# 层次分析法

## 1 概述

### 概念

AHP层次分析法，是一种实用的多方案或者多目标的决策方法。层次分析法是一种主客观结合的多指标综合评价方法（定性分析和定量分析的有机结合，实现定量化决策），有两次定权过程（准测层定权和方案层定权），而层次分析法的核心在于，如何合理解决各个指标的定权问题。

层次分析法是在对复杂的决策问题的本质、影响因素及其内在关系等进行深入分析的基础上，利用较少的定量信息使决策的思维过程数学化，从而为多目标、多准则或无结构特性的复杂决策问题提供简便的决策方法。

### 1.2 理解

目的：解决多目标的决策问题；

过程：找出影响因素，将因素的相互关联和隶属关系进行不同层次的组合，然后根据低层次的因素（方案或措施），相对于高层次（总目标）的权值的排序决策出最优目标。

将要分析的问题分层化，根据问题的性质和要达到的总目标，将问题分解成不同的组成因素，按照因素间的相互关系以及隶属关系，将因素按照不同层次的聚集组合，形成一个多层次分析的结构模型，最终归结为最底层（方案、措施、指标）相对于最高层（总目标）相对重要程度权值或者相对优劣次序的问题。

决策这用理论和实践经验去分别判断准则层、目标层内各个指标的相对重要程度，并合理的给出每个决策方案中每个指标的标准化权熟，利用权值求出各个方案中每个指标的标准化权数利用权值求出各个方案的优劣次序，从而选择最优目标。

## 2 构建步骤

**输入：例如下**

准则层矩阵：

目标层矩阵：

**输出**

目标层的权重值：，根据权重大小排序，权重大的优选考虑。

### 2.1 建立层次结构模型

最高层：决策的目的、要解决的问题。（一般只有1个）

中间层：考虑的因素、决策的准则。（一般不多于9个）

最低层：决策时的备选方案。



### 2.2 构造判断矩阵

从层次结构模型的第2层开始，对于从属于(或影响)上一层每个因素的同一层诸因素，构造判断矩阵，直到最下层。在确定各层次各因素之间的权重时，如果只是定性的结果，则常常不容易被别人接受，因而提出：一致矩阵法，即：

1.不把所有因素放在一起比较，而是两两相互比较。

2.对此时采用相对尺度，以尽可能减少性质不同的诸因素相互比较的困难，以提高准确度。

判断矩阵是表示本层所有因素针对上一层某一个因素的相对重要性的比较。

根据上述准则层的五个指标所构成的判断矩阵A：

在构建判断矩阵的时候，指标之间的比较影响程度赋值需要借助“标度”：

|  |  |
| --- | --- |
| 因素i比因素j | 量化值 |
| 一样重要 | 1 |
| 稍微重要 | 3 |
| 较强重要 | 5 |
| 强烈重要 | 7 |
| 极端重要 | 9 |
| 两相邻判断的中间值 | 2，4，6，8 |
|  | |

根据上面需求，则可以分为五个准则：

公司待遇：B1



晋升制度：B2

进修机会：B3

地理位置：B4

公司声誉：B5

### 2.3 层次单排序及其一致性检验

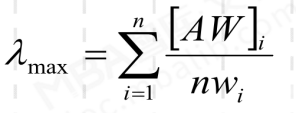
#### 2.3.1 一致性检验

一致性检验：指对A确定不一致的允许范围。（）

定义一致性指标：：最大特征跟；n：唯一非零特征根）

CI=0，有完全的一致性；

CI接近于0，有满意的一致性；

CI越大，不一致越严重，需要用户调整判断矩阵

#### 2.3.2 一致性指标

为衡量CI的大小，引入随机一致性指标RI。这个是固定的，当作已知：

#### IMG_2562.3.3 一致性比率

定义一致性比率：

一般情况下，当一致性比率CR<0.1时，认为A的不一致程度在容许范围内，有满意的一致性，通过一致性检验，否则就不满足。用其归一化特征向量作为权向量，否则需要重新构造判断矩阵A，对进行调整。

