

# Algorytmy On-Line

## Lista 4

Adrian Herda

2025-05-07

### 1. Treść zadania

Rozważmy problem PAGE MIGRATION na dwóch grafaach 64 wierzchołkowych, torusie trzywymiarowym i hiperkostce z wagami krawędzi 1. Niech  $D \in \{16, 32, 64, 128, 256\}$ .

Ciągi żądań długości 65536 generujemy zgodnie z następującymi rozkładami na zbiorze  $\{1, \dots, 64\}$ :

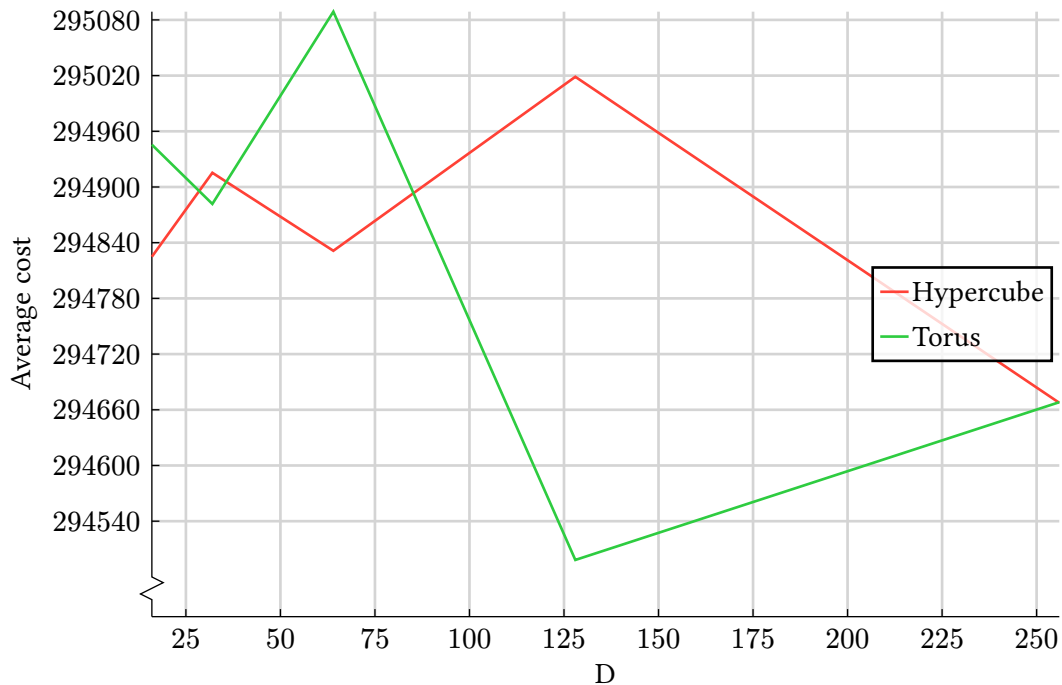
- jednostajny  $\Pr[x = i] = \frac{1}{64}$ ,
- harmoniczny  $\Pr[X = i] = \frac{1}{i \cdot H_{64}}$ , gdzie  $H_{64}$  jest 64-tą liczbą harmoniczną,
- dwuharmoniczny  $\Pr[X = i] = \frac{1}{i^2 \cdot \hat{H}_{64}}$ , gdzie  $\hat{H}_{64} = \sum_{i=1}^{64} \frac{1}{i^2}$  jest 64-tą liczbą dwuharmoniczną.

