

大学物理(下)

华中科技大学

张智

zhang@hust.edu.cn

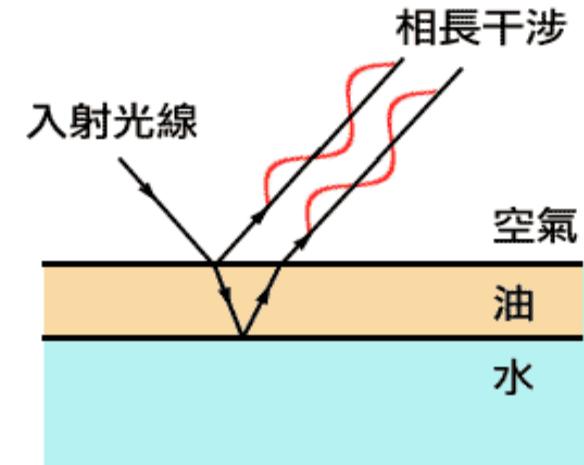
第五篇 光学

(Optics)

第4节 分振幅干涉

◆ 除了分波阵面可得到相干光外，还可以把一列光波进行**振幅分解**，从而得到相干光。

■ **分振幅干涉**：透明介质的两个表面对入射光依次反射时，第一表面反射的光和第二表面反射后又透射的光是相干光，它们相遇时发生干涉。



薄膜干涉(考虑时间相干性，得到干涉图样，介质层必须很薄)

1. 等倾干涉 (厚度均匀的薄膜干涉)

2. 等厚干涉 (厚度不均匀的薄膜干涉)

1.等倾干涉

——厚度均匀的薄膜所得到的干涉

设薄膜厚度为 d ,
折射率为 n

并且: $n_1 < n < n_2$

$$\delta = n(AC + BC) - n_1 AD$$

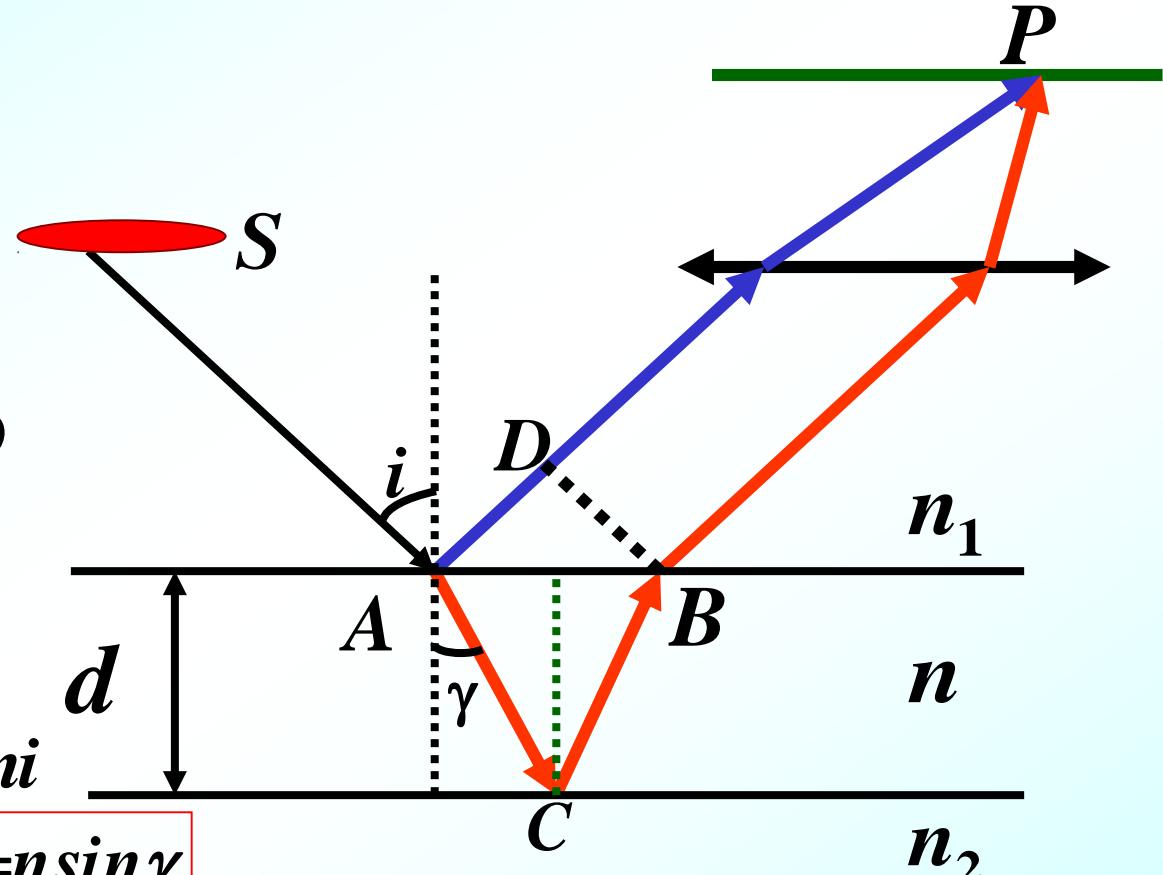
$$AC = BC = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$AD = AB \sin i = 2dtg\gamma \sin i$$

$$n_1 \sin i = n \sin \gamma$$

$$\delta = \frac{2nd}{\cos \gamma} - 2n_1 dtg\gamma \sin i = 2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

$$2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1, 2, \dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0, 1, 2, \dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$



$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

$n_1 \sin i = n \sin \gamma$

注意：(1) “明纹”公式中， $k \neq 0$ ，因为 Δr 不可能为 0 。

(2) 明暗条件中没有 \pm 号。

(3) 明暗条件还可用折射角表示：

$$2nd \cos \gamma = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

(4) 明暗条件中是否考虑半波损失，要看 n_1, n, n_2 的关系。

$$\begin{cases} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{cases} \text{不考虑!}$$

$$\begin{cases} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{cases} \text{要加 } \frac{\lambda}{2} !$$

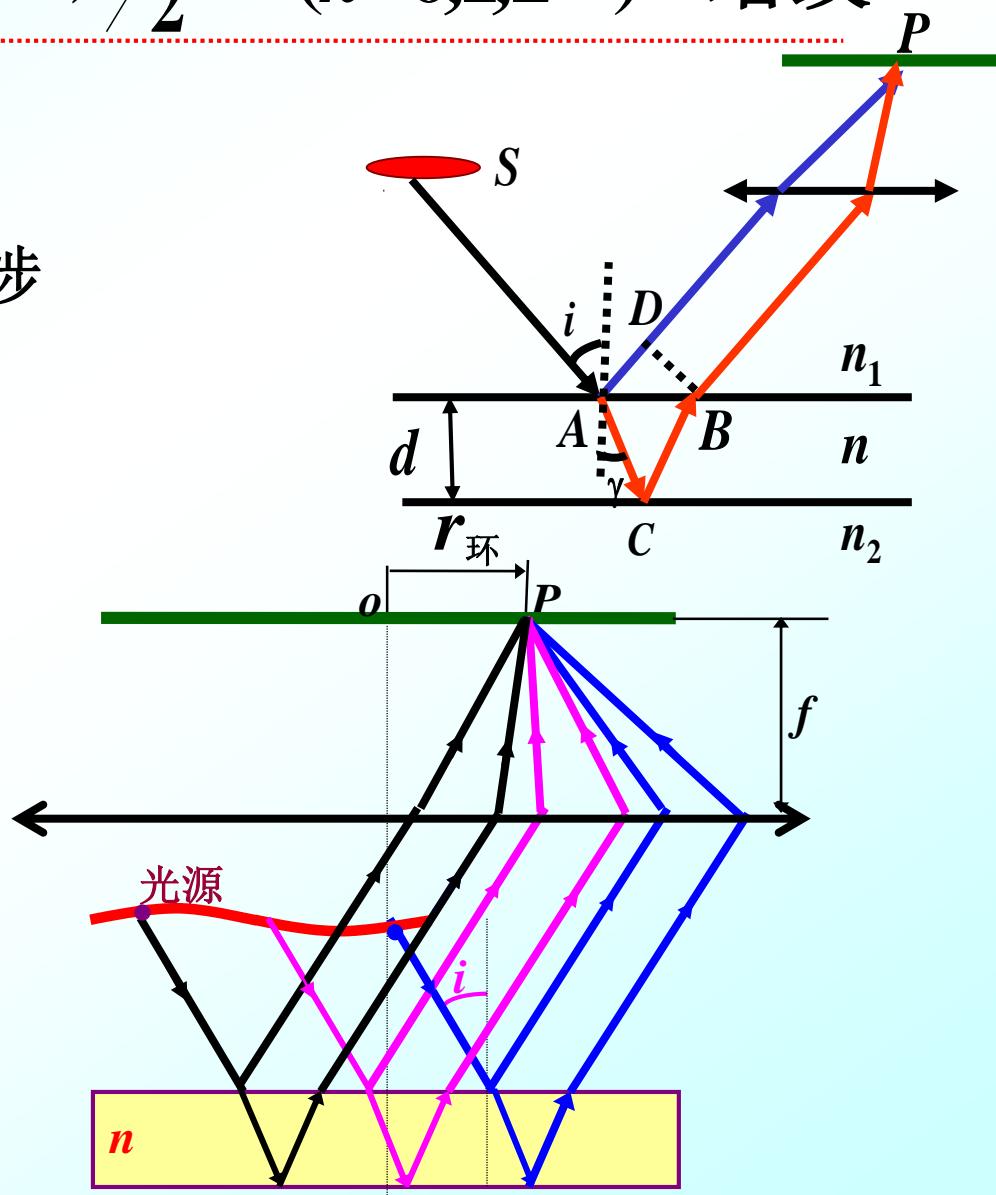
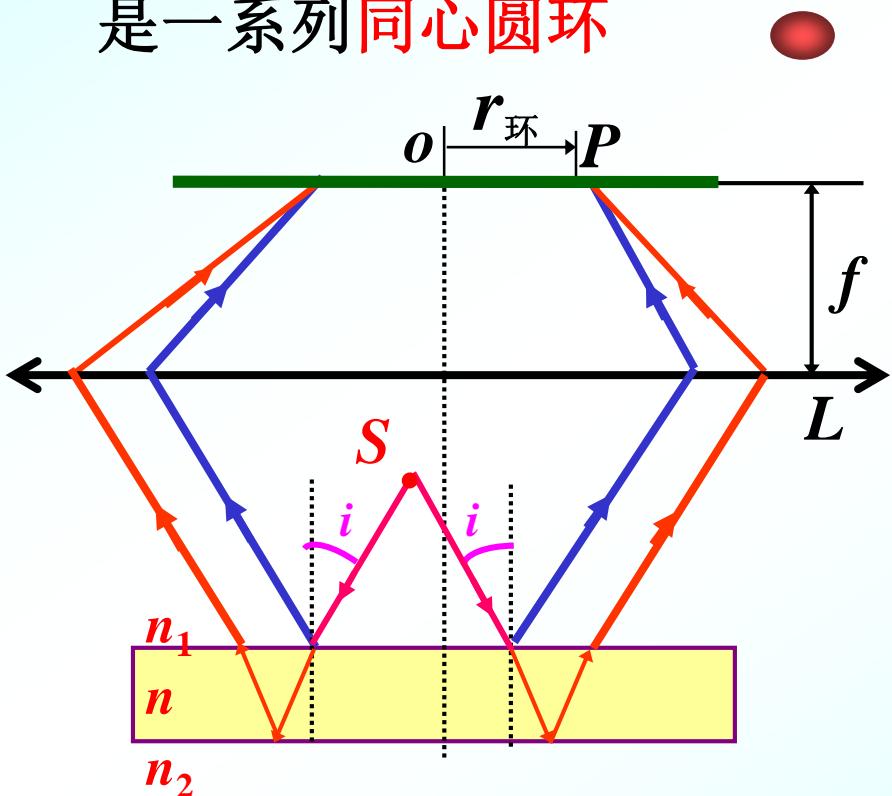
$$\frac{n_1}{n} \quad \frac{n}{n_2}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1, 2, \dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0, 1, 2, \dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

