大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

第二篇

电磁学

- 安培定律 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$

$$\boxed{\vec{F} = \int_0^l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

- 两平行无限长直导电

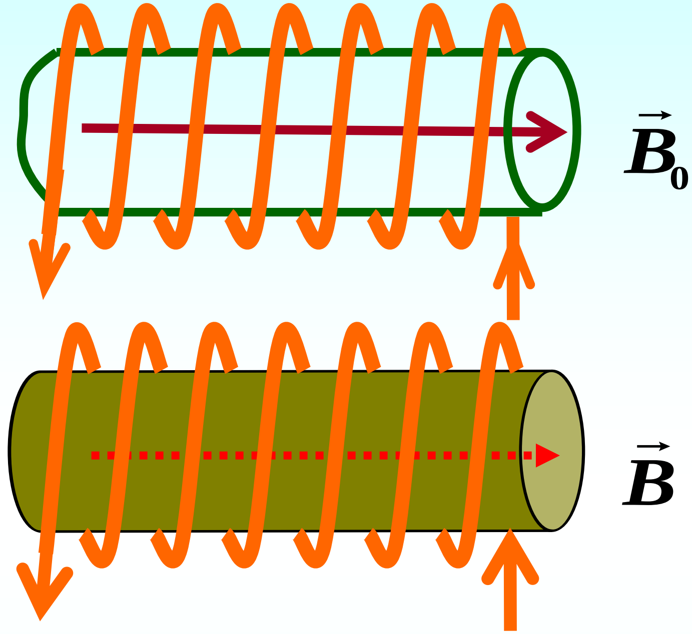
  电流同向→吸引力

  电流反向→排斥力

七、磁介质

(一) 磁介质的磁效应

实验发现：
在螺旋管内填充磁介质前后的磁感应强度的比值，可表征该种介质在磁场中的性质。



相对磁导率：$\mu_r = \dfrac{B}{B_0}$

常见的磁介质：

$\mu_r \geq 1$ → 顺磁质　如：氧、铝、钨、铂、铬等。

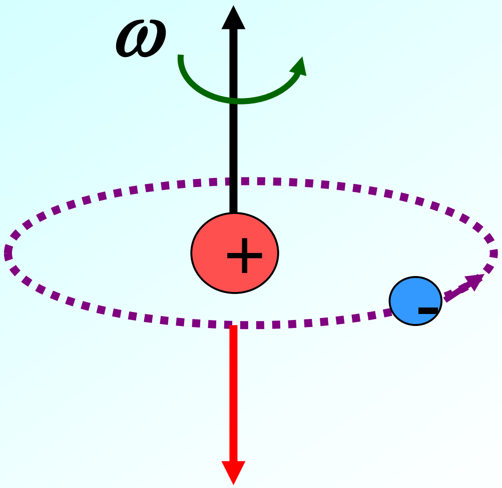
$\mu_r < 1$ → 抗磁质　如：氮、水、铜、银、金、铋等。
(超导体是理想的抗磁体)

$\mu_r >> 1$ → 铁磁质　如：铁、钴、镍等

1. 分子磁矩 (物质的磁性起源)

$$\vec{P}_m = I S \vec{n}$$

实物的基本组成单元：分子、原子、电子



电子运动：

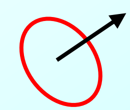
$\begin{cases} \text{绕核运动} \rightarrow \text{电流环} \rightarrow \text{轨道磁矩 } \vec{\mu}_{\text{轨}} \\ \text{自旋运动} \rightarrow \text{自旋磁矩 } \vec{\mu}_{\text{自}} \end{cases}$

两种运动磁效应的总和 $\overset{\text{等效}}{=\!=\!=}$ 分子圆电流

$$\vec{\mu}_{\text{轨}} = I S \vec{n} = -\frac{e r^2}{2}\vec{\omega}$$

$$\vec{\mu}_{\text{分子}} = \sum \vec{\mu}_{\text{轨}} + \sum \vec{\mu}_{\text{自}}$$

