

大学物理(下)

华中科技大学

张智

zhang@hust.edu.cn

第8节 多普勒效应

此效应是出生于德国的奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler, 1802—1853)在1842年首次发现的。

- ◆ 当观察者与波源之间有相对运动时，观察者所测得的频率不同于波源的频率，这种现象称为**多普勒效应**。

比如：当鸣笛的火车驶向站台时，站台上的观察者听到的笛声变尖，即**频率升高**；相反，当火车驶离站台时，听到的笛声**频率降低**。



奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler, 1802—1853)

波源的频率 ν_s 是单位时间内波源作完整振动的次数或发出的‘完整波长’的个数。

观察者接收到的频率 ν_R 是观察者在单位时间内接收到的完整的振动次数或完整的波长数。

波速 u 是单位时间内振动状态(相位)传播的距离。

相对于媒质

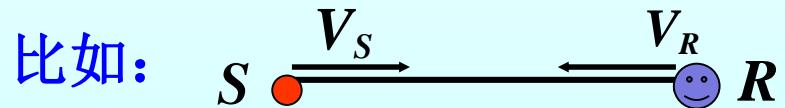
波源的周期 T_s 是波源作一次完整的振动所需的时间。

观察者测得的周期 T_R 是观察者观测到的一次完整的振动所经历的时间。

◆ 以下考虑波源的频率和观测频率的关系

思路：先考虑周期之间的关系，再进而得到频率的关系。

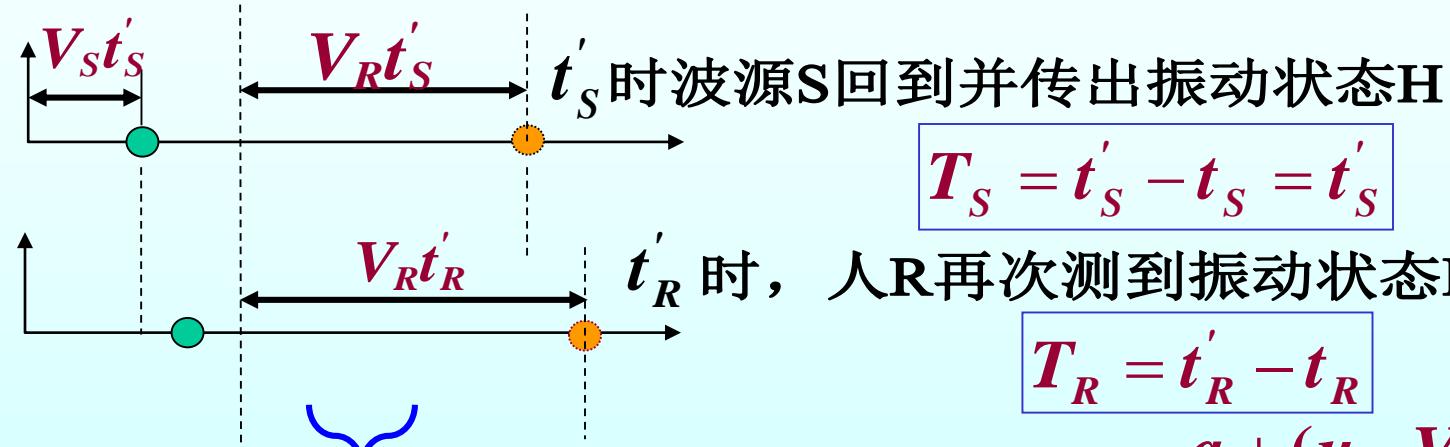
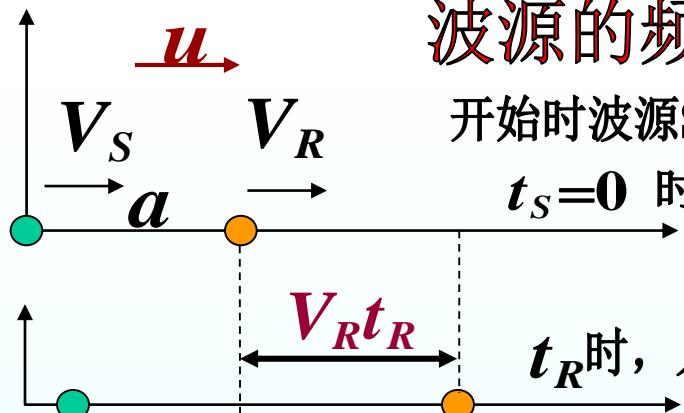
- 为此，取媒质为参考系，设波速为 u ，波源的速度为 V_S ，观察者的速度为 V_R ，且波源和观察者在同一条直线上运动。



波源的频率与观测频率的关系式

开始时波源S刚好在坐标原点，与观察者R相距 a

$t_s=0$ 时，波源S到达振动状态H并将之向右传出



$$t'_R = t'_s + \frac{a + V_R t'_R - V_s t'_s}{u}$$

$$t'_R = \frac{a + (u - V_s) t'_s}{u - V_R}$$

$$v_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} v_S$$

$$\left. \begin{aligned} t_R &= \frac{a + V_R t_R}{u} \\ \therefore t_R &= \frac{a}{u - V_R} \end{aligned} \right\}$$

$$T_s = t'_s - t_s = t'_s$$

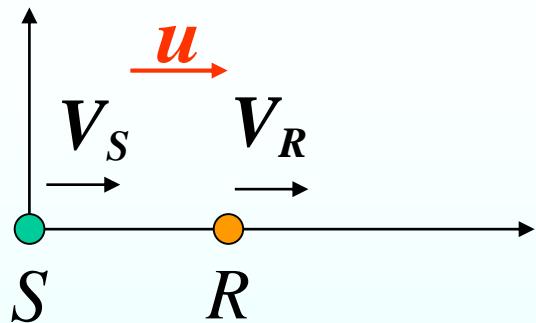
$$T_R = t'_R - t_R$$

$$= \frac{a + (u - V_s) t'_s}{u - V_R} - \frac{a}{u - V_R}$$

$$= \frac{u - V_s}{u - V_R} t'_s = \frac{u - V_s}{u - V_R} T_s$$

实际上已把 u 的方向定为正方向。

波源的频率与观测频率的关系式



$$V_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} V_S$$

以 u 的方向
为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

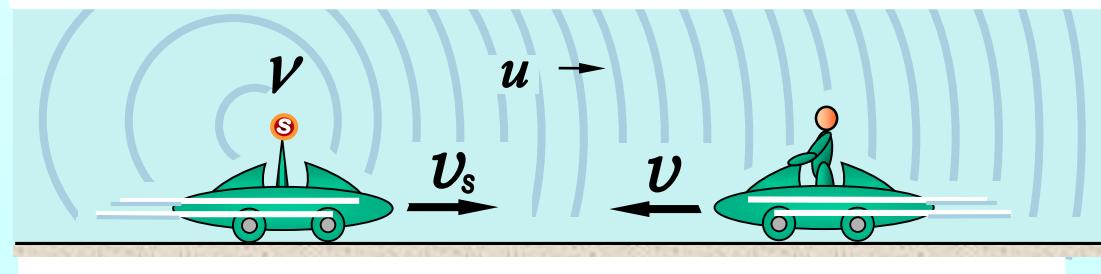
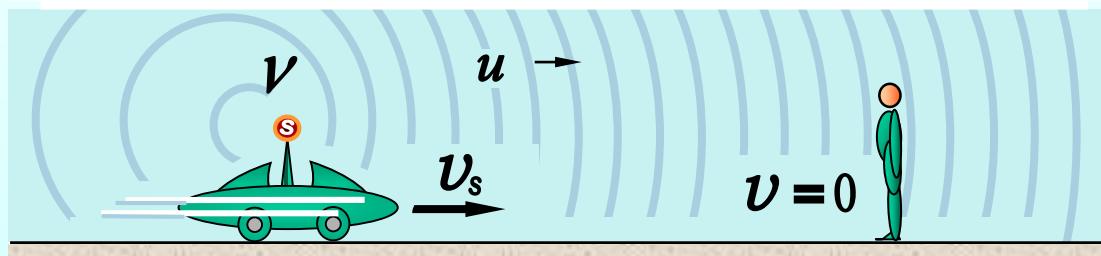
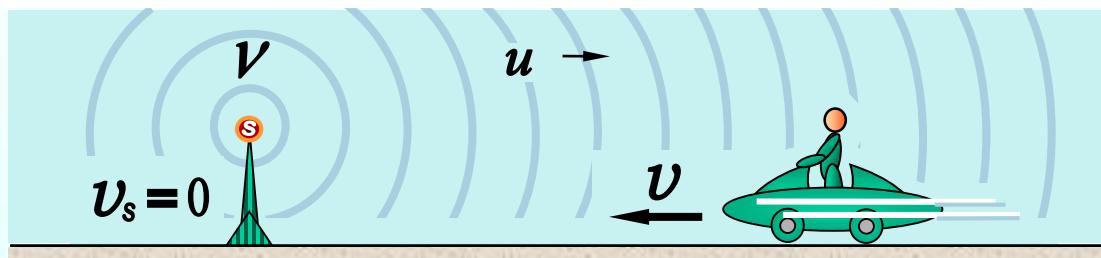
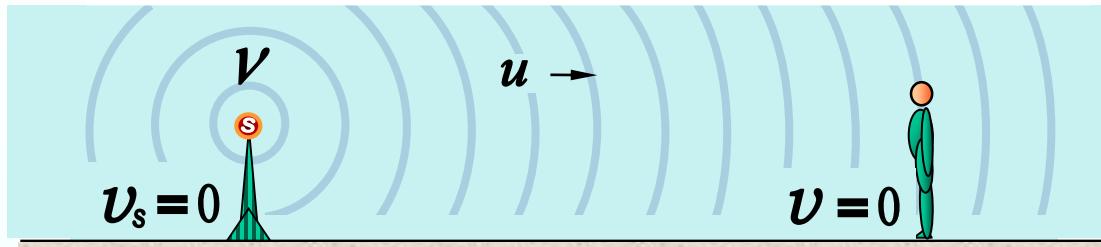
当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动， $V_R = V_S$

$$\lambda_R = \frac{u}{V_R}$$

当 $V_S = 0$ 时，若观察者向波源运动，则 $V_R > V_S$ ；波长变短。
若观察者背离波源运动，则 $V_R < V_S$ ；波长变长。

当 $V_R = 0$ 时，若波源向观察者运动，则 $V_R > V_S$ ；波长变短。
若波源背离观察者运动，则 $V_R < V_S$ ；波长变长。

多普勒效应



$$\nu' = \nu$$

(向) (背)

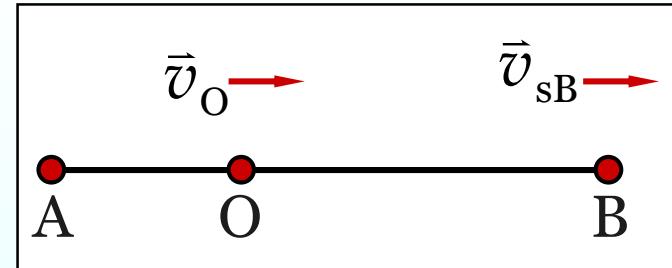
$$\nu' = \left(\frac{u \pm v}{u} \right) \nu$$

$$\nu' = \left(\frac{u}{u \mp v_s} \right) \nu$$

$$\nu' = \left(\frac{u \pm v}{u \mp v_s} \right) \nu$$

例. A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速率向右运动。在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动。已知空气中的声速为330m/s，求：