Rozważmy dwa następujące algorytmy online dla problemu:

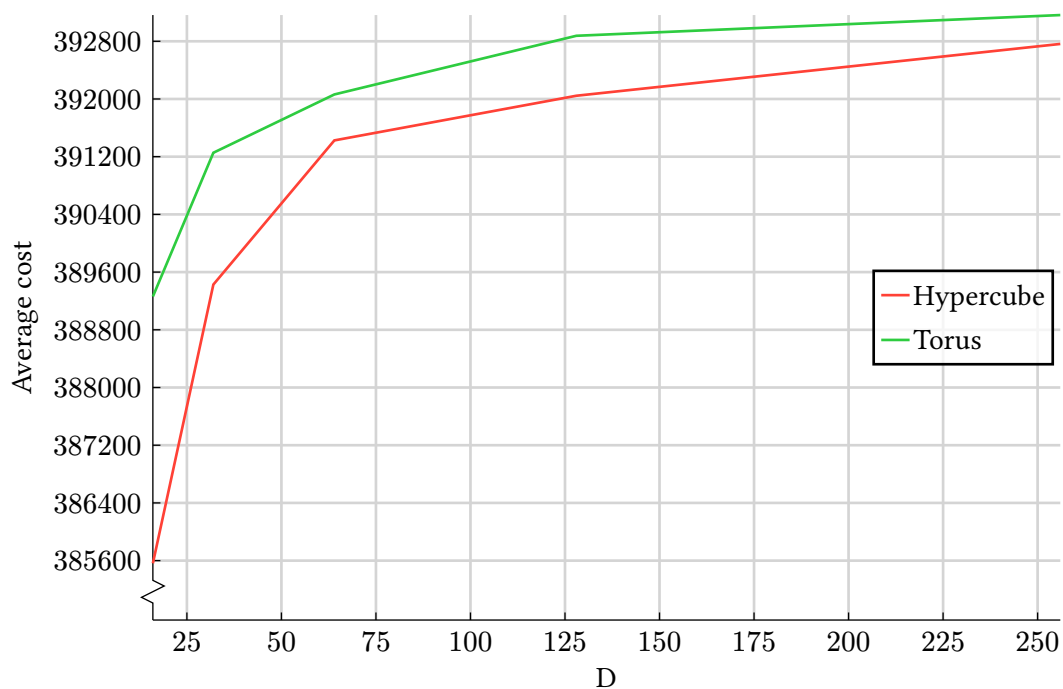
- deterministyczny MOVE-TO-MIN,
- losowy COIN-FLIP.

Przeprowadź eksperymenty dla podanych algorytmów, grafów i rozkładów. Porównaj koszty obu podanych algorytmów dla różnych wartości  $D$ .