分子的固有磁矩

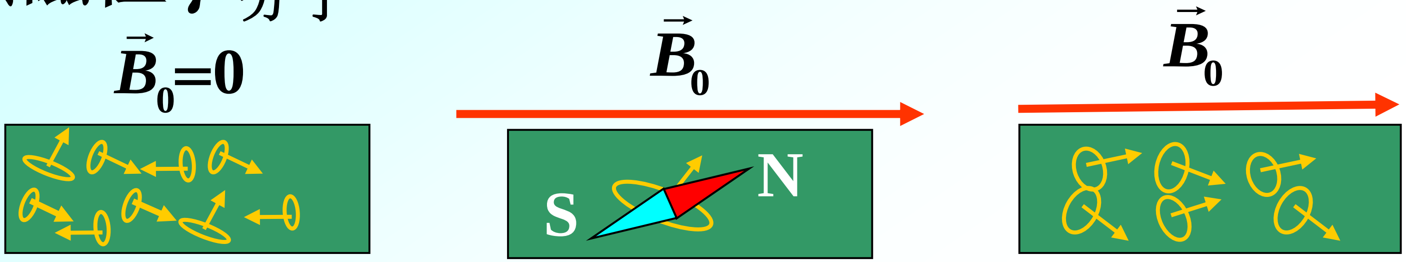


$\vec{\mu}_{\text{分子}}$

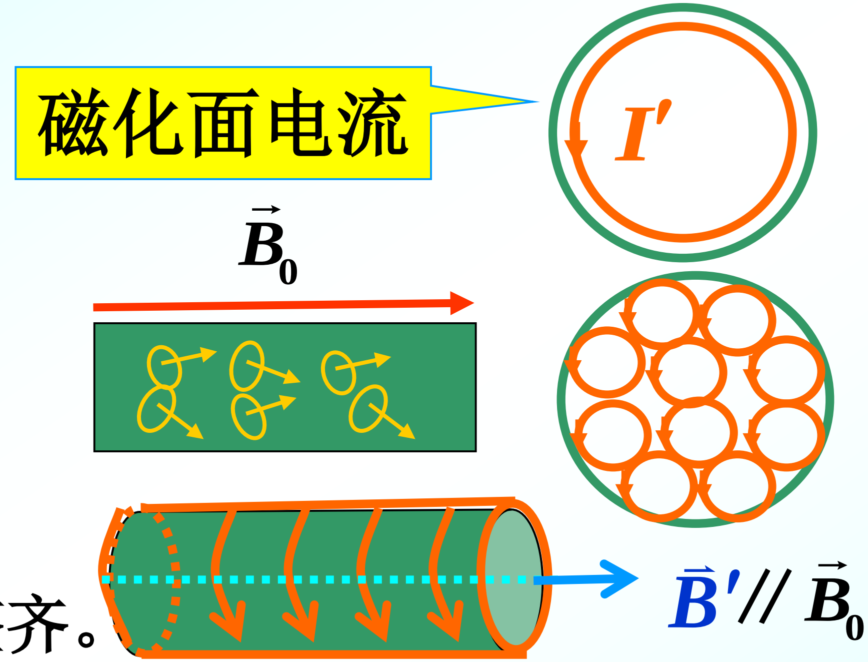
两类磁介质 $\begin{cases} \vec{\mu}_{\text{分子}} \neq 0 \quad \rightarrow \text{顺磁质} \quad \mu_r \geq 1 \\ \vec{\mu}_{\text{分子}} = 0 \quad \rightarrow \text{抗磁质} \quad \mu_r < 1 \end{cases}$

2. 磁化的微观解释

1) 顺磁性 $\vec{\mu}_{分子} \neq 0$



$\sum \vec{\mu}_i = 0$　　$\vec{M} = \vec{\mu}_{分子} \times \vec{B}_0$



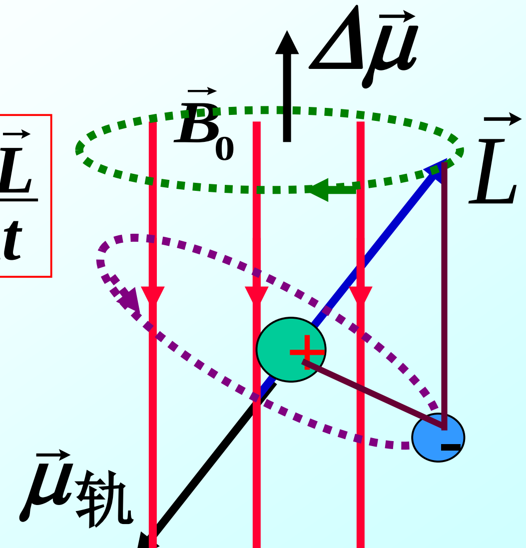
可见：外磁场强，分子磁矩排列越整齐。

磁化面电流越大，介质的磁化程度越高。

2) 抗磁性 $\vec{\mu}_{分子} = 0$

$\boxed{d\vec{L} = \vec{M}dt}$　$\boxed{\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt}}$

——分子中电子轨道角动量的旋进

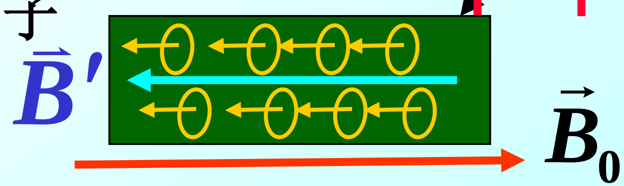


电子因轨道磁矩受磁力矩：$\vec{M} = \vec{\mu}_{轨} \times \vec{B}_0$

轨道角动量 $\vec{L}$ 绕磁场旋进/进动，

电子附加一个磁矩：$\sum \Delta\vec{\mu} = \Delta\vec{\mu}_{分子}$

$\Delta\vec{\mu}_{分子} \longrightarrow I' \longrightarrow \vec{B}' // -\vec{B}_0$



●进动

$$d\vec{L} = \vec{M}dt$$

陀螺在绕自身的对称轴转动的同时，其对称轴绕经过定点的轴转动，这种高速自旋的物体的转轴在空间转动的现象称为进动(回转效应)。

以O点为参考点。重力的力矩:

$$\vec{M} = \int d\vec{M} = \int \vec{r}\times\vec{g}dm = \left(\int \vec{r}dm\right)\times\vec{g}$$