- (1) 观察者听到来自A 的频率
- (2) 观察者听到来自B 的频率
- (3) 观察者听到的拍频



解：(1) $u=330\text{m/s}$, $v_{sA}=0$, $v_{sB}=60\text{m/s}$, $v_o=30\text{m/s}$

$$v' = \frac{u - v_o}{u} v \quad v' = \frac{330 - 30}{330} \times 500 = 454.5 \text{ Hz}$$

$$v'' = \frac{330 + 30}{330 + 60} \times 500 = 461.5 \text{ Hz}$$

$$(2) \quad v'' = \frac{330 + 30}{330 + 60} \times 500 = 461.5 \text{ Hz}$$

(3) 观察者听到的拍频

$$\Delta v = |v' - v''| = 7 \text{ Hz}$$

$$x = 2A_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cos \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t + \varphi \right)$$

波源的频率 ν_S 是单位时间内发出的“完整波长”的个数。

观察者接受到的频率 ν_R 是观察者在单位时间内接收到的完整的波长数。

1. 波源和接收器都静止

单位时间通过 R 的波长的个数，即为 R 收到的频率

$$\nu_R = \frac{u}{\lambda} = \nu_S$$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} \nu_S$$

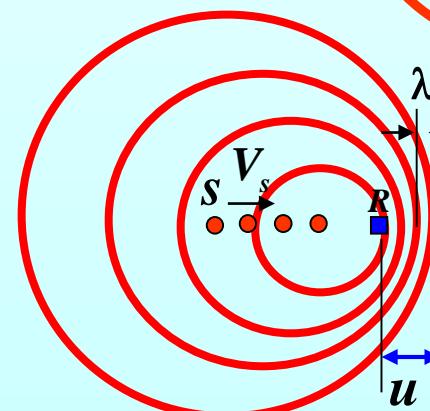
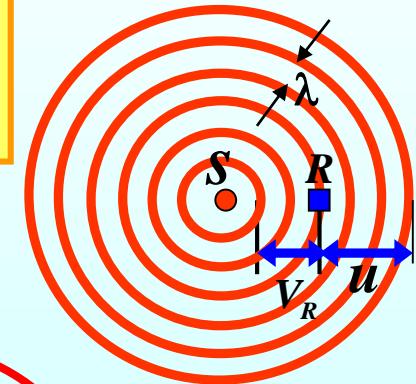
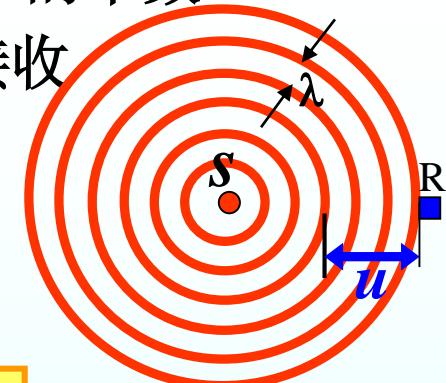
2. 波源静止,接收器运动

$$\nu_R = \frac{u + V_R}{\lambda} = \frac{u + V_R}{u/V_S} = \frac{u + V_R}{u} \nu_S \text{ 变大}$$

$$R \text{ 远离 } S \text{ 则 } \nu_R = \frac{u - V_R}{u} \nu_S \text{ 变小}$$

3. 接收器静止,波源运动

波长变化：左边变长，右边变短

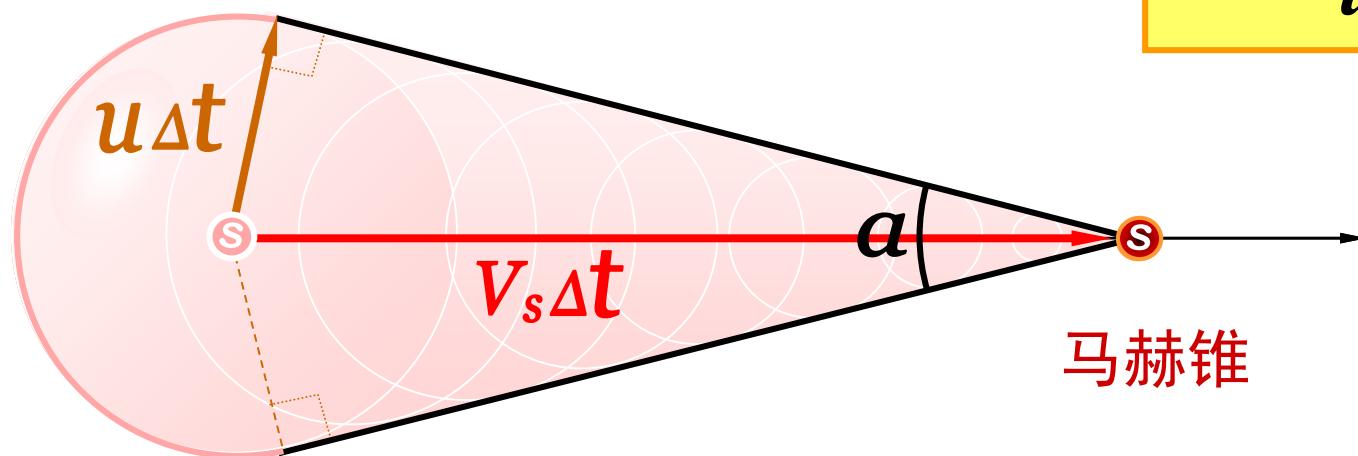


冲击波

前面在介绍波源相对于媒质运动所引起的多普勒效应时，讨论了波源速率 $V_s <$ 波速 u 的情况。

波源速率 $V_s >$ 波速 u ？？？

若 $V_s > u$ ，波源就会冲出自身发出的波阵面，在 Δt 时间内，波源所发出的一系列波的波前包络面是一个圆锥面，称为**马赫锥**。这种波称为**冲击波**。

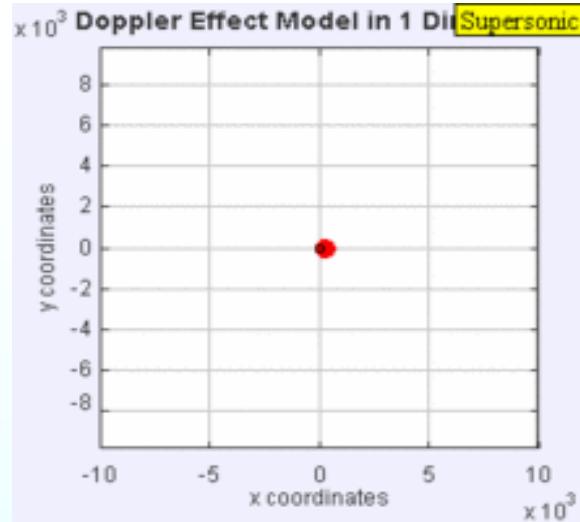


$$V_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} V_S$$

马赫锥的顶角 α （**马赫角**）满足

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{u \Delta t}{V_s \Delta t} = \frac{u}{V_s} = \frac{1}{M} \quad M = \frac{V_s}{u}$$
 称为**马赫数**

◆ 锥面是受干扰的介质和未受干扰的介质的分界面，在两侧有压强、密度和温度的突变。



飞机、炮弹等以超音速飞行时，都会在空气中激起冲击波。冲击波面到达的地方，空气压强突然增大。



◆ 过强的冲击波可使掠过地区的物体遭到损坏，如使玻璃窗破裂等，这种现象称为声暴。
类似的现象在水波中也可以看到。

- ◆ 利用声波的多普勒效应可以测定流体的流速，振动体的振动和潜艇的速度，还可以用来报警和监测车速。
- ◆ 在医学上，利用超声波的多勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

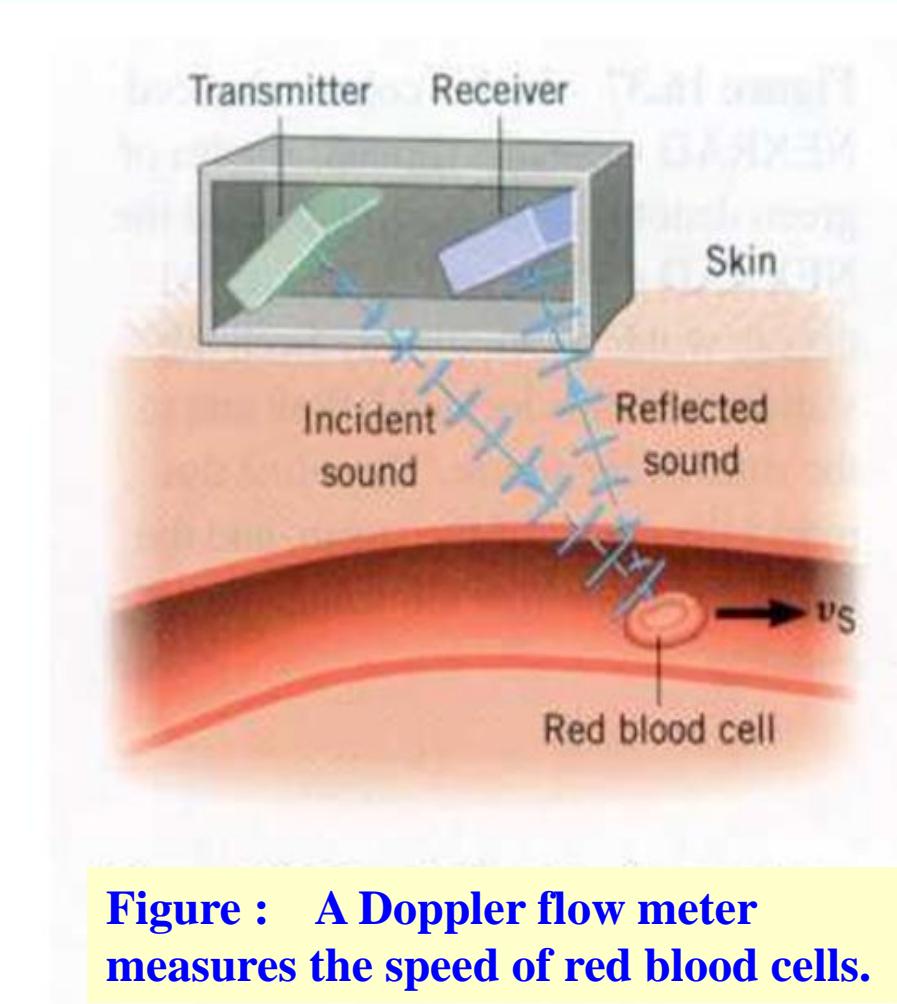
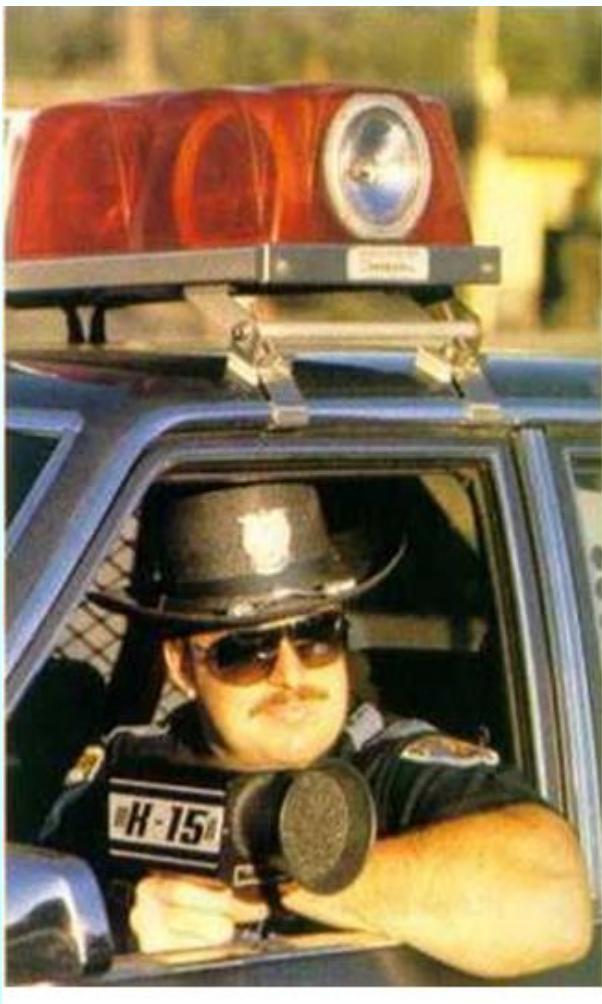
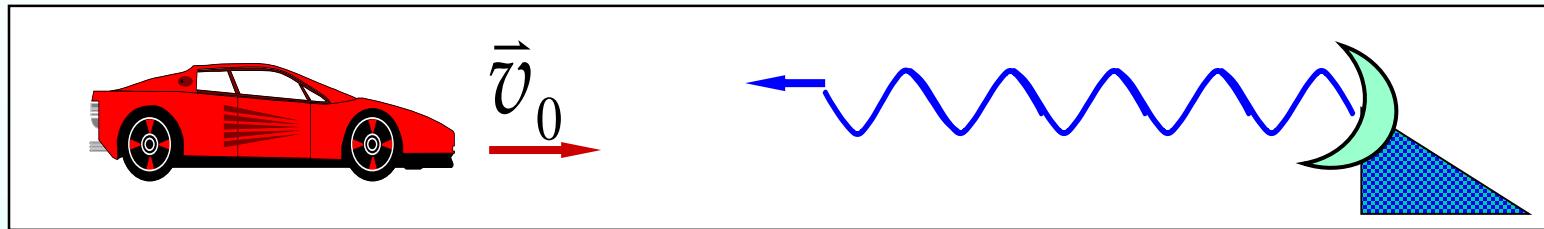


