

## 问题1: Moo加密 (moocrypt)

---

### 题意

给定一个字符矩阵，可以对字母进行置换（不能换成自己），求横竖斜最多能出现多少 `MOO`。

### 思路

因为要求 `MOO` 的最多出现次数，所以只需要关心 `M` 和 `O` 两个字符是如何变换的。

考虑到矩阵很小，所以可以暴力枚举 `M` 和 `O` 的变换，然后对矩阵进行检查。但这样其实会对很多位置重复进行检查，效率较低。

对于每个起点和方向，如果有可能变换成 `MOO`，就对这对字母组合进行计数，最后找到计数值最大的字母组合即可。

### 复杂度

令字母数量为  $V$ ，本题中  $V = 26$ 。

### 时间

枚举起点  $O(NM)$ ，枚举方向  $O(1)$ ，检查  $O(1)$ ，总共  $O(NM)$ 。

### 空间

记录矩阵  $O(NM)$ 。

记录组合计数  $O(V^2)$ 。

总空间复杂度为  $O(NM + V^2)$ 。

---

## 问题2: Bessie的报复 (geteven)

---

### 题意

给定 7 个字母变量可能的取值列表和一个表达式，求有多少种分配值的方法可以让表达式的值为偶数。

### 思路

首先将 7 个变量编号成整数，以便于统计。

然后可以直接对每个变量的值进行枚举，并计算表达式的值，如果是偶数则累加方案数。

但是方案数可能很大，逐个检查效率很低，需要进行优化。

考虑到只需要判断结果的奇偶性，而表达式中也只包含加法和乘法，所以对于同一个变量，只要取值的奇偶性相同，对结果的奇偶性影响是一样的，所以可以将所有可能的取值按照奇偶合并处理，然后依次枚举每个变量的奇偶性即可。

## 复杂度

令变量数量为  $N$ ，本题中  $N = 7$ 。

### 时间

枚举变量奇偶性  $O(2^N)$ ，计算表达式  $O(1)$ ，总共  $O(2^N)$ 。

### 空间

记录每个变量  $O(N)$ 。

---

## 问题3：逃离干草捆（trapped）

### 题意

一维数轴上有一些带值障碍点，障碍点将数轴划成一些区间。如果一个区间的长度大于左边界障碍点的值，就可以将该障碍点删除，右边界同理。

求总共有多长的区间可以作为初始区间，并最终消除掉最左边或者最右边的障碍点。

### 思路

由于区间数量较少，所以可以枚举每个区间作为初始区间，然后不断消除能够消除的左右边界障碍点并扩大区间，直到消除了边界，或者不能再消除为止。

## 复杂度

### 时间

对障碍点排序  $O(N \log N)$ 。

枚举区间  $O(N)$ ，贪心检查  $O(N)$ ，总共  $O(N^2)$ 。

总时间复杂度为  $O(N^2)$ 。

### 空间

记录障碍点  $O(N)$ 。

---

## 问题4：回文路径（palpath）

### 题意

给定方形字符矩阵，每次只能向右或者向下走，求左上角走到右下角可以走出多少条内容不同的回文路径。

## 思路

可以搜索出每一条路径，找出其中的回文路径，然后去重。但路径的数量可能非常庞大，这样做效率较低。

考虑到要查找的是内容不同的回文路径，而对于回文路径而言，只要知道了前半截，后半截就已经确定了。此外内容相同的回文路径只计算一次，所以并不需要对后半截进行搜索，只需要校验是否存在一条满足要求的后半截路径即可。

所以我们对所有路径的前半截进行搜索，然后再用搜索检查后半截。

## 复杂度

### 时间

搜索路径  $O(2^N)$ ，校验路径  $O(N^2)$ ，总共  $O(2^N N^2)$ 。

### 空间

记录矩阵  $O(N^2)$ 。

校验时记忆化  $O(N^2)$ 。

记录所有路径  $O(2^N N)$ 。

总空间复杂度为  $O(2^N N)$ 。