一．选择题：

1. 计算机显示设备一般使用什么颜色模型？（　　　）

A. RGB;　　B. CMY;　　C. HSV;　　D. HLS

2. 灰度等级为 16 级， 分辨率为 1024*1024 的显示器，至少需要的帧缓存容量为 (　　　)

A. 512KB;　　B. 1MB;　　C. 2MB;　　D. 3MB

3　由 k 个控制顶点 Pi(i=1,… k) 所决定的 n 次 B 样条曲线，由(　　　　)段 n 次 B 样条曲线段光滑连接而成。

A. k-n-2　　B. k-n-1　　C. k-n　　D. k-n+1

4．三次 B 样条曲线具有（　　　）导数的连续性。

A）0 阶　　B)一阶　　C)二阶　　D)三阶

5. 在二维图形对称变换中，实现图形对称于 Y=X 变换的变换矩阵为（　　　）。

A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　B. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　C. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　D. $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6. 下列有关平面几何投影的叙述语句中，不正确的是（　　　）。

A. 在平面几何投影中， 若投影中心移到距离投影平面无穷远处，则成为平行投影

B．透视投影与平行投影相比，视觉效果更有真实感，但不能反映物体的真实尺寸和形状

C．透视投影变换中，一组平行线投影在与之平行的投影面上可以产生灭点

D．在三维空间中的物体进行透视投影变换，最多可产生 3 个主灭点

7．下面哪一项不是 Bezier 曲线的特性（　　）

A）对称性　　B）凸包性　　C）局部性　　D）几何不变性

8. 二维图形的几何变换中的二维图形几何变换矩阵可以表示为：

$$T=\begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix}$$

其中 $\begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$ 是对图形进行（　　　　）变换(空间中点用列向量表示)。

A.　对称　　B.　错切　　C.　平移　　D.　投影

10. 在 XOY 平面上，给定 7 个不重合的控制点 P_0，P_1，…，P_6，由这 7 个控制点所确定的三次 B 样条曲线应分为 4 段，如果移动控制点 P_2，只影响第（　　　　）段曲线形状

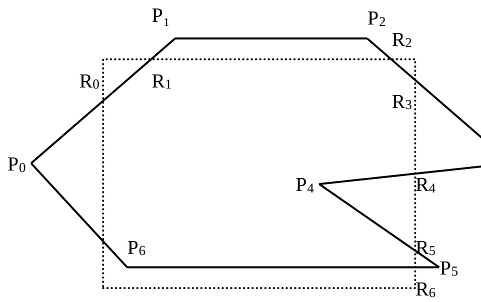
A. 第 1 段　　　B. 第 2 段　　　C. 第 3 段　　　D. 第 1 段到第 3 段

二. 填空题

1. 直线的属性包括：线型、________和颜色。
2. 在计算机图形学中，多边形有两种重要的表示方法：_________表示和_______表示。
3. 屏幕上最小的发光单元叫做_______，它的多少叫做______。
4. 在区域编码裁剪算法中，如线段 AB 的两个端点的编码____，则线段整体位于窗口内；如两端点编码_______，则该线段整体位于窗口外。
5. 印刷业常用的颜色模型是______________。
6. 齐次坐标系中，写出下列变换矩阵：整个图像放大 2 倍 __________；

图像上移 10 个单位和右移 5 个单位(y 轴垂直向上，x 轴水平向右)______；

7. 对下图由 P0P1P2P3P4P5P6 顶点序列构成的多边形经上裁剪边裁剪后的顶点序列为___ ___。



8. Hermite 曲线是用给定曲线段的_______和_______来描述曲线的。
9. 齐次坐标表示是用_____维向量表示 n 维向量。
10. Bezier 曲线通过特征多边形的________________。
11. Phong明暗处理采用的是____________。

