Revision

Subject : ....

order → اعلى تفاضل يعبر عن درجة الدالة

degree → هو اس اعلى درجة تفاضل يتم التعبير عنها

In Separate :- بودى dx فى ناحية و dy فى ناحية

← اركز فى الدوال المثلثية ← اركز فى الطرح والجمع

← لو لقيت قيم كتير ملهوش تكامل ← تكامل تعويض

← " " مضروبة فى بعض " " " ← تكامل تجزئ

← " " مقسومة ع بعض " " ← تكامل تقسيم

← " " " " " " " " ← ابسط وكامل

١- تعويض ← اسمى الصعب u واوصل لقيمة $\frac{dy}{dx}$ واعوض

٢- تجزئ ← $u \cdot v - \int v \cdot du$

٣- تقسيم ← $\frac{Dy}{y(y+2)} = \frac{A}{y} + \frac{B}{y+2} = \frac{A2y + By^2}{y^2+2y}$

In exact or not exact :- $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$

قبل dy ← N ، قبل dx ← M

The solution will be in the form $f(x,y) = 0$

← اركز مين هيتفاضل بالنسبة x , x "اللى قدام dy بالنسبة x والعكس"

١) افاضل واساوى ← اتأكد انها exact

٢) اكامل كل جزء بالنسبة للمتغير بتاعه

٤) اجمع الجزئين واكتب المتكرر مرة واحدة فقط واساوى بـ $f(x,y)$

$y'' + a_1 y' + a_0 y = 0 \rightarrow (\lambda^2 + a_1\lambda + a_0) = 0$

When λ_1 and λ_2 → real → $y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$

" $\lambda_1 = \lambda_2$ → real → $y = c_1 e^{\lambda x} + c_2 x e^{\lambda x}$

" λ_1 and λ_2 → complex → $y = e^{\alpha x}(c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x)$

α → real β → complex

لازم احل الناتج بعد الدالة

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = (ad - bc)$$

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$
$$a_{21}x + a_{22} = b_2$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad \Delta x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} \qquad \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{array}$$

$$D = (a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32})$$
$$- (a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} + a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} + a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31})$$

→ when solve system !-

$$3x + 7y + z = 20$$
$$x + 4y + 3z = 30$$
$$2x + y + 10z = 40$$

$\boxed{\Delta \quad , \quad \Delta x \quad , \quad \Delta y \quad , \quad \Delta z}$

$$\Delta = \begin{array}{ccc|cc} 3 & 7 & 1 & 3 & 7 \\ 1 & 4 & 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 10 & 2 & 1 \end{array} \qquad D = 76 = \Delta$$

$$\Delta x = \begin{array}{ccc|cc} 20 & 7 & 1 & 20 & 7 \\ 30 & 4 & 3 & 30 & 4 \\ 40 & 1 & 10 & 40 & 1 \end{array} \qquad D = -650$$

$$\Delta y = \begin{array}{ccc|cc} 3 & 20 & 1 & 3 & 20 \\ 1 & 30 & 3 & 1 & 30 \\ 2 & 40 & 10 & 2 & 40 \end{array} \qquad D = 440$$

$$\Delta z = \begin{array}{ccc|cc} 3 & 7 & 20 & 3 & 7 \\ 1 & 4 & 30 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 40 & 2 & 1 \end{array} \qquad D = 390$$

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-650}{76}, \quad y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{440}{76}, \quad z = \frac{\Delta z}{\Delta} = \frac{390}{76}$$

$m = [\ ]$ → - الجمع والطرح لازم نفس النوع

Det = | | - الضرب حالة خاصة

- مفيش قسمة

$SM = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$

لازم capital — لازم small

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} M & N \\ O & F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \pm M & b \pm N \\ c \pm O & d \pm F \end{bmatrix}$$

$$N \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Na & Nb \\ Nc & Nc \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{N} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a}{N} & \frac{b}{N} \\ \frac{c}{N} & \frac{d}{N} \end{bmatrix}$$

- في الضرب:

$$[A]_{mn} \cdot [B]_{nb} = [AB]_{mb}$$

$$A = \begin{bmatrix} x & y & z \\ f & g & h \end{bmatrix}_{2\times3} , \quad B = \begin{bmatrix} m & q \\ n & r \\ s & v \end{bmatrix}_{3\times2}$$

$$A \cdot B = \begin{matrix} f & x \\ g & y \\ h & z \end{matrix} \begin{bmatrix} m & q \\ n & r \\ s & v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xm + yn + zs & xq + yr + zv \\ fm + gn + hs & fq + gr + hv \end{bmatrix}$$

