

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

Институт №8 «Компьютерные науки и прикладная математика»

Кафедра 806 «Вычислительная математика и программирование»

**ОТЧЁТ**

по дисциплине “Введение в авиационную и ракетно-космическую технику”  
на тему “Выход из атмосферы на космических кораблях Восток - 1 и Союз -  
2.1б, сравнение показателей их высоты и скорости в зависимости от  
времени”

Оценка:

Подпись преподавателя:

Выполнили:

Группа М8О-106БВ-24

Попов Е.А.

Савельев А.С.

Пупыкин Т.Д.

Бакиров И.Э.

Москва, 2024

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Название команды:**

Tundra

### **Тема миссии:**

Исследование показателей высоты и скорости ракет в зависимости от времени.

### **Задачи миссии**

1. Создание физико-математической модели миссии
2. Конструирование моделей ракет
4. Моделирование траектории полёта
5. Запуск симуляции
6. Сравнение математической модели и результатов симуляции
7. Проведение правок
8. Анализ полученных результатов
9. Написание отчета по ГОСТу

### **План работы**

- 1) Распределение обязанностей внутри команды
- 2) Обсуждение плана работы
- 3) Изучение физики выхода из атмосферы
- 4) Построение математической модели
- 5) Построение графиков различных показателей ракет во время выполнения операции
- 6) Симуляция операции в KSP

### **Описание команды**

- Пупыкин Т.Д. - тимлид, программист, KSP, математик, физик
- Попов Е.А. - технический писатель, математик
- Савельев А.С. - математик, KSP, программист
- Бакиров И.Э. – монтажёр, технический писатель, математик

## ОПИСАНИЕ МИССИИ ВОСТОК-1

«Восток-1» («Восток») — советский космический корабль из серии «Восток», первый в мире космический аппарат, поднявший на своём борту человека на околоземную орбиту.

На корабле «Восток» 12 апреля 1961 года лётчик-космонавт СССР майор ВВС Юрий Алексеевич Гагарин совершил первый в мире пилотируемый полёт в космическое пространство. Старт корабля состоялся с советского космодрома Байконур в 9 часов 7 минут по московскому времени. Корабль выполнил один оборот вокруг Земли и совершил посадку в 10 часов 53 минуты в районе деревни Смеловка Саратовской области. Длительность полёта составила 106 минут. Корабль стал и первым в мире управляемым космическим аппаратом, позволившим совершить полёт в космос.

Полёт Юрия Гагарина часто сравнивают с такими важными событиями, ставшими историческими вехами, как плавание Христофора Колумба, приведшее к открытию Америки, или первый перелёт через Атлантический Океан, совершённый Джоном Олкоком и Артуром Брауном.

В Советском Союзе успешное осуществление первого пилотируемого космического полёта также рассматривалось как большой триумф в холодной войне против Соединённых Штатов.

Запуск космического корабля «Восток» 12 апреля 1961 года подтвердил высокий технический и научный уровень СССР и ускорил развитие космической программы в США. Полёт показал возможность нормального пребывания человека в космическом пространстве. Юрий Алексеевич Гагарин стал одним из самых известных людей планеты.

## **Устройство аппарата**

### **Космический корабль.**

Общая масса космического корабля достигала 4,73 тонны, длина (без антенн) — 4,4 м, а максимальный диаметр — 2,43 м.

Корабль состоял из сферического спускаемого аппарата (массой 2,46 тонны и диаметром 2,3 м) также выполняющего функции орбитального отсека, и конического приборного отсека (массой 2,27 тонны и максимальным диаметром 2,43 м). Масса теплозащиты от 1,3 тонны до 1,5 тонн. Отсеки механически соединялись между собой при помощи металлических лент и пиротехнических замков.

Масса спускаемого аппарата составляла 2460 кг, диаметр — 2,3 м. Корпус изготовлялся из алюминиевых сплавов.

