大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

● **机械波**：机械振动在弹性媒质中的传播。

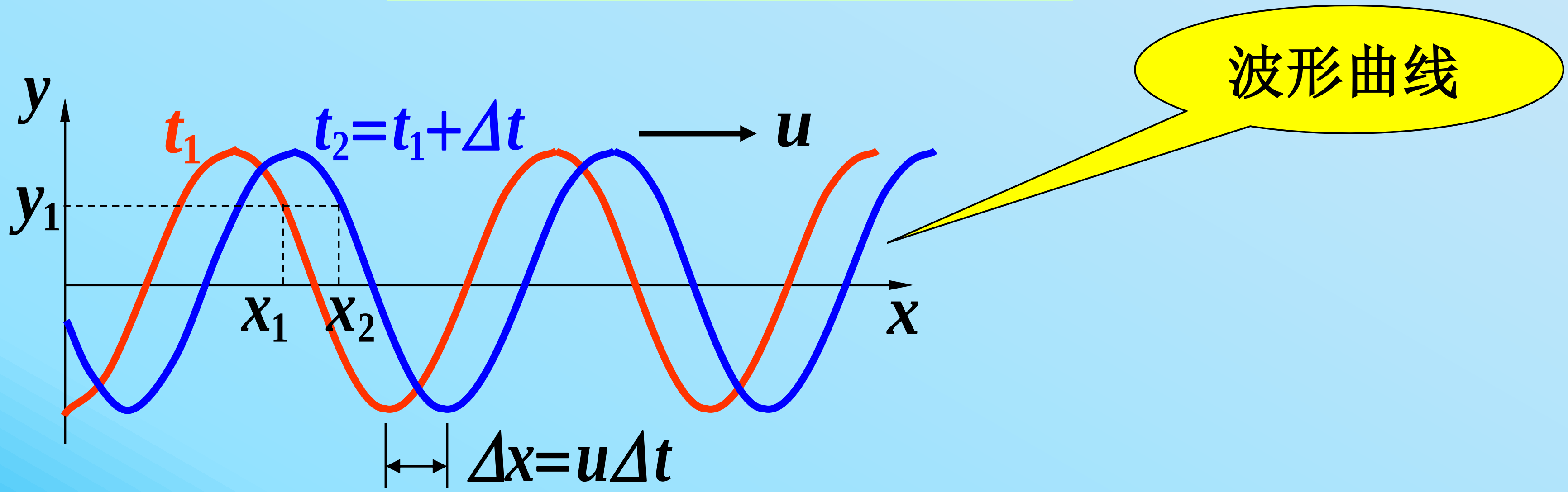
机械波产生的条件 —— 波源、媒质。

平面简谐波的波函数

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$$

"-" 沿 x 正向
"+" 沿 x 负向

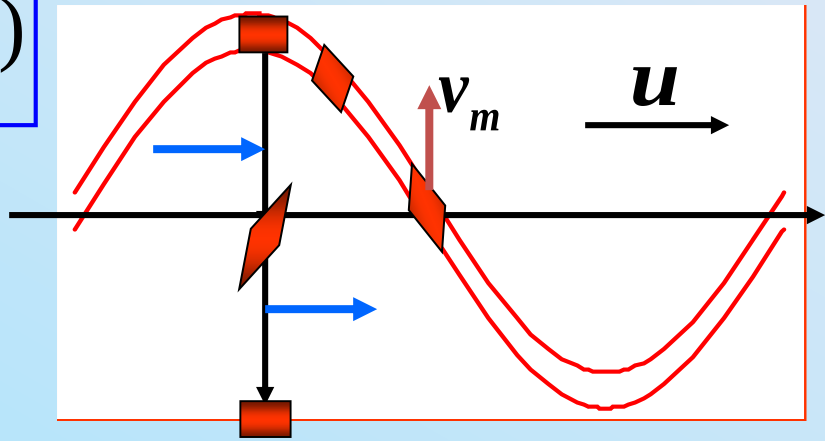
注意： u为波速的大小。



●波的能量：

（横波、纵波均适用）

$$\boxed{W_P=W_k=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})}$$



（1）每个质元的波动动能与势能数值相同，位相相同。同时变大，同时变小。

W_k最大则 W_p也最大，如平衡位置.
W_k 最小则 W_p也最小，如最大位移处.

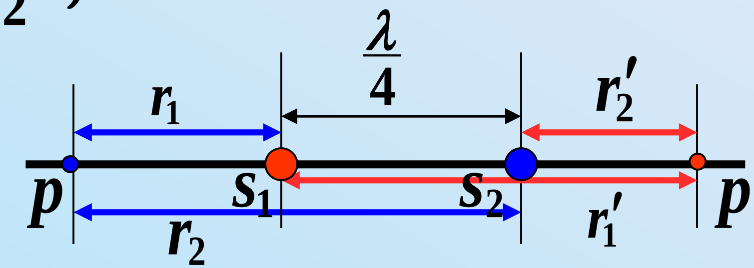
与振动能量的特点不同！

（2）ΔV 中$W=W_K+W_P=\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$

W 随 t 、x 变，不守恒 。能量传输！

最大位移 ⟶ 平衡位置，能量增大，从前面输入；
平衡位置 ⟶ 最大位移，能量减小，向后面输出。

例： 两相干波源 s_2 超前波源 s_1 $\frac{\pi}{2}$ ，相距 $l=\frac{\lambda}{4}$ ，$A_1=A_2$ 。讨论延长线上干涉情况。



解： 左边延长线上 p 点：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}=\underline{0}$$

