

安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学 B (三)》(概率论与数理统计) 考试试卷 (A 卷) (闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分

1. 设 A, B 为相互独立的事件, 且 $P(A) = 0.6$, $P(A\bar{B}) = 0.3$, 则 $P(B) =$ _____.
2. 设离散型随机变量 X 的分布律为: $P(X = k) = \frac{5}{6}a^k (k = 0, 1, 2, \dots)$, 则常数 $a =$ _____.
3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立, X 在区间 $(0, 1)$ 上服从均匀分布, Y 服从参数为 2 的指数分布, 则 $D(X + Y) =$ _____.
4. 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 那么方程 $x^2 - 2x + X = 0$ 无实根的概率为 _____.
5. (X_1, X_2, X_3, X_4) 是来自正态总体 $N(0, 4)$ 的样本, $Y = X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2$, 则当 $c =$ _____ 时, $cY \sim \chi^2(4)$.

二、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

得分

6. 以 A 表示事件“甲产品滞销, 乙产品畅销”, 则其对立事件 \bar{A} ().
 (A) “甲产品畅销, 乙产品滞销” (B) “甲乙两种产品均畅销”
 (C) “甲乙两种产品均滞销” (D) “甲产品畅销或乙产品滞销”
7. 设 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(X \leq 1 + \mu)$ ().
 (A) 随 σ 的增大而增加 (B) 随 σ 的增大而减小
 (C) 随 μ 的增大而增加 (D) 随 μ 的增大而减小

8. 设随机变量 X, Y 相互独立, 分布函数分别为 $F(x), G(y)$, 记 $Z = \max(X, Y)$, 则 Z 的分布函数是 ().

- (A) $\max(F(z), G(y))$ (B) $F(z) + G(z)$
(C) $F(z)G(z)$ (D) $[1 - F(z)][1 - G(z)]$

9. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 EX, EY 和 DX, DY 存在, 则下列等式中不成立的是 (), 下列表示式中 a, b 均为常数.

- (A) $E(aX \pm bY) = aEX \pm bEY$. (B) $E(aX \cdot bY) = abEX \cdot EY$.
(C) $D(aX + bY) = a^2DX + b^2DY$. (D) $D(aX - bY) = a^2DX - b^2DY$.

10. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单随机样本, $EX = \mu, DX = 1, \bar{X}, S^2$ 分别表示为样本均值和样本方差, 则下列说法中正确的是 ().

- (A) $\sqrt{n}(\bar{X} - \mu) \sim N(0, 1)$. (B) $(n-1)S^2 \sim \chi^2(n-1)$. (C) $E(\bar{X}^2) = \mu^2$.
(D) 由切比雪夫不等式可知 $P(|\bar{X} - \mu| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{1}{n\varepsilon^2}$ (ε 为任意正数).

三、分析计算题 (每小题 12 分, 共 60 分)

得分	
----	--

11. 选择题有四个答案可供选择. 已知 60% 考生对相关知识完全掌握, 他们可选出正确答案; 20% 的考生对相关知识部分掌握, 他们可剔除两个不正确答案, 然后随机选一个答案; 20% 的考生对相关知识完全不掌握, 他们随机选一个答案.

- (1) 现任意挑位考生, 求他选得正确答案的概率;
(2) 已知某位考生选对了答案, 求他确实是完全掌握相关知识的概率.

院/系	专业	姓名	学号
院/系	专业	姓名	学号
装	装	装	装
线	线	线	线

12. 设连续型随机变 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} Axe^{-x^2} & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

求: (1) 常数 A 的值; (2) X 的分布函数 $F(x)$; (3) 概率 $P(-1 \leq X < 2)$.

13. 设随机变量 X 与 Y 同分布, X 的概率分布为

X	-1	0	1
P	0.1	0.5	0.4

且 $P(XY=0)=1$, 求:

(1) (X,Y) 的分布律; (2) $Y=1$ 条件下 X 的条件分布律; (3) $P(X \leq \frac{1}{2}, Y \leq 0)$.

14. 已知二维随机变量 (X, Y) 的概率分布

$X \backslash Y$	-1	0	1	$P(X = x_i)$
-1	0.1	a	0.1	
1	b	0.1	c	0.5
$P(Y = y_j)$				

且 $P(X=1)=0.5$ ， X 与 Y 不相关.

(1) 求常数 a, b, c ; (2) 随机变量 $X+Y$ 与 $X-Y$ 是否相关, 说明理由.

15. 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 1, & |x|<y<1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 试判断 X 与 Y 的独立性，并给出理由.

四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

得分	
----	--

16. 某保险公司接受了 10000 电动自行车的保险，每辆车每年的保费为 12 元. 若车丢失，则车主得赔偿 1000 元. 假设车丢失率为 0.006，试利用中心极限定理，求保险公司一年获利润不少于 60000 元的概率为多少？

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

得分	
----	--

17. 将一枚硬币独立地掷两次，记 A_1 ：第一次出现正面； A_2 ：第二次出现正面； A_3 ：正反面各出现一次. 证明： A_1, A_2, A_3 两两独立但不相互独立.