

安徽大学 2016—2017 学年第二学期

《高等数学 A (二)、B (二)》考试试卷 (A 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

1. 过直线 $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$ 且平行于直线 $\begin{cases} x=2t-2 \\ y=t+1 \\ z=t \end{cases}$ 的平面方程是 _____.

2. 若二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^2 y)}{xy}, & xy \neq 0 \\ 0, & xy = 0 \end{cases}$, 则 $\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(0,1)} =$ _____.

3. $\int_0^1 dy \int_y^1 \frac{\tan x}{x} dx =$ _____.

4. 平面上曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} (x^2 + y) dx + (x - 2 \sin^2 y) dy =$ _____.

5. 若 $x^2 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$ ($-\pi \leq x \leq \pi$), 则 $a_2 =$ _____.

得分

二、选择题（每小题 2 分，共 10 分）

6. 二元极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3x-y}{x+y}$ ()

(A) 不存在

(B) 等于 0

(C) 等于 $\frac{1}{2}$

(D) 存在，但不等于 0 也不等于 $\frac{1}{2}$

7. 设函数 $z = f(x, y)$ 的全微分为 $dz = xdx + ydy$ ，则在 $(0, 0)$ 处函数 ()

(A) 取得极大值

(B) 取得极小值

(C) 不取极值

(D) 无法确定

8. 设 $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z, 1 \leq z \leq 2\}$ ， f 在 Ω 上连续，则 $\iiint_{\Omega} f(z) dv =$ ()

(A) $\pi \int_1^2 z^2 f(z) dz$

(B) $2\pi \int_1^2 f(z) dz$

(C) $2\pi \int_1^2 z f(z) dz$

(D) $\pi \int_1^2 z f(z) dz$

9. 设 $\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ($z \geq 0$)， Σ_1 为 Σ 在第一卦限的部分，则有 ()

(A) $\iint_{\Sigma} x dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$

(B) $\iint_{\Sigma} y dS = 4 \iint_{\Sigma_1} y dS$

(C) $\iint_{\Sigma} z dS = 4 \iint_{\Sigma_1} z dS$

(D) $\iint_{\Sigma} xyz dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xyz dS$

10. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x+2)^n$ 在 $x=0$ 处收敛，在 $x=-4$ 处发散，则幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-3)^n$ ()

在 $x=5$ 处

(A) 发散

(B) 绝对收敛

(C) 条件收敛

(D) 不能确定

三、计算题（每小题 9 分，共 63 分）

得分

11. 设 $f(x, y, z) = e^x y z^2$ ，其中 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x + y + z + x y z = 0$ 确定的隐函数，求 $f'_x(0, 1, -1)$ 。

12. 在曲面 $z = x^2 + y^2$ 上求一点，使得该点的切平面平行于平面 $2x + 4y - z = 0$ ，并求函数 $F(x, y, z) = x^2 + y^2 - z$ 在该点处沿着方向 $\vec{n} = \{2, 4, -1\}$ 的方向导数。

四、应用题（每小题 6 分，共 12 分）

得分

13. 设空间曲面块 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 被平面 $z = 1$ 截出的顶部，其面密度分布为 $\rho(x, y, z) = 1$ ，求该曲面块的质量。

13. 求 $\iint_D |y - x^2| dx dy$ ，其中 D 由 $|x| \leq 1$ ， $0 \leq y \leq 2$ 所围成。

14. 计算 $I = \iiint_V z dx dy dz$, 其中 V 为 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 所围立体.

15. 计算 $\int_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$, 其中 $L: x^2 + y^2 = ax$ ($a > 0$).

证明题 (每小题 5 分, 共 5 分)

得分

证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n+1}$ 发散.

16. 计算曲面积分 $\iint_S (x^3 + 1) dy dz + (y^3 + 1) dz dx + (z^3 + 1) dx dy$, 其中 S 为上半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的上侧.

17. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1}$ 的收敛域及数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n-1}$ 的和.

四、应用题 (每小题 6 分, 共 12 分)

得分	
----	--

18. 设空间曲面块 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 被平面 $z = 1$ 截出的顶部, 其面密度分布为 $\rho(x, y, z) = \frac{1}{z}$, 求该曲面块的质量.

- 三、求质点 $M(x, y)$ 受作用力 $\vec{F} = (y + 3x)\vec{i} + (2y - x)\vec{j}$ 沿路径 L 顺时针方向运动一周所做的功. 其中 L 为椭圆 $4x^2 + y^2 = 4$.

三、证明题 (每小题 5 分, 共 5 分)

得分	
----	--

- 三、证明: 级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} + (-1)^n}{n-1}$ 发散.