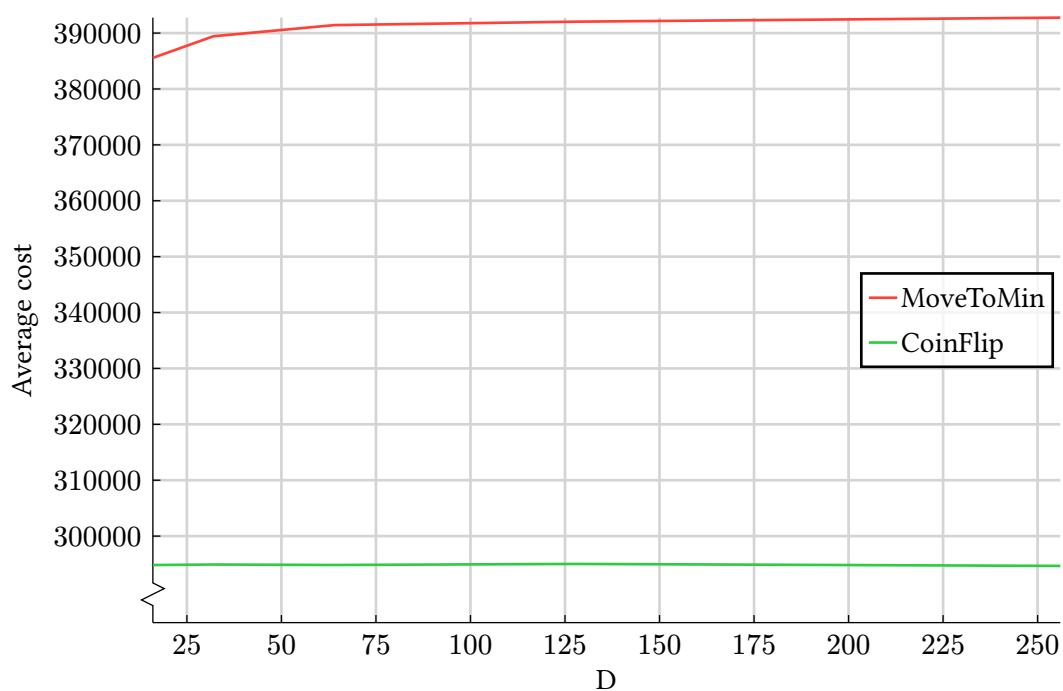
### 2. Wyniki eksperymentów



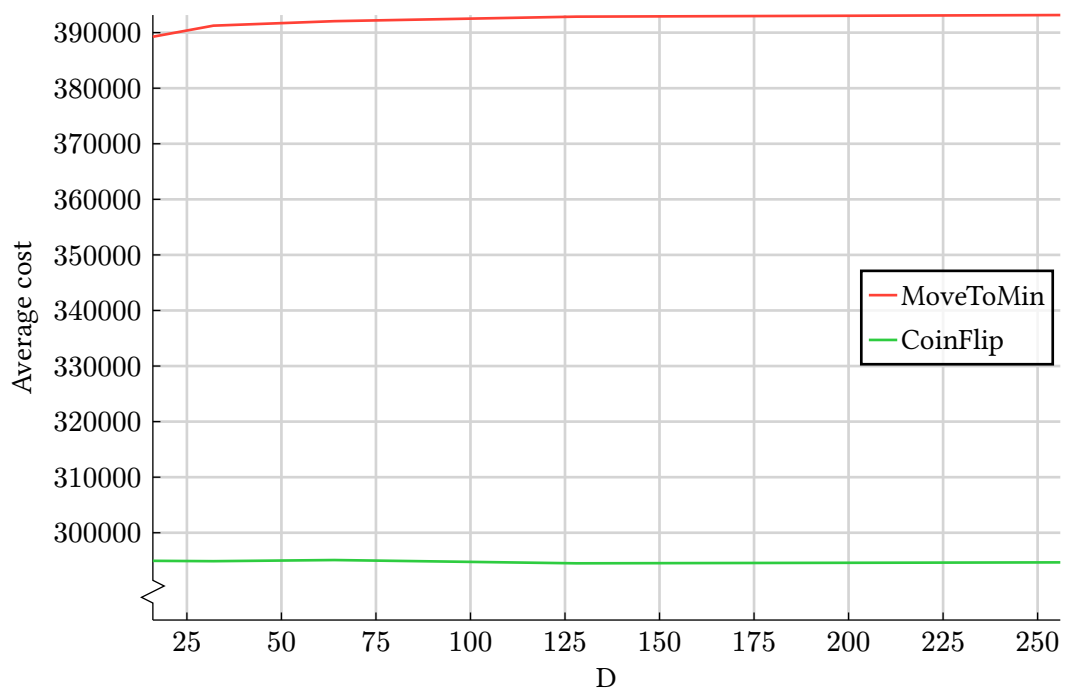
Rysunek 1: Average cost of page migration with Uniform distribution and CoinFlip