干涉条纹特征：

- (1) 倾角 i 相同的光线对应
同一条干涉圆环条纹 一等倾干涉
- (2) 不同倾角 i 构成的等倾条纹
是一系列同心圆环



干涉条纹特征: $\cos\gamma_{k+1} = \cos(\gamma_k - \Delta\gamma_k) \approx \cos\gamma_k + \Delta\gamma_k \sin\gamma_k$ $\Delta\gamma_k \sim 0$

(1) 倾角 i 相同的光线对应同一条干涉圆环条纹 — 等倾干涉

(2) 不同倾角 i 构成的等倾条纹是一系列同心圆环

(3) 愈往中心, 条纹级次愈

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = k\lambda \quad n_1 \sin i = n \sin \gamma$$

d 一定时, $k \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

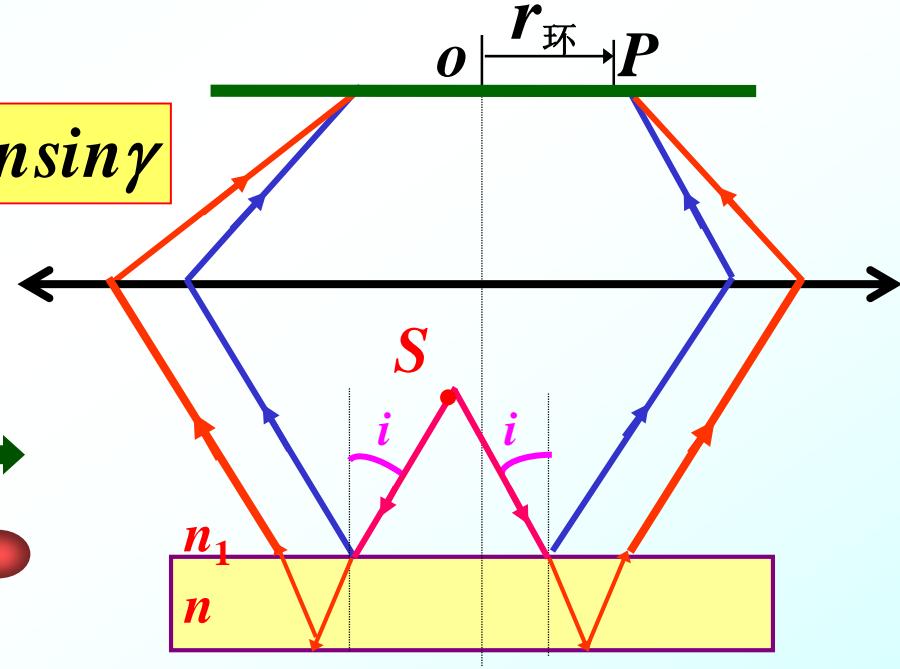
即: 中心 O 点处的干涉级次最

若改变 d $d \uparrow$ 中心向外冒条纹 →
 $d \downarrow$ 中心向内吞条纹 ●

(4) 条纹 分布: 内疏外密

$$2nd \cos \gamma_k = k\lambda$$

$$2nd \cos \gamma_{k+1} = (k+1)\lambda$$



$$\Delta\gamma_k = \frac{\lambda}{2nd \sin \gamma_k}$$

$\gamma_k \uparrow$

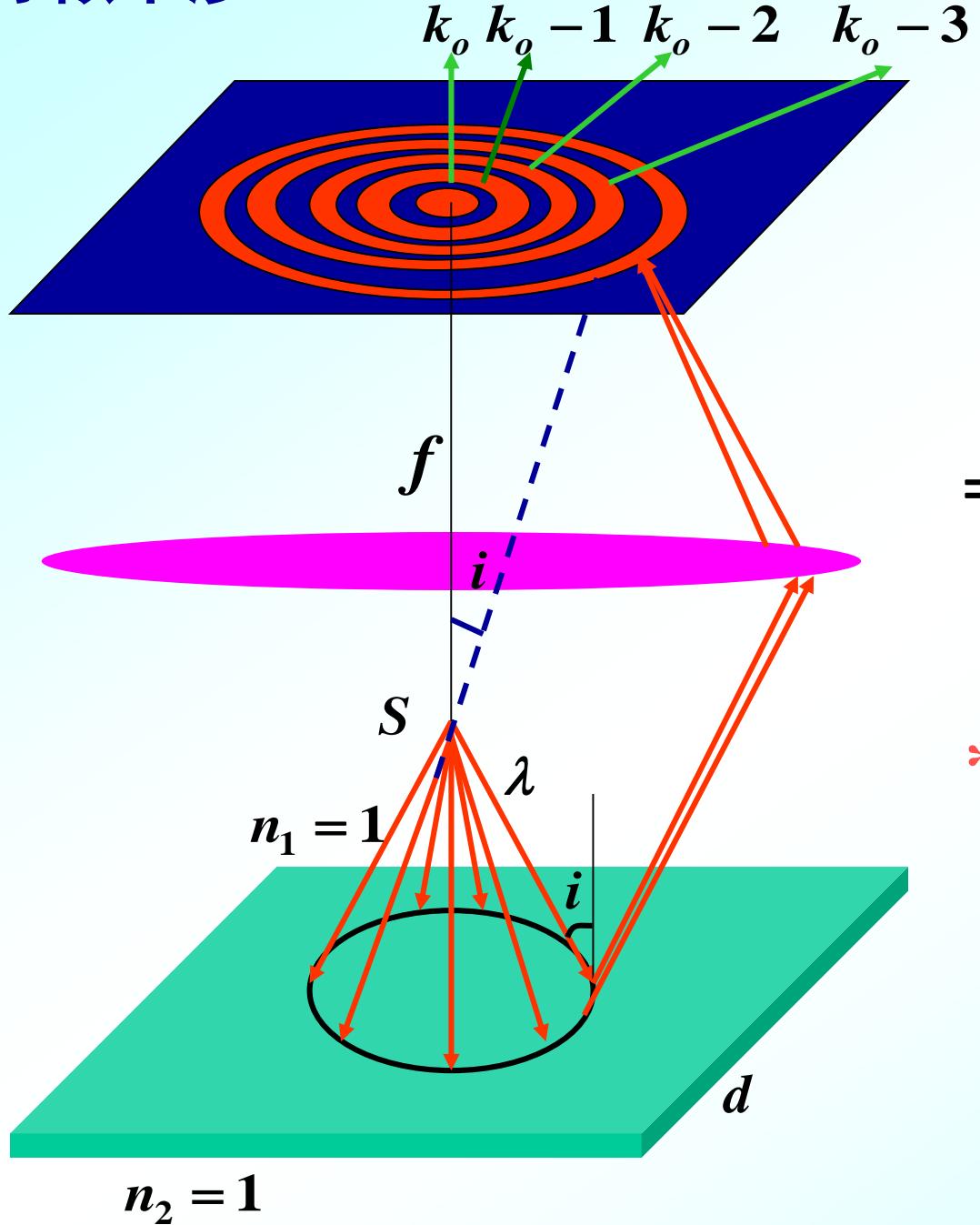
$\Delta\gamma_k \downarrow$

(5) 白光入射

$$\lambda \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$$

——彩色干涉条纹

等倾干涉



若逐渐改变膜厚，干涉环如何变化？

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

$$= \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

*若改变 d ，则

$d \uparrow$ 中心向外冒条纹

$d \downarrow$ 中心向内吞条纹

说明：

(1) 透射光也有干涉现象

明暗条件为：

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \left| \frac{\lambda}{2} \right| = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \cdots \text{暗纹} \end{cases}$$

反射光加强的点，透射光正好减弱（互补）

(2) 平行光垂直入射的干涉现象

✓ 单色光垂直入射时：

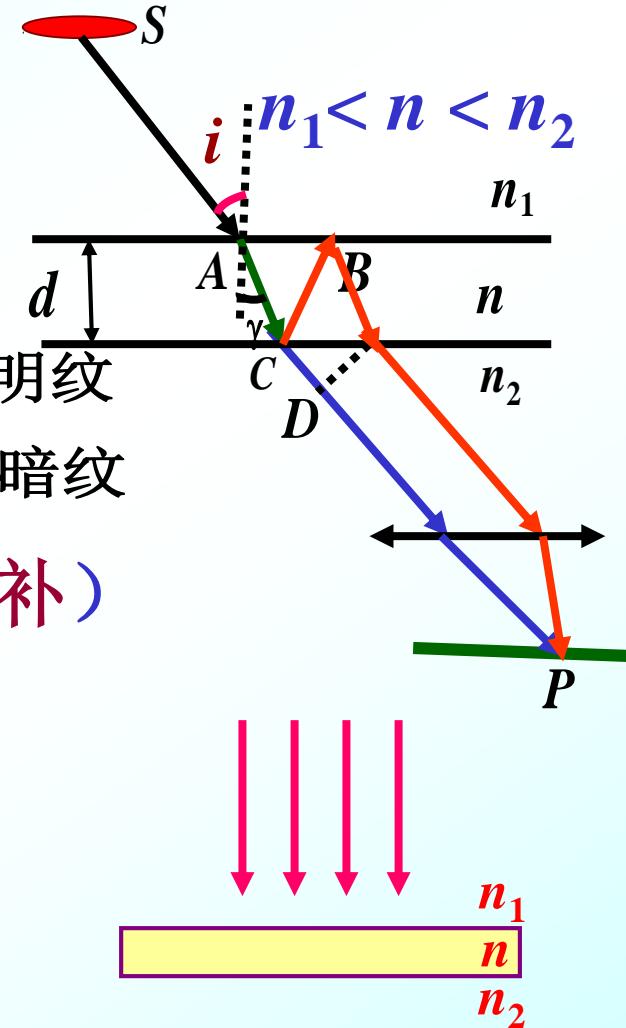
薄膜表 或全亮、或全暗、或全居中。

✓ 复色光垂直入射时：

薄膜表 有的 色亮，有的 色消失。

◆ 等倾干涉的应用 —— 增透(反)膜：

使某些 色的单色光在表 的反射干涉相消，增加透射。



$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \text{ 明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

