

安徽大学 2019—2020 学年第二学期

《线性代数 B》模拟试卷

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

得 分	
-----	--

1. 若向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1), \alpha_2 = (1, 2, 3), \alpha_3 = (1, 3, \lambda)$ 线性相关, 则 $\lambda =$ _____.

2. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 均为 3 维列向量, 记矩阵 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$
 $B = (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + 2\alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + 9\alpha_3)$, 如果 $|A| = 1$, 那么 $|B| =$ _____.

3. 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3)$ 所对应的矩阵为 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $f(x_1, x_2, x_3) =$ _____

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$, A^* 为 A 的伴随矩阵, 则

$(A^*)^{-1}$ 为_____.

5. 三阶矩阵 A 的特征值为 1, 2, 3. 则 $|A^3 - 5A^2 + 7A| =$ _____.

得 分	
-----	--

二、选择题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 设 A 为 n 阶方阵, 则下列条件**不是**线性方程组 $Ax = b$ 有唯一解的充分条件的是
 ().

- A. $Ax=0$ 仅有零解. B. 矩阵 A 的秩为 n .
C. A 有零特征值. D. 矩阵 A 非奇异.
7. 下列说法**错误**的是 ()
A. 矩阵的秩等于矩阵的列秩. B. 矩阵的秩等于矩阵的行秩.
C. 初等变换会改变矩阵的秩. D. 零矩阵的秩为零.
8. 设 A 为实对称矩阵, 则下列说法**错误**的是 ()
A. A 的特征值为实数. B. A 一定可以对角化.
C. A 的特征向量相互正交. D. A 的特征向量不一定相互正交.
9. 下列说法**错误**的是 ()
A. $n+1$ 个 n 维向量线性相关.
B. 等价的向量组有相同的秩.
C. 含有零向量的向量组线性无关.
D. 任一向量组与其极大线性无关组等价.
10. 若 3 阶实矩阵 A 的特征值分别为 2,3,4, 则行列式 $|A|$ 等于 ()
A 24. B $\sqrt[3]{24}$. C 9. D 3.

三、计算题 (本题共 5 小题, 每小题 10 分, 共 50 分)

11. 计算 n 阶行列式 $D_n = \begin{vmatrix} a & b & b & \cdots & b \\ b & a & b & \cdots & b \\ b & b & a & \cdots & b \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ b & b & b & \cdots & a \end{vmatrix}$.

得 分	
-----	--

12. 求下面齐次线性方程组的基础解系

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}.$$

装

答
题
勿
超
装
订
线

线

13. 设 $A = (a_{ij})_{3 \times 3}$ 为对称矩阵, 已知 $a_{11} = 1, a_{12} = t, a_{13} = t^2$,
余子式 $M_{12} = 1, M_{22} = 2, M_{32} = 1$, 求 t 值.

14. 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & x \end{pmatrix}$ 和矩阵 $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 相似, 求 x, y 的值.

15. 已知二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_1x_3$ 为正定二次型, 求 t 的取值范围.

四、分析计算题（本题 10 分）

得 分	
-----	--

16. 已知向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,1), \alpha_2=(2,0,t,0), \alpha_3=(0,-4,5,-2)$ 的秩为 2, 求 t 的值.

装

答
题
勿
超
装
订
线

线

五、证明题（本题 10 分）

得 分	
-----	--

17. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 是齐次线性方程组 $Ax = 0$ 的一个基础解系，而向量 β 不是 $Ax = 0$ 的解，即 $A\beta \neq 0$ ，证明：向量组 $\beta, \beta + \alpha_1, \dots, \beta + \alpha_s$ 线性无关.