Figure : A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

例. 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为 $\nu=100\text{kHz}$ 的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为 $\nu''=110\text{kHz}$ 。已知空气中的声速为 $u=330\text{m/s}$ ，求车速。



解： 1) 车为接收器 $\nu' = \frac{u + v_o}{u} \nu$

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} \nu_s$$

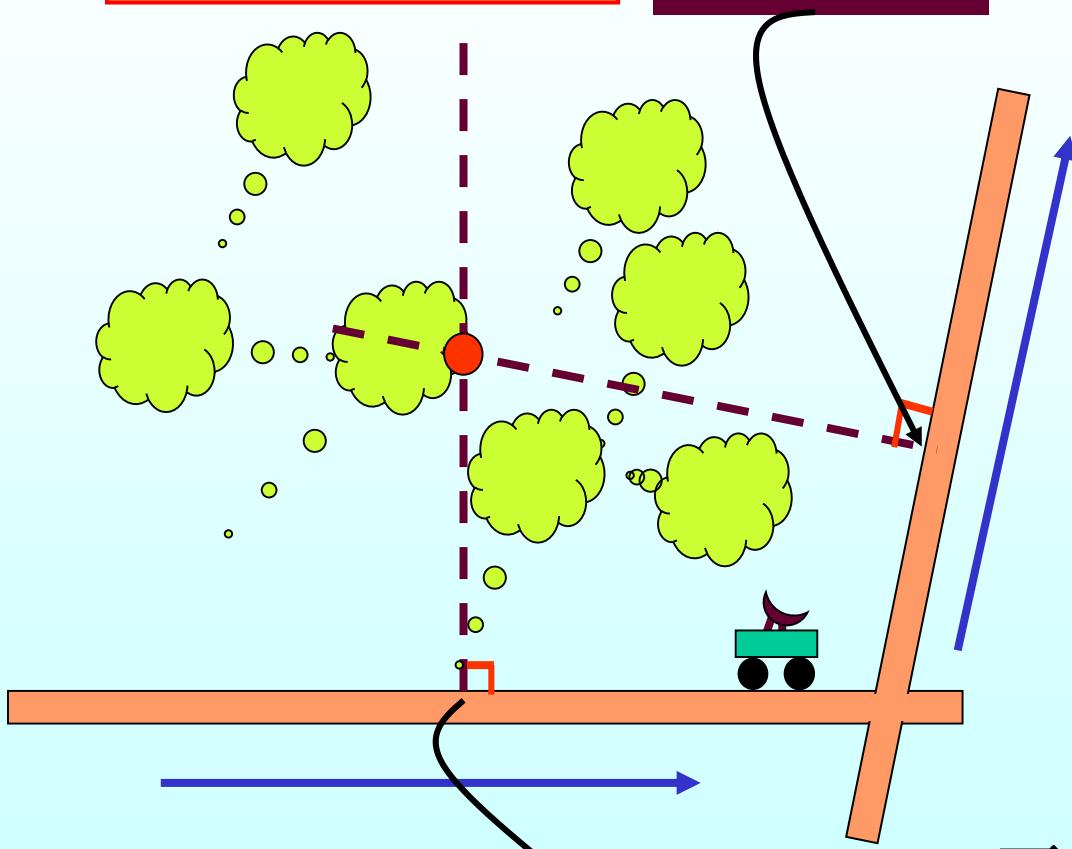
2) 车为波源 $\nu'' = \frac{u}{u - v_s} \nu' = \frac{v_o + u}{u - v_s} \nu$

车速 $v_o = v_s = \frac{\nu'' - \nu}{\nu'' + \nu} u = 56.8 \text{ km/h}$

例：利用多普勒效应测定隐蔽的信号源。请说明其方法。

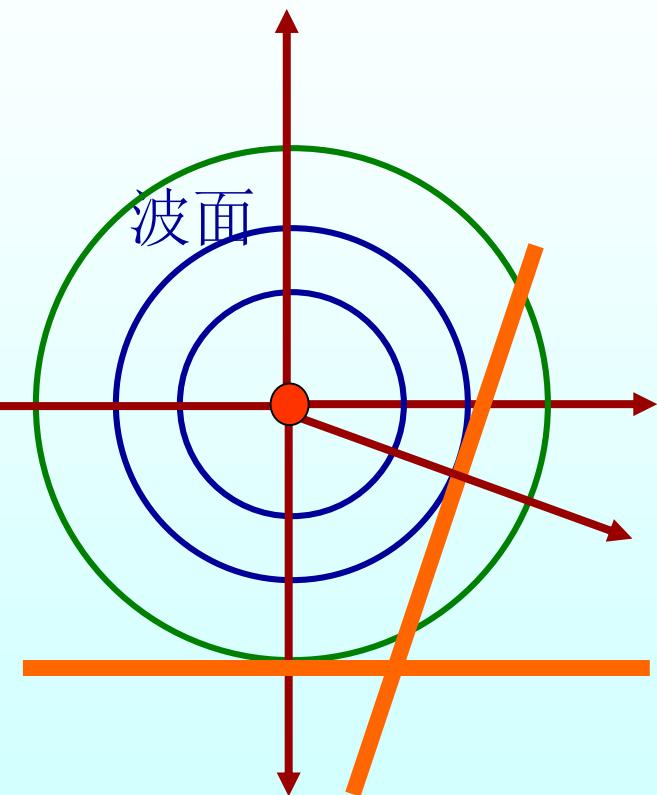
$$v_R = \frac{u - V_R}{u - V_S} v_s$$

零频差点



零频差点

解：点波源产生球面波



两条路分别和两条波线垂直。

- ◆ 以上所有结论的前提是：波源和观察者在同一直线上运动，故称为纵向多普勒效应。

因此，如果波源和观察者的运动不是沿它们连线方向（纵向），则以上公式中 V_s , V_r 应理解为波源和观察者在它们连线方向上的速度分量(即纵向分量)。

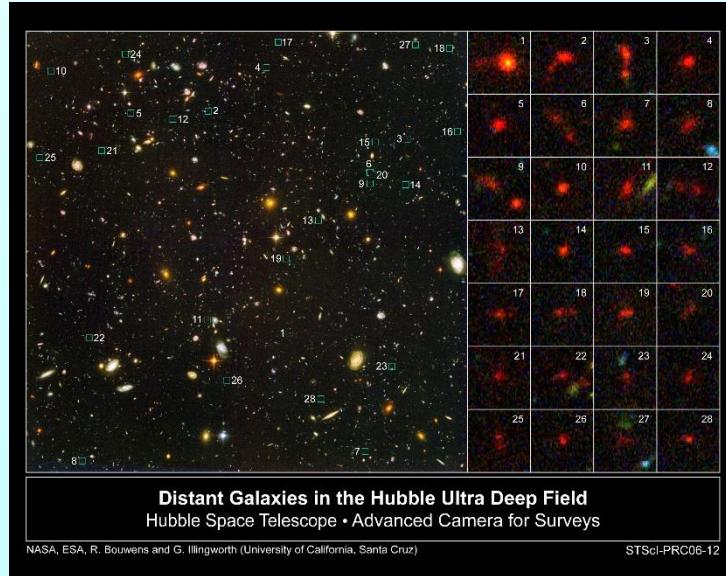
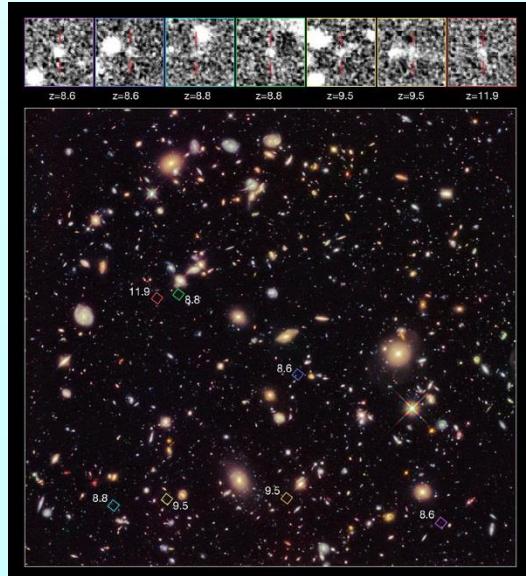
电磁波(比如光)，也有多普勒效应，光源与接收器的相对速度决定接收器接收的频率。

电磁波的多普勒效应

电磁波也存在多普勒效应，但是涉及**狭义相对论的相对性原理和光速不变原理**，较复杂。在此我们仅作简单介绍。当波源和接收器在同一直线上运动时，相对运动的速率为 v ，由相对论可得，

两者接近时有： $\nu' = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\nu$ $v \uparrow, \lambda \downarrow$ ， 紫移

两者远离时有： $\nu' = \sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}}\nu$ $v \downarrow, \lambda \uparrow$ ， 红移



$$\nu_R = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}} \nu_S$$

当光源远离接收器时，接收到的频率变小，因而波长变长，这种现象叫做“**红移**”。

把接收到的其它星球上元素的光谱与地面上同一元素的光谱作比较，发现几乎都发生红移。由此推断这些星系正在远离地球向四周飞去，即在“退行”。这就是“大爆炸”宇宙学理论的重要依据。

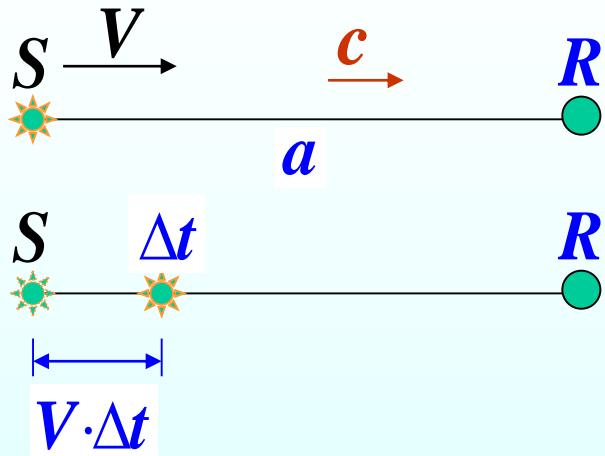
电磁波的多普勒效应也为跟踪人造地球卫星提供了一种简便的方法。

卫星地面站确定远在 10^8 m处的卫星位置变化时，可以精确到 10^{-2} m~ 10^{-3} m.



