院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

安徽大学互联网学院 2018—2019 学年第一学期

《线性代数 A》期末考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

考场登记表序号________

题 号	一	二	三	四	总分
得 分					
阅卷人					

一、填空题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

1. 若 8 阶排列$(4\ 7\ i\ 1\ 8\ 3\ j\ 5)$是一个偶排列，则$i =$________，$j =$________.

2. 设$A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$是 3 阶矩阵，其中$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为3维列向量，且行列式$|A| = 2$. 若矩阵$B = (2\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, -3\alpha_2)$，则行列式$|B| =$________.

3. 设矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & k \\ 3 & 8 & 7 \end{pmatrix}$. 若齐次线性方程组$Ax = 0$有非零解，则$k =$________.

4. 向量$\alpha = (-1, 0, -1, 0)$，$\beta = (1, 1, 1, 1)$的夹角为________.

5. 若二次型$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + \lambda x_2^2 + 2\lambda x_3^2 - 4x_2x_3$正定，则$\lambda$的取值范围是________.

二、选择题（本题共五小题，每小题 3 分，共 15 分）

得 分	

6. 设$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$ 均是n维列向量，A是$m \times n$矩阵，则下列选项正确的是 （ ）

A. 若$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_s$线性相关；

B. 若$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_s$线性无关；

C. 若$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$线性无关，则$A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_s$线性相关；

D. 若$\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_s$线性无关，则$A\alpha_1, A\alpha_2, \cdots, A\alpha_s$线性无关.

7. 设U是3阶矩阵，将U的第 2 行加到第 1 行得V，再将V的第 1 列的(-1)倍加到第 2 列得W，记$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则 （ ）

A. $W = P^{-1}UP$； B. $W = PUP^{-1}$； C. $W = P^TUP$； D. $W = PUP^T$.

8. 设A, B, C都是n阶方阵，且A, B可逆，则$\begin{pmatrix} A & C \\ O & B \end{pmatrix}$的逆为 （ ）

A. $\begin{pmatrix} A^{-1} & -B^{-1}CA^{-1} \\ O & B^{-1} \end{pmatrix}$； B. $\begin{pmatrix} A^{-1} & O \\ -B^{-1}CA^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix}$；

C. $\begin{pmatrix} A^{-1} & -A^{-1}CB^{-1} \\ O & B^{-1} \end{pmatrix}$； D. $\begin{pmatrix} A^{-1} & O \\ -A^{-1}CB^{-1} & B^{-1} \end{pmatrix}$.

9. 设A是n阶实矩阵，则A能对角化的充分必要条件的 （ ）

A. A有n个互不相同的特征向量； B. A有n个线性无关的特征向量；

C. A是实对称矩阵； D. A有n个两两不同的实特征值.

10. 下列各选项中，既不是正定矩阵，也不是负定矩阵的是 （ ）

A. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$； B. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$； C. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$； D. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

三、计算题（本题共 6 小题，每小题 10 分，共 60 分）

得 分	

11. 计算n阶行列式$\begin{vmatrix} x + a_1 & x & \cdots & x \\ x & x + a_2 & \cdots & x \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x & x & \cdots & x + a_n \end{vmatrix}$，其中$a_i \neq 0$，$1 \leq i \leq n$.

12. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}0&-2&0\\1&-2&0\\-1&2&0\end{pmatrix}$，$B\in\mathbb{R}^{3\times3}$． 已知$A-B=AB$，求矩阵$B$．

13. 设有线性方程组$\begin{cases}x_1-2x_2+3x_4=2,\\-x_1+2x_2+x_3-x_4=2,\\x_1-2x_2+3x_4-x_5=a,\\-x_1+2x_2-2x_3-7x_4+x_5=-12.\end{cases}$ 问a取何值时，使得该方程组有解？并在有解时求其全部解．

14. 设向量组$\alpha_1=(1,1,0,2)^T$，$\alpha_2=(2,4,2,6)^T$，$\alpha_3=(1,0,-1,1)^T$，$\alpha_4=(-1,1,-1,3)^T$，$\alpha_5=(1,4,5,3)^T$．求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5$ 的最大无关组与秩．

15. 设矩阵$A=\begin{pmatrix}2&0&0\\3&5&-6\\3&3&-4\end{pmatrix}$． 求可逆矩阵$Q$与对角阵$D$，使得$A=QDQ^{-1}$．

装　　订　　线

16. 用 Schmidt（施密特）正交化方法将向量组$\alpha_1=(1,1,0,0)^T$，$\alpha_2=(1,0,1,0)^T$，$\alpha_3=(1,-1,1,1)^T$，$\alpha_4=(1,-1,-1,-1)^T$标准正交化.

五、证明题（本题共两小题，其中第 17 题 6 分，第 18 题 4 分，共 10 分）

得 分	

17. 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$ 线性无关，且$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r,\beta$ 线性相关. 证明：β可由$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$线性表出，且表示法唯一.

18. 设A是n阶方阵，A^*为A的伴随矩阵. 证明：若$R(A)=n-1$，则$R(A^*)=1$，其中$R(A)$为矩阵A的秩.