安徽大学 2009—2010 学年第一学期

《高等数学 A（一）、B（一）》考试试卷（A 卷）

（闭卷 时间 120 分钟）

题 号	一	二	三	四	五	总分
得 分						
阅卷人						

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

一、填空题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．若 $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-x+1}-(ax+b))=0$，则 $a=$__________，$b=$__________.

2．设函数 $y=y(x)$ 由方程 $\begin{cases} x=\arctan t \\ 2y-ty^2+e^t=5 \end{cases}$ 所确定，$y=y(x)$ 关于 x 的一阶导数为 ____________________________.

3．若 $f(x)=\begin{cases} x^a\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq 0 \\ 0, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处右导数存在，则 a 的取值区间为__________.

4．求 $\ln x$ 在 $x_0=1$ 处带有 Lagrange 型余项的 n 阶 Taylor 展开式

____.

5．微分方程 $y''+y'=x$ 的通解为____________________________.

二、选择题（本题共 5 小题，每小题 2 分，共 10 分）

得 分	

1．已知数列 $\{x_n\}$、$\{y_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to\infty}x_ny_n=0$，则下列断言正确的是（　　　）.

A. 若 $\{x_n\}$ 发散，则 $\{y_n\}$ 不发散.

B. 若 $\{x_n\}$ 无界，则 $\{y_n\}$ 必有界.

C. 若 $\{x_n\}$ 有界，则 $\{y_n\}$ 必为无穷小量.

D. 若 $\{\dfrac{1}{x_n}\}$ 为无穷小量，则 $\{y_n\}$ 必为无穷小量.

2. 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-1)\sin x}{nx^2+1}$，则（　　）.

A. $f(0)$ 不存在.　　B. $f(0)$ 存在，且 $x=0$ 为可去间断点.

C. $f(0)$ 存在，且 $x=0$ 为无穷间断点.　D. $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续.

3. 曲线 $y=x^4-2x^2+2$ 的拐点个数为（　　）.

A. 0.　　B. 1.　　C. 2.　　D. 3.

4. 设 $f'(x)$ 存在且连续，则 $[\int \mathrm{d}f(x)]'=$（　　）.

A. $f'(x)$.　　B. $f'(x)+C$.　　C. $f(x)$.　　D. $f(x)+C$.

5. 设 $f(x)$ 连续，则下列函数中，必为偶函数的是（　　）.

A. $\int_0^x f(t^2)\mathrm{d}t$.　　B. $\int_0^x t(f(t)+f(-t))\mathrm{d}t$.

C. $\int_0^x f^2(t)\mathrm{d}t$　　D. $\int_0^x t(f(t)-f(-t))\mathrm{d}t$.

三、计算题（本题共 8 小题，每小题 7 分，共 56 分）

得　分	

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\sin^2 n+n\cos^2 n}$

2. 若 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{1-\cos x}=4$，求 $\lim\limits_{x\to0}(1+\dfrac{f(x)}{x})^{\frac{1}{x}}$.

院/系________ 专业________ 姓名________ 学号________

答 题 勿 超 装 订 线

装 订 线

3. 设 $a>0,\ a_1>0,\ a_{n+1}=\dfrac{1}{2}(a_n+\dfrac{a}{a_n}), n=1,2,\cdots$. 求极限 $\lim\limits_{n\to+\infty}a_n$.

4. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2}\int_0^{\sin x}\dfrac{\arctan t^2}{t}\mathrm{d}t.$

5. $\int\dfrac{1}{(1+x)\sqrt{1+\ln(1+x)}}\mathrm{d}x.\ (x>0)$

6. $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\mathrm{d}x.\ (x>0)$

7. 设 $\frac{\sin x}{x}$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，求 $\int_0^1 x^3 f'(x)\mathrm{d}x.$

8. 求曲线 $\Gamma: y=\int_0^x \sqrt{\sin t}\,\mathrm{d}t \quad (x\in[0,\pi])$ 的长.

得　分	

四、综合分析题(本题共 2 小题，每小题 7 分，共 14 分)

1. 讨论函数 $y=(x+1)^2-3|x|$ 在 $[-3, 3)$ 上的最值.

2. 讨论广义积分 $\int_0^{+\infty}\frac{x^m}{1+x^n}\mathrm{d}x\ (n\ge 0)$ 的敛散性.

院/系______ 专业______ 姓名______ 学号______

答题勿超装订线

装　订　线

五、证明题（本题共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分）

得　　分	

1．设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可积，证明：存在 $\xi\in[a,b]$，使得

$$\int_{\xi}^{b} f(x)dx = \int_{a}^{\xi} f(x)dx .$$

2．设 $f(x), g(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 上可导, 且 $f(a) = f(b) = 0,$

证明：存在 $\xi\in(a,b)$, 使得 $f'(\xi)+f(\xi)g'(\xi)=0.$