

1. 写出表示下列语言的正则表达式。

(1)  $\{0, 1\}^*$ 。

解：所求正则表达式为： $(0+1)^*$ 。

(2)  $\{0, 1\}^+$ 。

解：所求正则表达式为： $(0+1)^+$ 。

(3)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 中不含形如 } 00 \text{ 的子串}\}$ 。

解：所求正则表达式为： $1^*(01^+)^*(01+0+1)$ 。

(4)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^* \text{ 且 } x \text{ 中不含形如 } 00 \text{ 的子串}\}$ 。

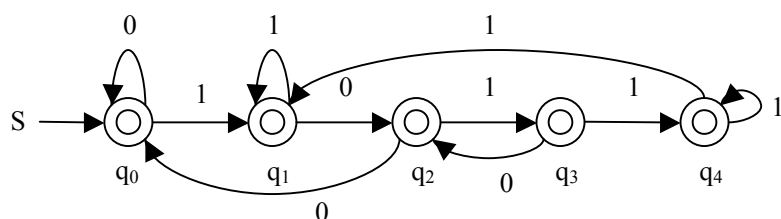
解：根据上题的结果，可得所求正则表达式为： $\varepsilon + 1^*(01^+)^*(01+0+1)$ 。

(5)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 中含形如 } 10110 \text{ 的子串}\}$ 。

解：所求正则表达式为： $(0+1)^*10110(0+1)^*$ 。

(6)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 中不含形如 } 10110 \text{ 的子串}\}$ 。

解：根据第三章的习题，接受  $x$  的 FA 为：



要求该 FA 对应的正则表达式，分别以  $q_0$ 、 $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ 、 $q_4$  为终结状态考虑：

$q_0$  为终态时的正则表达式： $(0^*(11^*0(10)^*(\varepsilon + 111^*11^*0(10)^*0)^*))^*$

$q_1$  为终态时的正则表达式： $0^*1(1^*(0(10)^*111^*1)^*(0(10)^*00^*1)^*)^*$

$q_2$  为终态时的正则表达式： $0^*11^*0((10)^*(111^*11^*0)^*(00^*11^*0)^*)^*$

$q_3$  为终态时的正则表达式： $0^*11^*0(10)^*1(11^*11^*0((10)^*(00^*11^*0)^*)^*1)^*$

$q_4$  为终态时的正则表达式： $0^*11^*0(10)^*11(1^*(11^*0((00^*11^*0)^*(10)^*)^*11)^*)^*$

将以上 5 个正则表达式用 “+” 号相连，就得到所要求的正则表达式。

(7)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且当把 } x \text{ 看成二进制数时，} x \text{ 模 } 5 \text{ 与 } 3 \text{ 同余和 } x \text{ 为 } 0 \text{ 时，} |x| = 1 \text{ 且 } x \neq 0 \text{ 时，} x \text{ 的首字符为 } 1\}$ 。

解：先画出状态转移图，设置 5 个状态  $q_0$ 、 $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$ 、 $q_4$ ，分别表示除 5 的余数是 0、1、2、3、4 的情形。另外，设置一个开始状态  $q$ 。由于要求  $x$  模 5 和 3 同余，而 3 模 5 余 3，故只有  $q_3$  可以作为终态。由题设， $x=0$  时， $|x|=1$ ，模 5 是 1，不符合条件，所以不必增加关于它的状态。下面对每一个状态考虑输入 0 和 1 时的状态转移。

$q$ ：输入 1，模 5 是 1，进入  $q_1$ 。

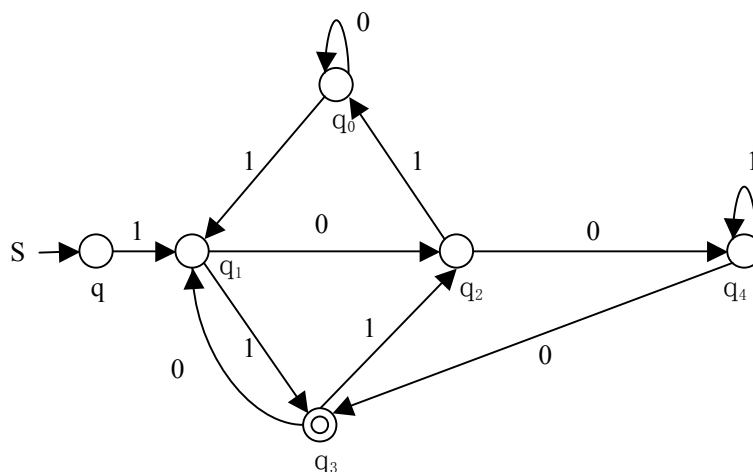
$q_0$ ：设  $x=5n$ 。输入 0， $x=5n*2=10n$ ，模 5 是 0，故进入  $q_0$   
输入 1， $x=5n*2+1=10n+1$ ，模 5 是 1，故进入  $q_1$