例：折射率 $n=1.50$ 的玻璃表
它在 5500\AA 波处产生极小反射，这层膜应多厚？

解：假定光垂直入射

$\because (n_1 < n_2 < n_3)$, 不加 $\lambda/2$

$$n_1 = 1$$

$n_2 = 1.38$	MgF_2
$n_3 = 1.50$	

$$\delta = 2nd = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

$$k = 0, 1, 2, \dots \text{ 暗}$$

最薄的膜 $k=0$ ，此时

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5500}{4 \times 1.38} \approx 1000 \text{\AA}$$



k 取其它值亦可，但 d 不能太大。为什么？

思考：为什么在玻璃板上看不到干涉现象？

应用：照相机头、太阳能电池表 增透膜，激光谐振腔反射 增反膜，机
形...

人眼对绿光($\sim 550\text{nm}$)最敏感，透射的是绿光，反射光呈现互补的蓝紫色。

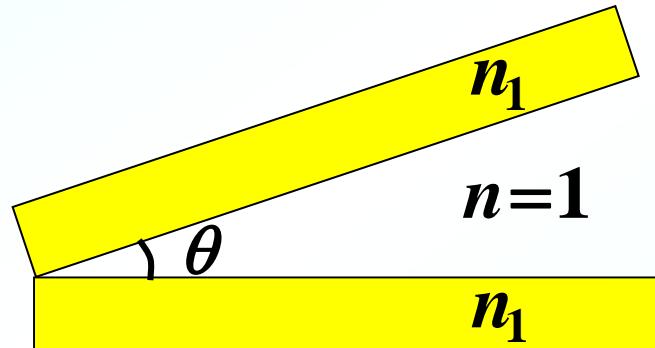
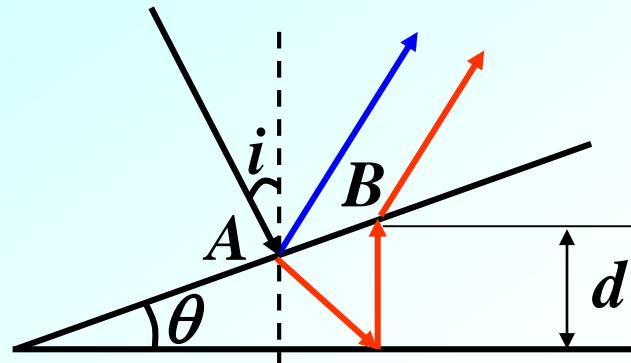
2.等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

1) 剪尖干涉（空气 剪尖）

$n_1 > n < n_2$

$n_1 < n > n_2$

要加 $\frac{\lambda}{2}$!



B处（厚度为 d ）的明暗条件：

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

若 $i=0$ ，并注意到 $n=1$ ，代入上式得：

$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$



$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

或 $2nd = \begin{cases} (2k-1)\frac{\lambda}{2} & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ k\lambda & (k=0,1,2\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$

干涉条纹的分布特征：

(1) 每一 k 值对应劈尖某一确定厚度 d

即 同一级条纹 对应 同一厚度 —— 等厚条纹

干涉条纹是一组与棱边平行的明暗相间的条纹

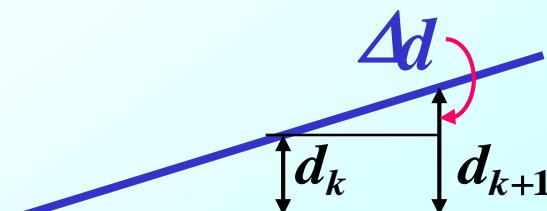
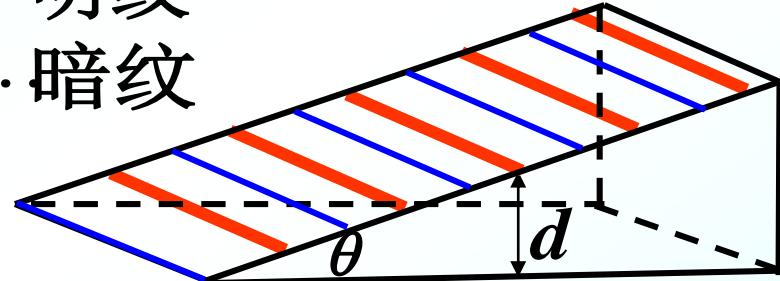
(2) 棱边处 $d=0$ $\begin{cases} n_1 = n_2 \neq n \text{ 对应着暗纹} \\ n_1 < n < n_2 \text{ 对应着亮纹} \end{cases}$

(3) 相 两明(暗)纹 对应的厚度差为：

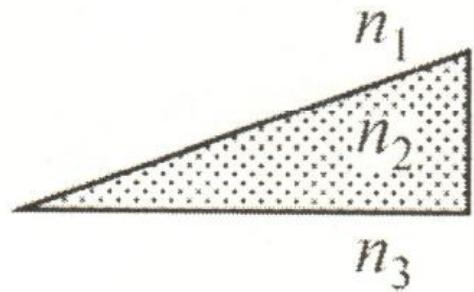
$$2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$2(d + \Delta d) + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{\lambda}{2n} \right)$$

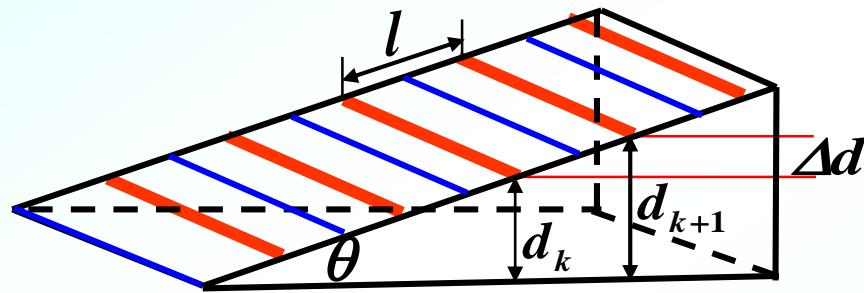


5. 用波长为 λ 的单色光垂直照射折射率为 n_2 的劈尖薄膜(如图), 图中各部分折射率的关系为 $n_1 < n_2 < n_3$, 观察反射光的干涉条纹, 从劈尖尖端开始向右数第五条暗纹中心所对应的劈尖厚度为_____。



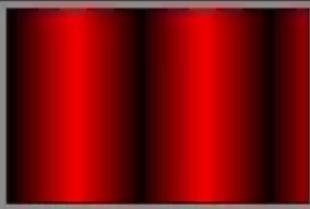
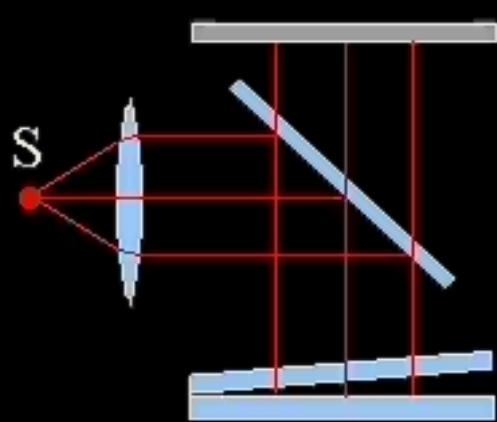
(4) 明(暗)纹 距 l :

$$l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2} \quad (= \frac{\lambda}{2n})$$



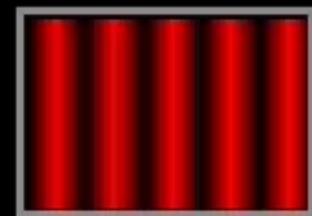
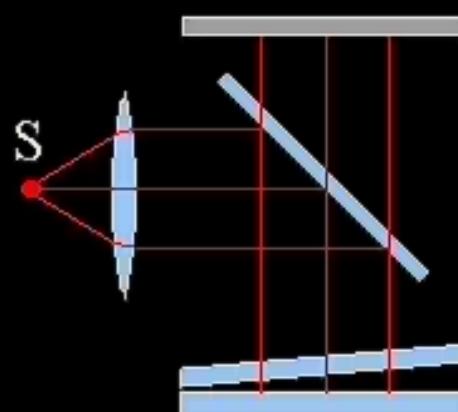
$$l = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta, \lambda \text{一定, } l \text{确定, 条纹等距} \\ \theta \text{一定, } \lambda \uparrow, l \uparrow; \lambda \downarrow, l \downarrow \\ \theta \uparrow, l \downarrow \text{ 条纹变密, } \theta \downarrow, l \uparrow \text{ 条纹变疏} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\Delta d = \frac{\lambda}{2}}$$