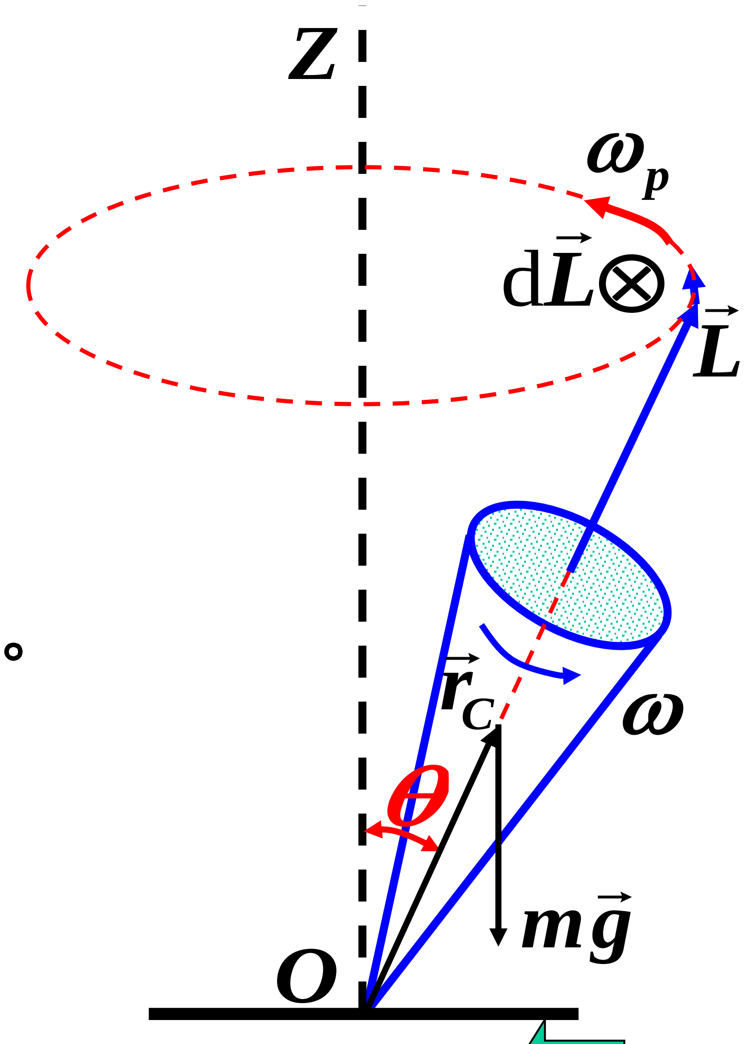
$$= m\frac{\int \vec{r}dm}{m}\times\vec{g} = m\vec{r}_C\times\vec{g} \perp \vec{L}$$

重力对O点的力矩始终与角动量垂直。

$$d\vec{L} = \vec{M}dt = m\vec{r}_C\times\vec{g}dt \perp \vec{L}$$

所以角动量只改变方向而大小不变，

从而产生旋进运动，即进动。

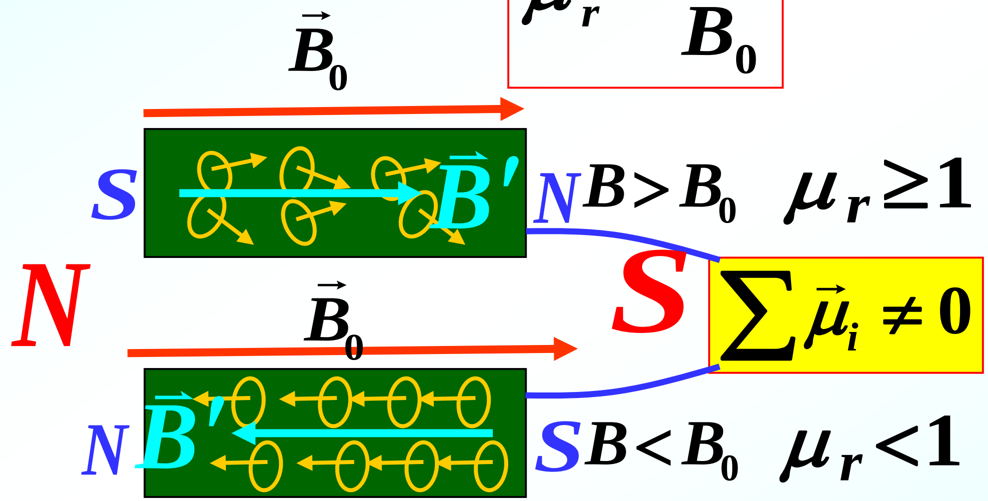


讨论:

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

1）顺磁性介质处在外磁场时，
其体内磁场：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$

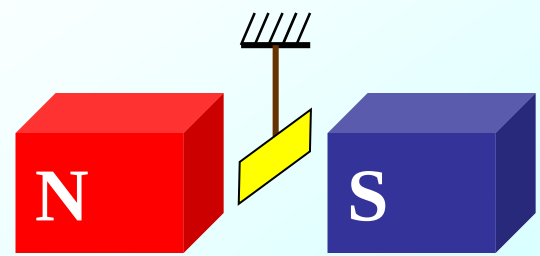
抗磁性介质处在外磁场时，
其体内磁场：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$



2）介质中的抗磁效应在顺磁介质中是否有？

有　但：$\vec{\mu}_{分子} >> \Delta\vec{\mu}_{分子}$

3）若将一磁介质放入磁场中，如何判断该介质是顺磁还是抗磁介质？



真的是金条？

金、银是抗磁质

4）超导体是完全抗磁体

在外磁场中超导体内：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}' = 0$

注：表面分子磁化电流不是自由电荷定向运动形成。

(二) 磁化强度矢量 $\vec{M}$

1. 磁化强度矢量定义

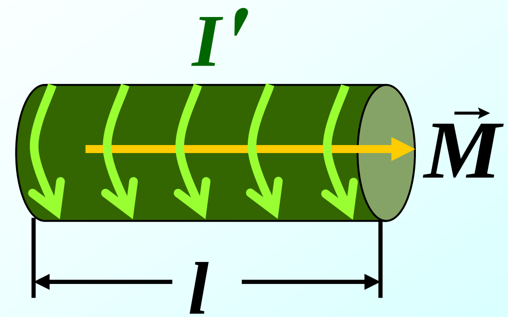
$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}_i}{\Delta V}$$

