**安徽大学2019—2020学年第一学期**

**《 线性代数A》期末考试试卷答案详解**

**一、选择题（每小题2分，共10分）**

**1. B 2. C 3. B 4. D 5. A**

**二、填空题（每小题2分，共10分）**

**6.**  **7.  8.  9.  10. **

**三、计算题（每小题10分，共60分）**

**11.**【解】按第一行展开得：



 4分

故有递推公式

 ……①

①表明数列是以b为公比的等比数列。

因为，从而

， …………②

所以 。…………③

由于原行列式关于对称，故也有

。…………④

③-④： ，…………⑤

当时，. 10分

**12.**【解】显然可逆，用右乘方程两边，得

，

即，则； 6分

又，，进而，

从而得. 10分

**13.**【解】设，则



，

由线性相关，知，故或，

又可由线性表示，所以，

当时，由于，故； 6分

当时，由于





解得，故

，其中为任意实数. 10分

**14.**【解】由解的性质可知知，

为的解； 5分

且与线性无关；

而有个基础解析，所以的通解为

（为任意实数）. 10分

**15.**【解】（1）设的特征向量所对应的特征值为，则有，即，

，

即，解得. 5分

（2）当时，，

得是的3重特征值，但，则对应的线性无关特征向量只有一个，故不可相似对角化. 10分

**16.**【解】（1）由题可知，，不妨设的特征值为，则有

，解得； 3分

（2）由，

得的特征值为，

对于，由，得；

对于，由，得；

已两两正交，只需单位化，得

，

令，则由正交变换，可将二次型化标准形为

. 10分

**四、证明题（每小题10分，共20分）**

**17.**【证明】设常数，使得成立，

由已知，有，，代入上式，整理得

，

又由于是不同特征值对应的特征向量，故它们必线性无关，即

，

其系数行列式，所以，则线性无关.10分

**18.【证明】**（1）为反对称阵，即，

，

则是对称阵； 4分

（2）对任意的为向量，有

，

，有，故对任意的，有

，

所以是正定阵. 10分