劈尖干涉条纹
6700Å

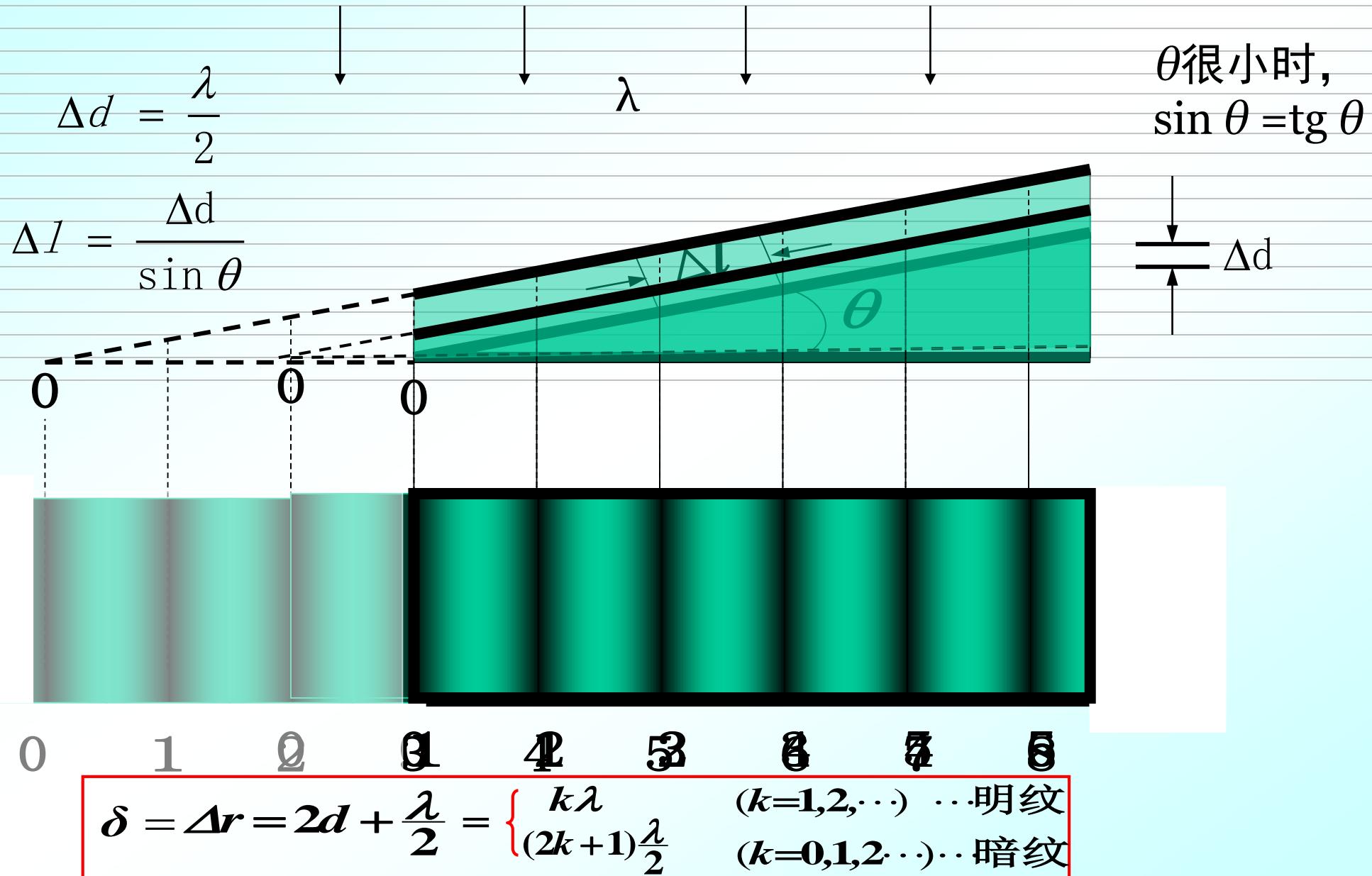
波长变化对劈尖干涉条纹的影响



劈尖干涉条纹
1.角度的变化

劈尖干涉的讨论

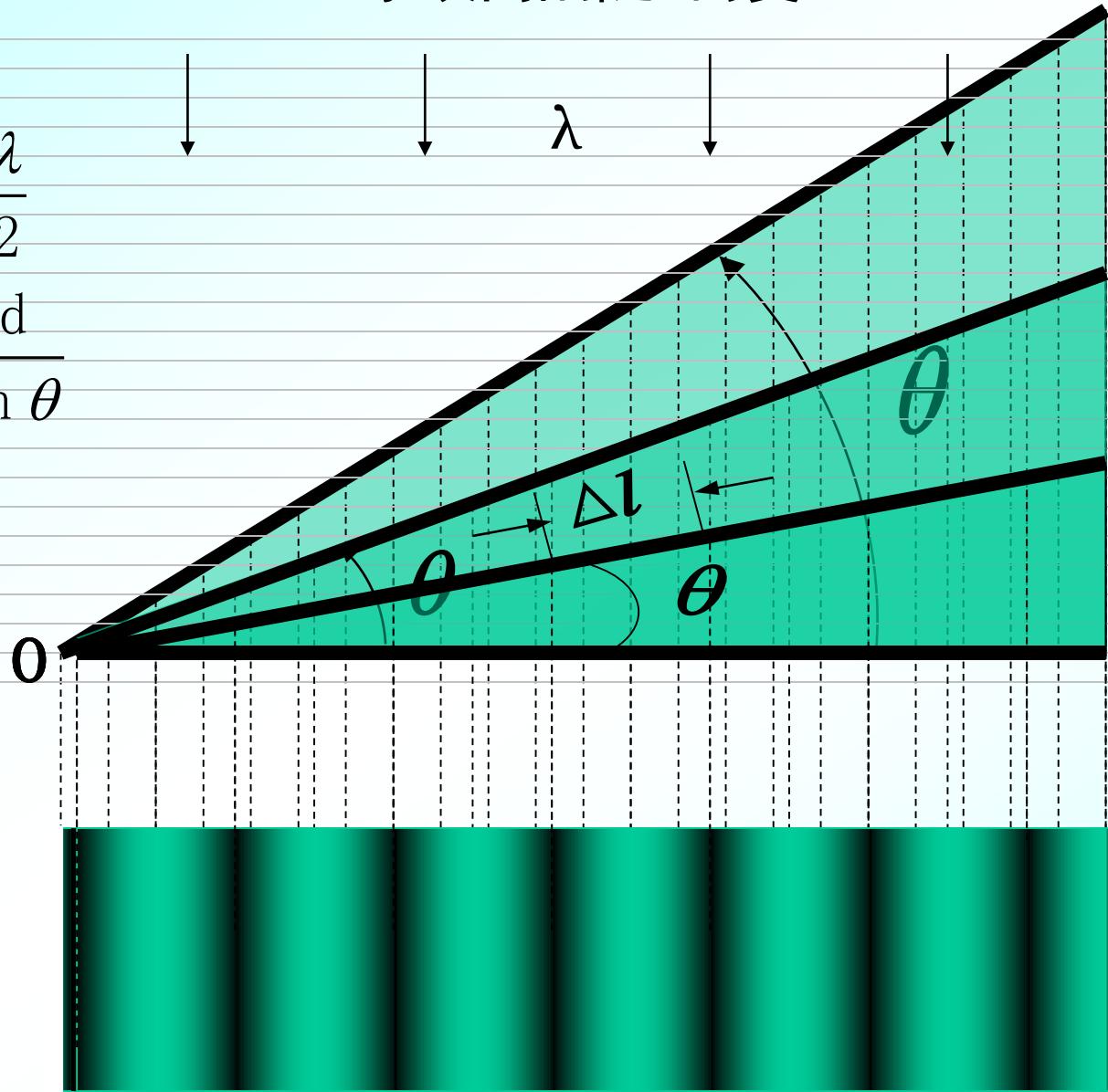
θ不变，改变厚度，条纹整体随交棱平移

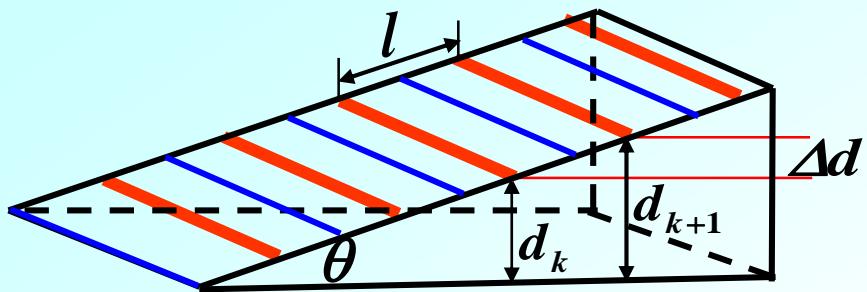


条纹间隔随 θ 而变

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta l = \frac{\Delta d}{\sin \theta}$$





第 k 级明纹：

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,\dots)$$



(5) 复色光入射得彩色条纹

肥皂膜



注意：

1^o 以上讨论的是空气隙劈尖，若是其它情况相应公式另写。

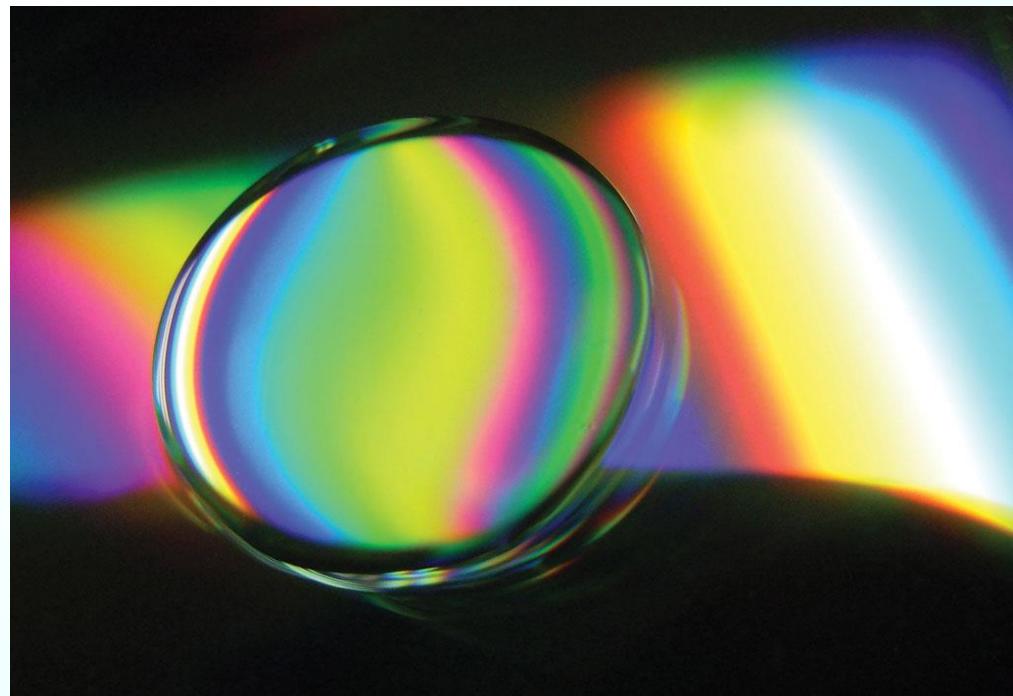
$$*\ \delta = 2nd\left(+\frac{\lambda}{2}\right) = \begin{cases} k\lambda & k=1, 2, 3 \dots \dots \text{ 最大, 明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0, 1, 2 \dots \dots \text{ 最小, 暗纹} \end{cases}$$