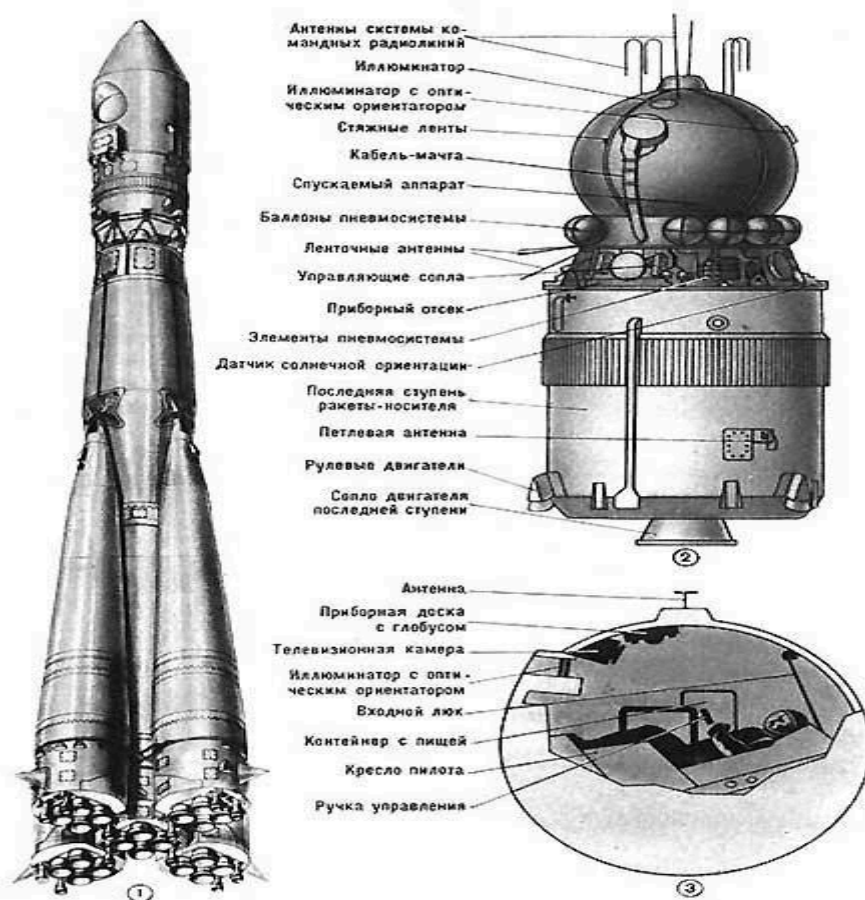
Спускаемый аппарат имел два иллюминатора, один из которых размещался на входном люке, чуть выше головы космонавта, а другой, оснащённый специальной системой ориентации, в полу у его ног. Космонавт, одетый в скафандр, размещался в специальном катапультируемом кресле. На последнем этапе посадки, после торможения спускаемого аппарата в атмосфере, на высоте 7 км, космонавт катапультировался из кабины и совершал приземление на парашюте. Кроме того, была предусмотрена возможность приземления космонавта внутри спускаемого аппарата. Спускаемый аппарат имел собственный парашют, однако не был оснащён средствами выполнения мягкой посадки, что грозило оставшемуся в нём человеку серьёзным ушибом при совместном приземлении.

### **Ракета-носитель.**

Трёхступенчатая ракета-носитель для запуска космических кораблей; на всех ступенях используется жидкое топливо.

На активном участке полёта двигатель центрального и бокового блоков работают одновременно. После израсходования топлива боковых блоков их двигатели отключаются, а сами блоки отделяются от центрального. При этом двигатель центрального блока (2-й ступени) продолжает работать.

После прохождения плотных слоёв атмосферы сбрасывается головной обтекатель. После израсходования топлива центрального блока происходит его отделение и запуск двигателя блока 3-й ступени. При достижении расчётной скорости двигатель отключается и космический аппарат отделяется от блока 3-й ступени. Выключение ракетного двигателя 3-й ступени и подача команды на отделение космического корабля производятся системой управления при достижении расчётной скорости, соответствующей выведению космического корабля на заданную орбиту.



## **План полёта Восток-1**

### **1. Взлёт**

Полёт начался с запуска ракеты-носителя "Восток-К" с космодрома Байконур в Казахстане в 09:07 по московскому времени. После старта ракета начала набирать высоту и скорость, двигаясь по заранее рассчитанной траектории. Основными движущими силами были тяга двигателей первой ступени (боковые и центральный двигатели) ракеты и постепенное уменьшение силы тяжести по мере увеличения высоты.

### **2. Отделение ступеней**

Ракета-носитель состояла из нескольких ступеней. По мере расходования топлива ступени отстреливались, облегчая массу ракеты. Это позволило экономить топливо и увеличить скорость. Первая ступень была отделена на высоте около 42 км, после чего включилась вторая ступень для дальнейшего подъема и разгона.

### **3. Разгон до орбитальной скорости**

Важнейшей задачей было достижение первой космической скорости (около 7,9 км/с) для выхода на орбиту. Ракета двигалась по пологой траектории, постепенно повышая высоту и скорость, пока не достигла заданной орбитальной скорости. На высоте около 150 км началась работа третьей ступени, которая обеспечила заключительный разгон, позволив капсуле "Восток" выйти на околоземную орбиту.