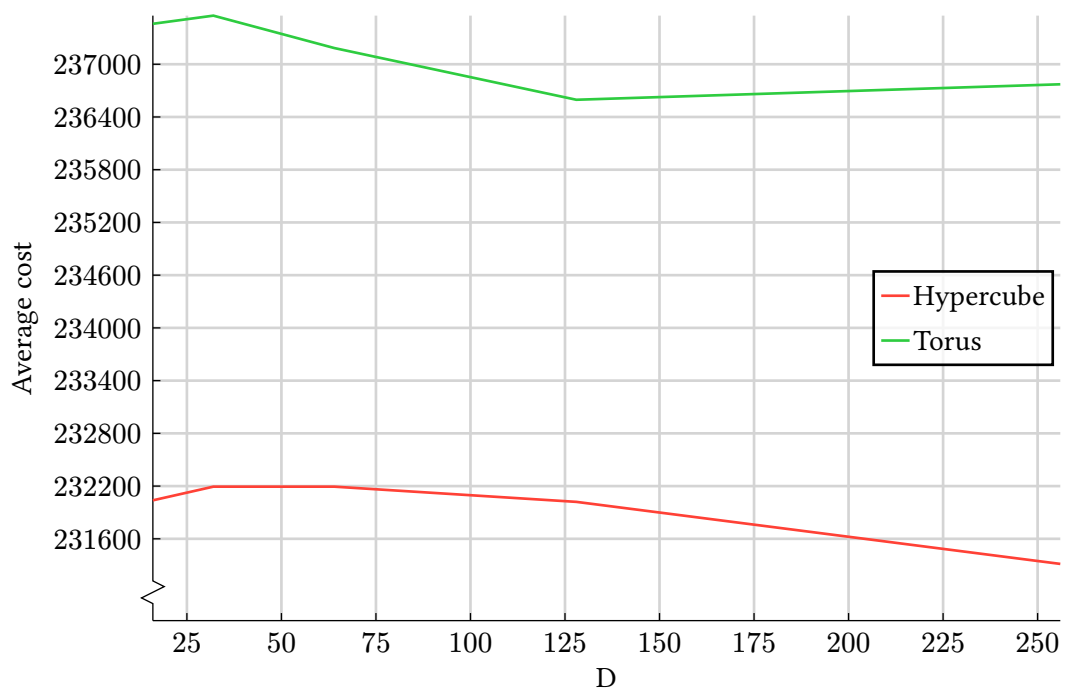
Rysunek 2: Average cost of page migration with Uniform distribution and MoveToMin



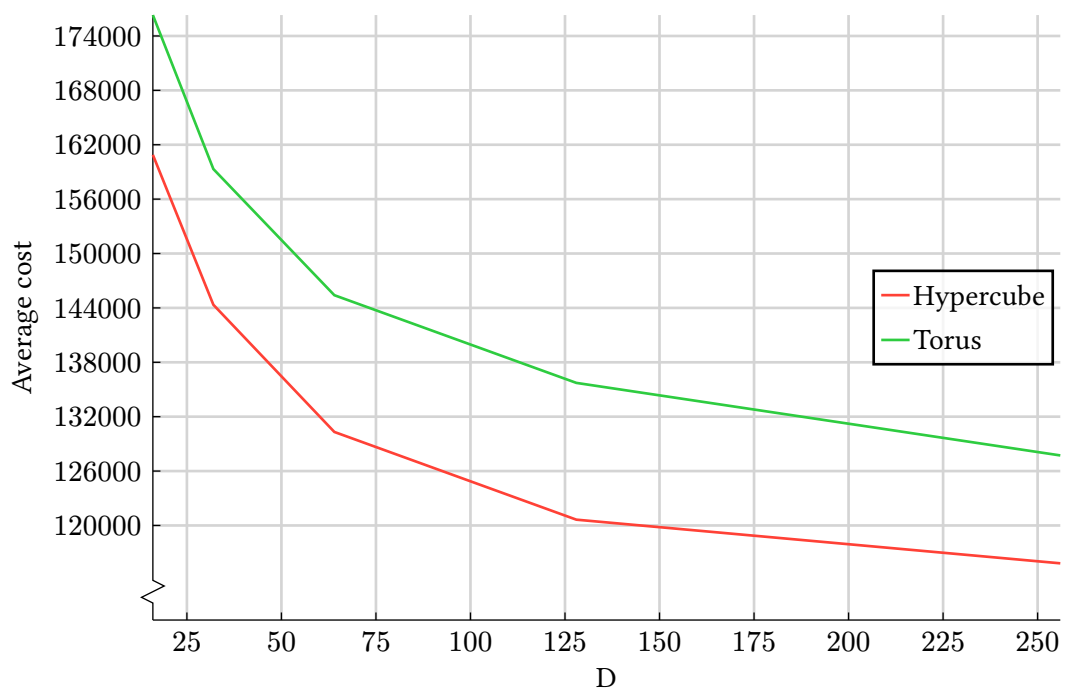
Rysunek 3: Average cost of page migration with Uniform distribution and Hypercube



