Вариант №13

Цель работы: выполнение действий с векторами и матрицами в программе MathCad

1. Создать квадратные матрицы A, B, D размером (5,5,4 соответственнно) первым способом

$$A := \begin{pmatrix} 10 & 5 & 6 & 2 & 1 \\ 9 & 5 & 23 & 10 & 1 \\ 8 & 9 & 7 & 2 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & 9 & 7 & 23 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 10 & 14 & 5 & 7 & 9 \\ 9 & 2 & 7 & 2 & 10 \\ 15 & 3 & 7 & 8 & 9 \\ 31 & 12 & 5 & 9 & 4 \\ 15 & 90 & 80 & 24 & 32 \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 10 & 8 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 8 & 91 & 5 & 25 \\ 37 & -11 & -25 & -20 \end{pmatrix}$$

2. Иследовать следующие свойства матриц на примере преобразования заданных массивов:

Транспонированная матрица суммы двух матриц равна сумме транспонированных матрицы

$$(A + B)^T = \begin{pmatrix} 20 & 18 & 23 & 35 & 16 \\ 19 & 7 & 12 & 17 & 96 \\ 11 & 30 & 14 & 6 & 89 \\ 9 & 12 & 10 & 14 & 31 \\ 10 & 11 & 15 & 7 & 55 \end{pmatrix} \quad A^T + B^T = \begin{pmatrix} 20 & 18 & 23 & 35 & 16 \\ 19 & 7 & 12 & 17 & 96 \\ 11 & 30 & 14 & 6 & 89 \\ 9 & 12 & 10 & 14 & 31 \\ 10 & 11 & 15 & 7 & 55 \end{pmatrix}$$

Транспонированная матрица произведения двух матриц равна сумме произведению транспонированных матриц, взятых в обратном порядке

$$(A \cdot B)^T = \begin{pmatrix} 312 & 805 & 418 & 300 & 761 \\ 282 & 415 & 715 & 399 & 2.207 \times 10^3 \\ 217 & 371 & 642 & 327 & 1.985 \times 10^3 \\ 170 & 371 & 292 & 163 & 706 \\ 234 & 410 & 425 & 211 & 914 \end{pmatrix} \quad B^T \cdot A^T = \begin{pmatrix} 312 & 805 & 418 & 300 & 761 \\ 282 & 415 & 715 & 399 & 2.207 \times 10^3 \\ 217 & 371 & 642 & 327 & 1.985 \times 10^3 \\ 170 & 371 & 292 & 163 & 706 \\ 234 & 410 & 425 & 211 & 914 \end{pmatrix}$$

При транспонировании квадратной матрицы определитель не меняется:

$$|A| = -8.065 \times 10^4 \qquad |A^T| = -8.065 \times 10^4$$

Произведение квадратной матрицы на соответствующую ей квадратную дает единичную матрицу (элементы главной диагонали кдиничной матрицы равны 1, а все остальные - 0)

$$D \cdot D^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти обратные матрицы для А.В

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0.223 & -0.032 & -0.115 & -0.012 & 0.023 \\ -0.204 & 4.798 \times 10^{-3} & 0.226 & 0.064 & -0.058 \\ -0.045 & 0.044 & 0.05 & -0.089 & -1.599 \times 10^{-3} \\ -2.319 \times 10^{-3} & 0.027 & -0.122 & 0.187 & 6.311 \times 10^{-3} \\ 0.062 & -0.025 & -0.037 & -0.038 & 0.056 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -0.026 & 0.041 & -0.034 & 0.046 & -1.917 \times 10^{-3} \\ 0.063 & 2.833 \times 10^{-3} & -0.079 & 0.017 & 1.747 \times 10^{-3} \\ -0.106 & 9.006 \times 10^{-3} & 0.043 & 3.668 \times 10^{-3} & 0.014 \\ 0.028 & -0.192 & 0.209 & -0.055 & 1.794 \times 10^{-4} \\ 0.079 & 0.095 & -0.026 & -0.036 & -8.678 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

5. Найти определители для матриц А, В

$|A| = -8.065 \times 10^{4}$ $\qquad$ $|B| = 1.048 \times 10^{6}$

6. Для матрицы А увеличить значения элементов в № раз, где № - номер варианта.

$A := A \cdot 13$

$$A = \begin{pmatrix} 130 & 65 & 78 & 26 & 13 \\ 117 & 65 & 299 & 130 & 13 \\ 104 & 117 & 91 & 26 & 78 \\ 52 & 65 & 13 & 65 & 39 \\ 13 & 78 & 117 & 91 & 299 \end{pmatrix}$$

7. Для матрицы B увеличить значения элементов на №.

$B := B + 13$

$$B = \begin{pmatrix} 23 & 27 & 18 & 20 & 22 \\ 22 & 15 & 20 & 15 & 23 \\ 28 & 16 & 20 & 21 & 22 \\ 44 & 25 & 18 & 22 & 17 \\ 28 & 103 & 93 & 37 & 45 \end{pmatrix}$$

8. Создать вектор C вторым способом, количество элементов которого равно 6

$i := 1..6$

$C_i := i^2$

$$C = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \\ 25 \\ 36 \end{pmatrix}$$

9. Применить к матрицам A, B, D встроенные матричные функции (всевозможные) из приведенных в пункте “Функции для работы…..”

