# 安徽大学 2015—2016 学年第一学期

# 《高等数学 B（三)》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

**考场登记表序号_________**

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得 分 | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | |

院/系______ 年级______ 专业______ 姓名______ 学号______

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

## 一、 填空题（每小题 3 分，共 15 分）

| 得 分 | |
|---|---|

1. $A$，$B$ 为随机事件，已知 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.5$，$P(A\overline{B})=0.4$，则 $P(A\mid B)=$__________.
2. 设离散型随机变量 $X$ 的分布律为 $P(X=k)=b\lambda^k(k=1,2,\cdots)$ 且 $b>0$，则 $\lambda=$__________.
3. 设 $X$， $Y$ 为随机变量， $X$ 服从正态分布 $N(1,4)$， $Y$ 服从 $(0,6)$ 上服从均匀分布，

则 $E(4X-Y)=$________.

4. 设 $X$ 在 $[0,5]$ 上服从均匀分布，则方程 $4y^2+4yX+X+2=0$ 有实根的概率________.
5. 已知一批零件的长度 $X$（单位：cm）服从正态分布 $N(\mu,1)$，从中随机抽取 16 个零件，得到长度的平均值为 40（cm)，则 $\mu$ 的置信度为 0.95 的置信区间是________.

（标准正态分布函数值 $\Phi(1.96)=0.975$， $\Phi(1.645)=0.95$ ）

## 二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

| 得 分 | |
|---|---|

6. 设随机事件 $A$， $B$ 满足 $P(A)>0$， $P(B)>0$， $P(AB)=0$，则必有（　　）.

（A） $A$ 与 $B$ 互斥　（B） $A$ 与 $B$ 对立　（C） $A$ 与 $B$ 独立　（D） $P(A\mid B)=0$

7. 设随机变量 $X$ 服从 $(0,2)$ 上均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 在 $(0,4)$ 内概率密度为（　　）.

（A） $\sqrt{y}$　（B） $\dfrac{1}{\sqrt{y}}$　（C） $\dfrac{1}{2\sqrt{y}}$　（D） $\dfrac{1}{4\sqrt{y}}$

8. 设总体 $X$ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,X_2)$ 是总体 $X$ 的样本，那么下列四个 $\mu$

的无偏估计中，最有效的是（　　）.

（A）$\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$　　（B）$\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$　　（C）$\frac{3}{10}X_1+\frac{7}{10}X_2$　　（D）$\frac{1}{10}X_1+\frac{9}{10}X_2$

9. 设随机变量 $X$ 和 $Y$ 的数学期望分别为 $-2$ 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 $-0.5$，则根据切比雪夫不等式估计概率 $P(|X+Y|\geq 6)$ 取值范围正确的是（　　）.

（A）$\geq\frac{1}{12}$　　（B）$\leq\frac{1}{12}$　　（C）$\geq\frac{11}{12}$　　（D）$\leq\frac{11}{12}$

10. $X$ 与 $Y$ 均服从 $N(0,1)$ 分布，则（　　）.

（A）$X+Y$ 服从正态分布　　（B）$X^2+Y^2$ 服从 $\chi^2$ 分布

（C）$X^2$ 和 $Y^2$ 均服从 $\chi^2$ 分布　　（D）$X^2/Y^2$ 服从 $F$ 分布

| 得 分 | |
|---|---|

**三、分析计算题（每小题 12 分，共 60 分）**

11. 设 10 件产品中有两件次品，现依次从中不放回地任取两次，每次取一件.

（1）求第二件产品是次品的概率；

（2）若已知第二件产品是次品，求第一件产品也是次品的概率.

学号________ 姓名________ 专业________ 年级________ 院/系________

答题勿超装订线

装 订 线

12. 已知随机变量 $X$ 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{x^2} & x>100,\\ 0, & x\le 100.\end{cases}$$

（1）求 $A$ 值；（2）求 $P(X>1000)$；（3）求分布函数 $F(x)$；

（4）对随机变量 $X$ 做 5 次重复独立观测，记 $Y$ 为事件 $(X>1000)$ 出现的次数，求 $Y$ 分布律.

13. 设随机变量 $X$ 与 $Y$ 的分布律分别为：

| $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |

| $Y$ | $-1$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

且 $P(X^2=Y^2)=1$，求：

（1）$(X,Y)$ 的联合分布律；（2）$Z=XY$ 的分布律；（3）$Cov(X,Y)$.

14. 设二维随机变量$(X,Y)$服从区域$D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$上的均匀分布.试判断$X$，$Y$的独立性和相关性，并给出理由.

15. 设总体 $X$ 的概率密度函数为：

$$f(x,\theta)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

其中 $\theta$ 为未知参数， $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自该总体容量为 $n$ 的简单随机样本.
（1）求 $\theta$ 的矩估计量；（2）求 $\theta$ 的极大似然估计量.

| 得 分 | |
|---|---|

## 四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

16. 在区间 $(0,1)$ 中可重复地任取 100 个实数 $X_i(i=1,2,\cdots,100)$ 作为随机数字，试用中心极限定理近似计算 $P\left(\sum_{i=1}^{100} X_i > 45\right)$.（附 $\Phi(\sqrt{3})=0.9582$）

## 五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

| 得 分 | |
|---|---|

17. 设随机事件 $A,B$ 有 $0<P(A)<1$，证明 $A,B$ 相互独立 $\Leftrightarrow P(B|A)=P(B|\bar{A})$.