三. 简答题

1、 简述Cohen-Sutherland 裁剪方法的思想，并指出与之相比，中点裁剪方法的改进之处，及这种改进的理由。

答：Cohen-Sutherland 裁剪算法的思想是：对于每条线段P_1P_2 分为三种情况处理。（1）若P_1P_2 完全在窗口内，则显示该线段P_1P_2 简称“取”之。（2）若P_1P_2 明显在窗口外，则丢弃该线段，简称“弃”之。（3）若线段既不满足“取”的条件，也不满足“弃”的条件，则求线段与窗口交点，在交点处把线段分为两段。其中一段完全在窗口外，可弃之。然后对另一段重复上述处理。

中点分割算法的大意是，与Cohen-Sutherland 算法一样首先对线段端点进行编码，并把线段与窗口的关系分为三种情况: 全在、完全不在和线段和窗口有交。对前两种情况，进行同样的处理。对于第三种情况，用中点分割的方法求出线段与窗口的交点。即从P_0 点出发找出距P_0 最近的可见点A 和从P_1 点出发找出距P1 最近的可见点B，两个可见点之间的连线即为

线段P_0P_1的可见部分。从P_0出发找最近可见点采用中点分割方法：先求出P_0P_1的中点P_m,若P_0P_m不是显然不可见的，并且P_0P_1在窗口中有可见部分，则距P_0最近的可见点一定落在P_0P_m上，所以用P_0P_m代替P_0P_1；否则取P_mP_1代替P_0P_1。再对新的P_0P_1求中点P_m。重复上述过程，直到P_mP_1长度小于给定的控制常数为止，此时P_m收敛于交点。

改进之处在于，对第三种情况，不直接解方程组求交，而是采用二分法收搜索交点。

这种改进的理由是：计算机屏幕的象素通常为 1024×1024，最多十次二分搜索即可倒象素级，必然找到交点。而且中点法的主要计算过程只用到加法和除 2 运算，效率高，也适合硬件实现。

2. 多边形填充过程中，对于某一条扫描线，填充可分为什么步骤？填充过程中需要解决的两个特殊问题是什么？

答：对于一条扫描线可分为四个步骤：

（1） 求交：计算多边形与扫描线各边的交点

（2） 排序：把所有的交点按递增的顺序进行排序

（3） 交点配对：第一个与第二个，第三个与第四个等。每对交点之间是扫描线与多边形的一个相交区间

（4） 区间填色：把相交区间内的像素置成多边形色，区间外的像素置成背景色

填充过程中需注意的两个特殊问题是：

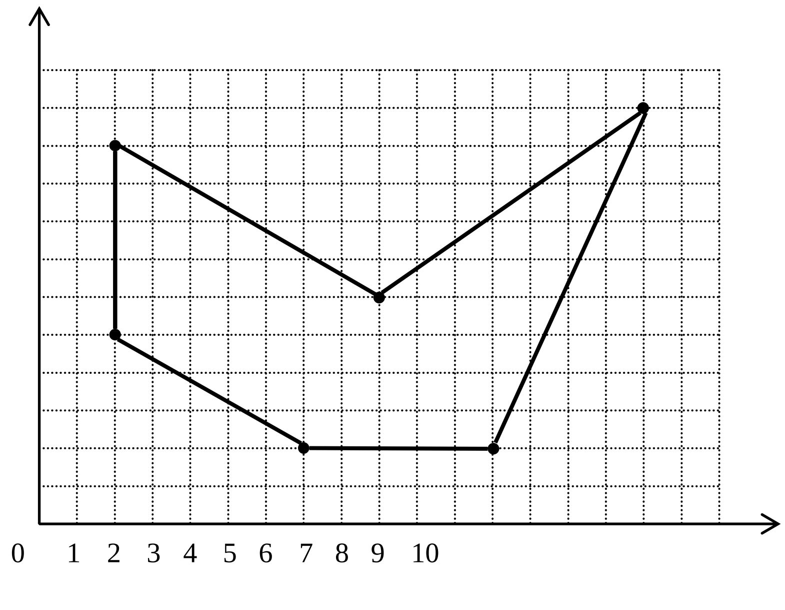
（1） 扫描线与多边形顶点相交时，交点的取舍问题（保证交点正确配对）

检查顶点两条边的另外两个端点的 y 值，按这个 y 值中大于交点 y 值的个数是 0,1,2 来决定是取 0 个，1 个还是 2 个。

（2） 多边形边界上像素的取舍问题（避免填充扩大化）

上闭下开，左闭右开。在具体实现时只要对扫描线和多边形的相交区间取左闭右开。

3. 用扫描线填充法将顶点为 P_0 (2，5)， P_1(2，10)，P_2(9，6)，P_3(16，11)，P_4(12，2)，P_5(7，2)的多边形填充。写出填充步骤并进行填充。



