

安徽大学 2016—2017 学年第二学期

《高等数学 A (二)、B (二)》考试试卷 (B 卷)

(闭卷 时间 120 分钟)

考场登记表序号 _____

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						
阅卷人						

一、填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分

1. 过点 $(1, 0, 1)$ 且垂直于直线 $\begin{cases} x+y+z+1=0 \\ x+2y-z-1=0 \end{cases}$ 的平面方程是 _____.

2. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 若 $z = \arctan \frac{x-y}{x+y}$, 则 _____.

4. 设 $f(x, y)$ 连续, 直角坐标系下交换积分次序

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < 0 \\ 1+x^2, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$, 则其以 2π 为周期的傅里叶级数在 $x=0$ 处收敛于 _____.

二. 选择题 (每小题 2 分, 共 10 分)

得分	
----	--

1. 二元极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x-y}{x+y}$ ()

- (A) 等于 0 (B) 等于 $\frac{1}{2}$
 (C) 存在但不等于 0 也不等于 $\frac{1}{2}$ (D) 不存在

2. 二元函数 $z = xy^2 - 4xy - y^2 + 4y$ 在 $(1,0)$ 处 ()

- (A) 不取极值 (B) 取得极小值
 (C) 取得极大值 (D) 不能确定是否取得极值

3. 设曲线 L 是区域 D 的正向边界, 那么 D 的面积为 ()

- (A) $\frac{1}{2} \oint_L ydx - xdy$ (B) $\frac{1}{2} \oint_L xdy - ydx$
 (C) $\oint_L ydx - xdy$ (D) $\oint_L xdy - ydx$

4. 设 $P(x,y)$, $Q(x,y)$ 在单连通区域 D 上具有一阶连续偏导数, 则曲线积分 $\int Pdx + Qdy$ 在 D 内与路径无关的充要条件是 ()

- (A) $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial y}$ (B) $\frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x}$
 (C) $\frac{\partial Q}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial y}$ (D) $\frac{\partial Q}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x}$

5. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n+1}$ 的收敛域是 ()

- (A) $(-1,1)$ (B) $[-1,1)$
 (C) $(-1,1]$ (D) $[-1,1]$

三、计算题 (每小题 10 分, 共 60 分)

得分

11. 设函数 f 可微, $y = f(e^x, \cos x, x^2 + 1)$, 求 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$.

12. 求曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 6 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的切线方程.

14. 求抛物线 $y^2 = 4x$ 上的点, 使它到直线 $x - y + 4 = 0$ 的距离最近.

13. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} z^2 dS$, 其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $R > 0$.

14. 设 C 为平面曲线 $x^2 + y^2 = 1$, 计算曲线积分 $\oint_C (x+y)^2 ds$.

得分

15. 计算 $\oint_L (y+x)dx + (2x+y)dy$, 其中 L 是圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, 逆时针方向.

16. 计算曲面积分 $\iint_S xdydz + (z+1)dxdy$, 其中 S 为上半球面 $z = \sqrt{1-x^2-y^2}$ 的上侧.

四、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	
----	--

17. 将 $f(x) = \ln x$ 展开成 $x-2$ 的幂级数.

18. 求抛物线 $y^2 = 4x$ 上的点，使它与直线 $x - y + 4 = 0$ 的距离最近.

五、证明题（每小题 4 分，共 4 分）

得分	
----	--

19. 证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin n}{n^2} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$ 发散.