### **4. Выход на орбиту**

После достижения необходимой скорости и высоты третья ступень ракеты отделилась, и космический корабль "Восток-1" оказался на орбите. Орбита полёта была эллиптической с параметрами: апогей около 327 км, перигей — 169 км. Один полный оборот вокруг Земли занял примерно 89 минут.

На орбите Юрий Гагарин провел краткие наблюдения и описания, передавая сообщения на Землю о своем состоянии и условиях внутри корабля.

## **ОПИСАНИЕ МИССИИ СОЮЗ-2.1Б**

Ракета-носитель «Союз-2.1б» разработана на базе серийной ракеты-носителя «Союз-У» с применением усовершенствованных жидкостных ракетных двигателей РД-107А на первой, РД-108А на второй и РД-0124 на третьей ступенях и современной системы управления и измерений российского производства, что существенно повысило точность выведения и увеличило выводимую массу полезных грузов на низкие орбиты.

Ракеты-носители «Союз-2» в сочетании с разгонным блоком «Фрегат» предназначены для запусков космических аппаратов на околоземные орбиты различных высот и наклонений, включая геопереходные и геостационарную, а также отлетные траектории.

### **Устройство аппарата**

Конструктивно ракеты-носители «Союз-2», как и все ракеты семейства «Союз», выполнены по схеме продольно-поперечного деления ракетных ступеней:

- на первом этапе полёта работают двигатели четырех боковых и центрального блоков;
- на втором, после отделения боковых блоков, только двигатель центрального блока.

Стартовая масса: 306 - 313 тонн

Количество ступеней: 3

Компоненты топлива: кислород-керосин

Маршевый двигатель первой ступени: 4 x РД-107А

Маршевый двигатель второй ступени: РД- 108А

Маршевый двигатель третьей ступени: РД-0124

### Математическая модель

Так как Союз-2.1б участвовала в миссиях не только по запуску на околоземную орбиту, как Восток - 1, то корректнее сравнивать именно выход из атмосферы двух ракет.

Так как физический смысл производной графика  $x(t)$  - это скорость, а производная от скорости это ускорение, то мы можем выразить нашу высоту через дифференциальное уравнение

$$h''(t) = a(t)$$

А ускорение мы можем выразить через второй закон ньютона:

$$F = m * a$$

$$a = \frac{F}{m}$$

Так как на нашу ракету действует несколько сил и ракета летит под определённым углом на каждом промежутке времени, то нужно их учесть:

$$a = \frac{F_m * \cos(90 - \alpha) - F_g - F_d}{m(t)}, \text{ где}$$

$F_d$  - сила сопротивления воздуха, вычисляется по формуле:

$$F_d = \frac{p(h) * V^2 * C_d * A}{2}, \text{ где}$$

$p(h)$  - плотность воздуха на высоту

$C_d$  - аэродинамический коэффициент



$A$  - плотность поперечного сечения

$V^2$  - скорость ракеты

$F_m$  - сила тяги

$F_g$  - сила притяжения, вычисляется по формуле:

$$F_g = \frac{\eta * m}{R^2}, \text{ где}$$

$\eta$  - гравитационный параметр

$m$  - масса ракеты

$R$  - расстояние от центра массы объекта ( $R_3 + h$ )

$m(t)$  - масса ракеты, в зависимости от времени полёта, вычисляется по формуле:

$$m(t) = m_0 - m' * t, \text{ где}$$

$m_0$  - начальная масса ракеты

$m'$  - расход топлива двигателями в минуту

$$m' = \frac{P}{I_{уд}}, \text{ где}$$

$P$  - тяга двигателя

$I_{уд}$  - удельный импульс

## Итоговая система уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} h''(t) = a(t) \\ a = \frac{Fm \cdot \cos(90^\circ - \alpha) - Fg - Fd}{m(t)} \\ Fd = \frac{\rho(h) \cdot V^2 \cdot Cd \cdot A}{2} \\ Fg = \frac{\mu \cdot m(t)}{R^2} \\ m(t) = m_0 - m_{\cdot} \cdot t \\ m_{\cdot} = \frac{P}{I_{уд}} \end{array} \right.$$

Эта система позволяет моделировать изменение скорости и высоты на каждом этапе полета, что даёт полное описание движения космического корабля от старта до выхода из атмосферы.

## Сравнение полученных данных

Для подсчета результатов математической модели была разработана программа на языке Python, результатом работы которой является построение графиков зависимости высоты и скорости полета от времени.