电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光),也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时,且相对于接收器的速度为V。



事件1: S发出第一个光信号
事件2: S发出第二个光信号

Δt : 在R上看, 两个事件的时间间隔

t'_s : 在S上看, 两个事件的时间间隔

故 $\Delta t = \frac{t'_s}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

设在S上看, 波源S在 $t_s=0$ 时发出一个光信号; 经过一个周期后, 即 $t'_s=T_s$ 时发出第二个光信号。

设在接收器R上看, R在 t_R 时收到第一个光信号; 在 t'_R 时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期 $T_R = t'_R - t_R$

$$\text{而 } t_R = \frac{a}{c}$$

$$t'_R = \frac{a - V \cdot \Delta t}{c} + \Delta t$$

$$T_R = t'_R - t_R$$

$$= \frac{a - V \cdot \Delta t}{c} + \Delta t - \frac{a}{c}$$

$$= \left(1 - \frac{V}{c}\right) \cdot \Delta t$$

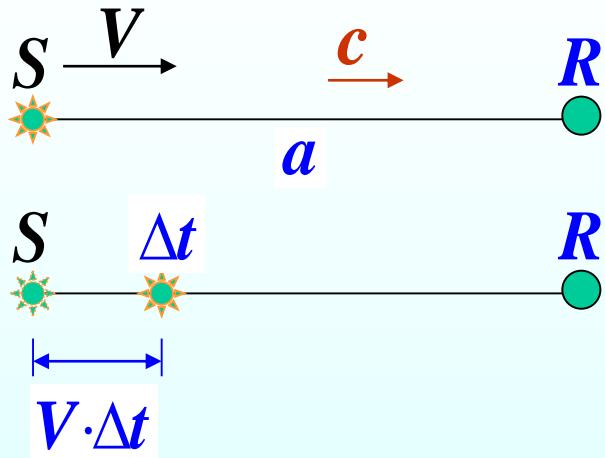
$$= \left(1 - \frac{V}{c}\right) \cdot \frac{t'_s}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$= \left(1 - \frac{V}{c}\right) \cdot \frac{T_s}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$\therefore T_R = \sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}} T_s$$

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光),也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时,且相对于接收器的速度为V。



事件1: S发出第一个光信号
事件2: S发出第二个光信号

Δt : 在R上看, 两个事件的时间间隔

t'_s : 在S上看, 两个事件的时间间隔

故 $\Delta t = \frac{t'_s}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

设在S上看, 波源S在 $t_s=0$ 时发出一个光信号; 经过一个周期后, 即 $t'_s=T_s$ 时发出第二个光信号。

设在接收器R上看, R在 t_R 时收到第一个光信号; 在 t'_R 时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期 $T_R = t'_R - t_R$

而 $t_R = \frac{a}{c}$

$t'_R = \frac{a - V \cdot \Delta t}{c} + \Delta t$

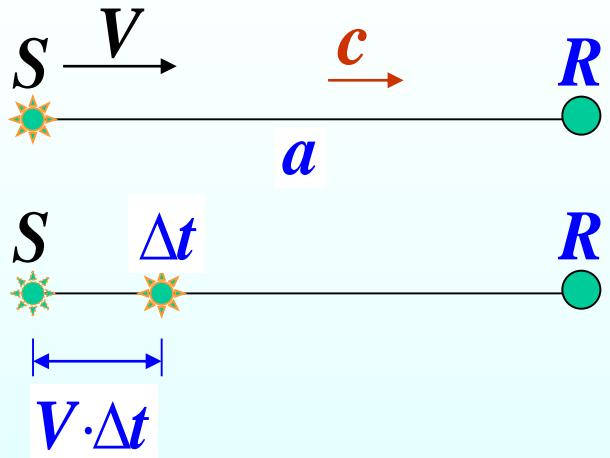
$T_R = t'_R - t_R$

$$T_R = \sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}} T_s$$

$$\therefore T_R = \sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}} T_s$$

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光),也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时,且相对于接收器的速度为V。



- 事件1: S发出第一个光信号
事件2: S发出第二个光信号

Δt : 在R上看, 两个事件的时间间隔

t'_s : 在S上看, 两个事件的时间间隔

故 $\Delta t = \frac{t'_s}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

设在S上看, 波源S在 $t_s=0$ 时发出一个光信号; 经过一个周期后, 即 $t'_s=T_s$ 时发出第二个光信号。

设在接收器R上看, R在 t_R 时收到第一个光信号; 在 t'_R 时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期 $T_R = t'_R - t_R$

而 $t_R = \frac{a}{c}$

$$t'_R = \frac{a - V \cdot \Delta t}{c} + \Delta t$$

$$T_R = t'_R - t_R$$

$$T_R = \sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}} T_s$$

$$\therefore v_R = \sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}} v_s$$

以上取 c 为正, 即以 c 的方向为正方向, V 相对于此方向可正可负。接近时频率变高, 紫移; 远离时频率变低, 红移。

波按性质分类

{
 机械波: 机械振动在弹性媒质中的传播过程
 电磁波: 电磁场周期性变化在空间的传播
 引力波: 时空形变, 以 c 的速度在空间传播

教学视频-引力波

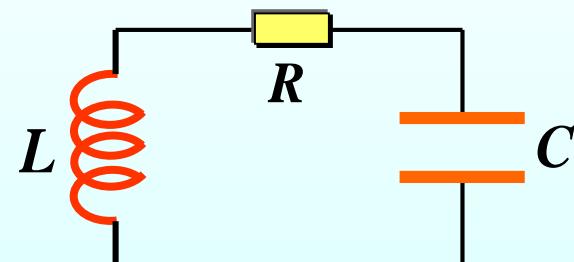
第9节 电磁振荡与电磁波

一、电磁振荡

机械振动：物体在某一位置附近做周期性运动。

电磁振荡：电路中电量和电流的周期性变化。

振荡电路：产生电磁振荡的导体回路。



振荡电路

1. *LC*无阻尼自由振荡 ($R=0$)

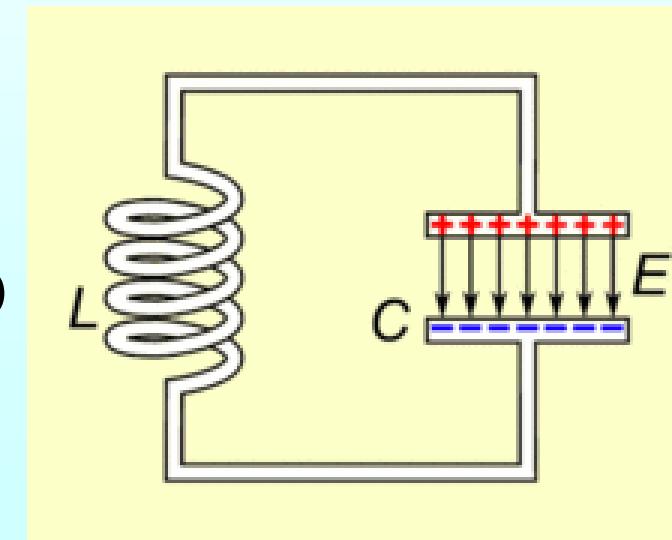
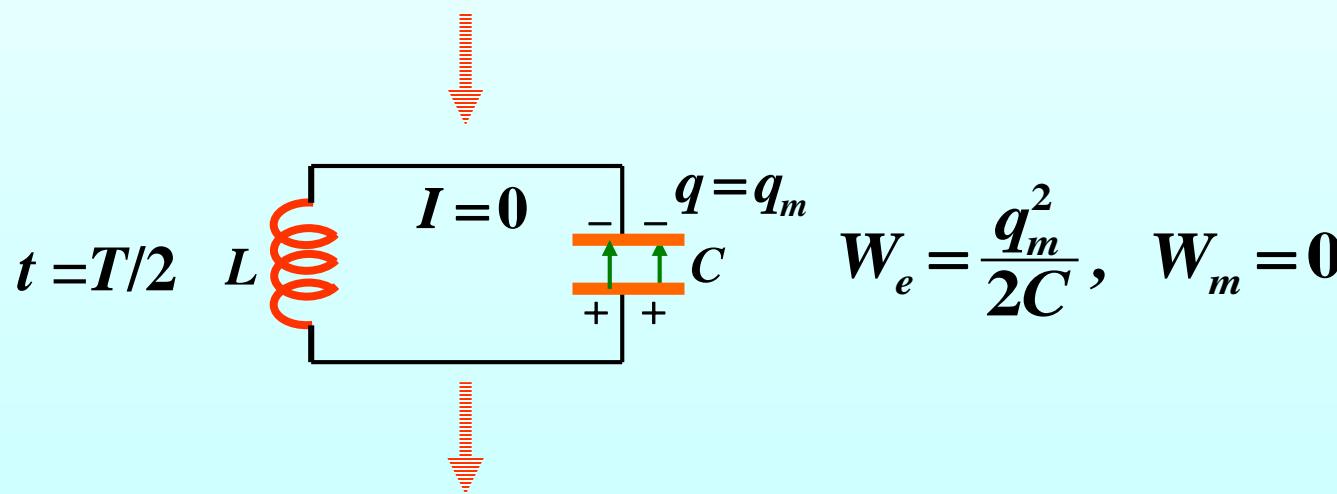
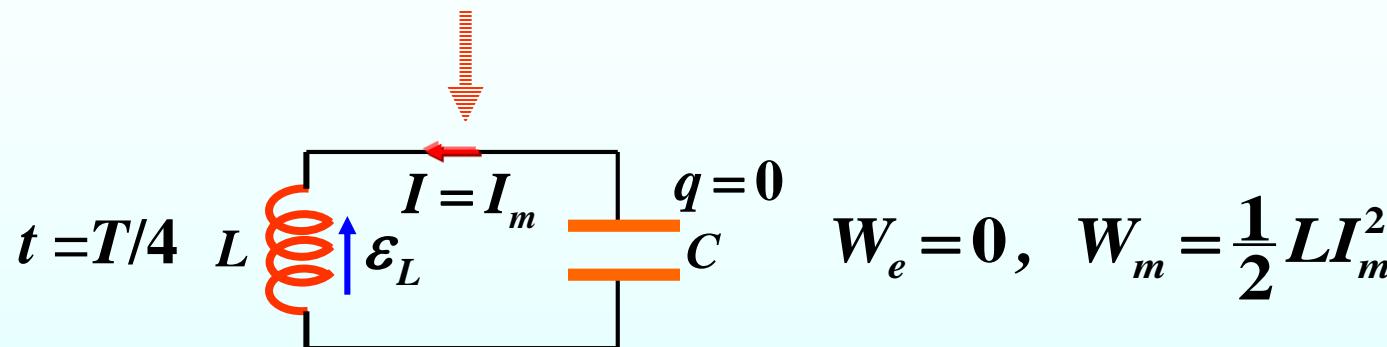
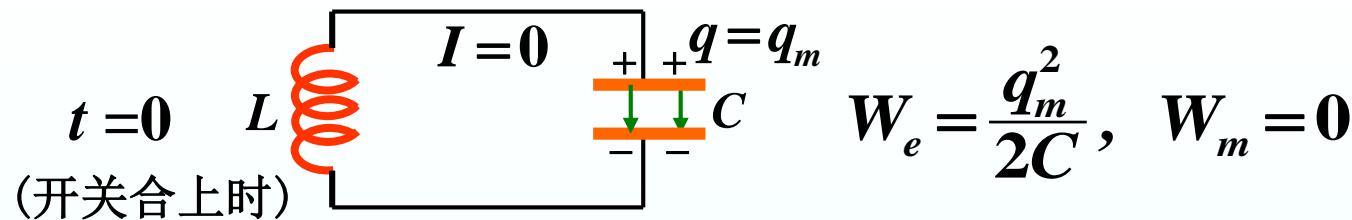
◆一个电容器和一个自感线圈串联而成的电路称为**LC电路**。最简单的电磁振荡电路。