→ 单位体积内分子磁矩的矢量和

2. 磁化强度矢量M与磁化面电流 I'的关系

设长为l、横截面为S的柱形介质在外磁场中沿轴向被均匀磁化，表面磁化面电流为 I'

可以证明，磁化强度的环流：



$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = \sum I'$$

(三) 有介质时的高斯定理和安培环路定理

1. 有介质时的高斯定理

介质中的磁感应强度：$\vec{B}=\vec{B}_{外}+\vec{B}'$

无论是什么电流激发的磁场，其磁力线均是无头无尾的闭合曲线。

∴ 通过磁场中任意闭合曲面的磁通量为零。

即： $\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=0$

2. 有介质时的安培环路定理

在有介质的空间，传导电流与磁化电流共同产生磁场

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}=\mu_0\sum I+\mu_0\sum I'$$

有磁介质的总场

传导电流

磁化电流

$$\oint \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\sum I + \mu_0\sum I'$$

$$\oint_L \vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I'$$

则有：

$$\oint \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum I_i$$ →有介质时的安培环路定理

定义：$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ ——磁场强度

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0\sum_i I_i + \mu_0\oint_L \vec{M}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu\vec{H}$$

即：$\oint_L \left(\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \sum_i I_i$

物理意义

沿任一闭合路径磁场强度的环流等于该闭合路径所包围的传导电流的代数和。

SI制中磁场强度H 的单位：安培/米(A/m)

1奥斯特=$10^3/4\pi$(A/m)

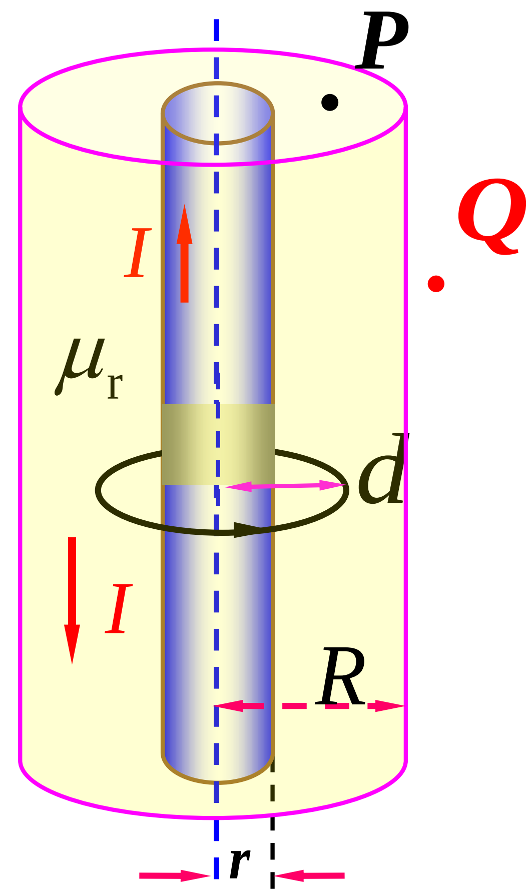
例1 有两个半径分别为 R 和 r 的“无限长”同轴圆筒形导体，在它们之间充以相对磁导率为 $\mu_r > 1$的磁介质.当两圆筒通有相反方向的电流 I 时，试 求（1）磁介质中任意点 P 的磁感应强度的 大小;（2）圆柱体外面一点 Q的磁感强度.

解： 对称性分析

$r < d < R$ $\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$

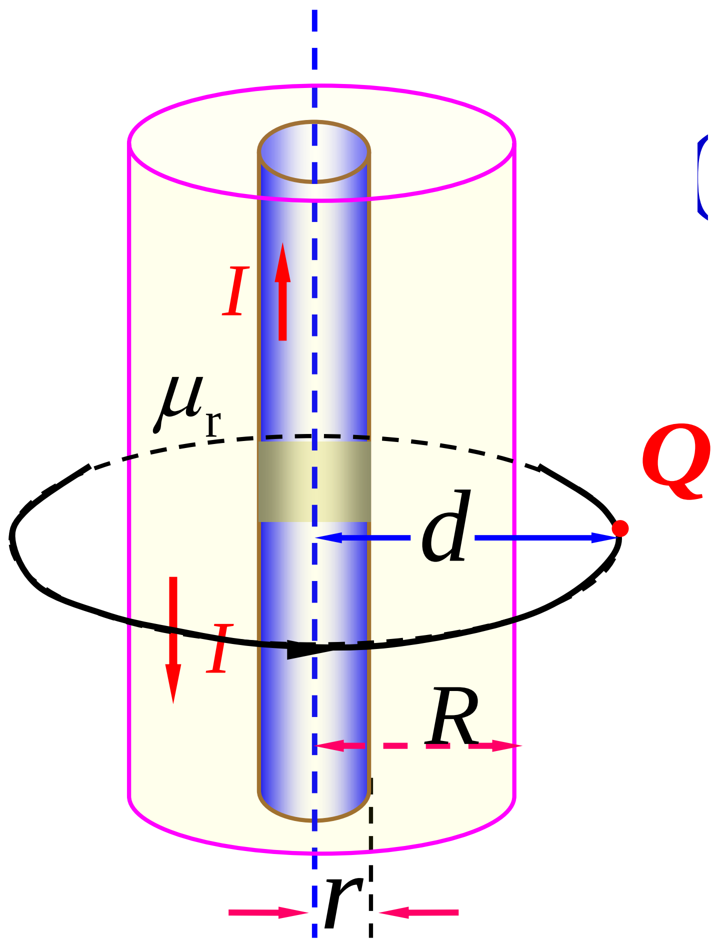
$2\pi\, dH = I \quad H = \dfrac{I}{2\pi\, d}$

$$B = \mu H = \frac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi d}$$



方向沿圆的切线方向

$r < d < R \qquad B = \dfrac{\mu_0 \mu_r I}{2\pi\, d}$



(2) $d > R$ $\oint_l \vec{H} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = I - I = 0$

$$2\pi\, dH = 0, \quad H = 0$$

$$B = \mu H = 0$$

3. $\vec{B}$、$\vec{M}$、$\vec{H}$ 三矢量之间的关系 (物质方程)

