院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

# 安徽大学 2016—2017 学年第一学期

## 《高等数学 A（三）》（概率论与数理统计）考试试卷（A 卷）

**（闭卷　　时间 120 分钟）**

**考场登记表序号__________**

| 题　号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 得　分 | | | | | | |
| 阅卷人 | | | | | | |

## 一、　填空题（每小题 3 分，共 15 分）

| 得 分 | |
|---|---|

1.　设 $A$，$B$ 是随机事件，$P(A)=0.4$，$P(AB)=0.2$，$P(A\mid B)+P(\overline{A}\mid\overline{B})=1$，则 $P(A\cup B)=$__________．

2．设随机变量 $X$ 服从参数为 1 的泊松分布，则方程 $x^2-2x+X=0$ 无实根的概率为______．

3．　设 $X$ 服从正态分布 $N(3,4)$，$Y$ 服从参数 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 的指数分布，且 $X,Y$ 相互独立，又 $Z=X-2Y+5$，则 $DZ=$___________．

4．　设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自二项分布总体 $B(n,p)$ 的简单随机样本，$\overline{X}$ 和 $S^2$ 分别为样本均值和样本方差，若 $\overline{X}+kS^2$ 为 $np^2$ 的无偏估计量，则 $k=$________．

5．　设总体 $X$ 服从正态分布 $N(\mu,8)$，$\mu$ 为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_{32}$ 是取自总体 $X$ 的一个简单随机样本，$\overline{X}$ 为样本均值，如果以区间 $\left(\overline{X}-1,\overline{X}+1\right)$ 作为 $\mu$ 的置信区间，则置信水平为_________．

（标准正态分布函数值 $\Phi(2)=0.977$，$\Phi(3)\approx0.999$，$\Phi(4)\approx1$）

## 二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

| 得 分 | |
|---|---|

6.　将一枚均匀硬币连续抛掷两次，引进事件：$A_1=\{$掷第一次出现正面$\}$，$A_2=\{$掷第二次出现正面$\}$，$A_3=\{$正反面各出现一次$\}$，$A_4=\{$正面出现两次$\}$，则事件（　　）．

（A）$A_1,A_2,A_3$ 相互独立．　　（B）$A_2,A_3,A_4$ 相互独立．

（C）$A_1,A_2,A_3$ 两两独立．　　（D）$A_2,A_3,A_4$ 两两独立．

7. 设随机变量$X$的分布函数为$F(x)$，概率密度为$f(x)$，$Y=1-X$，$Y$的分布函数记为$G(y)$，概率密度记为$g(y)$，则有（　　）.

（A）$g(y)=f(1-y)$　（B）$g(y)=1-f(y)$　（C）$G(y)=F(1-y)$　（D）$G(y)=1-F(y)$

8. 设随机变量$X$，$Y$相互独立，且$EX$，$EY$和$DX$，$DY$存在，则下列等式中不成立的是（　　），下列表示式中$a$，$b$均为常数.

（A）$E(aX\pm bY)=aEX\pm bEY$.　　（B）$E(aX\cdot bY)=abEX\cdot EY$.

（C）$D(aX+bY)=a^2DX+b^2DY$.　　（D）$D(aX-bY)=a^2DX-b^2DY$.

9. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X$的简单随机样本，$EX=\mu$，$DX=1$，下列命题

① $\sqrt{n}\left(\overline{X}-\mu\right)\sim N(0,1)$.　② $E\left(\overline{X}^2\right)=\mu^2$.

③ 由切比雪夫不等式可知$P\left(\left|\overline{X}-\mu\right|<\varepsilon\right)\geq 1-\dfrac{1}{n\varepsilon^2}$（$\varepsilon$为任意正数）.

④ 若$\mu$为未知参数，则样本均值$\overline{X}$是$\mu$的矩估计量.

中正确的有（　）个.

（A）　1　（B）　2　（C）　3　（D）　4

10. 在正态总体的假设检验中，显著性水平为$\alpha$，则下列结论正确的是（　　）.

（A）若在$\alpha=0.1$下接受$H_0$，则在$\alpha=0.05$下必接受$H_0$.

（B）若在$\alpha=0.1$下接受$H_0$，则在$\alpha=0.05$下必拒绝$H_0$.

（C）若在$\alpha=0.1$下拒绝$H_0$，则在$\alpha=0.05$下必接受$H_0$.

（D）若在$\alpha=0.1$下拒绝$H_0$，则在$\alpha=0.05$下必拒绝$H_0$.

| 得 分 | |
|---|---|

**三、分析计算题（每小题 12 分，共 60 分）**

11. 选择题有四个答案可供选择．已知 60%考生对相关知识完全掌握，他们可选出正确答案；20%的考生对相关知识部分掌握，他们可剔除两个不正确答案，然后随机选一个答案；20%的考生对相关知识完全不掌握，他们随机选一个答案.

（1）现任意挑位考生，求他选得正确答案的概率；

（2）已知某位考生选对了答案，求他确实是完全掌握相关知识的概率.

院/系______ 年级______ 专业______ 姓名______ 学号______

答题勿超装订线

装 订 线

12． 设连续型随机变$X$的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} Axe^{-x^2} & x \ge 0, \\ 0, & x<0. \end{cases}$$

求：（1）常数$A$的值；（2）$X$的分布函数$F(x)$；（3）概率$P(-1 \le X < 2)$．

13． 设随机变量$X$与$Y$的分布律分别为：

| $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |

| $Y$ | $-1$ | 0 | 1 |
|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

且$P(X^2=Y^2)=1$，求：

（1）$(X,Y)$的联合分布律；（2）$Z=XY$的分布律；（3）$X$与$Y$的相关系数$\rho_{XY}$．

14． 设二维随机变量$(X,Y)$的概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}1, & |x|<y<1, \\ 0, & 其他.\end{cases}$．试判断$X$与$Y$的独立性，并给出理由.

院/系________ 年级________ 专业________ 姓名________ 学号________

答题勿超装订线

装 订 线

15． 设总体 $X$ 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}.\end{cases},$$

其中 $\theta>-1$ 是未知参数．设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $X$ 的简单随机样本，试求参数 $\theta$ 的矩估计量和极大似然估计量．

**四、应用题（每小题 5 分，共 5 分）**

| 得 分 | |
|---|---|

16．某保险公司接受了 10000 电动自行车的保险，每辆车每年的保费为 12 元． 若车丢失，则车主得赔偿 1000 元．假设车丢失率为 0.006，试利用中心极限定理，求保险公司一年获利润不少于 60000 元的概率为多少？

**五、证明题（每小题 5 分，共 5 分）**

| 得 分 | |
|---|---|

17． 设 $X_1$， $X_2$， $X_3$， $X_4$ 为来自总体 $N\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 的简单随机样本，

证明：统计量 $Y=\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{\sum\limits_{i=3}^{4}X_i^2}}$ 服从自由度为 2 的 $t$ 分布．