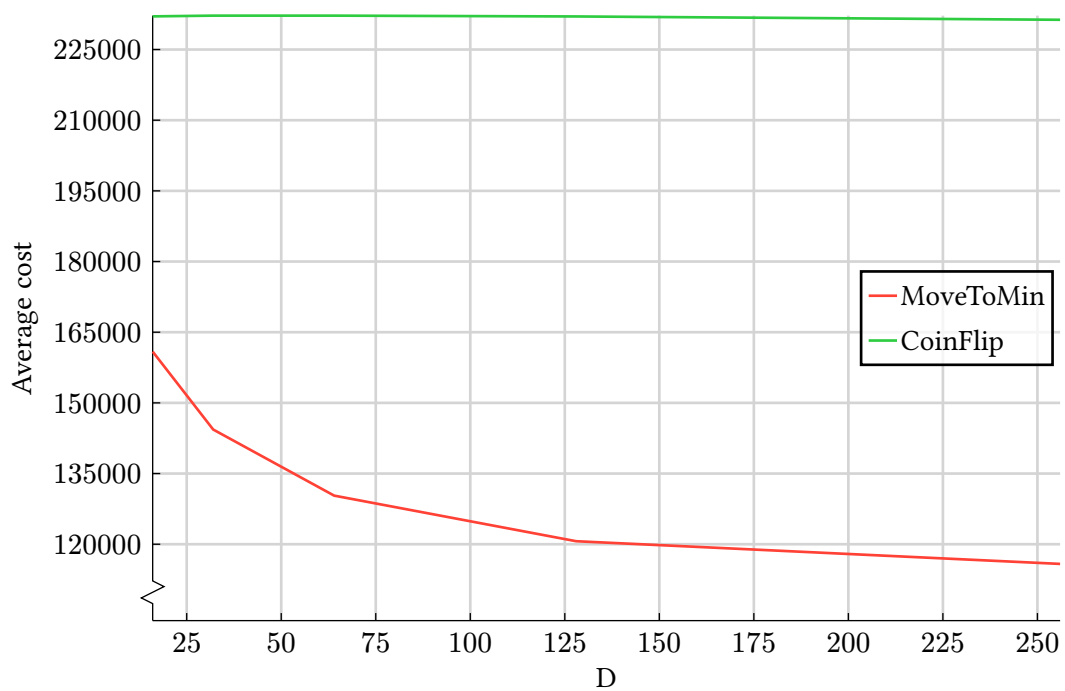
Rysunek 4: Average cost of page migration with Uniform distribution and Torus



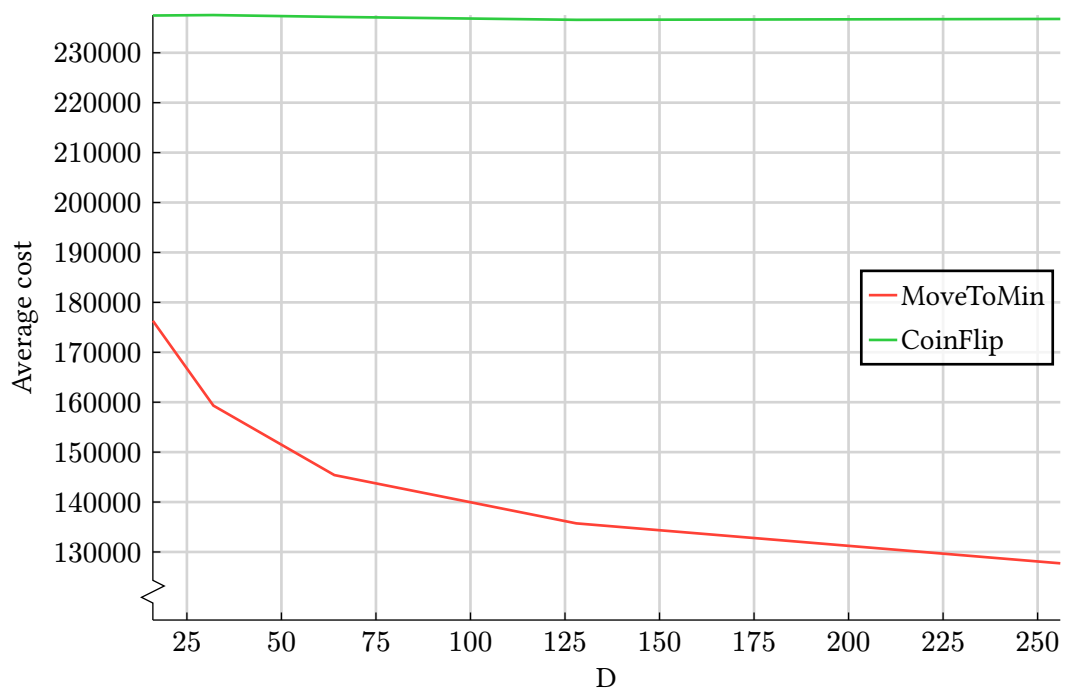
Rysunek 5: Average cost of page migration with Harmonic distribution and CoinFlip