$$*\ \Delta d = \lambda/2n$$

$$*\ L = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$$

* $d=0$ 处不一定是暗纹

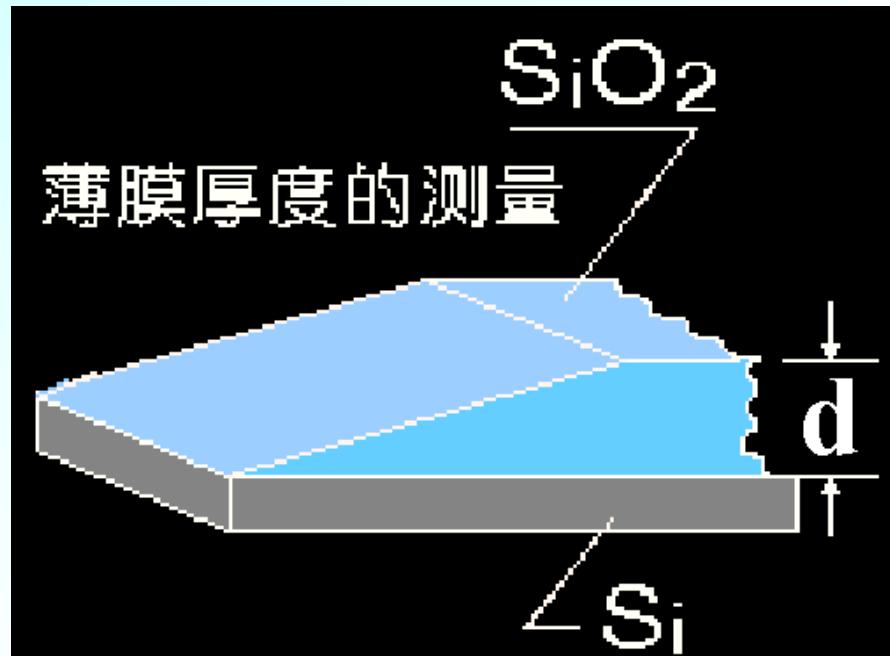
2^o 复色光入射得彩色条纹。



劈尖干涉的几个应用：

▲ 可通过已知 λ , 测 θ 可求得

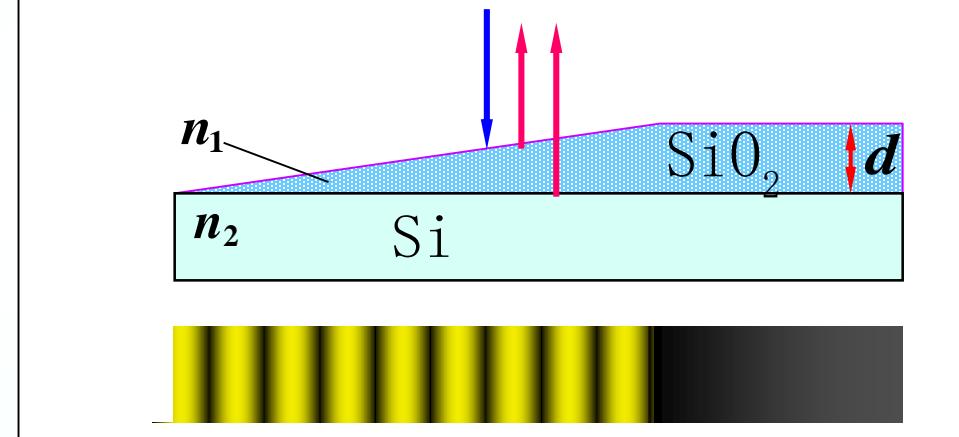
例：利用劈尖干涉判断薄膜



$$\left. \begin{aligned} 2n_1d_k + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2n_1d_{k+1} + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_1}$$

属丝直径、薄膜厚度。
(SiO_2) 的生 情况

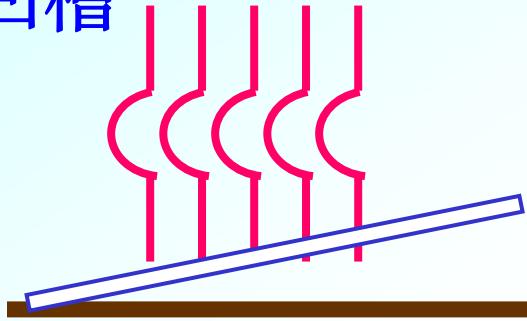
测膜厚



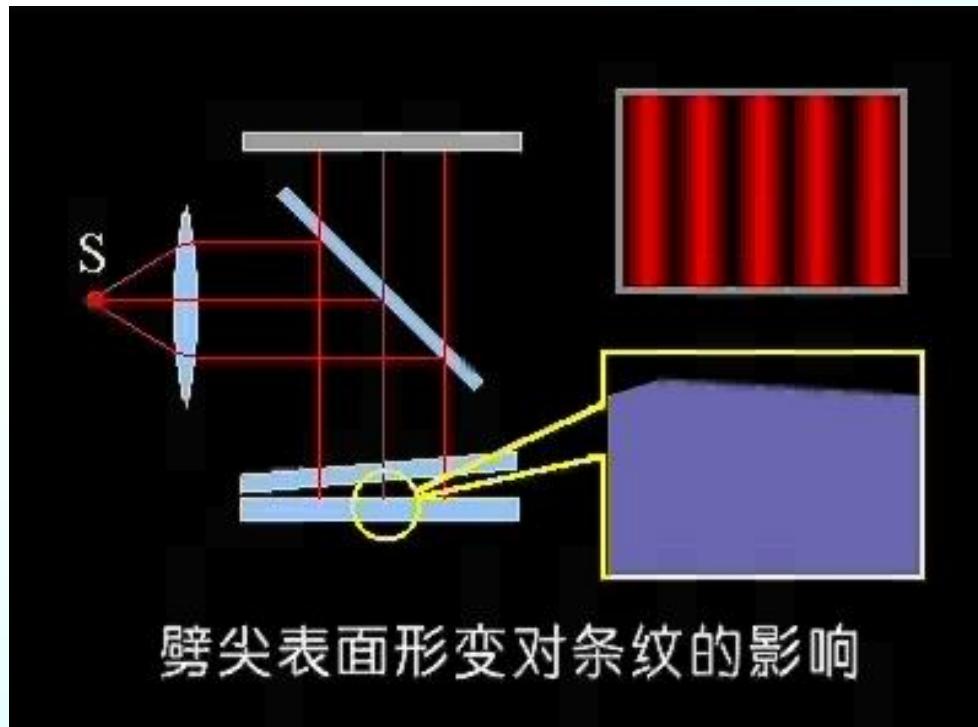
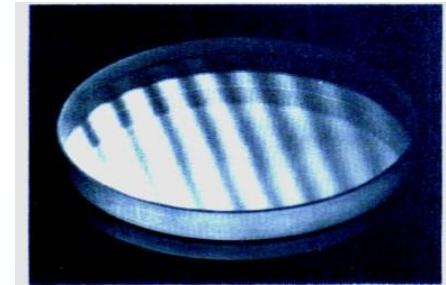
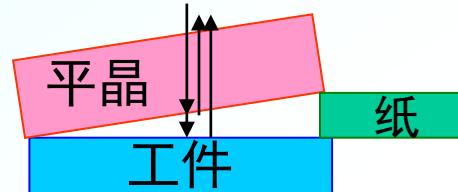
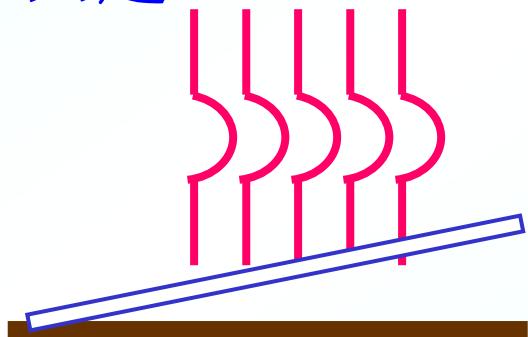
$$d = N \frac{\lambda}{2n_1}$$

▲可检测工件的平整度

有“凹槽”



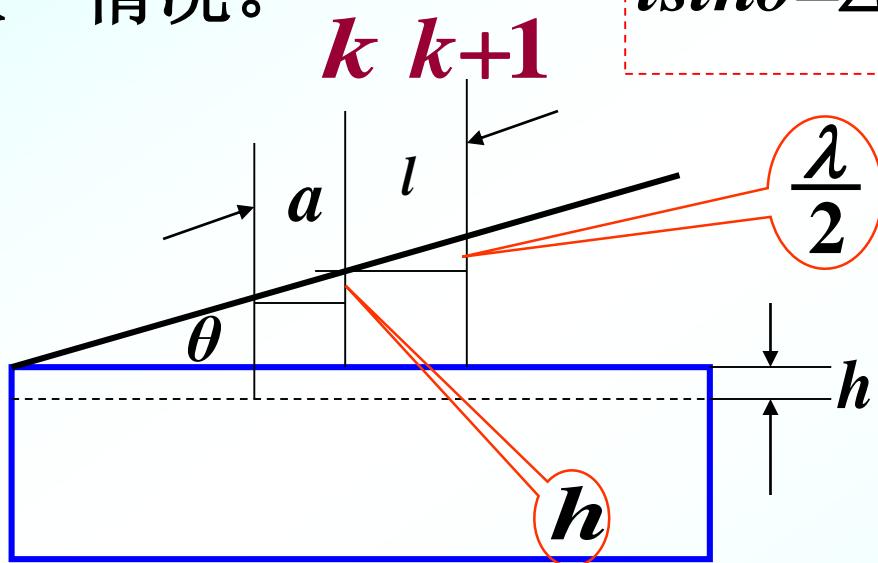
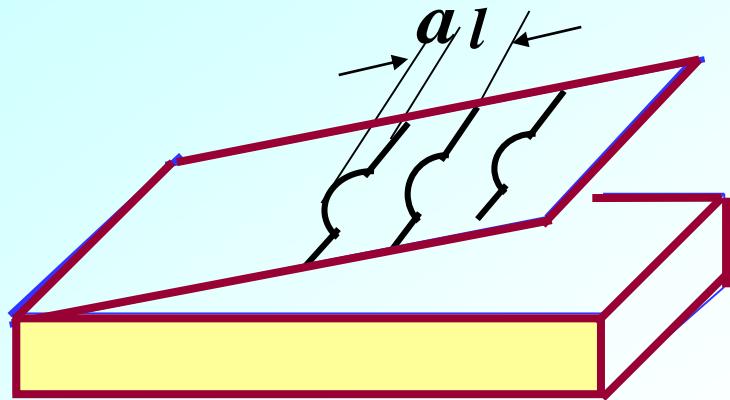
有“凸起”



劈尖表面形变对条纹的影响

例：分析下图中工件表的缺情况。

$$l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$$



解： $2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ $l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$ 这 $n=1$.

