安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 A (一)、B (一)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

题 号	_	1 1	===	四	五.	总分
得 分						
阅卷人						

一、填空题(本题共5小题,每小题2分,共10分)

|--|

- 2. 设函数 y = y(x) 由方程 $\begin{cases} x = \arctan t \\ 2y ty^2 + e^t = 5 \end{cases}$ 所确定, y = y(x) 关于 x 的一阶导

数为 _____.

- 3. 若 $f(x) = \begin{cases} x^a \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 x = 0 处右导数存在,则 a 的取值区间为______.
- 4. 求 $\ln x$ 在 $x_0 = 1$ 处带有 Lagrange 型余项的 n 阶 Taylor 展开式
- 5. 微分方程 y" + y' = x 的通解为 ...
- 二、选择题(本题共5小题,每小题2分,共10分)

- 1. 已知数列 $\{x_n\}$ 、 $\{y_n\}$ 满足 $\lim_{n\to\infty}x_ny_n=0$,则下列断言正确的是().
 - A. 若 $\{x_n\}$ 发散,则 $\{y_n\}$ 不发散.
 - B. 若 $\{x_n\}$ 无界,则 $\{y_n\}$ 必有界.
 - C. 若 $\{x_n\}$ 有界,则 $\{y_n\}$ 必为无穷小量.
 - D. 若 $\{\frac{1}{x_n}\}$ 为无穷小量,则 $\{y_n\}$ 必为无穷小量.

- 2. 设 $f(x) = \lim_{n \to \infty} \frac{(n-1)\sin x}{nx^2 + 1}$, 则 ().
 - A. f(0)不存在.

- B. f(0)存在,且x=0为可去间断点.
- C. f(0) 存在,且x=0为无穷间断点. D. f(x)在x=0处连续.
- 3. 曲线 $y = x^4 2x^2 + 2$ 的拐点个数为().
 - A. 0. B. 1.
- C. 2.
- D. 3.
- 4. 设f'(x)存在且连续,则[$\int df(x)$]'=().

- A. f'(x). B. f'(x) + C. C. f(x). D. f(x) + C.
- 5. 设 f(x) 连续,则下列函数中,必为偶函数的是().
 - A. $\int_{0}^{x} f(t^2) dt$.

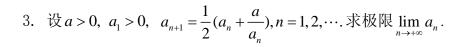
B. $\int_0^x t(f(t) + f(-t)) dt$.

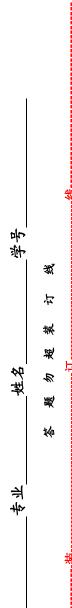
C. $\int_{0}^{x} f^{2}(t) dt$

- D. $\int_0^x t(f(t) f(-t)) dt$.
- 三、计算题(本题共8小题,每小题7分,共56分)

|--|

 $1. \quad \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{\sin^2 n + n \cos^2 n}$





4.
$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x^2} \int_0^{\sin x} \frac{\arctan t^2}{t} dt.$$

5.
$$\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{1+\ln(1+x)}} \, dx. \ (x > 0)$$

6.
$$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx. (x>0)$$

7. 设
$$\frac{\sin x}{x}$$
是 $f(x)$ 的一个原函数,求 $\int_0^1 x^3 f'(x) dx$.

8. 求曲线
$$\Gamma$$
: $y = \int_0^x \sqrt{\sin t} dt$ $(x \in [0, \pi])$ 的长.

1. 讨论函数 $y = (x+1)^2 - 3|x|$ 在[-3, 3) 上的最值.

学

4

型

やが

死/死

2. 讨论广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{x^m}{1+x^n} dx \ (n \ge 0)$ 的敛散性.

五、证明题(本题共2小题,每小题5分,共10分)

得 分

1. 设f(x)在[a,b]上可积,证明:存在 $\xi \in [a,b]$,使得

$$\int_{\xi}^{b} f(x)dx = \int_{a}^{\xi} f(x)dx.$$

2. 设 f(x), g(x) 在 [a,b] 上连续,在 (a,b) 上可导,且 f(a) = f(b) = 0,

证明: 存在 $\xi \in (a,b)$, 使得 $f'(\xi) + f(\xi)g'(\xi) = 0$.