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}}$$

实验指出：各向同性的线性磁介质有

$$\boxed{\vec{M} = \chi_m \vec{H}}$$

χ_m ——介质磁化率

那么：$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

其中：$\mu_r = 1 + \chi_m$ ——相对磁导率

χ_m 与 μ_r 均为纯数, 描述磁介质特性的物理量

$$M = (\mu_r - 1)H$$

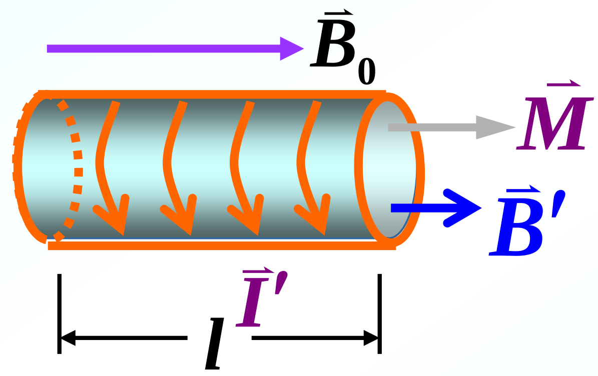
➢磁感应强度和磁场强度的关系:

即：$\boxed{\vec{B} = \mu \vec{H}}$ $\mu = \mu_0 \mu_r$ ——介质磁导率

磁介质的物质方程

4. 磁化强度与磁化面电流的关系：

磁化面电流密度 $\vec{i}'$ 等于在垂直于电流流动方向上单位长度的磁化面电流。

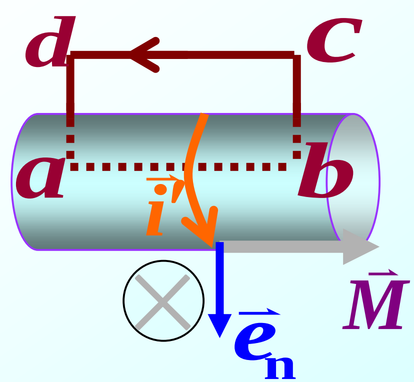


$$i' = \frac{I'}{l}$$

设介质的截面积 S，分子磁矩总和为：$\sum p_m = I'S$

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V} \qquad |\vec{M}| = \frac{I'S}{lS} = i'$$

更一般的关系为：$\boxed{\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{e}_n}$



磁化强度的环流：

$$\oint_L \vec{M} \cdot d\vec{l} = M\overline{ab} = i' \cdot \overline{ab} = \sum_{abcd内} I'$$