4. 请给出用 Bresenham 算法扫描转换从（1，1）到（8，5）的像素位置，并给出推断理由

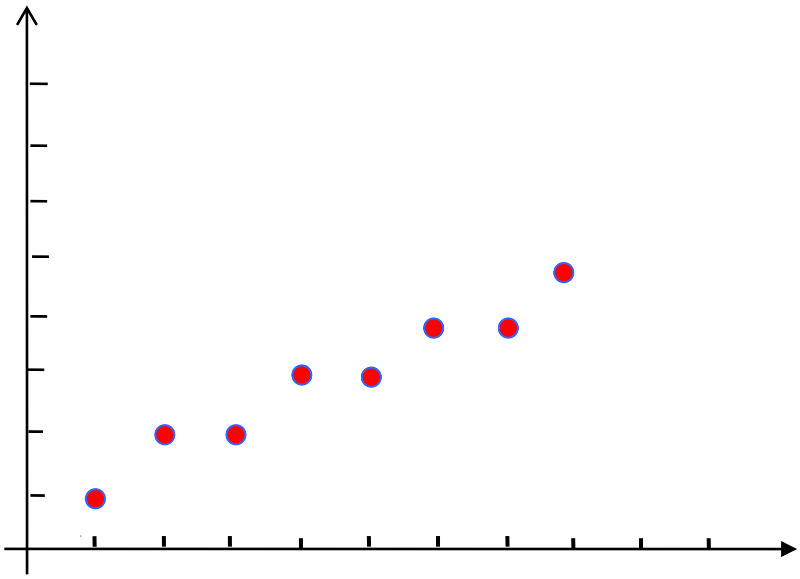
答： 首先计算初始值。在这个问题中，

$dx=x_2-x_1=8-1=7$， $y=y_2-y_1=5-1=4$，

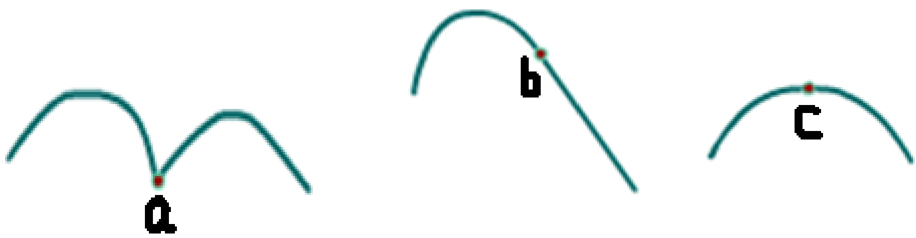
因此，$\Delta_1=2dy=8$，$\Delta_2=2(dy-dx)=-6$，$\Delta=\Delta_1-dx=8-7=1$ （3 分）

由算法算出的值如下表：

d	x	y
1	1	1
$1+\Delta_2=-5$	2	2
$-5+\Delta_1=3$	3	2
$3+\Delta_2=-3$	4	3
$-3+\Delta_1=5$	5	3
$5+\Delta_2=-1$	6	4
$-1+\Delta_1=7$	7	4
$7+\Delta_2=1$	8	5



