安徽大学 2008—2009 学年第一学期

《高等数学 A（一）、B（一）》考试试卷（A 卷）

（闭卷　　时间 120 分钟）

题　号	一	二	三	四	五	总分
得　分						
阅卷人						

院/系＿＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿

答　题　勿　超　装　订　线

装 订 线

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得　　分	

1．若 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x<0 \\ a-bx, & x\ge 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导，则 $a=$＿＿＿＿， $b=$＿＿＿＿.

2．设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=\sin(xy)$ 确定，则 $y'=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿.

3．若函数 $f(x)$ 为连续奇函数，则 $\int_0^x f(t)\mathrm{d}t$ 为＿＿＿＿函数.（填　“奇”或“偶”　）

4．若曲线 $y=\dfrac{x^2+3x+k}{x^2-1}$ 恰有两条渐近线，则常数 $k=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿.

5．曲线 $y=\dfrac{1}{x}(x>0)$ 与直线 $y=x,\ y=2$ 所围成的面积为＿＿＿＿＿＿＿＿.

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得　　分	

1．$\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)$ 是 $f(x)$ 在 x_0 处可微的（　　　）.

A. 必要条件但不是充分条件　　B. 充分条件但不是必要条件

C. 充分必要条件　　D. 既不是充分条件也不是必要条件

2. 设 $f(x)=\begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 1, & x=0 \end{cases}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的(　　　).

A. 跳跃间断点　　B. 无穷间断点　　C. 可去间断点　　D. 连续点

3. 下列命题正确的是(　　　).

A. 驻点一定是极值点　　B. 极值点一定是驻点

C. 开区间内极值点一定是最值点　　D. 开区间内最值点一定是极值点

4. 设 $a>0,\ b>0$，则方程 $x^3+ax+b=0$ (　　　).

A. 只有一个正实根　　B. 只有一个负实根

C. 有三个互异实根　　D. 有两个互异实根

5. 下列描述正确的是(　　　).

A. $\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x=(-\dfrac{1}{x})\Big|_{-1}^{1}=-2$　　B. $f(x)<\dfrac{1}{x^2}$，故 $\int_{1}^{+\infty}f(x)\mathrm{d}x$ 收敛

C. $\int_{0}^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}\mathrm{d}x$ 发散　　D. $\int_{-\infty}^{+\infty}\sin x\mathrm{d}x=\lim\limits_{b\to+\infty}\int_{-b}^{b}\sin x\mathrm{d}x=\lim\limits_{b\to+\infty}0=0$

三、计算题（本题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

得　分	

1. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n+\sqrt{n}}-\sqrt{n})$

2. $\lim\limits_{x\to 0}(1+\arcsin x)^{\frac{1}{x}}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x^2}-1}{\cos(2x)-1}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}(\sin\dfrac{1}{2}+\sin\dfrac{1}{3}+\sin\dfrac{1}{4}+\cdots+\sin\dfrac{1}{n})^{\frac{1}{n}}$

5. $\int\dfrac{x^2}{1-x^4}\mathrm{d}x$

6. $\int\dfrac{\mathrm{d}x}{e^x+4e^{-x}}$

7. $\int_0^a \frac{1}{(a^2+x^2)^{3/2}}\mathrm{d}x \qquad (a>0)$

8. $\int_1^e \sin(\ln x)\mathrm{d}x$

四、综合分析题(本题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分)

得　分	

1．设函数 $y=y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x=t-\ln(1+t) \\ y=t^3+t^2 \end{cases}$ 所确定，求 $y=y(x)$ 关于 x 的一阶和二阶导数.

2. 设曲线 $y=x^3+3ax^2+3bx+c$ 在 $x=-1$ 处取得极大值，点 $(0,3)$ 是拐点，求 a,b,c .

3. 由曲线 $y=(x-1)(x-2)$ 和 x 轴围成的一个平面图形, 求此平面图形绕 y 轴一周所围成的旋转体的体积.

五、证明题（本题共 2 小题，第 1 小题 5 分，第 2 小题 6 分，共 11 分）

得　　分	

1．设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续且单调减少，证明:

$$\int_0^a f(x)\mathrm{d}x \ge a\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x,\quad \forall a\in[0,1].$$

2．设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导，且 $f(0)=\frac{1}{2}$，$f(\frac{1}{2})=1$，$f(1)=0$．证明:

（1）$\exists\zeta\in(0,1)$，使得 $f'(\zeta)=0$.（4 分）

（2）$\exists\eta\in(0,1)$，使得 $f''(\eta)(1-\eta)-2f'(\eta)=0$.（2 分）