I' 与 L 环绕方向成右旋者为正，反之为负。

例2. 长直螺线管内充满均匀磁介质μ_r, 单位长度上的匝数为n, 通有电流I。求管内的B, 磁化强度M及表面磁化电流密度i'。

解： 因管外磁场为零，取图示的回路

根据：$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_i I_i$

$$ab\cdot H = n\cdot ab\cdot I$$

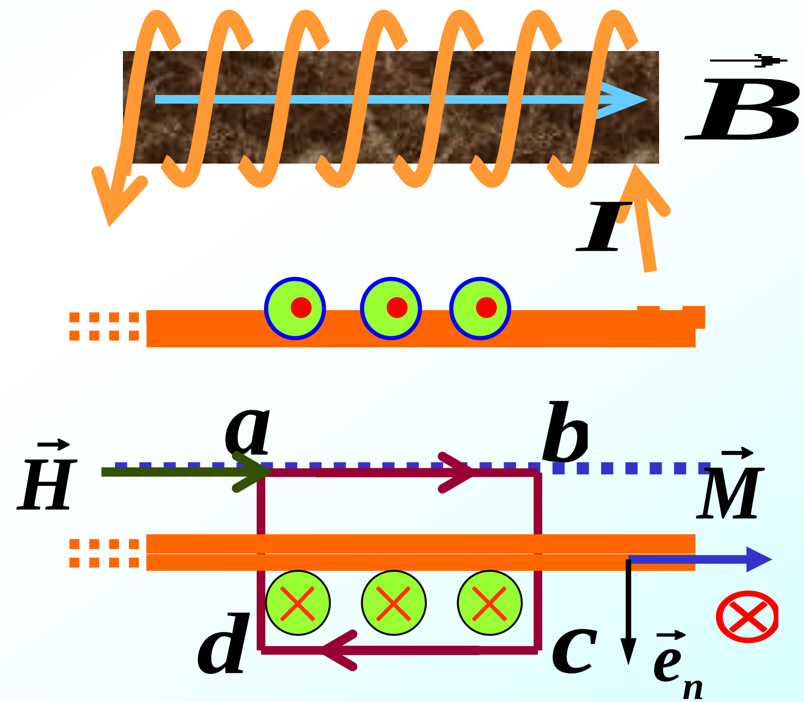
则：$H = nI$

$$B = \mu H = \mu n I$$

又 $\because \vec{B} = \mu_0(\vec{M}+\vec{H})$

$$M = (\mu_r - 1)H$$

$$M = (\mu_r - 1)nI$$



$\because \vec{i}' = \vec{M}\times\vec{e}_n$

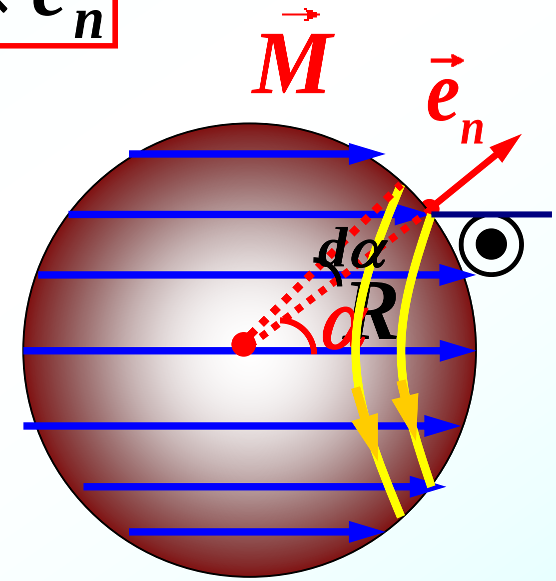
$\therefore i' = (\mu_r - 1)nI$

顺磁铁磁质 $\mu_r > 1$, $i' // I$

抗磁质 $\mu_r < 1$, $i' \uparrow\downarrow I$

例3 一半径为R的介质球，均匀磁化后其磁化强度为$\vec{M}$，方向如图，求介质球面上某点的磁化面电流密度和全面磁化电流产生的磁矩。

$$\boxed{\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{e}_n}$$



解： 任意位置的磁化面电流密度：

$$\vec{i}' = \vec{M} \times \vec{e}_n$$

$$\Rightarrow i' = M\sin\alpha$$ 方向如图

(2) 总磁化电流产生的磁矩？

取如图所示的电流圆环，其磁化电流为：$dI' = i'Rd\alpha$

电流圆环的磁矩为：$dp_m = dI'S = i'Rd\alpha \cdot \pi(R\sin\alpha)^2$

总的磁矩为：$$p_m = \int_0^{\pi} i'Rd\alpha \cdot \pi(R\sin\alpha)^2 d\alpha = \frac{4}{3}\pi R^3 M$$

总结：求磁场的解题一般步骤：

$$\text{由}I_{\text{传}} \xrightarrow{\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_i I_i} \vec{H} \xrightarrow[\text{物质方程}]{\vec{B} = \mu\vec{H}} \vec{B}$$

$$\vec{H} \xrightarrow{\vec{M} = \chi_m \vec{H}} \vec{M} \xrightarrow{\vec{i}' = \vec{M}\times\vec{e}_n} \vec{i}'$$

注： 对称场有磁介质时, 求“B”时，只需将的 $\mu_0 \to \mu$ 即可。

例如：无限长载流直导线真空中磁场 $B_0 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

无限长直导线周围充满介质时 $B = \dfrac{\mu I}{2\pi r}$

毕—萨定律有：

$$\begin{cases} \vec{B}_0 = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{I d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} & \text{真空} \\ \vec{B} = \dfrac{\mu}{4\pi}\displaystyle\int \dfrac{I d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2} & \text{介质空间} \end{cases}$$

磁介质中的安培环路定理

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_L I_i + \mu_0 \sum_L I_i'$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)\cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_S (q_i + q_i')$$

$$\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = \sum_S q_i$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_S q_i$$

$\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{M}$ 之间的关系：

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu \vec{H}$$

$\mu = \mu_0 \mu_r$ *磁导率*

μ_r *相对磁导率*

$\vec{P}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ 之间的关系：

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon \vec{E}$$

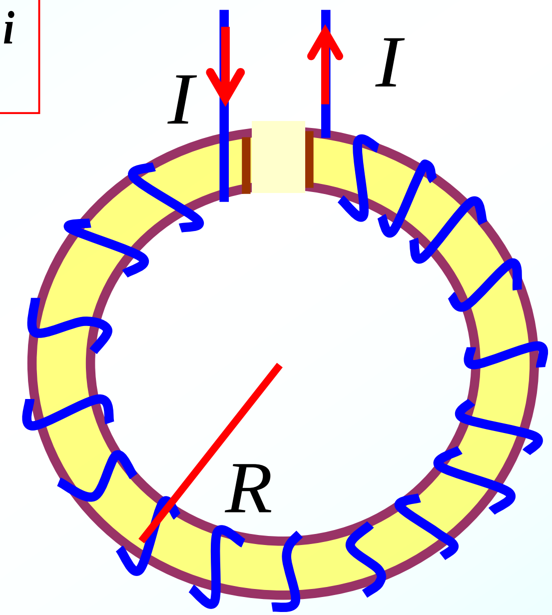
$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ 介电常数