一致性检验：利用一致性指标和一致性比率<0.1及随机一致性指标的数值表，对A进行检验的过程。

根据计算最大特征值，为（最大特征值）对应的特征向量。

### 2.4 计算组合权向量(层次总排序)并做一致性检验

#### 2.4.1 多层判断矩阵的构造

计算某一层次所有因素对于最高层（总目标）相对重要性的权值，称为层次总排序。这一过程是从最高层次到最低层次依次进行的。这一步是在已知单层因素对上一层的相对重要性排序的前提下进行。

此时来构造所有相对于不同准则的方案层判断矩阵

#### 2.4.2 层次总排序的一致性检验

设D层对上层(C层)中因素的层次单排序一致性指标为C，随机一致性指标为R，则层次总排序一致性比率为：

当CR<0.1时，认为层次总排序通过一致性检验。层次总排序具有满意的一致性，否则需要重新调整那些一致性比率高的判断矩阵的元素取值。

通过对上述五个判断矩阵的计算，可以得到每个方案在每个基准层因素下的权重：











#### 2.5.3 层次总排序

D层的层次总排序为：D层第i个因素对总目标的权值为：

D1表示d1影响c层，再影响到目标层，也就是方案d1对目标层的重要性.根据最下层（决策层）的层次总排序做出最后决策。例如：

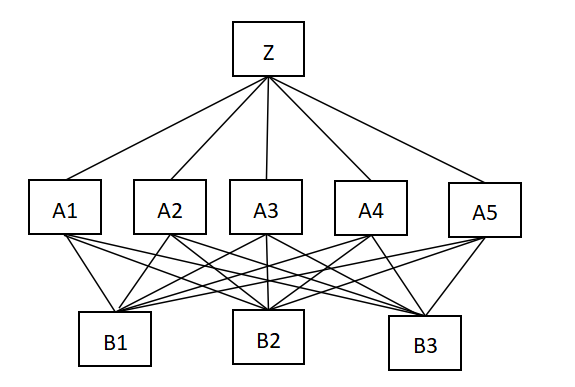
到此可以得到准则层、方案层中各个指标和方案的权重：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 准则层 | | B1 | B2 | B3 | B4 | B5 | 方案总排序权重 |
| 准则层权重 | | W1 | W2 | W3 | W4 | W5 |
| 方案层排序权重 | P1 | W11 | W21 | W31 | W41 | W51 |  |
| P2 | W12 | W22 | W32 | W42 | W52 |  |
| P3 | W13 | W23 | W33 | W43 | W53 |  |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | CR |
| CI | CI1 | CI2 | CI3 | CI4 | CI5 |

经过总排序一致性检验后，其中权重最大项即为最优备选方案。

## 3 案例及解答

题目：旅游问题：A1，,A2，A3，A4，A5分布表示景色、费用、居住、饮食、旅途。B1，B2，B3分布表示苏杭、北戴河，桂林。

构造判断矩阵：

选择最佳旅游地

**解答：**

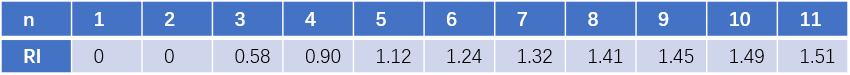
计算各个矩阵是否符合一致性检验：

矩阵每列求和：

，每一项除以每一列总和（归一化处理）得到新矩阵：，每一行求特征向量：，归一化处理特征向量：，将A矩阵与特征向量w矩阵相乘：

最大特征值：，，

一致性检验：1，满足一致性检验。若大于0则需修改判断矩阵。

RI\_dict表格如下：

所有矩阵同理可测一致性检验都可通过。

将，，，，转换成一个矩阵如下：

将准则层判断矩阵的与res矩阵相乘得到各个方案的权重值：

由此可见方案三权重最大，建议去桂林。

## 4 流程图

