

安徽大学 2008-2009 学年第二学期

《高等数学 A (二)、B (二)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

题 号	一	二	三	四	五	总 分
得 分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

- 过点 (1, 2, 3) 且与直线 $\frac{x-3}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ 平行的直线方程为_____.
- 设 $f(x, y) = \frac{xy}{\sqrt{xy+1}-1}$, 则 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) =$ _____.
- 累次积分 $\int_0^2 dx \int_{x^2}^{2x} f(x, y) dy$ 交换积分次序后为_____.
- 已知曲线 $L: x^2 + y^2 = a^2$ (常数 $a > 0$), 则 $\oint_L x^2 ds =$ _____.
- 已知 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 在 $(-\pi, \pi]$ 上 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = \begin{cases} -\pi, & -\pi < x \leq 0 \\ x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, 则 $f(x)$ 的傅立叶级数在 $x=0$ 处收敛于_____.

二、单项选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

- 设 $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ 、 $y_3(x)$ 是非齐次线性方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)$ 的三个线性无关的解, C_1 、 C_2 是任意常数, 则该非齐次线性方程的通解可表示为 ().
 A. $C_1y_1 + C_2y_2 + C_3$ B. $C_1y_1 + C_2y_2 - (C_1 + C_2)y_3$
 C. $C_1y_1 + C_2y_2 - (1 - C_1 - C_2)y_3$ D. $C_1y_1 + C_2y_2 + (1 - C_1 - C_2)y_3$
- 已知二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2, & xy = 0 \\ 1, & xy \neq 0 \end{cases}$, 则 $f(x, y)$ 在 (0, 0) 处 ().
 A. 连续, 一阶偏导数不存在 B. 不连续, 一阶偏导数不存在
 C. 不连续, 一阶偏导数存在 D. 连续, 一阶偏导数存在

8. 曲线 $L: \begin{cases} x=t^2 \\ y=8/\sqrt{t} \\ z=4\sqrt{t} \end{cases}$ 在点 (16, 4, 8) 处的法平面方程是 ().

- A. $8x - y - 2z = 108$ B. $16x - y + 2z = 268$
C. $8x - y - 2z = 140$ D. $16x - y + 2z = 244$

9. 常数 $a > 0$, 则第一型曲面积分 $\iint_{x^2+y^2+z^2=a^2} x^2 dS$ 的值为 ().

- A. $\frac{4}{3}\pi a^4$ B. $\frac{4}{3}\pi a^2$ C. $4\pi a^4$ D. $4\pi a^2$

10. 下列级数中, 绝对收敛的是 ().

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$

得 分	
-----	--

三、计算题 (每小题 8 分, 共 64 分)

11. 已知直线 $L_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-4}$, 平面 $\Sigma: x+2y+2z=5$, 求直线 L_1 与平面 Σ 的夹角.

12. 设 $z = \arctan \frac{x}{y}$, 求 $dz, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

13. 求微分方程 $y'' - 3y' + 2y = e^{-2x}$ 的通解.

14. 计算二重积分 $\iint_D e^{-\frac{y^2}{2}} dx dy$, 其中 D 是由直线 $x=0$ 、 $y=1$ 及 $y=x$ 所围成的区域.

15. 计算三重积分 $\iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq R^2} (x^2 + y^2 + xz) dx dy dz$, 其中常数 $R > 0$.

16. 计算第二型曲线积分 $I = \int_C (e^x \sin y - 2y) dx + (e^x \cos y - 2) dy$ ，其中 C 为上半圆周 $x^2 + y^2 = ax$ ，方向为从 $A(a, 0)$ 到 $O(0, 0)$ ，常数 $a > 0$ 。

17. 设抛物面 $\Sigma: z = 1 - x^2 - y^2$ ($z \geq 0$)，方向取其上侧，计算 $\iint_{\Sigma} 2x^3 dydz + 2y^3 dzdx + 2dxdy$ 。

18. 将 $f(x)=\frac{1}{1+2x}$ 展开为 $(x+2)$ 的幂级数，并求该幂级数的收敛域.

四、应用题（本大题共 8 分）

得 分	
-----	--

19. 在椭圆 $x^2+4y^2=4$ 上求一点，使该点到直线 $2x+3y-12=0$ 的距离最短.

五、证明题（本大题共 8 分）

得 分	
-----	--

20. 设数列 $\{a_n\}$ 单调减小, 且 $a_n \geq 0 (n=1, 2, \dots)$, 又级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 发散.

证明: 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+a_n} \right)^n$ 收敛.