Из-за нехватки вычислительных мощностей дифференциальное уравнение не удалось посчитать программно, поэтому мы решили упростить математическую модель с помощью данных формул:

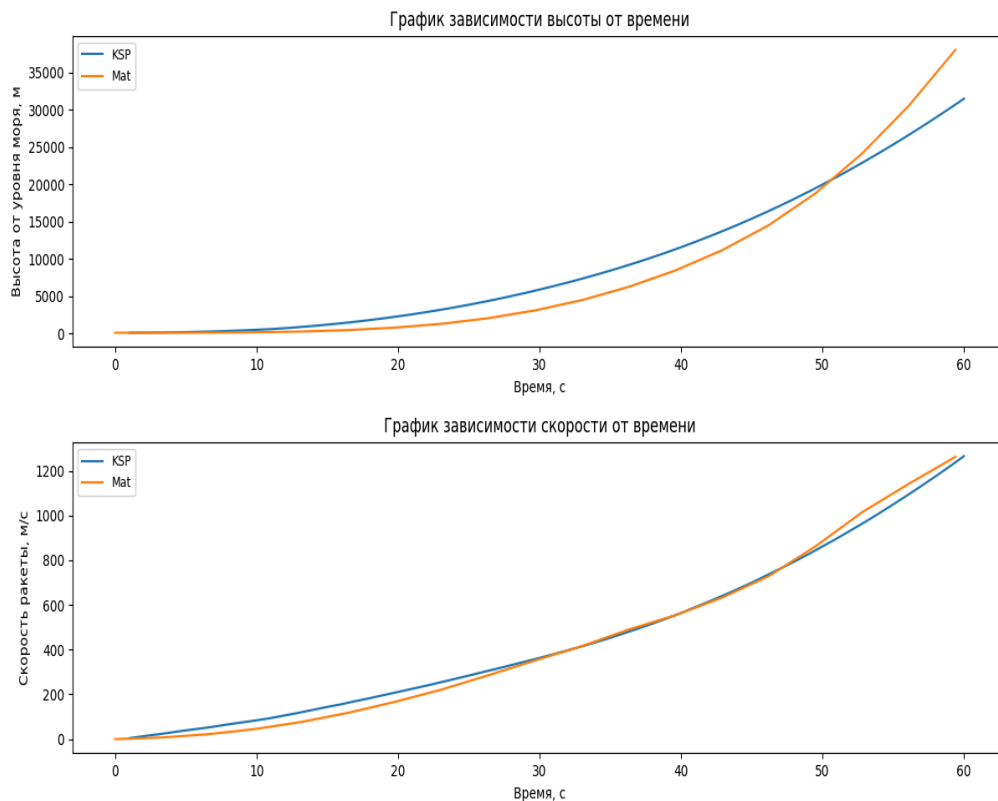
$$h = h_0 + v \cdot t$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

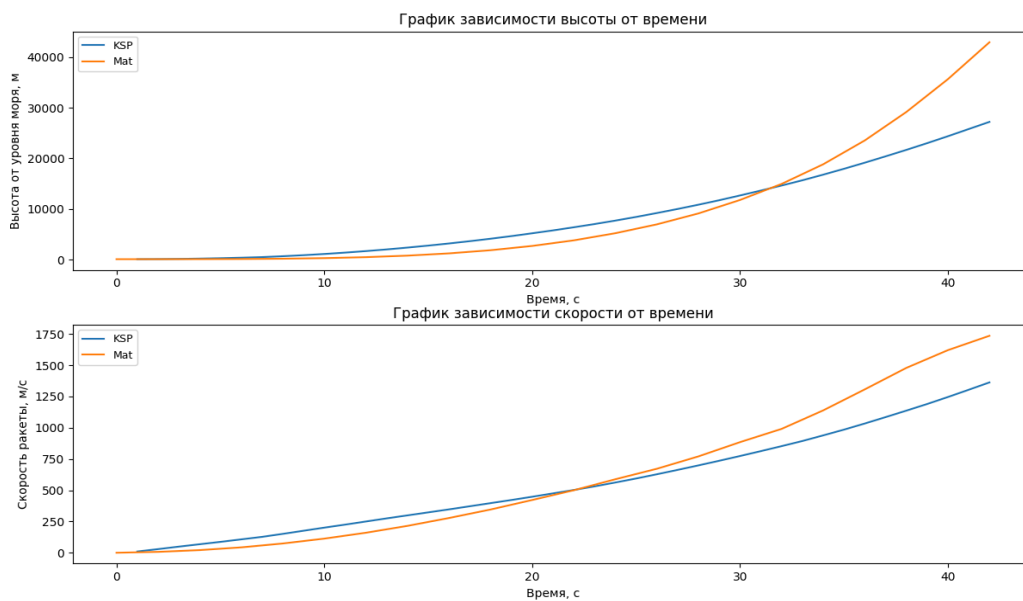
В результате применения математической модели было получено значение высоты и скорости полета космического аппарата в определенный промежуток времени на всем временном промежутке полета летательного аппарата до выхода из атмосферы.