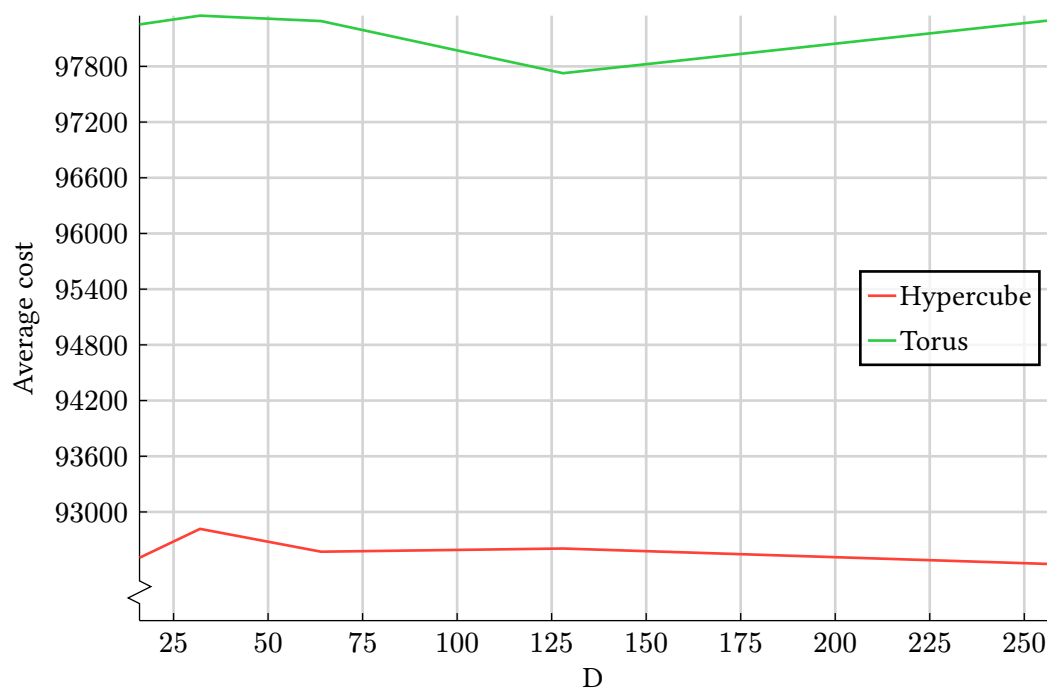
Rysunek 6: Average cost of page migration with Harmonic distribution and MoveToMin



