安徽大学 2009—2010 学年第二学期

《高等数学 A（二）、B（二）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题（本大题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．点 $(2,1,1)$ 到平面 $x+y-z+1=0$ 的距离为＿＿＿＿＿＿＿＿.

2．极限 $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ y\to+\infty}}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^{x^2}=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

3．交换积分次序 $\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}x\int_0^{\sin x} f(x,y)\mathrm{d}y=$＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

4．设 $f(x)$ 是周期为 2 的函数，它在区间 $(-1,1]$ 上的定义为 $f(x)=\begin{cases}2, -1<x\le 0,\\ x^3, 0<x\le 1,\end{cases}$ 则 $f(x)$ 的 Fourier 级数在 $x=1$ 处收敛于＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

5．函数 $u=xyz$ 在点 $(1,1,1)$ 处沿方向 $(2,2,1)$ 的方向导数为 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

得 分	

二、选择题（本大题共五小题，每小题 2 分，共 10 分）

6．二元函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0,0)$ 处 （ ）

A. 连续，但偏导数不存在；　B．不连续，且偏导数不存在；

C．不连续，但偏导数存在；　D．连续，且偏导数存在.

7．设第二类曲面积分 $I_1=\iint_S xyz\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，$I_2=\iint_S xy^2 z\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，其中 S 为 $x^2+y^2+z^2=1$ 的上半部分,方向取上侧．若 S_1 为 S 在第一卦限部分，且与 S 方向一致，则 （ ）

A．$I_1=I_2=0$；　B. $I_1=0$，$I_2=2\iint_{S_1} xy^2 z\mathrm{d}z\mathrm{d}x$；

C. $I_1=2\iint_{S_1} xyz\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，$I_2=2\iint_{S_1} xy^2 z\mathrm{d}z\mathrm{d}x$；　D. $I_1=2\iint_{S_1} xyz\mathrm{d}z\mathrm{d}x$，$I_2=0$.

8. 设Ω为$\mathbb{R}^3$中开区域，且Ω内任意一条闭曲线总可以张成一片完全属于Ω的曲面，函数P,Q,R在Ω内连续可导．若曲线积分$\int_L P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y+R\mathrm{d}z$只依赖于曲线$L$的端点，而与积分路径无关，则下述命题**不正确**的是 （　　）

A．对Ω内任意光滑闭曲线C，曲线积分$\oint_C P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y+R\mathrm{d}z=0$；

B. 存在Ω上某个三元函数$u(x,y,z)$，使得$\mathrm{d}u=P\mathrm{d}x+Q\mathrm{d}y+R\mathrm{d}z$；

C. 等式$\dfrac{\partial P}{\partial y}=\dfrac{\partial Q}{\partial x},\dfrac{\partial R}{\partial x}=\dfrac{\partial P}{\partial z},\dfrac{\partial Q}{\partial z}=\dfrac{\partial R}{\partial y}$在开区域$\Omega$内恒成立；

D. 等式$\dfrac{\partial P}{\partial x}+\dfrac{\partial Q}{\partial y}+\dfrac{\partial R}{\partial z}=0$在开区域$\Omega$内恒成立.

9. 设函数$f(x,y)$在开区域D内有二阶连续偏导数，且$f_x(x_0,y_0)=f_y(x_0,y_0)=0$．则下列为$f(x,y)$在点$(x_0,y_0)$处取极小值的充分条件的是 （　　）

A. $f_{xx}(x_0,y_0)>0, f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)>0$；

B. $f_{xx}(x_0,y_0)>0, f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)<0$；

C. $f_{xx}(x_0,y_0)<0, f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)>0$；

D. $f_{xx}(x_0,y_0)<0, f_{xx}(x_0,y_0)f_{yy}(x_0,y_0)-f_{xy}^2(x_0,y_0)<0$.

10. 设函数$u=f(x,y,z)$具有二阶连续偏导数，则$\mathrm{div}\,\mathbf{grad}\,f=$ （　　）

A. $f_{xx}+f_{yy}+f_{zz}$；　　B. $f_x+f_y+f_z$；

C. (f_x,f_y,f_z)；　　D. (f_{xx},f_{yy},f_{zz}).

三、计算题（本大题共五小题，其中第 11、12、13 题每小题 10 分，第 14、15 题每小题 12 分，共 54 分）

得　分	

11. 设平面Π：$x+ay-z+b=0$通过曲面$z=x^2+y^2$在点$(1,1,2)$处的法线L，求a,b的值.

12. 计算第二类曲线积分$\oint_L \frac{y\mathrm{d}x - x\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$，其中$L$为正方形边界$|x|+|y|=1$，取顺时针方向.

13. 计算第一类曲面积分$\iint_{\Sigma} \frac{z}{x^2+y^2+z^2}\mathrm{d}S$，其中$\Sigma$为圆柱面$x^2+y^2=R^2\ (R>0)$介于平面$z=0$与$z=h$（$h>0$）之间的部分.

.

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装……订……线

14．将函数 $f(x)=\arctan x$ 展开成 x 的幂级数，并求级数 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和.

15．设函数 $f(u)$ 具有二阶连续导数，且 $z=f(e^x\sin y)$.

(1) 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

（2）若函数 $z=f(e^x\sin y)$ 满足方程 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=e^{2x}z$，求函数 $f(u)$.

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

四、应用题（本大题共两小题，其中第 16 题 10 分，第 17 题 6 分，共 16 分）

得　分	

16. 将一根长为 l 的铁丝分割成两段，一段围成一个圆，另一段围成一个长方形．求使得圆面积与长方形面积之和最大的分割方法.

17. 已知一条非均匀金属线 L 放置于平面 Oxy 上，刚好为抛物线 $y=x^2$ 对应于 $0\le x\le 1$ 的那一段，且它在点 (x,y) 处的线密度为 $\rho(x,y)=x$，求该金属丝的质量.

五、证明题（本大题共两小题，其中第 18 题 6 分，第 19 题 4 分，共 10 分）

得　分	

18．证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\frac{n+1}{n}$ 条件收敛.

19．设空间闭区域 Ω 可表示为 $\{(x,y,z)\,|\,0\le x\le 1, x\le y\le 1, x\le z\le y\}$.若 $f(t)$ 在 $[0,1]$ 上连续，且 $F(x,y,z)=f(x)f(y)f(z)$.试证明：$\iiint\limits_{\Omega}F(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z=\frac{1}{6}[\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t]^3$.