□ 无阻尼振荡电路：

电路无电阻、无辐射，产生的电磁振荡是无阻尼自由振荡。



(1) 振荡过程



q 、 I 、 \vec{E} 、 \vec{B} 、 W_e 、 W_m 都作周期性变化，产生电磁振荡。

(2) 振荡方程

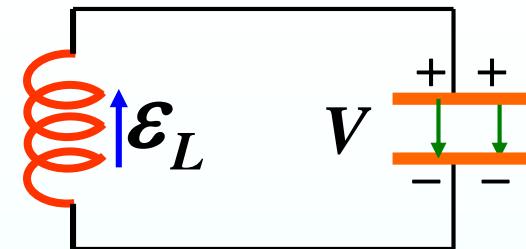
LC 电路中, 任意 t 时刻都有 $\varepsilon_L = V$

即: $-L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0$$

令: $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$



另: $\frac{1}{2}LI^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \text{const}$

振荡方程: $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega^2 q = 0$ (类似于 $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$)

解为:

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = -\omega q_m \sin(\omega t + \varphi) = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$

$$C = \frac{q}{V}$$

式中, q_m 、 I_m 、 φ 是常量。

电磁振荡中, q 、 I 、 W_e 、 W_m 都作周期性变化。

可见：



$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

(1) 无阻尼自由振荡是简谐振荡， q_m, I_m 是常数

(2) 特征量求法与弹簧振子相同

$$q \sim x \quad q_m \sim A$$

$$I \sim v \quad I_m \sim v_{max} \quad (I_m = q_m \omega)$$

初始条件
 q_0, I_0

$$\begin{cases} q_m = \sqrt{q_0^2 + \left(\frac{I_0}{\omega}\right)^2} \\ \varphi = \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{I_0}{q_0 \omega} \right) \end{cases}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad \text{——系统的固有频率}$$

(3) 电流的变化超前电量 $\frac{\pi}{2}$

2. LC振荡电路的能量

$$W_e = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2C} q_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} L q_m^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

$$W_{\text{总}} = W_m + W_e = \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2 = \frac{1}{2C} q_m^2 \quad \text{电能极大值 (常数)}$$

$$W_{\text{总}} = W_m + W_e = \frac{1}{2} L \omega^2 q_m^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \quad \text{磁能极大值 (常数)}$$

注意：

(1) $W_{\text{总}} \propto q_m^2$ (电荷振幅)

(2) 能量变化的频率是振荡频率的 2 倍

(3) $\bar{W}_e = \bar{W}_m = \frac{1}{2} W_{\text{总}}$



$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

$$I = -\omega q_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\therefore \begin{cases} \omega^2 = \frac{1}{LC} \\ \frac{1}{C} = L \omega^2 \end{cases}$$

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$I = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$$

弹簧振子	LC电路
位移: x	电荷: q
速度: v	电流: I
质量: m	电感: L
劲度系数: k	电容的倒数: $1/C$
阻力系数: γ	电阻: R
弹性势能: $\frac{1}{2}kx^2$	电场能量: $\frac{1}{2C}q^2$
振动动能: $\frac{1}{2}mv^2$	磁场能量: $\frac{1}{2}LI^2$

二、电磁波

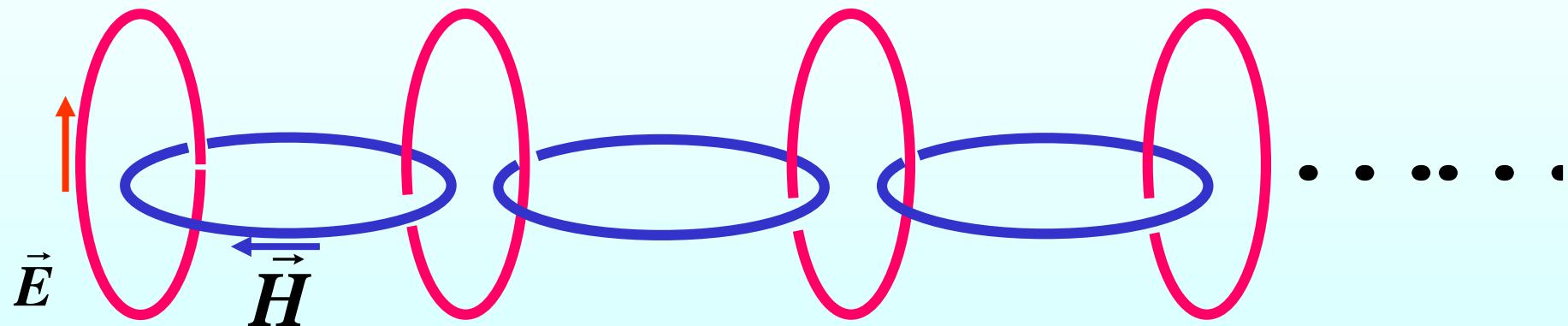
1. 电磁波产生的条件

只要波源 —— 电磁振荡源



根据麦克斯韦理论：

变化的磁场与变化的电场
互相激发形成电磁波



LC振荡电路理论上可以发射电磁波(实际上不能)。

原因： { 电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中

$$I \propto \omega^4 \quad \omega \text{太小, 辐射功率很低}$$

平均能流密度

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$
$$\frac{1}{C} = L\omega^2$$

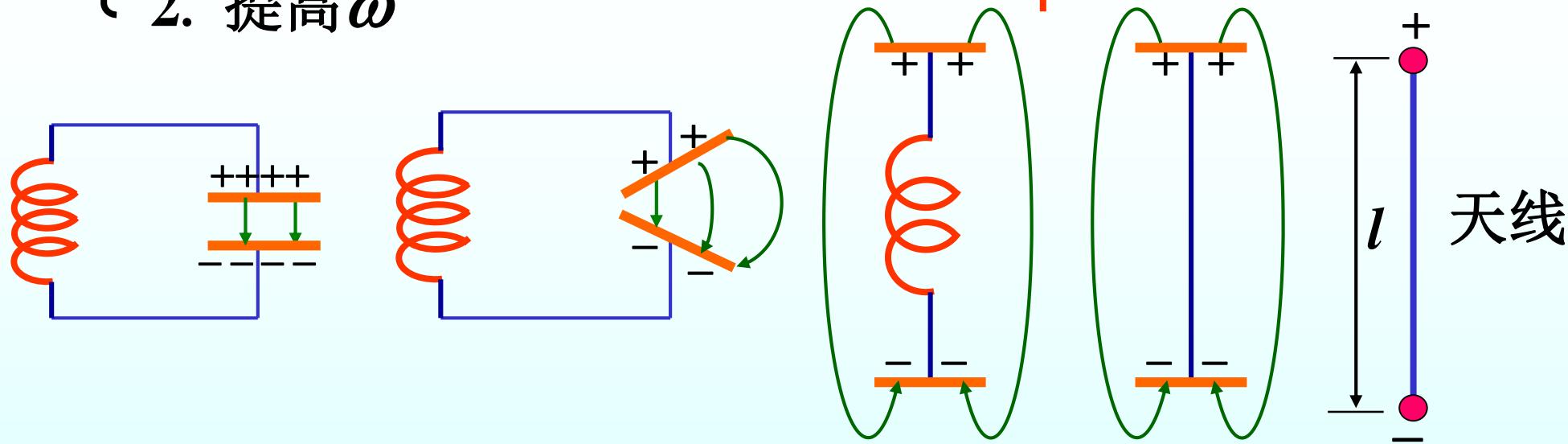
- 1. 开放电路
- 2. 提高 ω

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$C = \frac{\epsilon S}{d}$$

$$L \propto N^2$$

$$L = \frac{\Psi}{i} = \mu n^2 V$$



发射天线上电流在往复振荡，两端出现正、负交替等量异号电荷 $q = q_0 \cos \omega t$

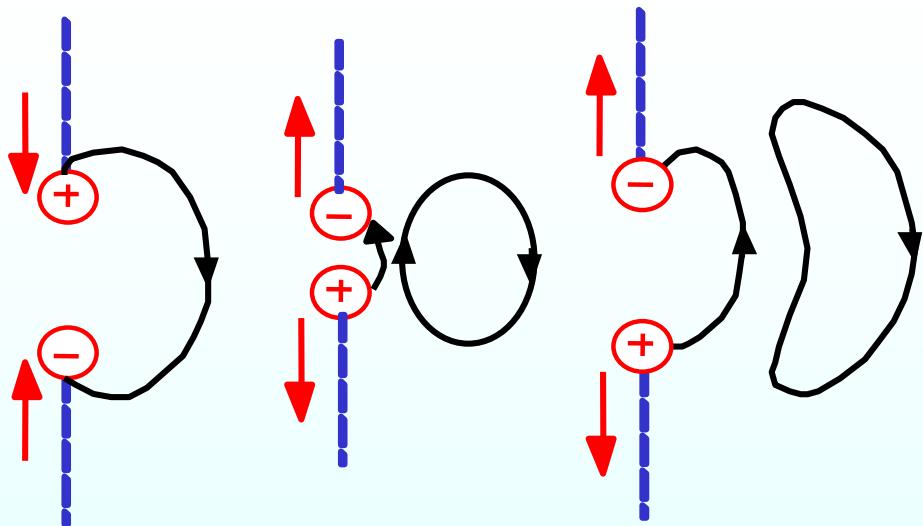
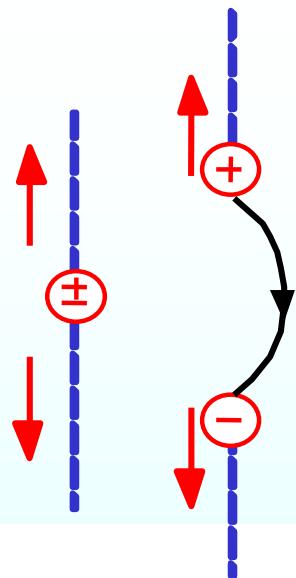
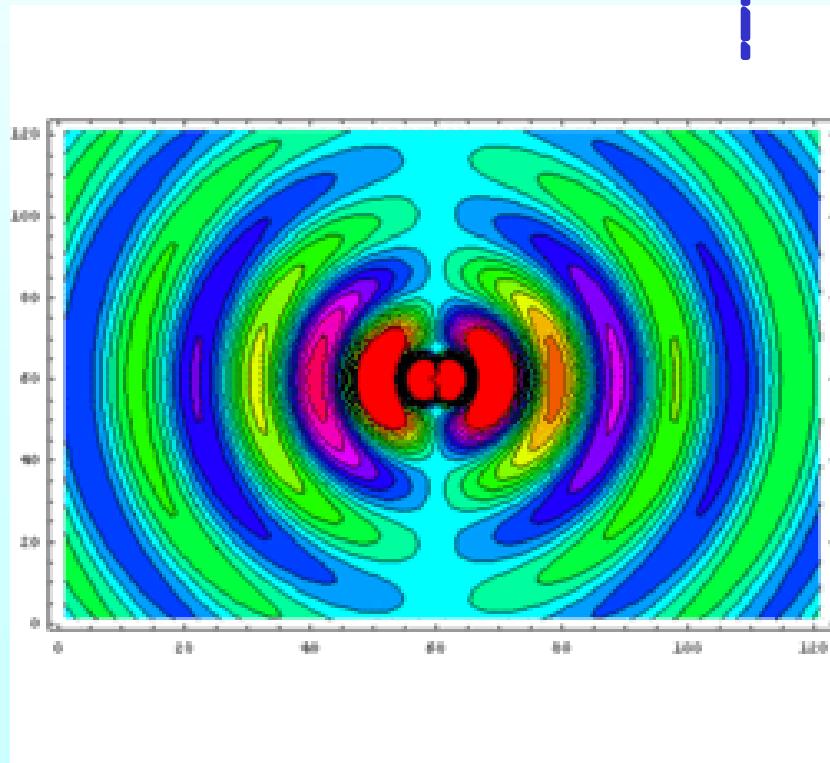
天线上存在振荡的电偶极子： $p = ql = q_0 l \cos \omega t$