分析可知缺为坑或槽。那么，坑或槽的深度 $h=?$

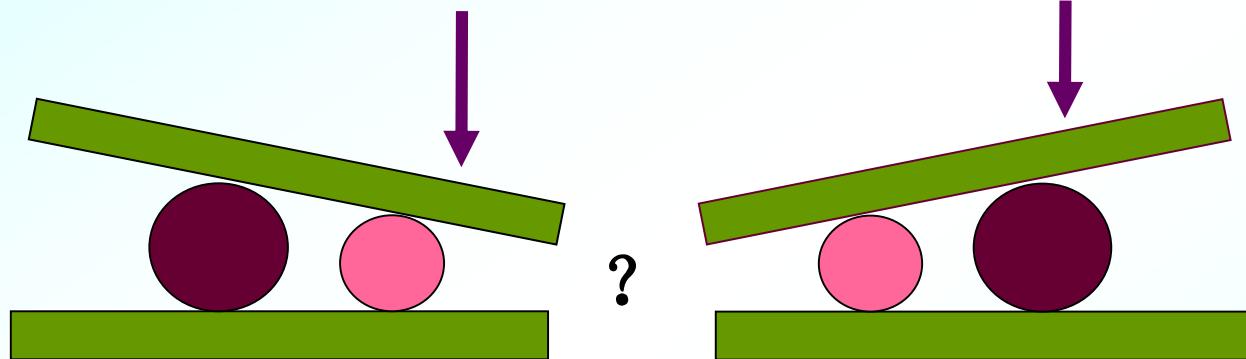
$$\sin \theta = \frac{h}{a} = \frac{\lambda/2}{l} \rightarrow h = \frac{a\lambda}{2l}$$

▲用两块平 玻璃板能否判别两个直径相差很小的 珠?

解: 如图, 构成劈尖, 通过观察干涉条纹来判别。

珠的排列有右边两种可能。

条纹 距为 $l = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$



所以通过改变 θ 可以改变条纹 距.

在右边上方端轻轻地压一下:

- 若右边的小, 则压后 θ 增大, 条纹 距变小, 等厚干涉条纹变密;
- 若右边的大, 则压后 θ 减小, 条纹 距变大, 等厚干涉条纹变疏。

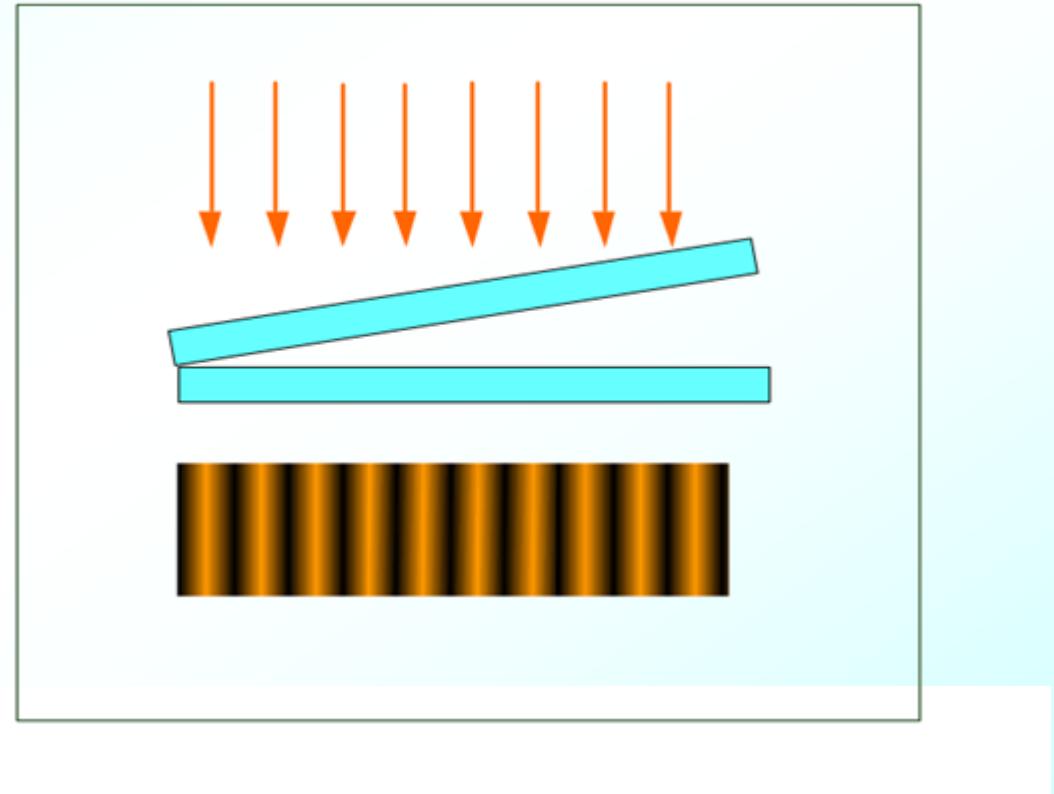
据此即可判别。

另: 用白光入射。 $2nd_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

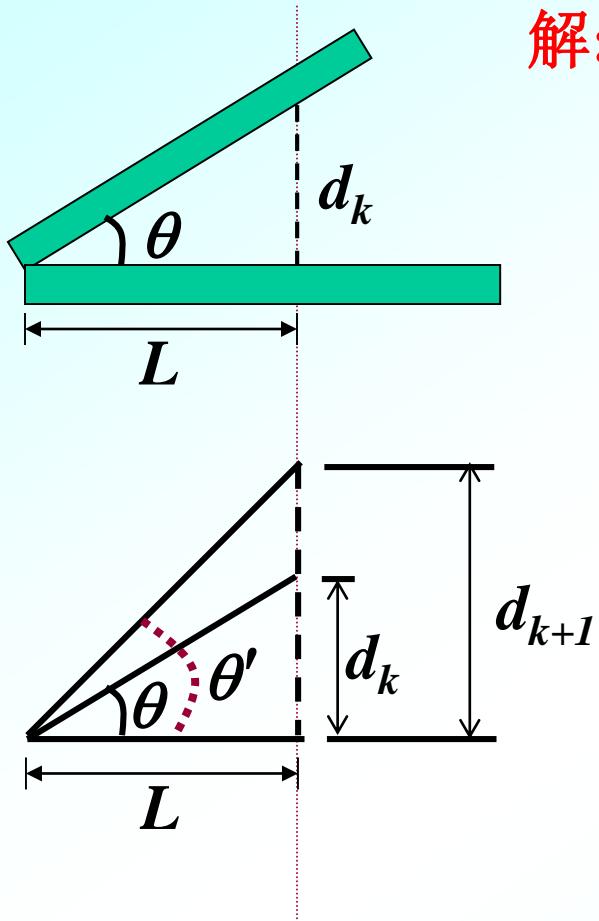
- ◆ 对同级条纹, 形成彩带, 波 大(红色)的 d_k 大, 故 近红色一端的 珠直径大。

▲劈尖干涉条纹的移动

每个条纹对应劈尖内的一个确定的厚度，当此厚度对应的位置改变时，对应的条纹随之移动。



例: 用波长为 λ 的单色光垂直照射到空气劈尖上, 从反射光中观察干涉条纹, 距点 L 处是暗条纹。使劈尖角 θ 连续变大, 直到该点再次出现暗条纹为止。则劈尖角的改变量 $\Delta\theta$ 是多少?



解: 设 L 处是第 k 级暗纹, 空气膜厚为 d_k , 则光程差满足 $\delta_k = 2nd_k + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$, $n=1$
所以, $d_k = k\lambda/2$ 从而, $d_{k+1} = (k+1)\lambda/2$
故, 第 $k+1$ 级暗纹在第 k 级暗纹的右侧。

在劈尖角 θ 连续变大的过程中, 条纹向左平移。 L 处再次出现暗条纹, 表明第 $(k+1)$ 暗纹移到了 L 处。设此时劈尖角为 θ' 。

$$\text{而 } \Delta\theta = \theta' - \theta$$

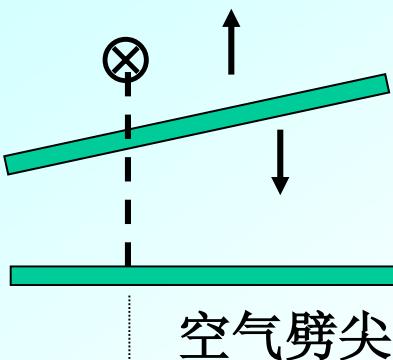
在实际上劈尖角很小, 于是

$$\theta = \tan \theta = d_k / L = k\lambda / (2L)$$

$$\theta' = \tan \theta' = d_{k+1} / L = (k+1)\lambda / (2L)$$

$$\text{故 } \Delta\theta = \theta' - \theta = \lambda / (2L).$$

例：如图，显微镜的叉丝正对着一条暗纹，当劈尖的上表向上平移时，观察到的干涉条纹会发生怎样的变化？若向下平移呢？



解：先考虑向上平移的情况。

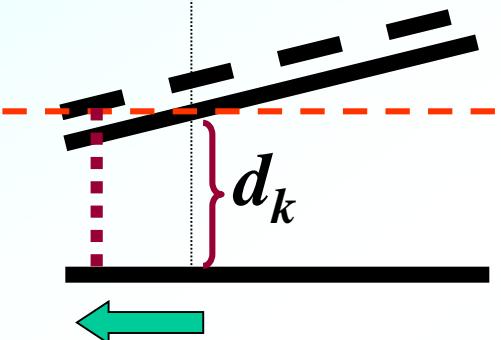
设此处是第 k 级暗纹，且此处空气膜厚为 d_k ，则光程差满足 $\delta_k = 2nd_k + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$, $n=1$

所以， $d_k = k\lambda/2$.