ε_r 相对介电常数

(四) 铁磁质的磁效应

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_L I_i$$

1. 磁化曲线



装置：环形螺绕环，用铁磁质（*Fe,Co,Ni*）填满环内空间

原理：励磁电流为 I,

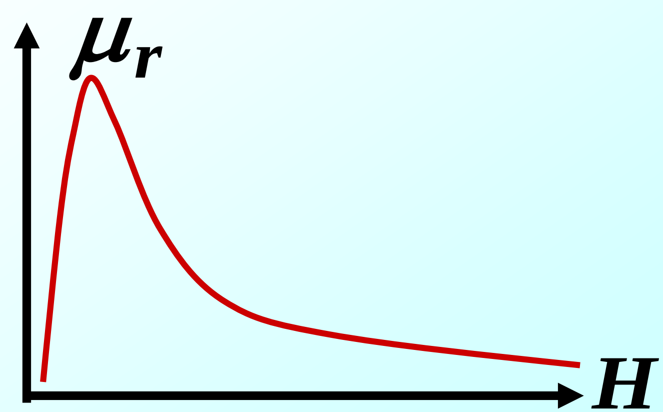
根据安培定理得：$H = \dfrac{NI}{2\pi R}$

实验测量$\vec{B}$：如用感应电动势测量

或用小线圈在缝口处测量

由 $\mu_r = \dfrac{B}{B_0} = \dfrac{B}{\mu_0 H}$

得出 $\mu_r \sim H$曲线：



铁磁质的 μ_r 不是个常数，

它是 $\vec{H}$的函数。

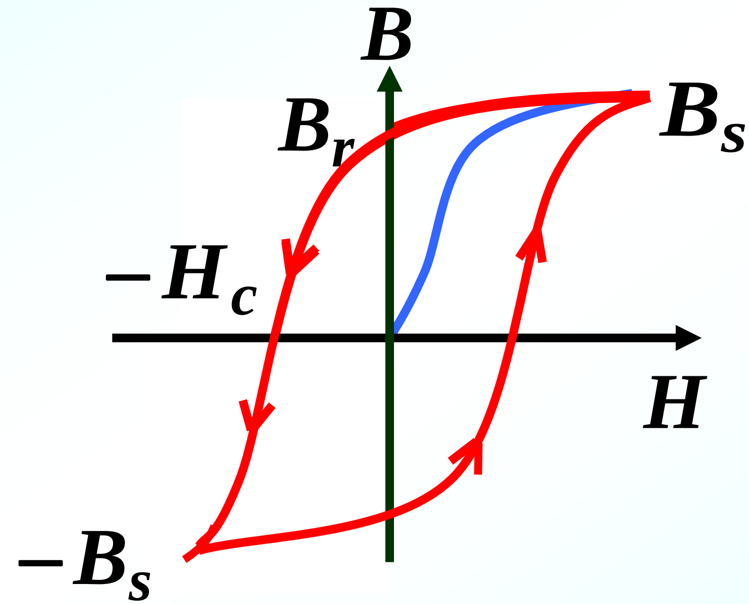
2. 磁滞回线——不可逆过程

1）起始磁化曲线

饱和磁感应强度B_S

2）剩磁B_r

3）矫顽力H_c



B的变化落后于H，从而具有剩磁——磁滞效应

每个H 对应不同的B与磁化的历史有关。

3. 在交变电流的励磁下反复磁化使其温度升高

——磁滞损耗

磁滞损耗与磁滞回线所包围的面积成正比。

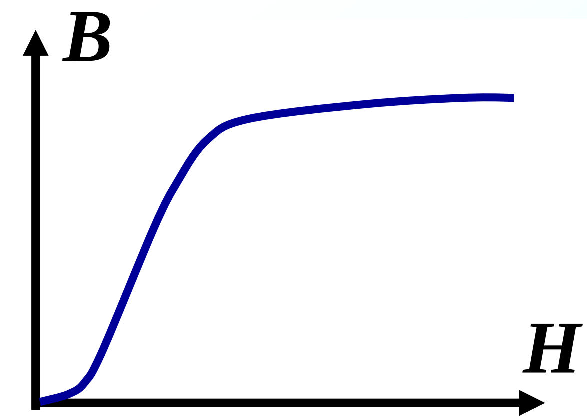
为什么会出现这些现象？

4. 铁磁质磁化的机制

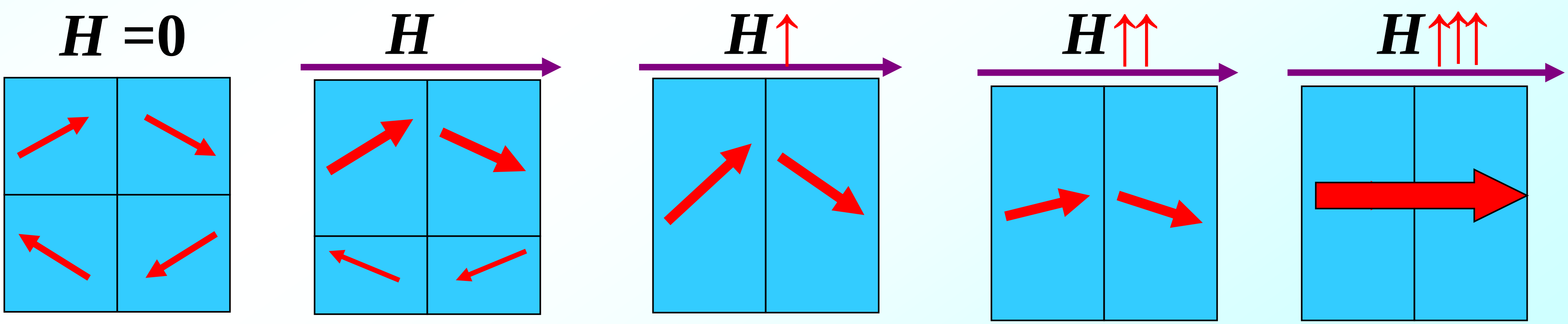
铁磁性主要来源于电子的自旋磁矩。

★交换力：电子之间的交换作用使其在自旋平行排列时能量较低，这是一种量子效应。

★磁畴：原子间电子交换耦合作用很强，使其自旋磁矩平行排列形成磁畴——自发磁化的小区域。



★磁畴的变化可用金相显微镜观测



$\sum\vec{\mu}_{自}=0$　$\sum\vec{\mu}_{自}\neq 0$　$\sum\vec{\mu}_{自}\uparrow$　$(\sum\vec{\mu}_{自})\nearrow$　$\sum\vec{\mu}_{自}\longrightarrow$

