安徽大学 2016—2017 学年第一学期

《高等数学 B（三）》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

试题参考答案及评分标准

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、 0.5 2、 $\frac{1}{6}$ 3、 $\frac{1}{3}$ 4、 $1-2e^{-1}$ 5、 $\frac{1}{4}$

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

6、 D 7、 B 8、 C 9、 D 10、D

三、计算题（每小题 12 分，共 60 分）

11、【解】设 A：考生对相关知识完全掌握；B：考生对相关知识部分掌握；C：考生对相关知识完全不掌握；D：考生选对答案；

（1）$P(D)=P(A)P(D\mid A)+P(B)P(D\mid B)+P(C)P(D\mid C)$

$=0.6\times 1+0.2\times 0.5+0.2\times 0.25=0.75$ 6 分

（2）$P(A\mid D)=\dfrac{P(AD)}{P(D)}=\dfrac{P(A)P(D\mid A)}{P(D)}=\dfrac{0.6\times 1}{0.75}=0.8$ 12 分

12、【解】（1）$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{0}^{+\infty}Axe^{-x^2}dx=\dfrac{A}{2}\Rightarrow A=2$ 4 分

（2）$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\begin{cases}0, & x<0\\ 1-e^{-x^2}, & x\geq 0\end{cases}$ 8 分

（3）$P(-1\leq X<2)=\int_{0}^{2}2xe^{-x^2}dx=1-e^{-4}$ 12 分

13、（1）由 $P(XY=0)=1$ 可知 $P(XY\neq 0)=0$，结合边缘分布律和联合分布律的关系，可得：

X \ Y	−1	0	1
−1	0	0.1	0
0	0.1	0	0.4
1	0	0.4	0

4 分

（2）由离散型条件概率公式得：

X	−1	0	1
$P(X=x_i\mid Y=1)$	0	1	0

8 分

（3）

$P(X\leq \frac{1}{2},Y\leq 0)=P(X=0,Y=0)+P(X=-1,Y=0)+P(X=-1,Y=-1)+P(X=0,Y=-1)$

$=0.2$ 12 分

14、（1）由于 $P(X=1)=0.5$，所以 $P(X=-1)=0.5$，由边缘和联合分布关系可得 $a=0.3$；

又 X 与 Y 不相关 $\Rightarrow EXY = EX \cdot EY$，其中 $EX = (-1)\times 0.5 + 1\times 0.5 = 0$，

而 XY 可能取值为 $-1,0,1$，且

$P(XY=-1) = P(X=-1,Y=1) + P(X=1,Y=-1) = 0.1+b$，

$P(XY=1) = P(X=1,Y=1) + P(X=-1,Y=-1) = 0.1+c$，

$P(XY=0) = P(X=-1,Y=0) + P(X=1,Y=0) = a+0.1$，

则 $EXY = -0.1 - b + 0.1 + c = c - b$；由 $EXY = EX \cdot EY \Rightarrow c-b=0 \Rightarrow c=b$，
又 $b+0.1+c=0.5 \Rightarrow b=c=0.2$ 6 分

（2）$Cov(X+Y,X-Y) = Cov(X,X) - Cov(X,Y) + Cov(Y,X) - Cov(Y,Y) = DX - DY$，

其中 $DX = EX^2 - (EX)^2 = 1, DY = EY^2 - (EY)^2 = 0.6$，

则 $Cov(X+Y,X-Y) = DX - DY = 1 - 0.6 = 0.4 \neq 0$，所以 $X+Y$ 与 $X-Y$ 是相关. 12 分

15、【解】$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy = \begin{cases} \int_{-x}^{1} 1dy = 1+x, & -1<x\le 1, \\ \int_{x}^{1} 1dy = 1-x, & 0<x\le 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases} = \begin{cases} 1-|x|, & |x|<1, \\ 0, & |x|\ge 1. \end{cases}$ 5 分

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx = \begin{cases} \int_{-y}^{y} 1\,dx, & 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} = \begin{cases} 2y, & 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$， 10 分

显然 $f(x,y) \neq f_X(x) f_Y(y)$，则 X，Y 不独立. 12 分

四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）

16、【解】设 X 为需要赔偿的车主人数，得 $X \sim B(10000, 0.006)$，$EX = 60, DX = 59.64$，
则保险公司在一年获利不少于 60000 元的概率为：$P(120000 - 1000X > 60000)$，
利用中心极限定理可知：

$P(120000 - 1000X > 60000) = P(X < 60) = P\left(\frac{X-60}{\sqrt{59.64}} < \frac{60-60}{\sqrt{59.64}}\right) \approx \Phi(0) = \frac{1}{2}.$ 5 分

五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）

17、【证明】由古典概型可知 $P(A_1) = \frac{1}{2}, P(A_2) = \frac{1}{2}, P(A_3) = \frac{1}{2}$，

而 $P(A_1A_2) = \frac{1}{4} = P(A_1)P(A_2)$，$P(A_1A_3) = \frac{1}{4} = P(A_1)P(A_3)$，$P(A_2A_3) = \frac{1}{4} = P(A_2)P(A_3)$，

所以 A_1, A_2, A_3 两两独立； 3 分

又 $P(A_1A_2A_3) = P(\Phi) = 0 \neq P(A_1)P(A_2)P(A_3) = \frac{1}{8}$，所以 A_1, A_2, A_3 不相互独立. 5 分