$q_1$ ：设  $x=5n+1$ 。输入 0， $x=(5n+1)*2=10n+2$ ，模 5 是 2，故进入  $q_2$   
输入 1， $x=(5n+1)*2+1=10n+3$ ，模 5 是 3，故进入  $q_3$

$q_2$ ：设  $x=5n+2$ 。输入 0， $x=(5n+2)*2=10n+4$ ，模 5 是 4，故进入  $q_4$   
输入 1， $x=(5n+2)*2+1=10n+5$ ，模 5 是 0，故进入  $q_0$

$q_3$ ：设  $x=5n+3$ 。输入 0， $x=(5n+3)*2=10n+6$ ，模 5 是 1，故进入  $q_1$

输入 1,  $x=(5n+3)*2+1=10n+7$ , 模 5 是 2, 故进入  $q_2$   
 $q_4$ : 设  $x=5n+4$ 。输入 0,  $x=(5n+4)*2=10n+8$ , 模 5 是 3, 故进入  $q_3$   
 输入 1,  $x=(5n+4)*2+1=10n+9$ , 模 5 是 4, 故进入  $q_4$   
 则状态转移图如下:



则所求的正则表达式为:  $1(010^*1+(1+001^*0)(101^*0)^*(0+110^*1))^*(1+001^*0)(101^*0)^*$

(8)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 的第 } 10 \text{ 个字符是 } 1\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $(0+1)^9 1 (0+1)^*$ 。

(9)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 以 } 0 \text{ 开头以 } 1 \text{ 结尾}\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $0(0+1)^* 1$ 。

(10)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^+ \text{ 且 } x \text{ 中至少含两个 } 1\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $(0+1)^* 1 (0+1)^* 1 (0+1)^*$ 。

(11)  $\{x \mid x \in \{0, 1\}^* \text{ 和如果 } x \text{ 以 } 1 \text{ 结尾, 则它的长度为偶数; 如果 } x \text{ 以 } 0 \text{ 结尾, 则它的长度为奇数}\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $(0+1)^{2n+1} 1 + (0+1)^{2n} 0 \ (n \in \mathbb{N})$

或  $0 + (0+1)((0+1)(0+1))^* 1 + (0+1)(0+1)((0+1)(0+1))^* 0$ 。

(12)  $\{x \mid x \text{ 是十进制非负实数}\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $(0+1+\dots+9)^* \cdot (0+1+\dots+9)^*$ 。

如果格式有严格要求, 则应是

$(1+\dots+9)(0+1+\dots+9)^* + 0 + ((1+\dots+9)(0+1+\dots+9)^* + 0) \cdot (0+1+\dots+9)^*(1+\dots+9)$