Для проверки правильности разработанной математической модели были построены графики зависимости высоты и скорости от времени полета летательного аппарата. График синего цвета отражает результаты, полученные в ходе миссии в Kerbal Space Program. График на рисунке жёлтого цвета отражает результаты, полученные в ходе расчета математической модели.

## График для Востока-1:



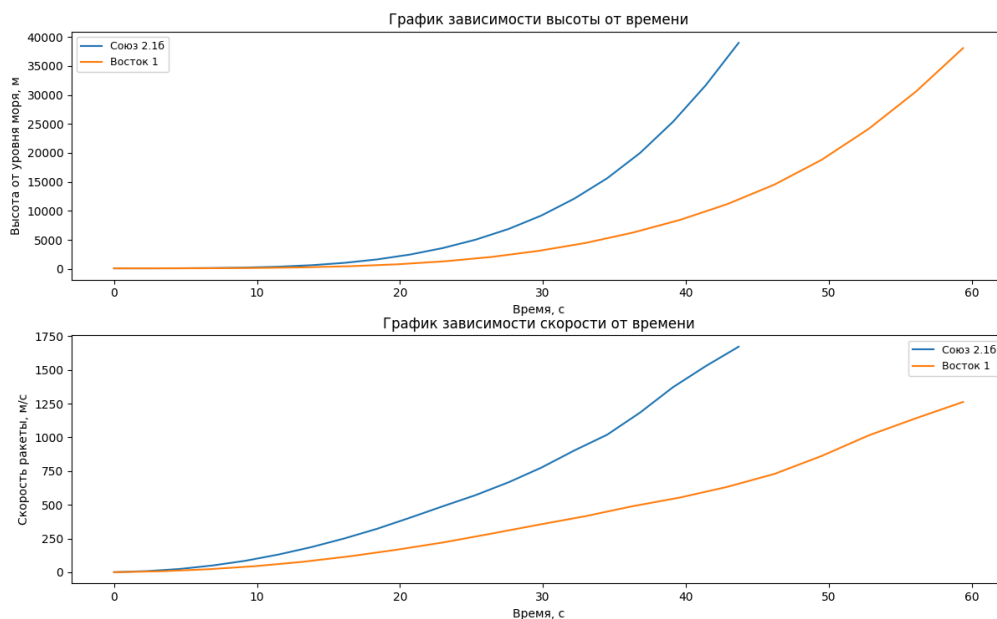
## График для Союза-2.1б:



В графиках наблюдаются незначительные различия значений высоты и скорости. Это объясняется упрощённой моделью силы сопротивления

воздуха и выше упомянутым упрощением математической модели. В результате применения математической модели и сравнения полученных данных с данными, представленными после выполнения миссии в KSP, можно сделать вывод о корректности разработанной математической модели.

### График сравнения миссий Восток-1 и Союз-2.1б:



На графиках наблюдаются серьезные различия значений высоты и скорости. Это объясняется тем, что во время запуска ракеты Союз-2.1б был выбран груз массой равной массе на Восток - 1: одноместный полётный модуль, который весил 4,725 кг. А Союз 2.1б рассчитан на поднятия груза массой до 9200 кг, что и повлияло на такое сильное различие на графике.

## **Программная реализация**

Программная реализация доступна по ссылке:

<https://github.com/AI-AVenger-S/Improve.git>

## **Симуляция**

Видео запуска доступно по ссылке:

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В результате выполнения проекта были построены и рассчитаны с помощью программных средств (язык программирования Python) математические модели максимальной скорости аппаратов и траектория их полета.

Также были смоделированы миссии Восток-1 и Союз-2.1б в Kerbal Space Program, где были воспроизведены этапы выхода из атмосферы реальных миссий.

### **Список источников**

- <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%BA-1>
- <https://www.roscosmos.ru/36316/>
- <https://krpc.github.io/krpc/tutorials/launch-into-orbit.html>
- <https://matplotlib.org/stable/index.html>
-