由上式可知，第 k 级暗纹所对应的空气膜的厚度是确定的。

在上表向上平移的过程中，第 k 级暗纹向左移。

所以，在上表向上平移的过程中，全条纹整体向左平移。



◆ 向下平移时可作类似分析，条纹整体向右平移。

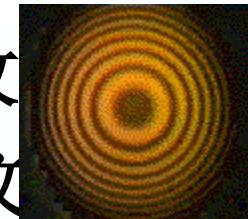
● 分振幅干涉 (薄膜干涉)

1. 等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

$$2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1, 2, \dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0, 1, 2, \dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

(真空中的波)

$$\frac{n_1}{n} \frac{n}{n_2}$$

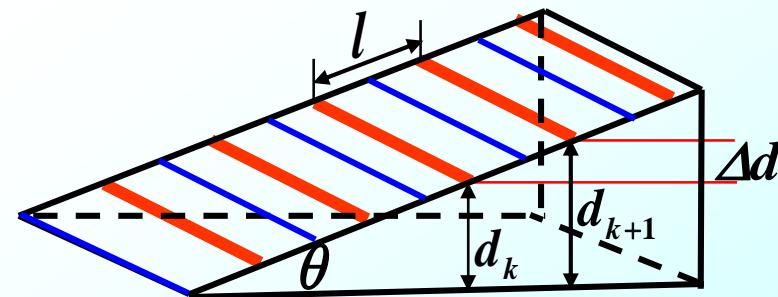


2. 等厚干涉 (薄膜厚度不匀)

1) 剪尖干涉(空气 剪尖)

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1, 2, \dots) \dots \text{明纹}$$

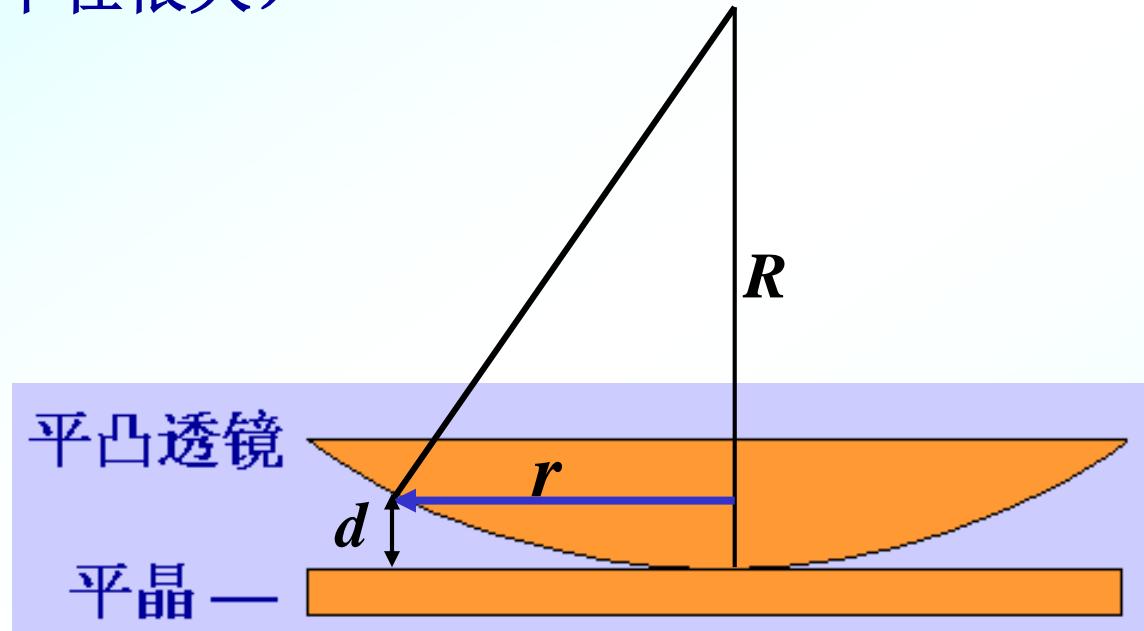
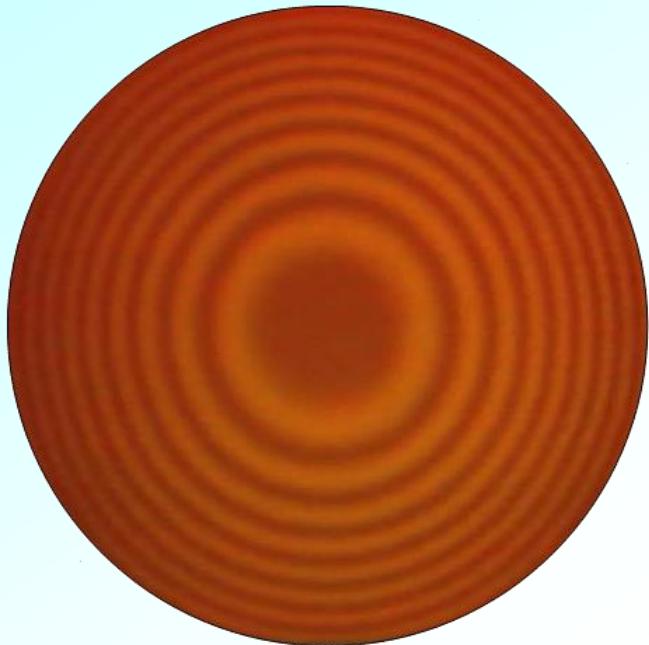
$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0, 1, 2, \dots) \dots \text{暗纹}$$



$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

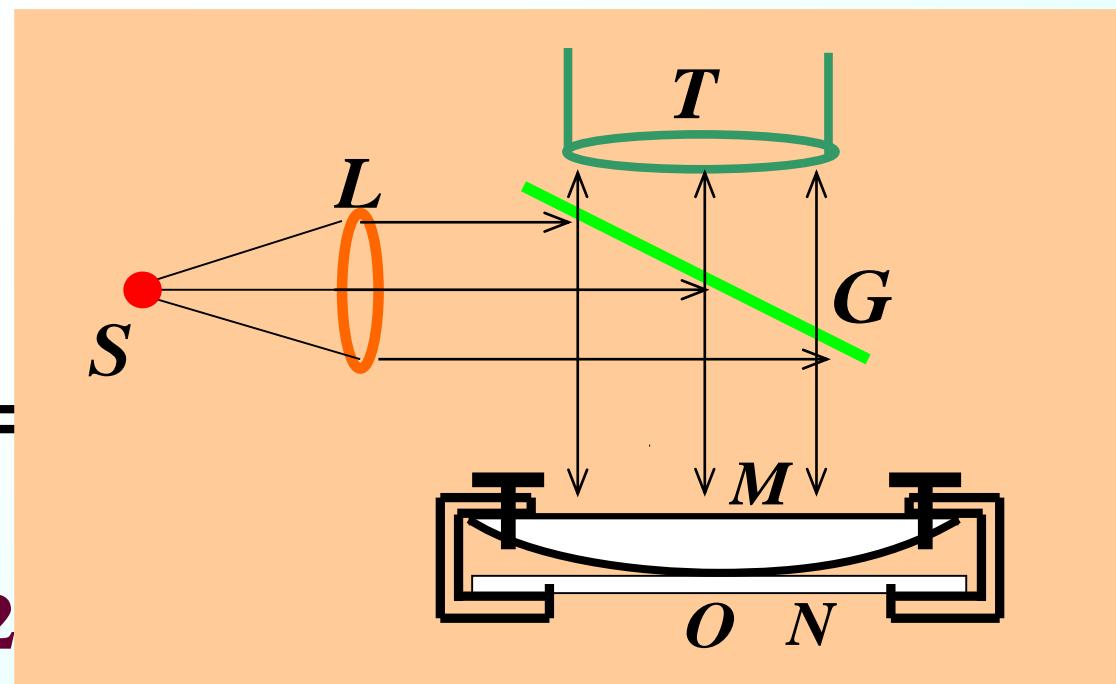
2) 牛 环 (平凸透 镜的曲率半径很大)



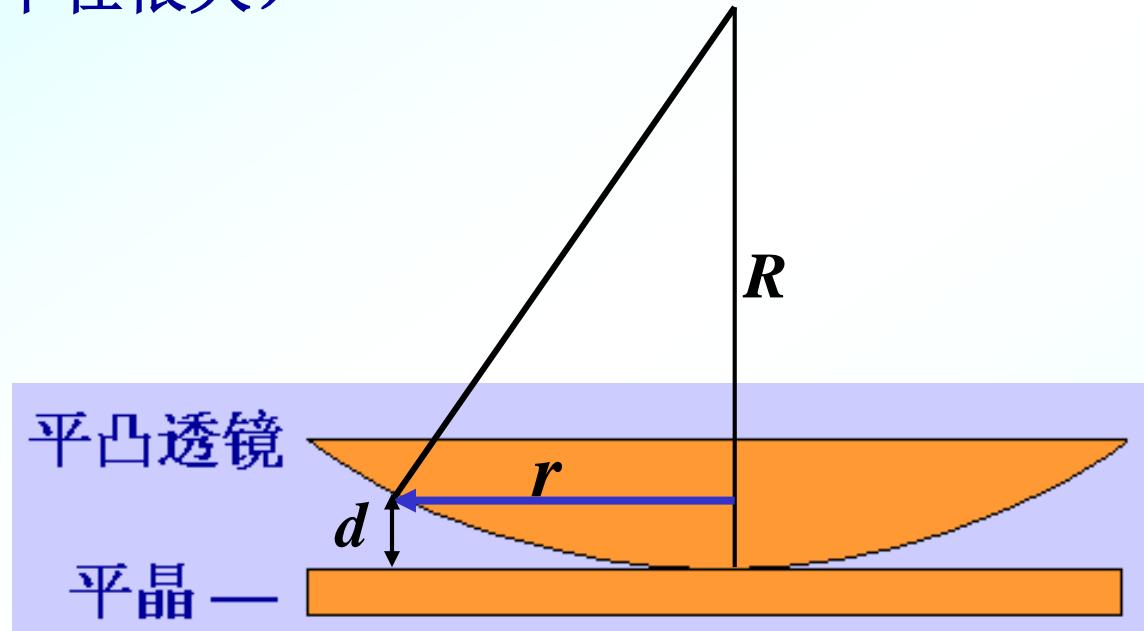
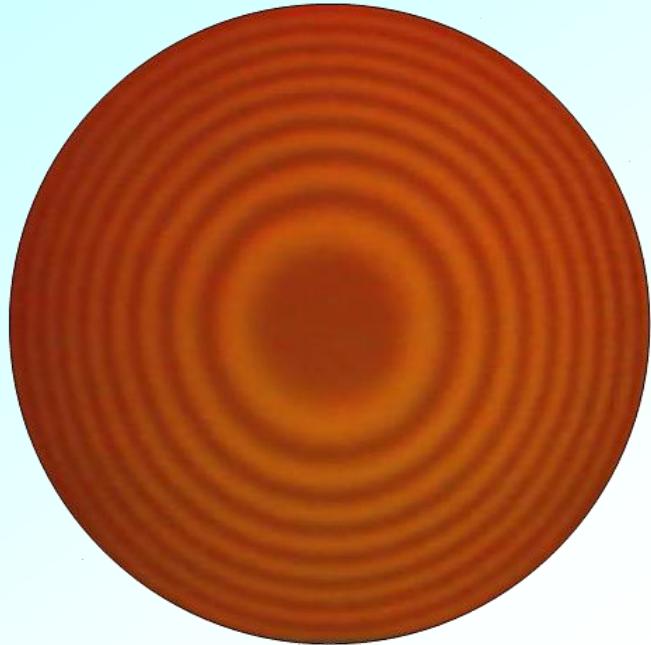
明暗条件: $2d + \frac{\lambda}{2} =$