(13)  $\Phi$ 。

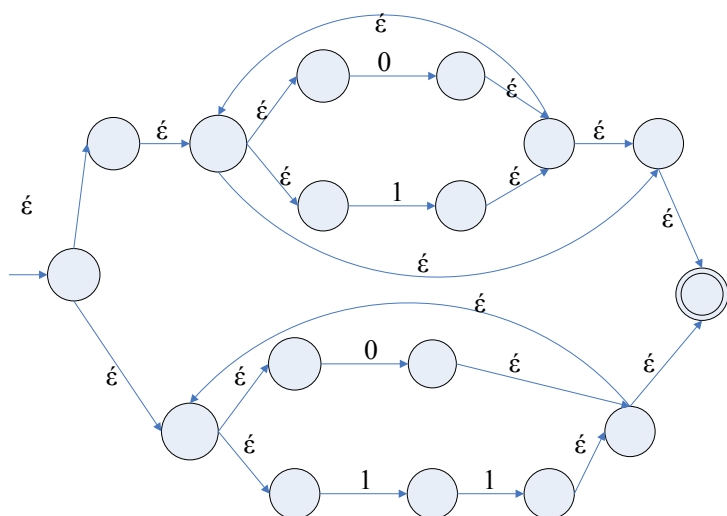
解: 所求正则表达式为:  $\Phi$ 。

(14)  $\{\varepsilon\}$ 。

解: 所求正则表达式为:  $\varepsilon$ 。

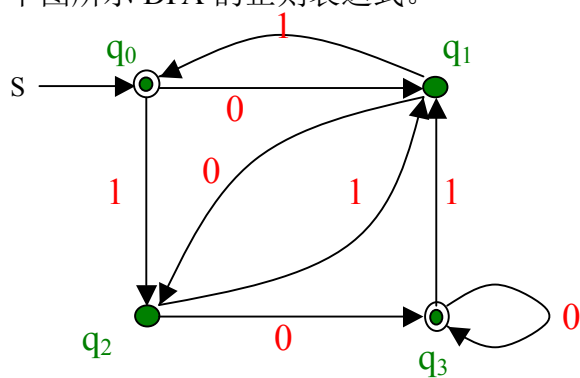
5.构造下列正则表达式的等价 FA

$$(1)(0+1)^* + (0+11)^*$$



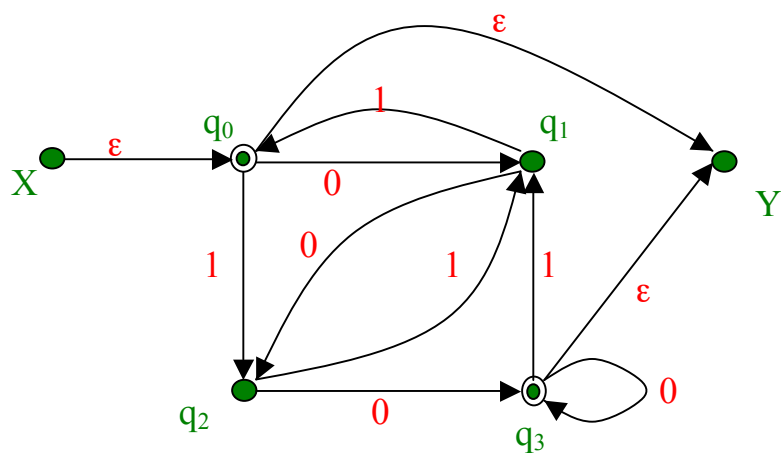
6、构造等价于下图所示 DFA 的正则表达式。

(2)

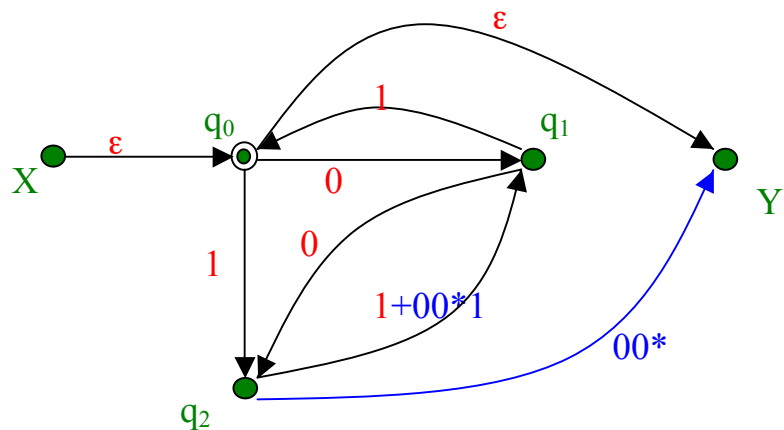


答案(之一):  $(01+(1+00)((1+00^*1)0)^*((1+00^*1)1))^*(\epsilon+(1+00)((1+00^*1)0)^*00^*)$

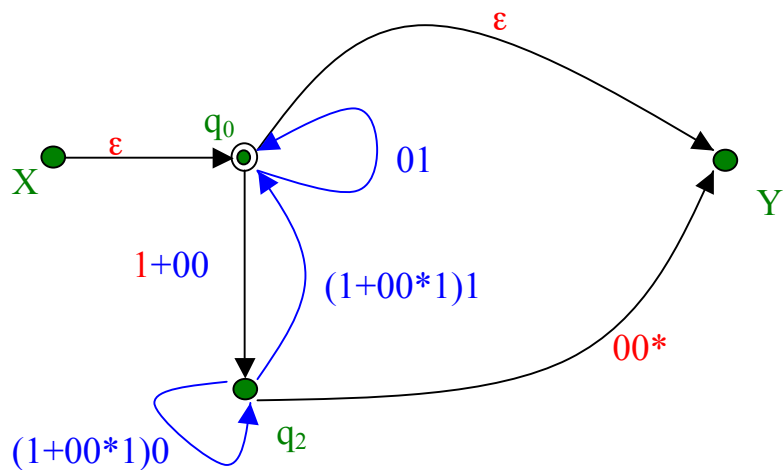
预处理:



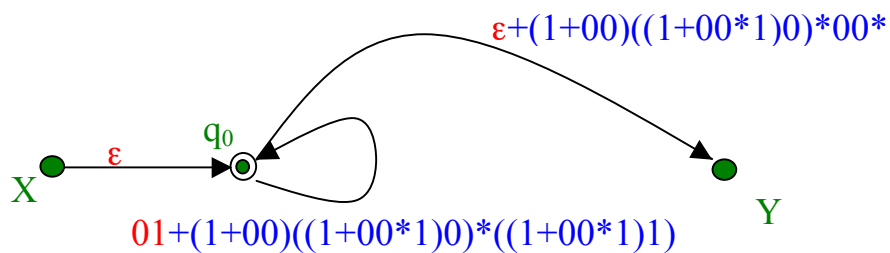
去掉  $q_3$ : ( $q_2-q_3-Y$ ,  $q_2-q_3-q_1$ )



去掉  $q_1$ :



去掉  $q_2$ :



去掉  $q_0$ :