→ Transpose : $A^T = \grave{A}$ → Column will be Raw

$$\text{if } A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix} \qquad \grave{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & -4 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- Inverse matrix 2x2 : $A_{2\times2} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} [A]^{\grave{}}$

$$\text{if } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Identity matrix (I) $_{2\times2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $I_{3\times3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

- Inverse matrix 3X3 : $A^{-1}_{3\times3}$ العمليات المسموح بها

$[A|I]$ → $[I|A^{-1}]$

١) نقسم او نضرب الصفوف ع رقم. ٢) الجمع او طرح الصفوف

٣) التبديل بين الصفوف ٤) نشتغل على R_1 ثم R_2 ثم R_3

- الطريقة الأخرى:

$$A^{-1}_{3\times3} = \frac{1}{|A|} (\text{adj } A)^{\grave{}}$$

To solve The system by matrices $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot b$

حيث A ← معاملات و B ← نواتج

Rules

* general Rule :- $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

notes

$\frac{a}{x} \pm \frac{b}{y} = \frac{ay \pm bx}{xy}$ ← لتوحيد المقامات

$\rightarrow y = c$	$y' = 0$
$\rightarrow y = x$	$y' = 1$
$\rightarrow y = 2x$	$y' = 2$
$\rightarrow y = f(x)^n$	$y' = n.f(x)^{n-1} . f'(x)$
$\rightarrow y = \sqrt{x} = (x)^{\frac{1}{2}}$	$y' = \frac{f'(x)}{2\sqrt{x}}$ or $\frac{1}{2}(x)^{-\frac{1}{2}}$
$\rightarrow y = \frac{1}{\sqrt{x}} = (x)^{-\frac{1}{2}}$	$y' = -\frac{1}{2}(x)^{-\frac{3}{2}}$
$\rightarrow y = f(x).g(x)$	$y' = f(x).g'(x) + g(x).f'(x)$
$\rightarrow y = \frac{f(x)}{g(x)}$	$y' = \frac{g(x).f'(x) - f(x).g'(x)}{(g(x))^2}$
$\rightarrow y = f(x) \pm g(x)$	$y' = f'(x) \pm g'(x)$
$\rightarrow y = f(x) \pm g(x)$	$y' = f'(x) \pm g'(x)$
$\rightarrow y = cf(x)$	$y' = c f'(x)$
$\rightarrow y = e^{f(x)}$	$y' = e^{f(x)} . f'(x)$
$\rightarrow y = \ln f(x)$	$y' = \frac{1}{f(x)} . f'(x)$

sin	جا	$\cos = \frac{1}{\sec}$, $\sin = \frac{1}{\csc}$
cos	جتا	$\cot = \frac{\cos}{\sin}$, $\tan = \frac{1}{\cot} = \frac{\sin}{\cos}$
tan	ظا	cos — sin
cot	ظتا	csc — sec
sec	قا	
csc	قتا	

اي دالة تبدأ بحرف c مشتقتها هتبدأ بـ (-)

$$\frac{d}{dx}\sin f(x) = f'(x)\cos f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\cos f(x) = -f'(x)\sin f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\tan f(x) = f'(x)\sec^2 f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\cot f(x) = -f'(x)\csc^2 f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\sec f(x) = f'(x)\sec f(x)\tan f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\csc f(x) = -f'(x)\csc f(x)\cot f(x)$$

$$\frac{d}{dx}\sin^{-1} f(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$$

$$\frac{d}{dx}\cos^{-1} f(x) = -\frac{f'(x)}{\sqrt{1-f^2(x)}}$$

$$\frac{d}{dx}\tan^{-1} f(x) = \frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$$

$$\frac{d}{dx}\cot^{-1} f(x) = -\frac{f'(x)}{1+f^2(x)}$$

$\sin\theta = \frac{1}{2}$	$\sin^2 x = (\sin x)^2$
$\therefore \underbrace{\text{shift}\sin}_{\sin^{-1}} \frac{1}{2} = 60^\circ$	$\sin^{-1} \neq \frac{1}{\sin} = \csc$

Rules

$*\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$*\ \sin 2x = 2\sin x\cos x$