5. 下面三幅图 A、B、C 是由两段样条曲线段连接成的一条自由曲线段，在连接点处分别由 a、b、c 表示，请说出三条自由曲线在连接点处的连续性，并说明含义。

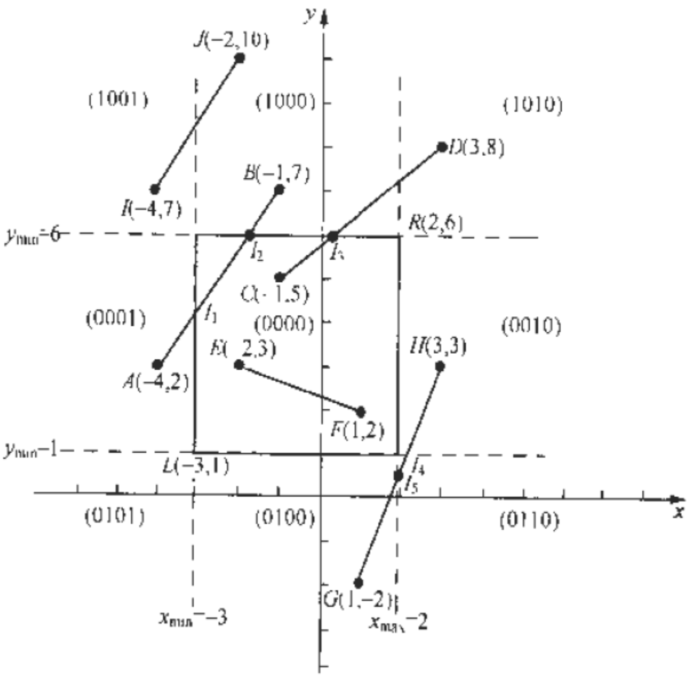


答：分别为零阶导数连续，在交点处相连。

一阶导数连续，在交点处切线的斜率一致，但变化率不同。

二阶导数连续，在交点处斜率的变化率一致。

6．设 R 是左下角为 L（-3，1），右上角为 R（2，6）的矩形窗口。请先给出矩形分割平面的区域编码，然后写出下图中线段端点的区位编码。



答：

6. 写出实现下述映射的规范化变换，将左下角在(1,1),右上角在(3,5)的窗口映射到：

（a）规范化设备的全屏幕视口；(b)左下角在(0,0),右上角在(1/2, 1/2)的视口

答：（a）窗口的参数是 $wx_{min}=1$，$wx_{max}=3$，$wy_{min}=1$，$wy_{max}=5$。视口参数是 $vx_{min}=0$，$vx_{max}=1$，$vy_{min}=0$，$vy_{max}=1$；

7. 用原点作为投影中心，写出满足下列条件的透视变换矩阵：投影平面过点 $R_0(x_0, y_0, z_0)$并且有法线向量 $N=[n_1, n_2, n_3]$。

答： 设 P(x, y, z)点投影到 P’（x’, y’, z’）点。向量 PO 和 P’O 方向相同，有 P’O=aPO 即 x’=ax, y’=ay, z’=az。

因为 P’点位于投影平面上，$n_1x'+n_2y'+n_3z'=d_0$ 其中 d_0 为原点到投影平面的距离 $d_0=n_1x_0+n_2y_0+n_3z_0$.

x’=ax, y’=ay, z’=az 带入上式得 $a=\dfrac{d_0}{n_1x+n_2y+n_3z}$，4×4 的投影变换矩阵为：

$$P_{per}=\begin{bmatrix} d_0 & 0 & 0 & n_1 \\ 0 & d_0 & 0 & n_2 \\ 0 & 0 & d_0 & n_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8. 列举三种常见的颜色模型，简要说明其原理和特点。

答：所谓颜色模型就是指某个三维颜色空间中的一个可见光子集，它包含某个颜色域的所有颜色。常用的颜色模型有RGB、CMY、HSV等。

RGB颜色模型通常用于彩色阴极射线管等彩色光栅图形显示设备中，它是我们使用最多、最熟悉的颜色模型。它采用三维直角坐标系，红、绿、蓝为原色，各个原色混合在一起可以产生复合色。

CMY颜色模型以红、绿、蓝的补色青（Cyan）、品红（Magenta）、黄（Yellow）为原色构成，常用于从白光中滤去某种颜色，又被称为减性原色系统。印刷行业中基本使用CMY颜色模型。

HSV（Hue，Saturation，Value）颜色模型是面向用户的，对应于画家的配色方法。

9. 设一条二次Bezier曲线的控制顶点为P0、P1和P2， 另一条二次Bezier曲线的顶点是Q0、Q1和Q2，写出两条曲线精确合并成一条二次Bezier曲线的条件

