

合成

可以考虑从结果往前推。

以j为例，第一次变成1b或b1。

以1b为例，第二次变成bj1。

第三次变成j1bj。

第四次变成1bj1b。

第五次变成bj1bj1。

通过观察可以发现，序列a合法，当前仅当对于任意三个相邻元素，j,l,b各自出现且仅只出现一次。

异或

$n = 1$ 时，无解。

n 为偶数时，输出 n 个相同的数。

n 为奇数时，输出3, 7, 4, 然后输出 $n - 3$ 个相同的数。

作业

总体思想是，类比 $1111 = (10000 - 1)/9$ ，所以只需要在式子里构造一些 $R - 1$ 即可。

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=0}^{n-1} \overline{nn \cdots n}(i + 1 \uparrow n) = \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^i n \cdot R^j \\ &= \sum_{0 \leq j \leq i \leq n-1} n \cdot R^j = \sum_{j=0}^{n-1} \sum_{i=j}^{n-1} n \cdot R^j \\ &= \sum_{j=0}^{n-1} (n - j) n \cdot R^j = n \sum_{j=0}^{n-1} (n - j) R^j \\ &= n \sum_{j=0}^{n-1} R^j n - R^j j = n \left(\sum_{j=0}^{n-1} R^j n - \sum_{j=0}^{n-1} R^j j \right) \\ &= n \left(n \sum_{j=0}^{n-1} R^j - \sum_{j=0}^{n-1} R^j j \right) \\ \sum_{j=0}^{n-1} R^j &= \frac{1}{R-1} \sum_{j=0}^{n-1} R^j (R-1) = \frac{1}{R-1} \sum_{j=0}^{n-1} (R^{j+1} - R^j) \\ &= \frac{1}{R-1} \left(\sum_{j=0}^{n-1} R^{j+1} - \sum_{j=0}^{n-1} R^j \right) = \frac{1}{R-1} \left(\sum_{j=1}^n R^j - \sum_{j=0}^{n-1} R^j \right) \\ &= \frac{1}{R-1} (R^n - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sum_{j=0}^{n-1} R^j j &= \frac{1}{R-1} \sum_{j=0}^{n-1} R^j j(R-1) = \frac{1}{R-1} \sum_{j=0}^{n-1} R^{j+1} j - R^j j \\
&= \frac{1}{R-1} \left(\sum_{j=0}^{n-1} R^{j+1} j - \sum_{j=0}^{n-1} R^j j \right) = \frac{1}{R-1} \left(\sum_{j=1}^n R^j (j-1) - \sum_{j=0}^{n-1} R^j j \right) \\
&= \frac{1}{R-1} \left(R^n (n-1) + \sum_{j=1}^{n-1} R^j (j-1) - R^j j \right) = \frac{1}{R-1} \left(R^n (n-1) - \sum_{j=1}^{n-1} R^j \right) \\
&= \frac{1}{R-1} \left(R^n (n-1) - \left(\sum_{j=0}^{n-1} R^j \right) + 1 \right) \\
S &= n \left(n \sum_{j=0}^{n-1} R^j - \frac{1}{R-1} \left(R^n (n-1) - \left(\sum_{j=0}^{n-1} R^j \right) + 1 \right) \right) \\
&= n \left(\left(n + \frac{1}{R-1} \right) \sum_{j=0}^{n-1} R^j - \frac{1}{R-1} (R^n (n-1) + 1) \right) \\
&= n \left(\left(n + \frac{1}{R-1} \right) \frac{1}{R-1} (R^n - 1) - \frac{1}{R-1} (R^n (n-1) + 1) \right) \\
&= n \frac{R^{n+1} - (R-1)n - R}{(R-1)^2}
\end{aligned}$$

对决

a. 满分做法

随机输出 R, P, S 。你将有高达 $3^{-2 \cdot 10^5}$ 的概率获得满分。

b. 简单做法

注意到扰动的概率实际上并不是很高，一个段也比较长。所以我们可以考虑**记忆一些连续的出手**。例如把连续五次出手称为组，把所有组都记录下来。在每次出手时，取前四次交互库的回应，然后尝试填入 R, P, S ，看看哪种组出现过的次数最多，并假设交互库下次会这样出。

这个做法还可以更加完善和科学。例如综合考虑连续 1 - 20 次出手，并**为不同长度的组加不同的权**。经过测试， $f(len) = 2^{len}$ 是一个不错的选择。这样的做法可以达到约 80% 的胜率，获得约 56 分。

c. 复杂做法

在这个做法中，我们考虑真正利用到题面的设定。我们可以通过交互库给出的已知信息，**尝试还原出原有的“段”**。注意，我们还原得到的段不一定是准确的。因此，随着信息的增多，我们可以多次尝试还原，使得结果逐渐逼近真实结果。还原的频次应当以卡在时限以内为准。

关于还原原有的“段”，一种可行的办法是，从头开始，先枚举第一段的长度，然后在整个已有的交互库回答中**模糊匹配**，找到一个长度，使得匹配次数最多，匹配度最高；然后以此类推。判定模糊匹配的一种可行办法是，求两个字符串的**编辑距离**，这个使用动态规划即可。注意：这里的求编辑距离和一般求法可以不同。因为如果是需要寻找的段，答案必然很小，因而可以采取不同的动态规划策略。判定模糊匹配的另一种可行办法是，求**最长公共子序列**长度。同理，由于本题中的字符串都是随机生成的，所以可以直接用指针扫描并做调整，得到一个线性的复杂度。

理论上来讲，通过 b 做法的变形也可以达到类似的效果，也即，把匹配改成模糊匹配。但是这样带来的问题是，所有的组不再能用 map 存储，时间复杂度要达到 $O(n^2)$ 甚至 $O(n^3)$ ，很拉胯。因此 c 做法的优势在于，利用题面保证段的数量不超过 10 个，求出原有的段以减少需要的比较次数。

通过这种做法，正确率应该可以达到 90% 或者更高。