$\min(A) = 13$ $\max(A) = 299$

$\max(B) = 103$

$\min(A) = 13$

$\max(D) = 91$

$\min(A) = 13$

10. Применить к вектору C встроенные векторные функции.

$\text{length}(C) = 7$ $\text{last}(C) = 6$

11. Применить ко всем матрицам и вектору общие встроенные функции.

augment(A, B) =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	130	65	78	26	13	23	27	18	20	22
1	117	65	299	130	13	22	15	20	15	23
2	104	117	91	26	78	28	16	20	21	22
3	52	65	13	65	39	44	25	18	22	17
4	13	78	117	91	299	28	103	93	37	45

$$\mathrm{identity}(5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{diag}(C) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 36 \end{pmatrix} \quad \mathrm{eigenvals}(B) = \begin{pmatrix} 143.174 \\ -23.419 \\ 6.354 + 7.027i \\ 6.354 - 7.027i \\ -7.464 \end{pmatrix}$$

stack(A, B) =

	0	1	2	3	4
0	130	65	78	26	13
1	117	65	299	130	13
2	104	117	91	26	78
3	52	65	13	65	39
4	13	78	117	91	299
5	23	27	18	20	22
6	22	15	20	15	23
7	28	16	20	21	22
8	44	25	18	22	17
9	28	103	93	37	45

$\mathrm{rows}(B) = 5$ $\quad$ $\mathrm{cols}(B) = 5$

$\mathrm{rows}(A) = 5$ $\quad$ $\mathrm{cols}(A) = 5$

$\mathrm{rows}(D) = 4$ $\quad$ $\mathrm{cols}(D) = 4$

$\mathrm{rows}(C) = 7$ $\quad$ $\mathrm{cols}(C) = 1$

$\mathrm{rank}(B) = 5$ $\quad$ $\mathrm{tr}(B) = 125$

$\mathrm{rank}(A) = 5$ $\quad$ $\mathrm{tr}(A) = 650$

$\mathrm{rank}(D) = 4$ $\quad$ $\mathrm{tr}(D) = -1$

$\mathrm{rank}(C) = 1$

$\mathrm{mean}(B) = 29.76$ $\quad$ $\mathrm{median}(B) = 22$

$\mathrm{mean}(A) = 87.36$ $\quad$ $\mathrm{median}(A) = 78$

$\mathrm{mean}(D) = 9.625$ $\quad$ $\mathrm{median}(D) = 5.5$

$\mathrm{mean}(C) = 13$ $\quad$ $\mathrm{median}(C) = 9$

$$\mathrm{eigenvals}(D) = \begin{pmatrix} 25.469 \\ -4.343 + 17.911i \\ -4.343 - 17.911i \\ -17.782 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} 446.992 \\ 228.76 \\ -123.978 \\ 42.047 \\ 56.178 \end{pmatrix} \quad \mathrm{submatrix}(A,1,3,1,3) = \begin{pmatrix} 65 & 299 & 130 \\ 117 & 91 & 26 \\ 65 & 13 & 65 \end{pmatrix}$$

Контрольные вопросы

1. Как создать матрицу, вектор - строку, вектор - столбец?

1-й способ.

Использование команды создания массивов:

Воспользоваться командой -> Вставка ->Матрица;

нажатие клавиш Ctrl+M;

выбор пиктограммы с изображением шаблона матрицы на панели инструментов Матрицы.

В диалоговом окне указать размерность матрицы, т. е. количество ее строк m (Rows) и столбцов n (Columns).

Для векторов один из этих параметров должен быть равен 1. При m = 1 получим вектор-столбец, а при n = 1- вектор-строку.

Далее на экране появится шаблон, в который нужно ввести значения элементов массива.

Обращаться к отдельным элементам вектора или матрицы можно используя нижний индекс. Для элемента матрицы указываются два индекса, один - для номера строки, другой - для номера столбца.

Чтобы ввести нижний индекс, нужно нажать клавишу [после имени вектора или матрицы или выбрать команду на панели Матрицы.

2-й способ. Использование ранжированной переменной.

Ранжированная переменная используется для определения индекса (номера) элемента массива.

2. Какие операторы есть для работы с матрицами?

Length, last, max, min, augment, identity, stack, diag, cols, rows, rank, tr, mean, median, eigenvals

3. Перечислите команды панели инструментов Матрицы.

Матрица или вектор, Индекс, Обращение, Определитель, Векторизовать, Столбец матрицы, Транспонирование матрицы, Переменная – диапазон, Скалярное произведение, Векторное произведение, Сумма векторов, Рисунок

4. Как вставить матричные функции?

Вставка -> Функции

5. Как выполнять вычисления, если матрица задана в символьном виде?

Все матричные и векторные операторы допустимо использовать как в численных, так и в символьных расчетах. Мощь символьных операций заключается в возможности проводить их не только над конкретными числами, но и над переменными.

6. Как обратиться к элементу матрицы?

С помощью квадратных скобок

Вывод: при выполнении лабораторной работы, научились работать с матрицами, а также познакомились с функциями, работающих с ними.