$$p = p_0 \cos \omega t$$

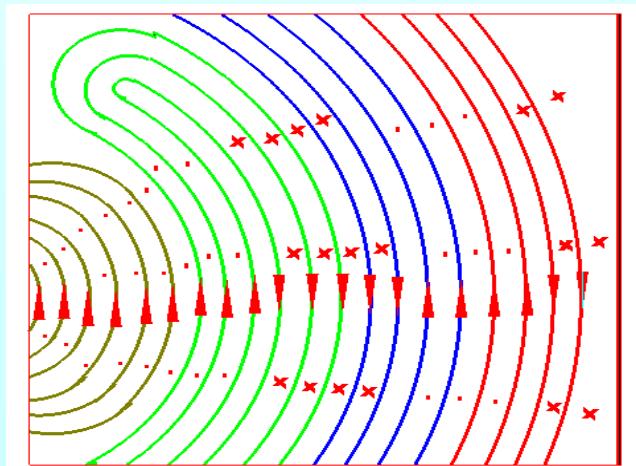
发射天线 = 振荡的电偶极子(产生电磁振荡，发射电磁波)

2. 振荡电偶极子辐射的电磁波

一条闭合电场线的形成过程



沿偶极子方向辐射为零，
垂直于偶极子方向辐射最强。

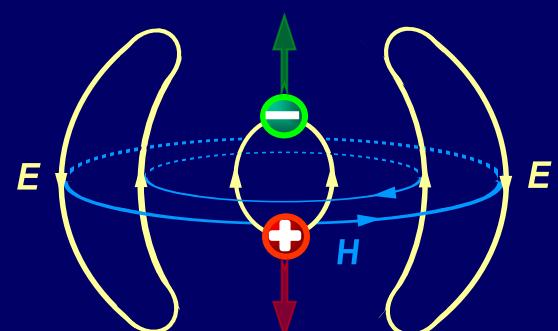
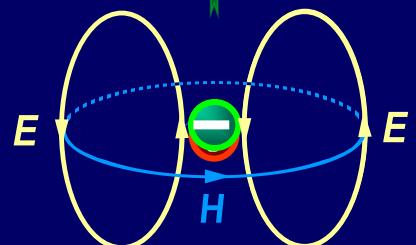


辐射过程示意

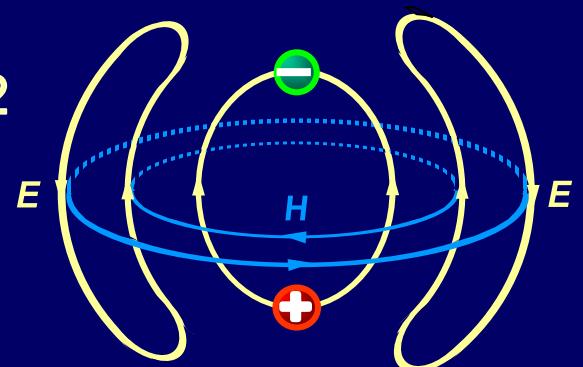
$t = 0$



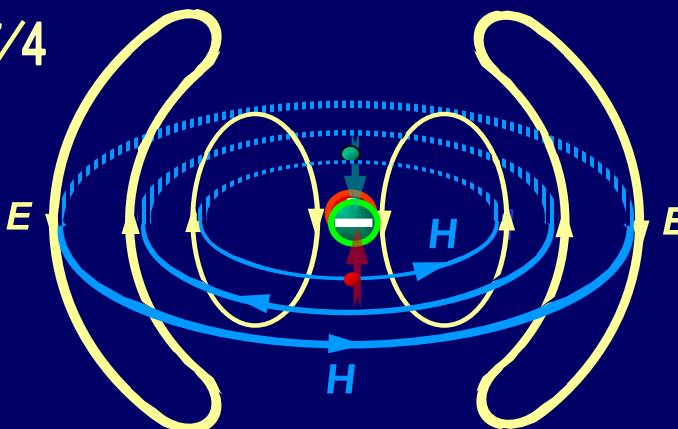
$t = T/4$

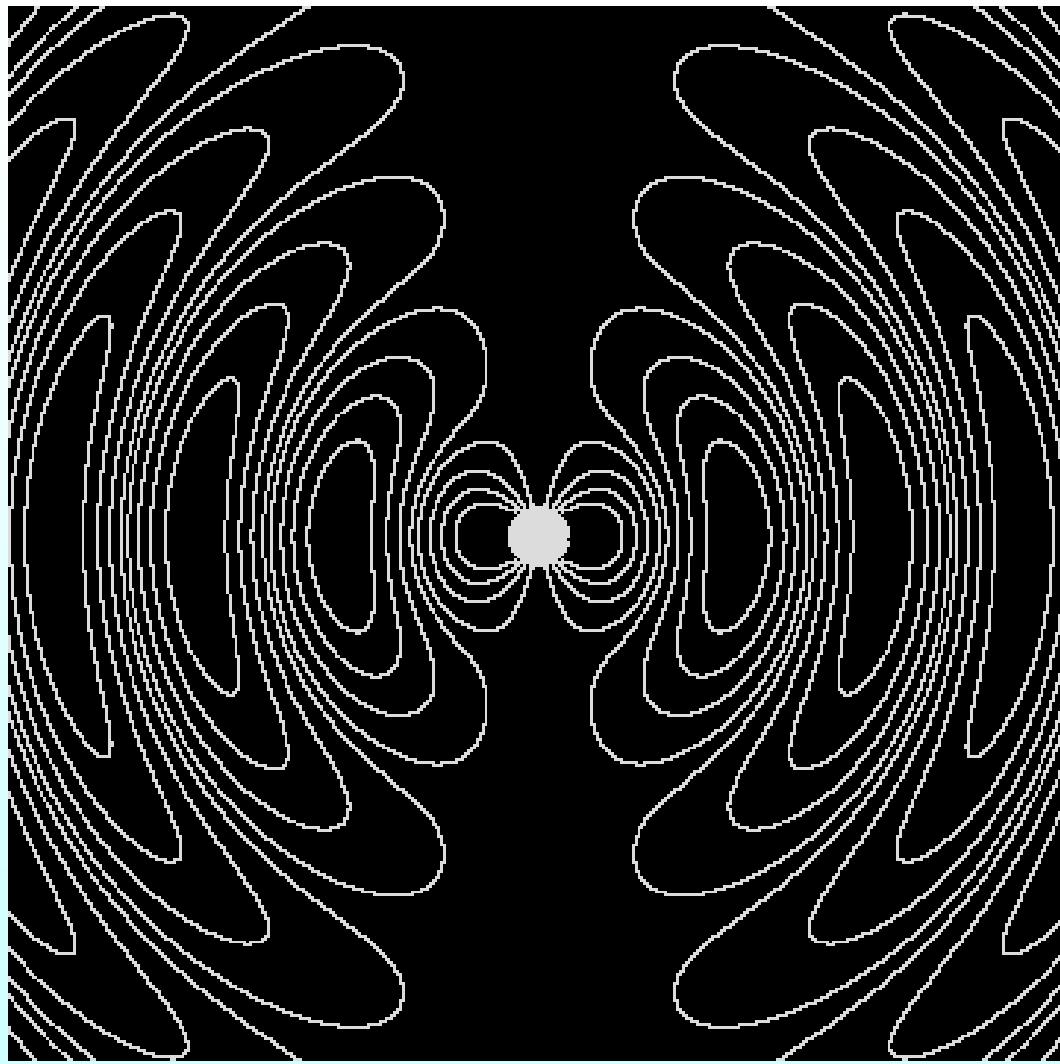


$t = T/2$



$t = 3T/4$





(电场线)

沿电偶极子方向辐射
为零；
垂直于电偶极子方向
辐射最强。

3. 平面电磁波

(1) 球面波

电场和磁场的
波动方程:

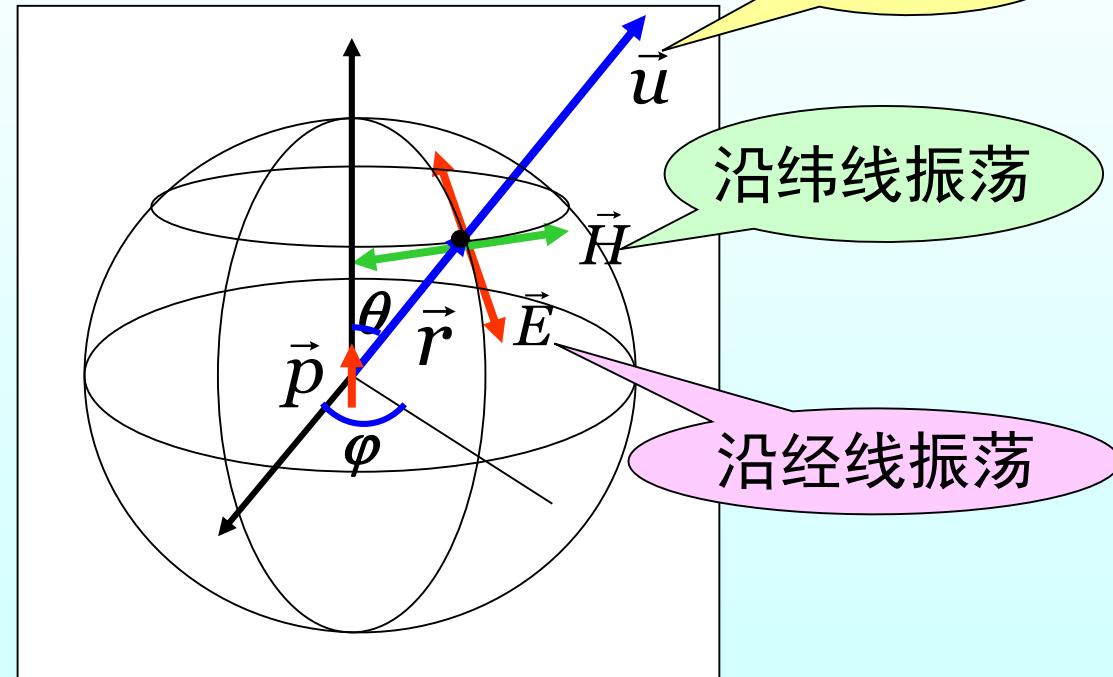
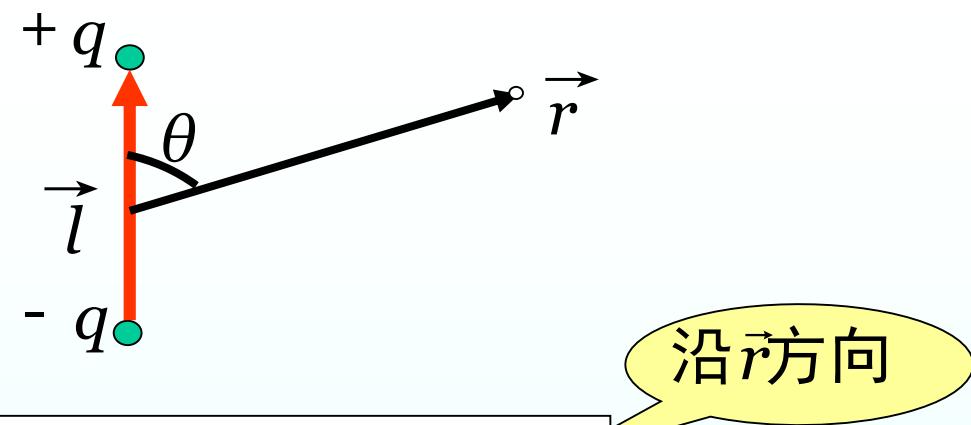
$$\left\{ \begin{array}{l} E = E_m \cos \omega(t - \frac{r}{u}) \\ H = H_m \cos \omega(t - \frac{r}{u}) \end{array} \right.$$