说明：

1. 当全部磁畴都沿外磁场方向时，铁磁质的磁化就达到饱和状态。饱和磁化强度M_S等于每个磁畴中原来的磁化强度，该值很大。

$$M=(\mu_r-1)H$$

——这就是铁磁质磁性 μ_r大的原因。

2. 磁滞现象是由于材料有杂质和内应力等的作用，当撤掉外磁场时磁畴的畴壁很难恢复到原来的形状而造成的。

3. 当温度升高时，热运动会瓦解磁畴内磁矩的规则排列。在临界温度（相变温度*Tc*）时，铁磁质完全变成顺磁质。居里点 ***Tc* (Curie Point)**

如：铁为 **1040*K***，钴为 **1390*K***， 镍为 **630*K***

5. 铁磁质的分类

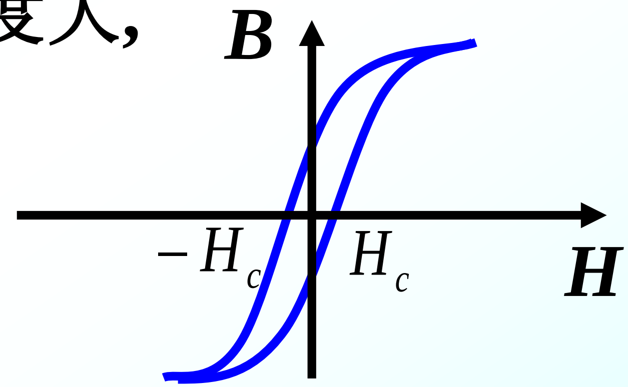
1. 软磁材料： 如 纯铁，坡莫合金(*Fe*，*Ni*)，硅钢，铁氧体等。

特点：

μ_r大，(起始磁化率大)饱和磁感应强度大，矫顽力(H_c)小，磁滞回线的面积窄而长，损耗小(回线面积小)。

易磁化、易退磁

适用于变压器、继电器、电机、以及各种高频电磁元件的磁芯、磁棒。



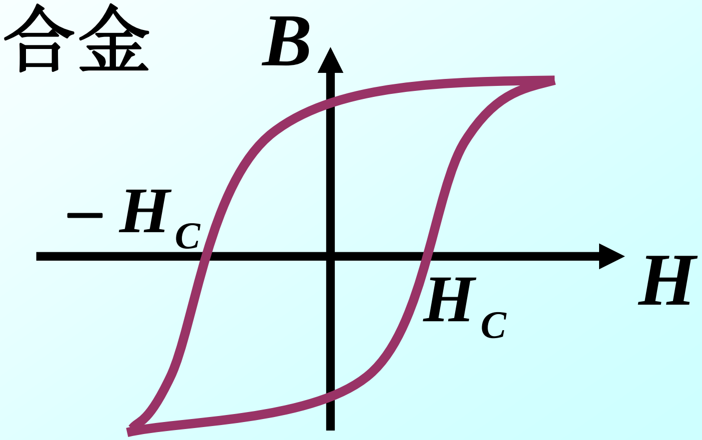
2. 硬磁材料： 如: 钨钢，碳钢，铝镍钴合金

矫顽力(H_c)大，剩磁B_r大

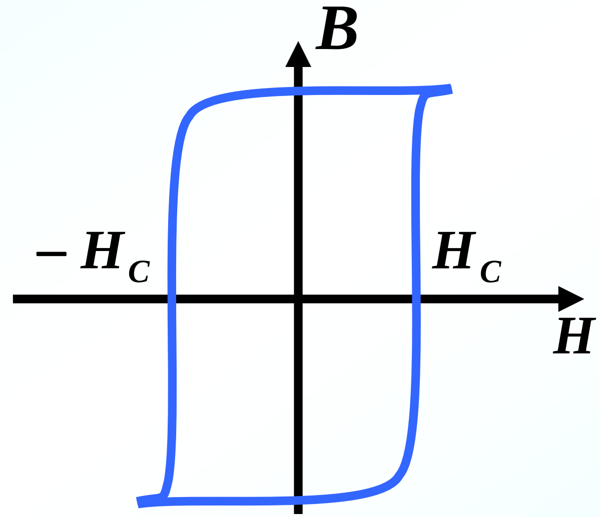
磁滞回线的面积大，损耗大。

适用于做永磁铁。

耳机中的永久磁铁，永磁扬声器。



3. 矩磁材料



锰镁铁氧体，锂锰铁氧体

$B_r=B_S$ ，H_c不大，
磁滞回线是矩形。用于记忆元件，

当+脉冲产生$H>H_C$, 使磁芯呈+B态，
则–脉冲产生$H< -H_C$ 使磁芯呈–B态，
可作为二进制的两个态。

特别适用于制作计算机彩带和硬盘
的记录介质。

六. 磁场对载流导线的作用

1. 安培定律

$$\boxed{\vec{F}=\int_0^l I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$$

非均匀磁场中：须利用积分。

2. 磁场作用于载流线圈的力和力矩

①载流线圈的磁矩

$$\boxed{\vec{p}_m = I\vec{S} = IS\vec{e}_{\mathrm{n}}}$$

②磁力矩

$$\vec{M}=\vec{p}_m\times\vec{B}$$

七. 磁介质

1. 磁介质的分类

2. 磁化面电流的特征

3. $\boldsymbol{H}$的环路定理

$$\boxed{\oint_L \vec{H}\cdot\mathrm{d}\vec{l}=\sum I_i}$$

$$\boxed{\vec{B}=\mu\vec{H}}$$

4. 铁磁质的分类