解：如下图所示，由于可以精确合并，说明两曲线是由一条曲线在参数 0<t<1 处分割而来，如下图所示，假设原曲线的控制顶点为P_0, X, Q_2. 由de Castejau 算法,有：

1. 首先要求P_1, $P_2(Q_0)$, Q_1 三点共线

2. $\dfrac{Q_2-Q_1}{Q_1-X}=\dfrac{Q_1-Q_0}{P_2-P_1}=\dfrac{X-P_1}{P_1-P_0}$,

于是有：$Q_1-\dfrac{Q_2-Q_1}{Q_1-Q_0}(P_2-P_1)=P_1+\dfrac{P_1-P_0}{P_2-P_1}(Q_1-Q_0)$

10. 从心理学和视觉的角度出发，颜色有哪三个特性？

答：从心理学和视觉的角度出发，颜色有如下三个特性：色调（Hue），饱和度（Saturation）和亮度（Lightness）。从光学物理学的角度出发，颜色的三个特性分别为：主波长（Dominant Wavelength），纯度（Purity）和明度（Luminance）。

11.在 Phong 模型中，三项分别表示何含义？公式中的各个符号的含义指什么？

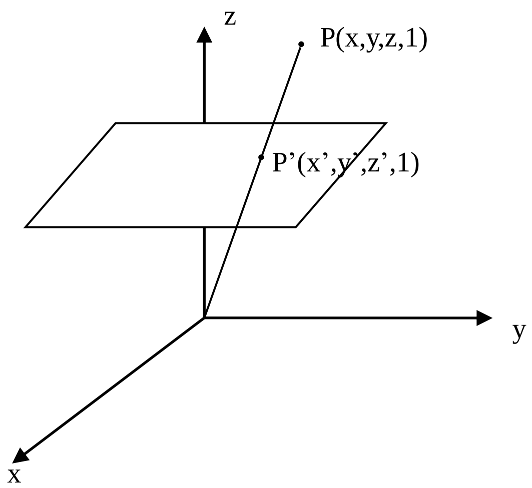
$$I=I_aK_a+I_pK_d(L\ N)+I_pK_s(R\ V)^n$$

答：三项分别代表环境光、漫反射光和镜面反射光。I_a 为环境光的反射光强， I_p 为理想漫反射光强， K_a 为物体对环境光的反射系数， K_d 为漫反射系数， K_s 为镜面反射系数，n 为高光指数，L 为光线方向，N 为法线方向，V 为视线方向，R 为光线的反射方向。

12 若以 Z 坐标轴和 Y 坐标轴组成的平面 ZOY 作为投影平面，则正投影的变换矩阵为

答：变换矩阵为 $P=\begin{bmatrix}0&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$

13 设投影中心点为 O(0,0,0)，投影平面为平行于平面 XOY，且 z=5。请写出此透视投影变换矩阵，并求端点 A(5,15,25)和 B(30,20,10)的直线段 AB 在该投影平面的投影。
答：



空间中一点 P(x,y,z,1)投影到 z=5 的平面上的投影点 P'(x', y', z',1)的坐标满足

$$\begin{cases}\dfrac{x'}{x}=\dfrac{5}{z}\\ \dfrac{y'}{y}=\dfrac{5}{z}\\ z'=5\end{cases} \quad 推出 \quad \begin{cases}x'=x\dfrac{5}{z}\\ y'=y\dfrac{5}{z}\\ z'=5\end{cases}$$

$$[x',y',z',1]\cong[x,y,z,1]\begin{bmatrix}5&0&0&0\\0&5&0&0\\0&0&5&1\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$

14、设一条三次 Bezier 曲线的前三个控制顶点为(30,0),(60,20),(80,20),曲线在 t=1/2 处的值为（70，15），试求最后一个控制顶点。