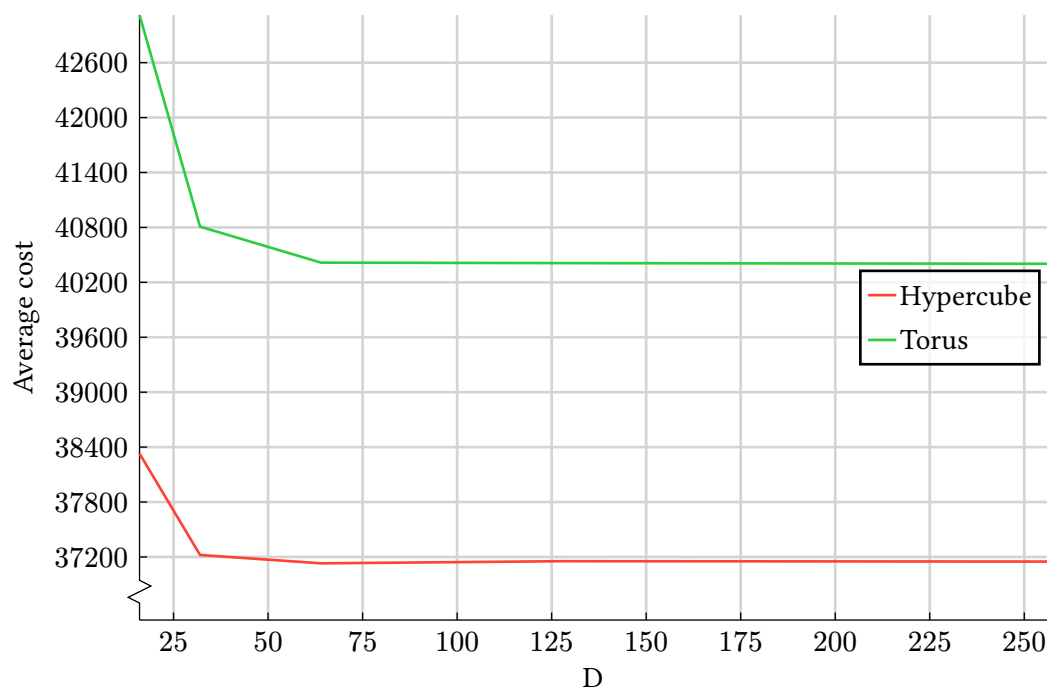
Rysunek 7: Average cost of page migration with Harmonic distribution and Hypercube



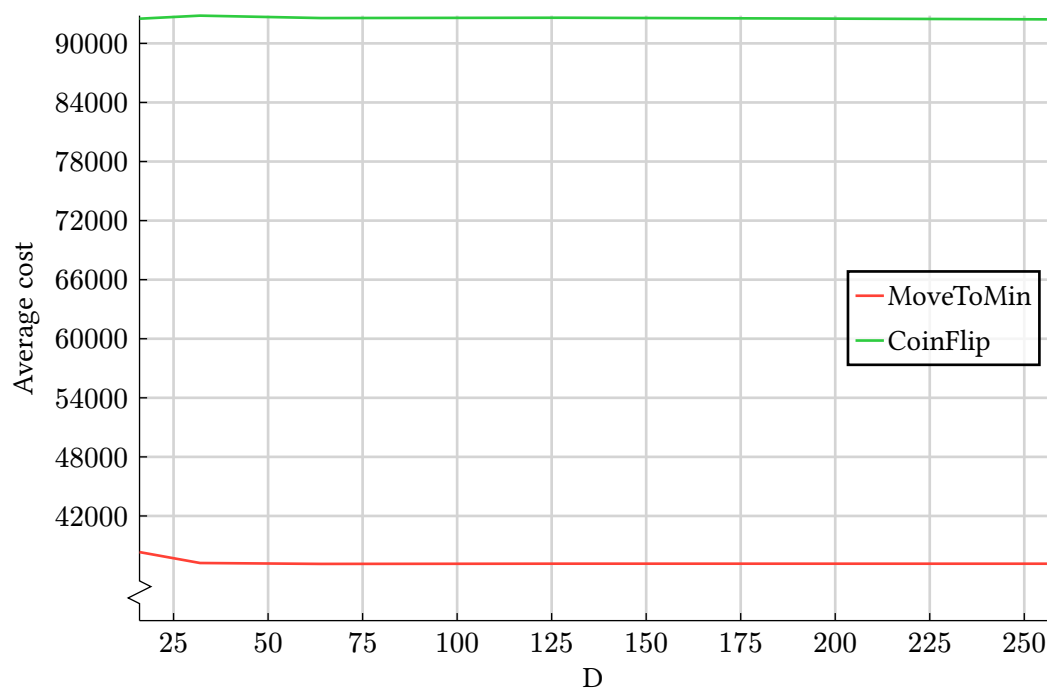
Rysunek 8: Average cost of page migration with Harmonic distribution and Torus