$*\ \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $= 2\cos^2 x - 1$ $= 1 + 2\sin^2 x$	لو لقيت $\sin^2 x$ اعوض بـ $\frac{1}{2}(1-\cos 2x)$

$*\ \csc^2 x = 1 + \cot^2 x$

$*\ \sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

$$\int a\,dx = ax + c$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \longrightarrow n \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c \longrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)^n}\,dx = \ln|x| + c$$

← لو معنديش مشتقة الدالة ممكن اضرب في العدد المشتق بس
في نفس الوقت لازم اقسم عليه برا (اعداد فقط) وبعد كده
ارمى لضرب ده برا لأنى مش هحتاجه

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)^n}\,dx \rightarrow \text{when } n = 1 \rightarrow \ln|x| + c$$

$$n \neq 1 \rightarrow \int f'(x) \cdot f(x)$$

$$\int \sin x\,dx = -\cos x + c$$

$$\int \cos x\,dx = \sin x + c$$

$$\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$$

$$\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$$

$$\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$$

$$\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$$

$$\int \tan x\,dx = -\log|\cos x| + c = \log|\sec x| + c$$

$$\int \cot x\,dx = \log|\sin x| + c = \log|\csc x| + c$$

$$\int \sec x\,dx = \log|\sec x + \tan x| + c$$

$$\int \csc x\,dx = \log|\csc x - \cot x| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \sin^{-1} x + c = -\cos^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{x}{a} + c = -\cos^{-1}\frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \tan^{-1} x + c = -\cot^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} + c = -\frac{1}{a}\cot^{-1}\frac{x}{a} + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \sec^{-1} x + c = -\csc^{-1} x + c$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{x}{a} + c = -\frac{1}{a}\csc^{-1}\frac{x}{a} + c$$

$$\int e^x\,dx = e^x + c$$

$$\int \ln|x|\,dx = x\ln|x| - x + c$$

$$\int a^x\,dx = \frac{ax}{\ln|a|} + c$$

اهم قانونين

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

$$\int f'(x)\cdot(f(x))^n\,dx = \frac{f(x)^{n+1}}{n+1} + c$$

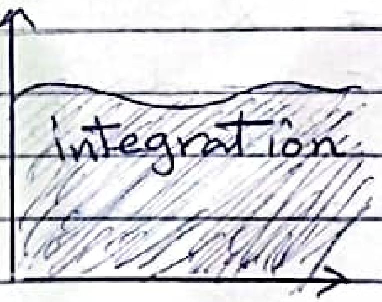
$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} = \ln f(x) + c$$

$$\int e^{f(x)}\cdot f'(x)\,dx = e^{f(x)} + c$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\,dx = 2\sqrt{f(x)} + c$$

$$\int [f(x) \pm g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx \pm \int g(x)\,dx$$

$$\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$$



integration is Area under the curve
المساحة تحت المنحنى

١) أكامل عادي
٢) اعوض باللي فوق _ اللي تحت

→ Define integral

$$\int_b^a f(x)^n \cdot f'(x)\,dx$$

$$= \frac{f(x)^{n+1}}{n+1}\Bigg|_a^b = \frac{f(b)^{n+1}}{n+1} - \frac{f(a)^{n+1}}{n+1}$$

← عشان اجيب المساحة تحت المنحنى

١) اساوي الدالتين ٢) اساوي ويحطهم ببعض ٣) ارسم الدالتين

$A = \int_a^b \text{upper} - \text{lower}$ → بالطول

$A = \int_a^b \text{Right} - \text{left}$ → بالعرض

* Integration by Parts :-

$u \cdot v - \int v \cdot du$

$u \rightarrow$ تفاضل

$dv \rightarrow$ تكامل

ex :- $\int x e^x dx$

S :- $u = x$ * $dv = e^x$

$du = 1\,dx$ $v = e^x$

$\therefore x \cdot e^x - \int e^x \cdot 1 dx = x e^x - e^x + c$

* Integration by subtitution :-

دشوف الجزء الصعب واعوض عنه برمز
واصل السؤال وبعد ما يخلص بعوض بالقيمة الحقيقية

ex :- $\int \frac{\cos\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$ →

$u = \sqrt{x}$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

$\therefore dx = 2\sqrt{x}\,du$

$\therefore \int \frac{\cos u}{2\sqrt{x}} \cdot$

$= \int \cos u\, du$

$= \sin u + c = \sin\sqrt{x} + c$

GHARIB