答：对三次 Bezier 曲线，$P(t)=(1-t)^3P_0+3t(1-t)^2P_1+3t^2(1-t)P_2+t^3P_3$

设 $P_3(x_3,y_3)$, 有 :

$$\begin{cases}(1-\frac{1}{2})^3\times30+3\times\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{2})^2\times60+3\times(\frac{1}{2})^2\times(1-\frac{1}{2})\times80+(\frac{1}{2})^3\times x_3=70\\(1-\frac{1}{2})^3\times0+3\times\frac{1}{2}\times(1-\frac{1}{2})^2\times20+3\times(\frac{1}{2})^2\times(1-\frac{1}{2})\times20+(\frac{1}{2})^3\times y_3=15\end{cases}$$

解得 x_3=110, y_3=0。最后一个控制点为（110，0）

15 已知曲线 P1 和 P3，构造三次 hermite 样条曲线 P2,把曲线 P1 和 P3 连接起来并且 P2 的两个端点处分别与 P1 和 P3 有 G1 连续

答：三次 hermite 样条曲线的边界条件应为：

两个端点分别为：P1(1)和 P3(0)

两个端点的一阶倒数为别为 a*P1'(1)和 b*P3'(0)，其中 a,b 为不为零的任意系数。a, b 的取值影响曲线的形状。

16 设一条三次 Bezier 曲线的控制顶点为 P0，P1 ，P2，P3, 对曲线上一点 P(1/2)，及一个给定的目标点 T，给出一种调整 Bezier 曲线形状的方法，使得 P(1/2)精确通过点 T。

答：调整任何一个控制点都能够解决问题。选择调整 P1（或 P2）的原因是 $B_{1,3}(t)$在 t=1/2 处值较大，所需的调整较小。

设改变控制定点 P1，将 P1 调整到 P1'=P1+X 的位置使曲线精确通过 T。

由新控制点 P0, P1', P2, P3 构造的 bezier 曲线记为 $\hat{P}(t)$，有

$\hat{P}(t)=\sum_{k=0}^{3}P_iB_{i,3}(t)+XB_{1,3}(t)=P(t)+XB_{1,3}(t)$，其中 $P(t)$为原曲线。

$T=\hat{P}(1/2)=P(1/2)+XB_{1,3}(1/2)$ 推出 $X=(T-P(\frac{1}{2}))/B_{1,3}(\frac{1}{2})$

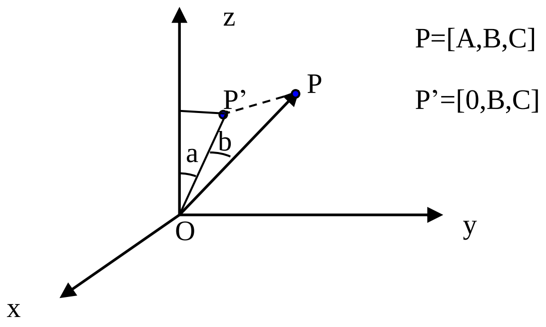
17 已知 P_0 [0,1], P_1 [1,0], P_0' [1,1], P_1'[0,-1], 求此四个条件决定的三次 Hermite 曲线的参数方程 P(t),并求出 P(0.5), P'(0.5)

答：三次 hermite 样条曲线

$$P(t)=TM_hG_h$$

$$P'(t)=T'M_hG_h$$

18 在三维空间中，如果要求沿方向[A,B,C]产生放大到 S 倍的图形，推导出变换矩阵。A、B 和 C 分别表示直线在 x,y 和 z 轴方向的余弦 。



答：过点 P 向 YOZ 平面做垂线，垂足为 P'。

1 绕 x 轴**逆**时针旋转 a 角，使得 OP 与 XOZ 平面重合

$$\cos(a)=\frac{C}{\sqrt{B^2+C^2}},\sin(a)=\frac{C}{\sqrt{B^2+C^2}}$$

2 绕 y 轴**顺**时针旋转 b 角，使 OP 与 Z 轴重合，

$$\cos(b)=\sqrt{B^2+C^2},\sin(b)=A.\text{因为}[A,B,C]\text{为单位向量有}\sqrt{A^2+B^2+C^2}=1$$

3. 沿 Z 轴放大 S 倍

4 绕 y 轴**逆**时针转 b 角

5 绕 x 轴**顺**时针转 a 角