

安徽大学 2019—2020 学年第二学期

《线性代数 B》模拟试卷

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|-----|---|---|---|---|---|----|
| 得 分 | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | |

一、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

1. 向量组 $\alpha_1 = (2, -1, 3), \alpha_2 = (3, 2, -1), \alpha_3 = (1, -4, 7)$ 线性_____关.

2. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为 3 维列向量, 记矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$
 $B = (\alpha_1, 2\alpha_2, \alpha_1 + \alpha_3)$, 如果 $|A| = 3$, 那么 $|B| =$ _____.

3. 二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$ 的矩阵为 _____.

4. 设 A, B 为 4 阶方阵, 且 $|A| = 2, |3B| = 81$, 则 $|AB| =$ _____.

5. n 阶排列 $246 \cdots (2n)135 \cdots (2n-1)$ 的逆序数为_____.

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

二、选择题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 $Ax = b$ 是一非齐次线性方程组, η_1, η_2 是其任意两个解, 则下列结论错误的是 ()

- A. $\eta_1 + \eta_2$ 是 $Ax = 0$ 的一个解. B. $\frac{1}{2}\eta_1 + \frac{1}{2}\eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解.
- C. $\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = 0$ 的一个解. D. $2\eta_1 - \eta_2$ 是 $Ax = b$ 的一个解.

7. 下列说法**错误**的是 ()

- A. 相似矩阵具有相同的特征值. B. 相似矩阵具有相同的特征向量.
- C. 相似矩阵具有相同的行列式. D. 相似矩阵具有相同的秩.

8. 设 λ_0 是 n 阶矩阵 A 的一个特征值, 则下列说法 **错误** 的是 ().
- A. $k\lambda_0$ 是 kA 的一个特征值. B. λ_0^2 是 A^2 的一个特征值.
- C. λ_0^2 不是 A^2 的一个特征值. D. 若 A 可逆, 则 $\frac{1}{\lambda_0}$ 是 A^{-1} 的一个特征值.
9. 若向量组 I: $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$ 可由向量组 II: $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_s$ 线性表出, 则 ()
- A. 当 $r < s$ 时, 则向量组 I 线性相关.
- B. 当 $r > s$ 时, 则向量组 I 线性相关.
- C. 当 $r < s$ 时, 则向量组 II 线性相关.
- D. 当 $r > s$ 时, 则向量组 II 线性相关.
10. 若 3 阶实矩阵 A 的特征值分别为 1, 3, 7, 则行列式 $|A|$ 等于 ()
- A. 21. B. 11. C. 0. D. 1.

三、计算题 (本题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

11. 设行列式 $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 8 \\ 3 & 4 & 9 & 27 \\ 4 & 1 & 16 & 64 \end{vmatrix}$

求 $A_{12} + A_{22} + A_{32} + A_{42}$.

12. 求向量组

$\alpha_1 = (1, -1, 0, 0), \alpha_2 = (-1, 2, 1, -1), \alpha_3 = (0, 1, 1, -1), \alpha_4 = (-1, 3, 2, 1), \alpha_5 = (-2, 6, 4, 1)$
的秩, 并给出这个向量组的一个极大无关组.

13. 设 A, B 满足 $A^{-1}BA = 6A + BA$, 其中 $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$, 求 B .

14. 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 求正交矩阵 Q , 使得 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵.

15. 判定二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 + 6x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 6x_2x_3$ 是否为正定二次型.

四、分析计算题（本题 10 分）

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|

16. 设 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - A - 2I = 0$ ，试证 $A + 2I$ 可逆，并求 $A + 2I$ 的逆矩阵.

装

答
题
勿
超
装
订
线

线

五、证明题（本题 10 分）

17. 设向量组 α, β, γ 线性无关，证明：向量组 $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha$ 也线性无关.

| | |
|-----|--|
| 得 分 | |
|-----|--|