

安徽大学 2015—2016 学年第二学期

《高等数学 A (二)、B (二)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号_____

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						
阅卷人						

得分	
----	--

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 已知 $|\vec{a}|=10$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a} \cdot \vec{b}=12$, 则 $|\vec{a} \times \vec{b}|=$ _____.

2. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(1,1,1), B(2,3,4), C(4,1,2)$, 则过点 A 的中线方程是_____.

3. 极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}=$ _____.

4. 已知函数 $f(x,y)=x^y$, $x>0, y>0$, 则 $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}=$ _____.

5. 设 $f(x)$ 是周期为 $2p$ 的周期函数, 它在区间 $(-p,p]$ 上的定义为:

$$f(x)=\begin{cases} -1, & -p < x \leq 0 \\ 1+x^2, & 0 < x \leq p \end{cases},$$

则 $f(x)$ 的傅立叶级数在 $x=p$ 收敛于_____.

二、选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

6. 下列方程表示的直线中, 与直线 $L: \begin{cases} x+y+z=1 \\ x-y-2z=1 \end{cases}$ 平行的是 ().

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-2};$

(B) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2};$

(C) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{2};$

(D) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{2}.$

7. 设函数 $z = f(x, y)$ 在区域 D 上有定义, $P_0(x_0, y_0) \in D$ 是其驻点, 则点 P_0 是 ().
 (A) 函数 $f(x, y)$ 的极值点; (B) 函数 $f(x_0, y)$ 的极值点;
 (C) 函数 $f(x_0, y)$ 的驻点; (D) 函数 $f(x, y)$ 在条件 $j(x, y) = 0$ 下的极值点.

8. 设 V 为空间上有界闭区域, 已知函数 $f(x, y, z)$ 在 V 上连续且大于 0, 则极限

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\iiint_V f(x, y, z) dV} = ().$

(A) 1;

(B) $\iiint_V f(x, y, z) dV;$

(C) $\max_V \{f(x, y, z)\};$

(D) $\min_V \{f(x, y, z)\}.$

9. 若 $u_n > 0, u_{n+1} < u_n$ 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = a > 0$, 则下列级数一定收敛的是 ().

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n;$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+u_n} \right)^n;$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+a^n};$

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{n}.$

10. 设 $f = x^2 + y^2 + z^2$, 则 $\text{grad } f$ 的散度 $\text{div}(\text{grad } f) = ().$

(A) 6;

(B) $2x + 2y + 2z;$

(C) $(2x, 2y, 2z);$

(D) $(2, 2, 2).$

三、计算题 (每小题 9 分, 共 63 分)

得分	
----	--

11. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点 $M(1, 1, 1)$ 处的切线与法平面方程.

12. 设函数 $z = f(x, y)$ 具有二阶连续偏导数, 其中 y 是由方程 $x = y + j(y)$ 确定的二次可微函数, 计算 $\frac{d^2 z}{dx^2}$.

13. 计算二重积分 $\iint_D \left| \sqrt{x^2 + y^2} - 1 \right| dx dy$, 其中 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 4$ 所围成的区域.

14. 选择常数 a, b , 使得 $(2ax^3y^3 - 3y^2 + 5)dx + (3x^4y^2 - 2bxy - 4)dy$ 是一个 \mathbb{R}^2 上二元可微函数 $U(x, y)$ 的全微分, 并求函数 $U(x, y)$ 的表达式.

15. 计算第一曲面积分 $\iint_S x^2 dS$, 其中 S 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与平面 $z = 1$ 所围成区域的整个边界曲面.

16. 计算第二曲面积分 $\iint_S xdydz + ydzdx + zdxdy$, 其中 S 为上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 的上侧.

17. 将函数 $f(x) = \frac{2x+1}{x^2+x-2}$ 展开成 $x-2$ 的幂级数.

得 分

四、应用题 （每小题 6 分，共 12 分）

18. 求函数 $z = x^2y(4-x-y)$ 在 $x=0, y=0$ 及 $x+y=6$ 围成的区域上的最大值及最小值.

19. 已知分段光滑金属丝 L 为 $x^2 + y^2 = 1$, $y = x$, 及 x 轴在第一象限所围成的边界, 在其上点 (x, y) 处的线密度是 $r(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$, 求该金属丝的质量.

五、证明题 (每小题 5 分, 共 5 分)

得 分	
-----	--

20. 已知数列 $\{u_n\}$ 满足: $0 < u_{n+1} < u_n$ 且 $u_n + u_{n+1} = \frac{1}{n}$, $n=1, 2, \mathbf{L}$.

证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ 条件收敛.