干涉环半径: $r =$

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2$$



2) 牛 环 (平凸透 镜的曲率半径很大)



明暗条件: $2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, \dots \text{明} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \text{暗} \end{cases}$

干涉环半径: $r = \begin{cases} \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}} & (k=1, 2, \dots) \text{ 明纹} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k=0, 1, \dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd \quad (\because d \ll R)$$

干涉环半径:

$$r = \begin{cases} \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}} & (k=1,2,\dots) \text{ 明纹} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k=0,1,\dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

讨论:

(1) $2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \rightarrow d \uparrow, k \uparrow$

愈往边缘, 条纹级别愈高。

(2) $r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad k = 0,1,2\dots$

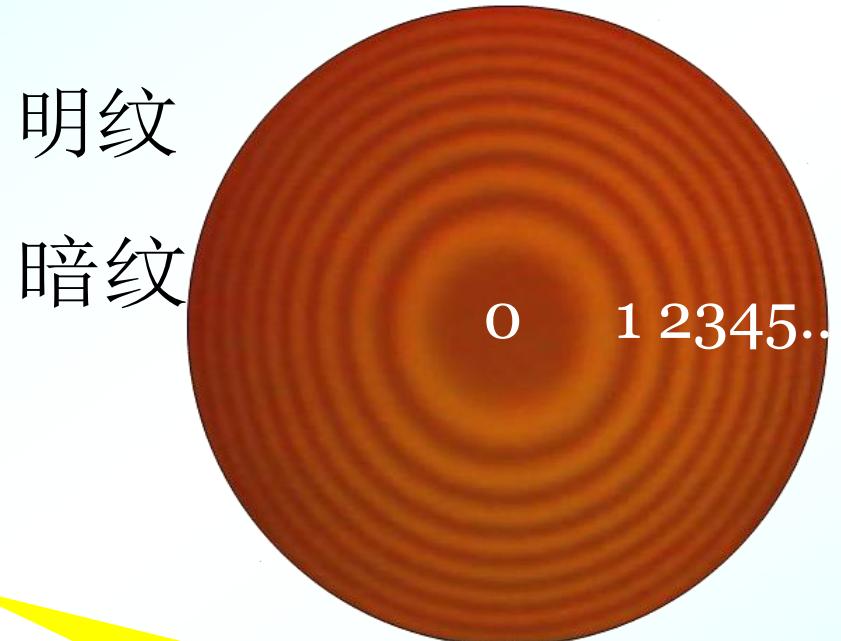
牛顿环的中心一定是暗点。

(3) 相 两暗环的
可见, 环中心疏, 旁边密。

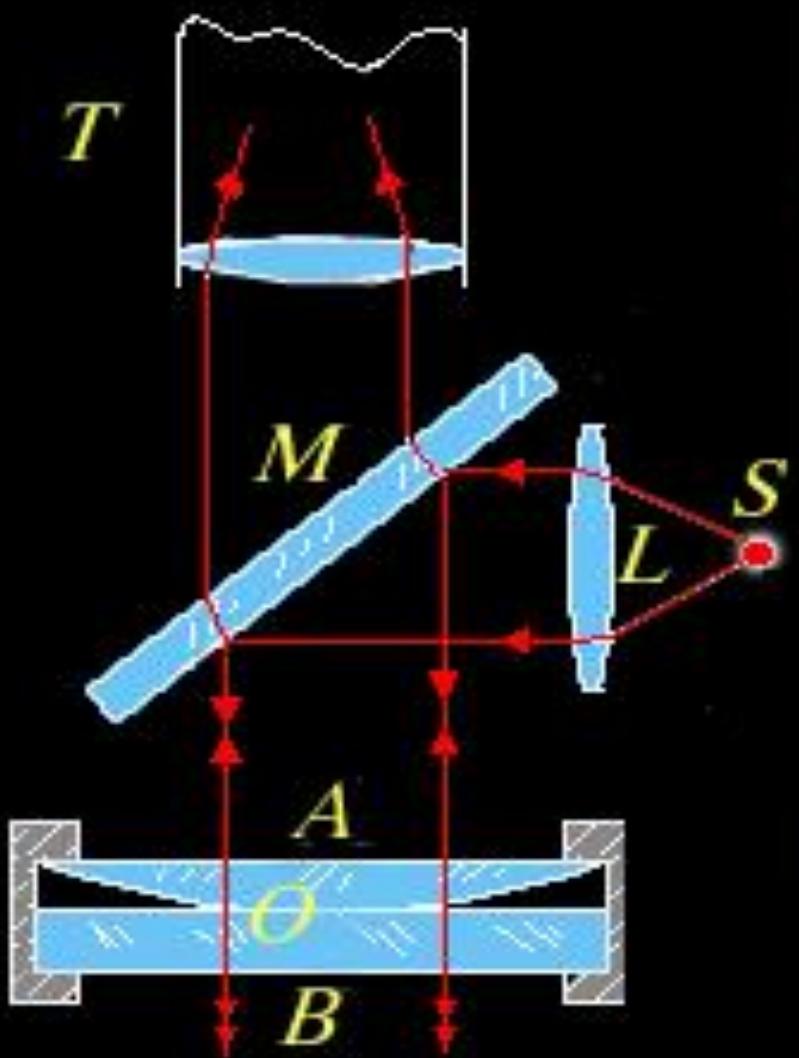
(4) 可求出 R : $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$

(5) 已知 R 可求 λ

(6) 透射光与之互补



$$\Delta r_k = r_{k+1} - r_k \approx \sqrt{\frac{R\lambda}{4k}} \quad (k > 1)$$

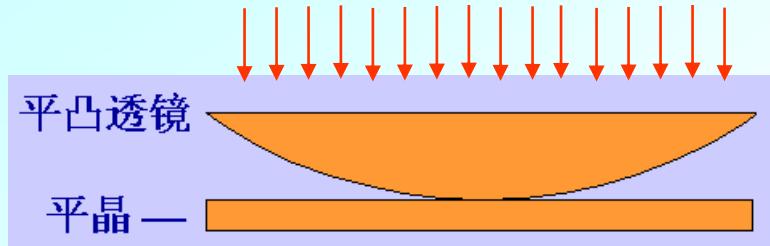


反射环



透射环

例：如图，在空气中单色光垂直入射。当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，可观察到环状干涉条纹 []

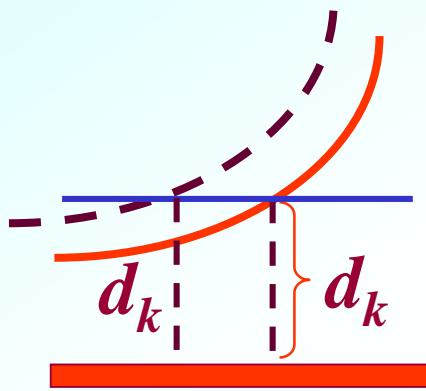


(A) 向右平移

(B) 向左平移

(C) 止不动

(D) 向中心收缩



解：考虑任意第 k 级明纹的变化情况。

设第 k 级明纹处空气膜厚为 d_k ，则光程差满足

$$\delta_k = 2d_k + \lambda/2 = k\lambda, \text{ 所以, } d_k = (k - 1/2)\lambda/2.$$

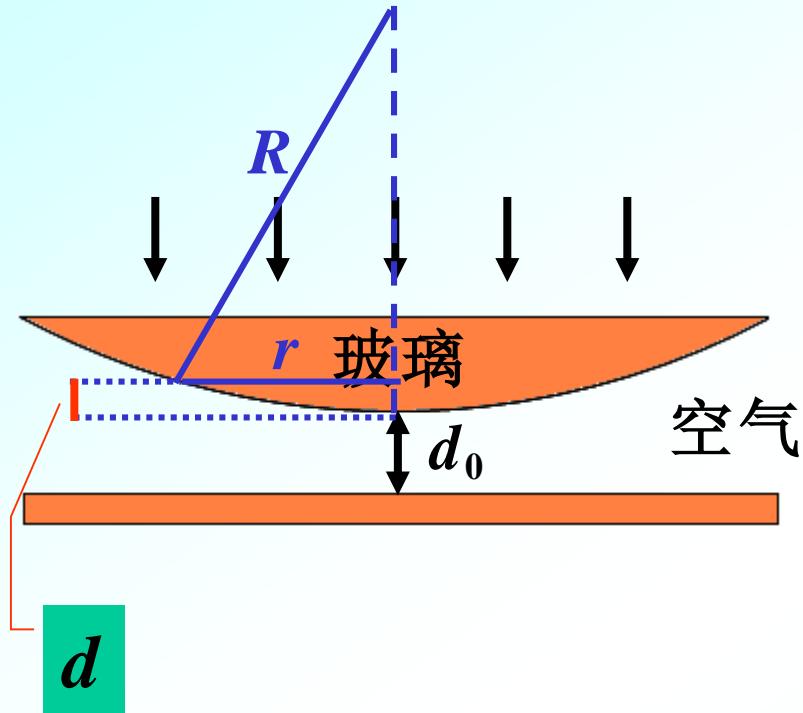
由上式可知，第 k 级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

找出平移后空气膜的厚度为 d_k 的地方，就知了第 k 级明纹是怎么移动的。

可见，在平凸透镜垂直向上平移的过程中，第 k 级明纹向中心移动。

所以，当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，环状干涉条纹向中心收缩。

例：如图，用波长为 λ 的单色光垂直入射，平凸透镜的曲率半径为 R ，透镜与平板玻璃有一小距 d_0 ，求牛顿环中各暗环的半径。



解：设第 k 级暗环的半径为 r 。

光程差如何表达？

$$\delta_k = 2(d + d_0) + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2 \quad (1)$$

由图可知：

$$\begin{aligned} r^2 &= R^2 - (R-d)^2 = d(2R-d) \\ &\approx 2Rd \quad (\because d \ll R) \therefore d = \frac{r^2}{2R} \end{aligned} \quad (2)$$

把(2)代入(1)得：

$$2\left(\frac{r^2}{2R} + d_0\right) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

所以，第 k 级暗环的半径

$$r = \sqrt{R(k\lambda - 2d_0)}$$