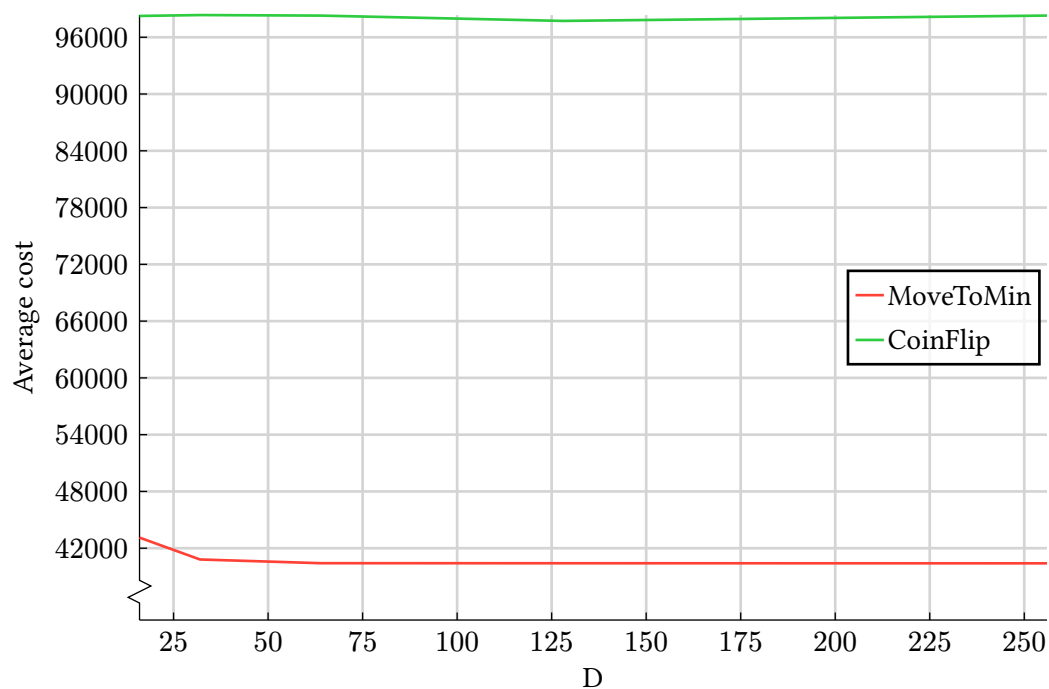
Rysunek 9: Average cost of page migration with Double Harmonic distribution and CoinFlip



Rysunek 10: Average cost of page migration with Double Harmonic distribution and MoveToMin



Rysunek 11: Average cost of page migration with Double Harmonic distribution and Hypercube



Rysunek 12: Average cost of page migration with Double Harmonic distribution and Torus

Jak widać na powyższych wykresach algorytm MOVETo MIN jest lepszy od algorytmu COINFLIP dla rozkładu harmonicznego i dwuharmonicznego. W przypadku rozkładu jednostajnego algorytm COINFLIP jest lepszy od algorytmu MOVEToMIN. Można zauważyć, że dla grafu o kształcie hiperkostki średnie koszty mają asymptotykę zbliżoną do  $O(D)$ , a dla rozkładu kształtu trójwymiarowego torusa wydaje się to być zbliżone do  $O(\log D)$ . Wyjątkiem jest rozkład harmoniczny gdzie algorytm MOVEToMIN na grafie w kształcie torusa maleje wraz ze wzrostem  $D$ .

Algorytm MOVEToMIN na grafie w kształcie torusa trójwymiarowego daje najlepsze wyniki szczególnie dla coraz większych wartości  $D$