可以证明:

$$E_m = \frac{\omega^2 p_m \sin \theta}{4\pi \epsilon u^2 r}$$

$$H_m = \frac{\omega^2 p_m \sin \theta}{4\pi u r}$$

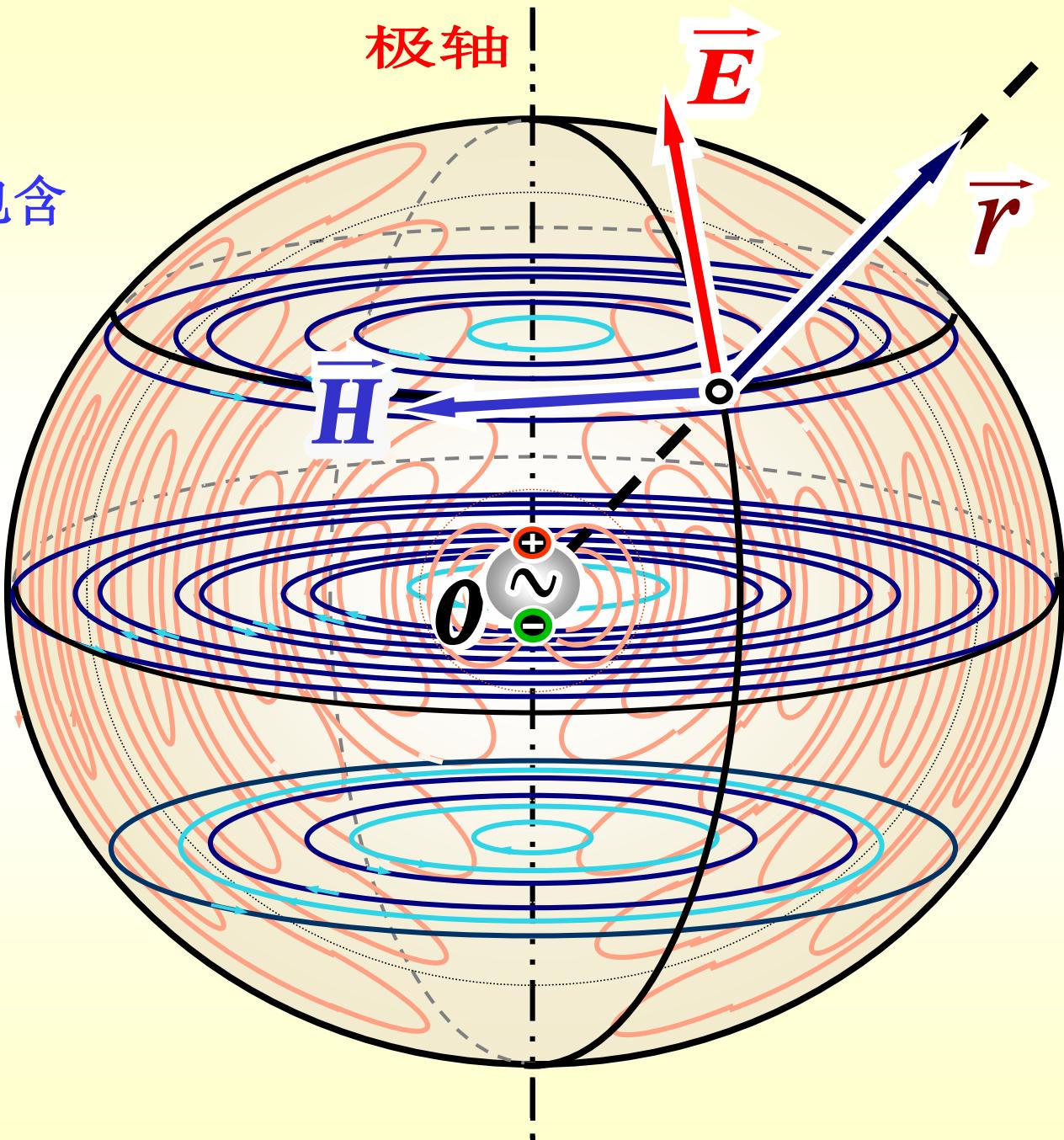
$$p_m = q_m l$$



波源

远离波源处的波面近似于平面

- \vec{E} 在子午面(一系列包含极轴的平面)内。
- \vec{H} 在与赤道面平行的平面内。
- 任意点的 \vec{H} 与 \vec{E} 相互垂直。
- 电磁波的传播方向 \vec{r} 沿 $\vec{E} \times \vec{H}$ 的方向。

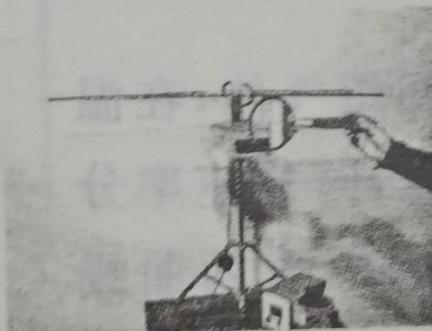


教学视频-电磁波

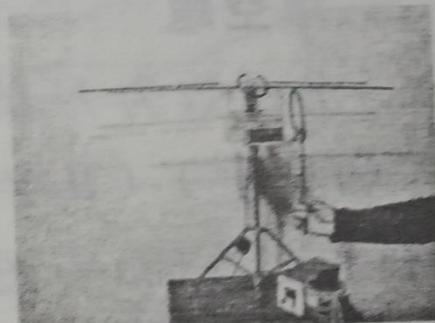
工作时,对如试卷(8)-3 图(1)、(2)、(3)所示的三种操作方式,接在铜环中的小灯泡最亮的是 (A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) 不能判定



(1)



(2)



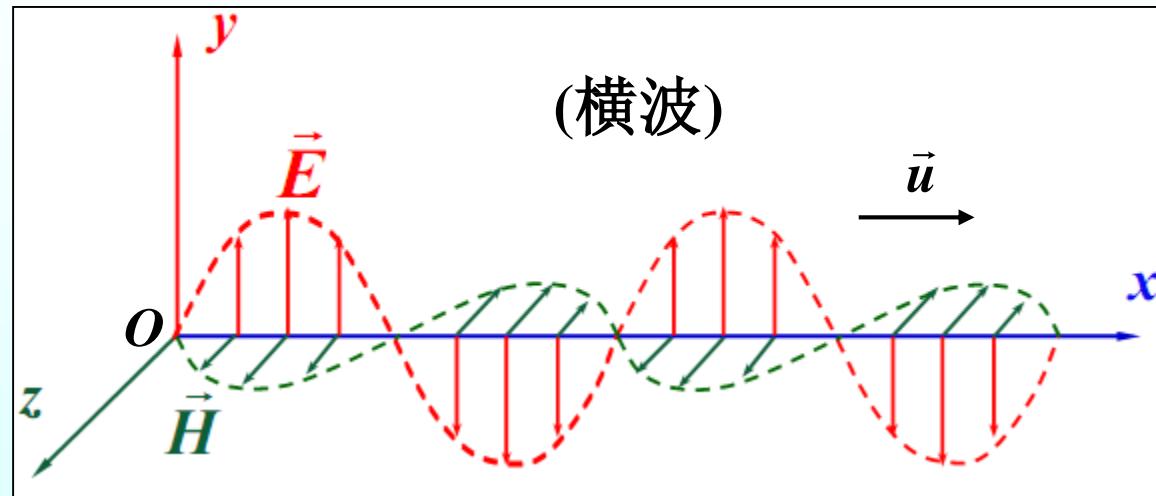
(3)

试卷(8)-3 图

- (A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) 不能判定

(2) 平面电磁波的波函数:

理论和实践都证明: 若电场 \vec{E} 在 Y 方向振动, 磁场 \vec{H} 在 Z 方向振动, 则电磁波在 X 方向传播。



$\vec{E} \times \vec{H}$ 的方向就是电磁波的传播方向

$$\vec{u} \parallel \vec{E} \times \vec{H}$$

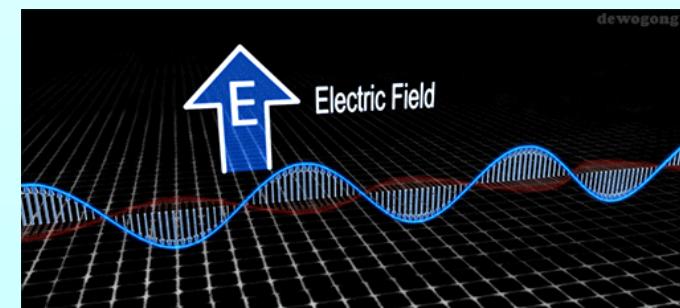
$$\text{波函数: } E_y = E_{ym} \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

$$H_z = H_{zm} \cos \omega \left(t - \frac{x}{u} \right)$$

其中:

$$u^2 = \frac{1}{\epsilon \mu}$$

波速 方向?



(3) 平面电磁波的性质：

1. 电磁波的速度: $u=1/\sqrt{\epsilon\mu}$

电磁波在真空中的速度: $u_0=1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}=3\times10^8 m\cdot s^{-1}$

$$\sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2}$$

$$\sqrt{H_x^2+H_y^2+H_z^2}$$

2. \vec{E} 和 \vec{H} 的变化是同步的, 位相相同, 并有数值关系:

$$\sqrt{\epsilon}E=\sqrt{\mu}H$$

$$H=\frac{B}{\mu} \longrightarrow E=\frac{B}{\sqrt{\epsilon\mu}}=uB$$

$$\sqrt{\epsilon}E_x \neq \sqrt{\mu}H_x$$

在真空中: $E=cB$ $B \ll E$

3. $\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{u}$ $\vec{E} \times \vec{H}$ 的方向就是 \vec{u} 的方向

\vec{E} \vec{H} 在各自的平面上振动, 是横波。

4. 电磁波的频率, 等于偶极子的振动频率。

5. 电磁波具有反射、折射、干涉、衍射、偏振等特性。

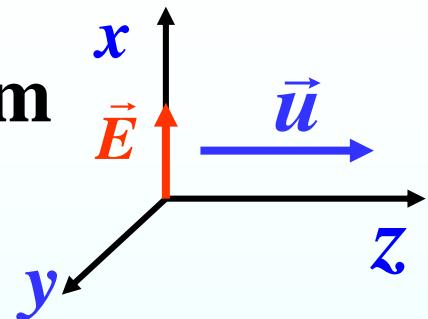


$$E_y = E_{ym} \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$
$$H_z = H_{zm} \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$

例：已知真空中电磁波的电场表达式：

$$E_x = 0.5 \cos[2\pi \times 10^8(t - \frac{z}{3 \times 10^8})] \text{ V/m}$$

$$E_y = 0 \quad E_z = 0$$



求：(1) \vec{E} 的振幅、频率、波长、波速、传播方向？
(2) \vec{H} 的表达式？

解：(1) $E_m = 0.5 \text{ V/m}$

$$\nu = 10^8 \text{ Hz}$$

$$u = c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 3 \text{ m}$$

沿 z 正向传播



$$\sqrt{\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu_0} H_m$$

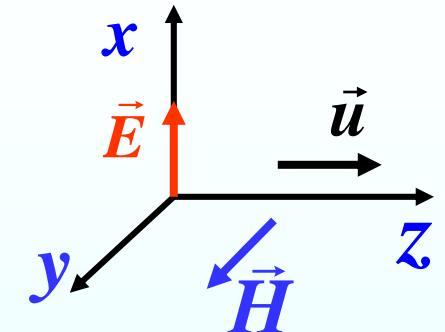
(2) \vec{H} 的表达式

$\because \vec{H} \perp \vec{E}$ 且 $\vec{E} \times \vec{H}$ 沿 \vec{u}

$\therefore \vec{H}$ 沿 y 轴振动 $H_x = H_z = 0$

$$H_y = \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_0}} E_m \cos[2\pi \times 10^8 (t - \frac{z}{3 \times 10^8})]$$

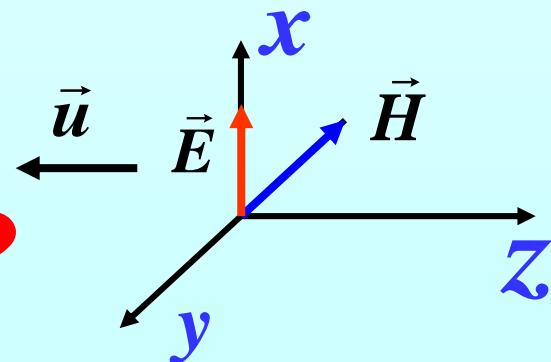
$$= 1.32 \times 10^{-3} \cos[2\pi \times 10^8 (t - \frac{z}{3 \times 10^8})] \text{ A/m}$$



问：若波沿 z 轴反方向传播，方程如何写？

$$E = E_x = E_m \cos \omega (t + \frac{z}{u})$$

$$H = H_y = -H_m \cos \omega (t + \frac{z}{u}) ?$$



(4) 电磁波的能量



$$\sqrt{\epsilon}E_m = \sqrt{\mu}H_m$$

a) 能量密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \epsilon E^2 = \mu H^2 = \sqrt{\epsilon\mu} EH = \frac{1}{u} EH$$

总能量

$$w = \int_V w dV$$

b) 能流密度（坡印廷矢量）

定义：单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量，指向能量传播的方向。

$$S = wu = EH$$

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$E = E_m \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$H = H_m \cos \omega(t - \frac{x}{u})$$

平均能流密度：

$$\bar{S} = \frac{1}{2} E_m H_m$$

即波强，正比于振幅的平方

$$\bar{S} \propto E_m^2, \quad \bar{S} \propto H_m^2$$

例：在地面上测得太阳光的平均能流密度约为 1.4kW/m^2 。

(1) 求 E 和 B 的最大值；

(2) 从地球到太阳的距离约为 $1.5 \times 10^{11}\text{m}$, 试求太阳的总辐射功率。

解： (1) $\bar{S} = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} E_m \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_m$

$$E_m^2 = 2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \bar{S} = 2c\mu_0 \bar{S}$$

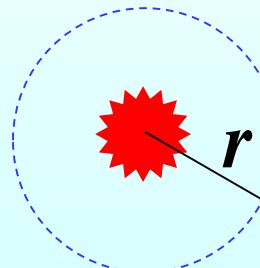
$$E_m = \sqrt{2c\mu_0 \bar{S}} = 1.03 \times 10^3 \text{V/m}$$

$$\sqrt{\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu_0} \frac{B_m}{\mu_0} \quad B_m = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E_m = \frac{E_m}{c} = 3.43 \times 10^{-6} \text{T}$$

(2) $P = \bar{S} \cdot 4\pi r^2 = 3.96 \times 10^{26} \text{W}$ (约 1.42×10^{27} 度)。

$$\sqrt{\epsilon_0} E_m = \sqrt{\mu_0} H_m$$

$$H_m = \frac{B_m}{\mu_0} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



武汉市2010年夏季日用电量峰值不到1.5亿千瓦时(1.5×10^8 度)。

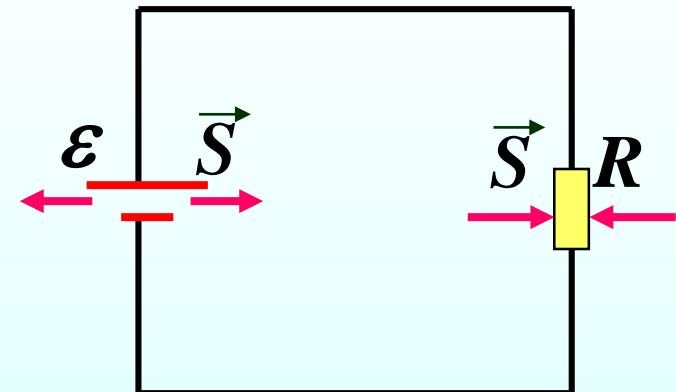
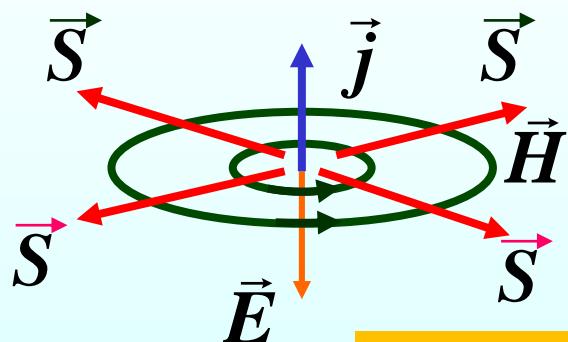
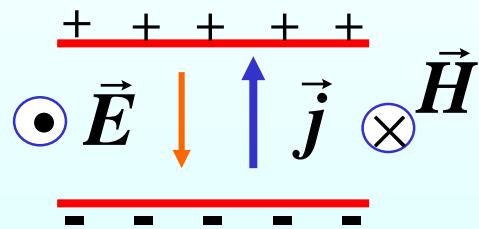


$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

注: \vec{S} 不仅适用于变化的电磁场，也适用于稳恒场。
在稳恒场中，电磁能也是场传播的。

例: 直流电路中的能量传递。

电源:

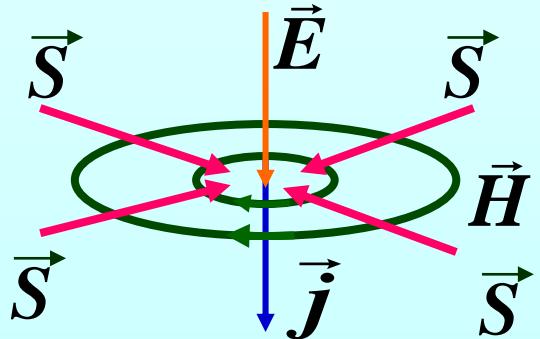
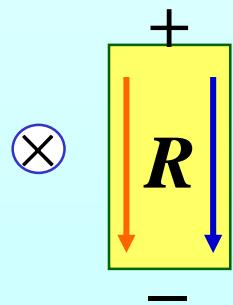


结论:

(1) 电源的能量是通过电磁场从电源的侧面传出。

(2) 电阻消耗的能量是通过电磁场从电阻的侧面传入。
导线起引导场能的作用。

负载:

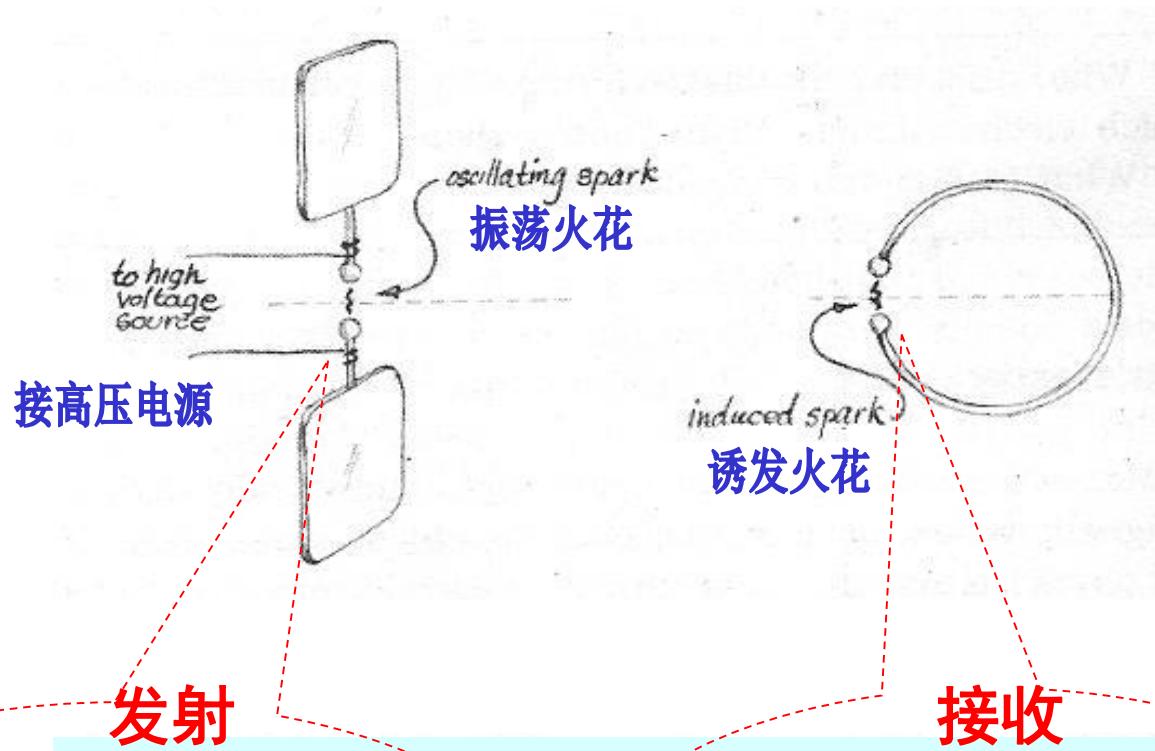


麦克斯韦于1865年预言电磁波的存在。

1888年，赫兹首次用电磁振荡实验证实了电磁波的存在。



赫兹(1857-1894)



将感应线圈电极产生的振荡高压，接至带有铜球和锌板的导体棒，两铜球之间产生振荡火花，发射电磁波。

弯成圆弧形的铜线两端接有铜球，调节铜球间的距离，能产生诱发火花，表明接收到电磁波。

电磁波谱