加强

合振幅：$A=2A_1$

右边延长线上 p 点：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2'-r_1')=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\left(-\frac{\lambda}{4}\right)=\underline{\pi}$$

减弱

合振幅：$A=0$

$\Delta\varphi=?$

$(A)-\pi$

$(B)\pi$

$(C)\frac{\pi}{2}$

$(D)0$

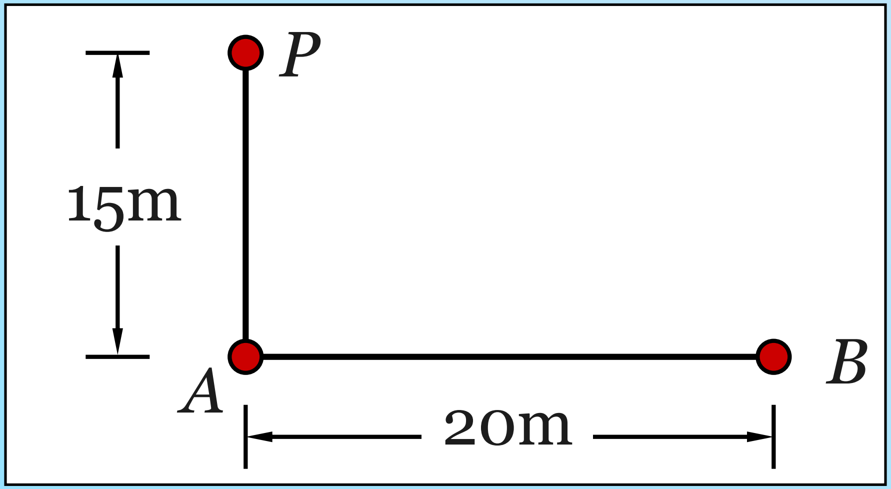
(E)其它

合成波能量向左传加强 —— 定向辐射 （二元端式天线）

波个数愈多则定向性愈好（天线列阵）

声波定向系统的原理类似。

例. 如图所示，A、B 两点为同一介质中两相干波源。其振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，但当点 A 为波峰时，点B 为波谷。设波速为10m/s，试写出由A、B发出的两列波传到点P 时干涉的结果。



解：$BP=\sqrt{15^2+20^2}=25\,\mathrm{m}$

$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{10}{100}=0.1\,\mathrm{m}$$

设 A 的相位较 B 超前，则

$$\varphi_A-\varphi_B=\pi$$

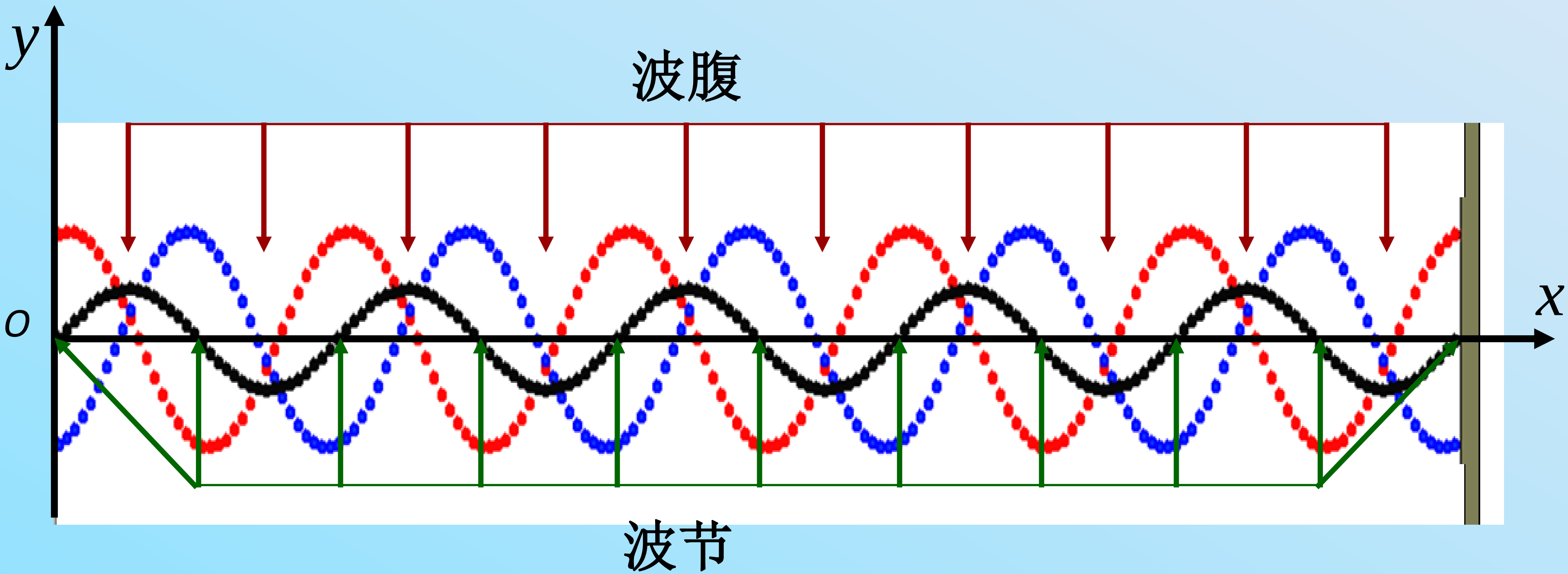
$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{\lambda}=-201\pi$$

点P 合振幅 $\quad A=\left|A_1-A_2\right|=0$

若 B 的相位较 A 超前，怎样？

三、驻波

1. 驻波的形成：两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域叠加干涉，形成驻波。



波腹：振幅最大处

波节：振幅为0处

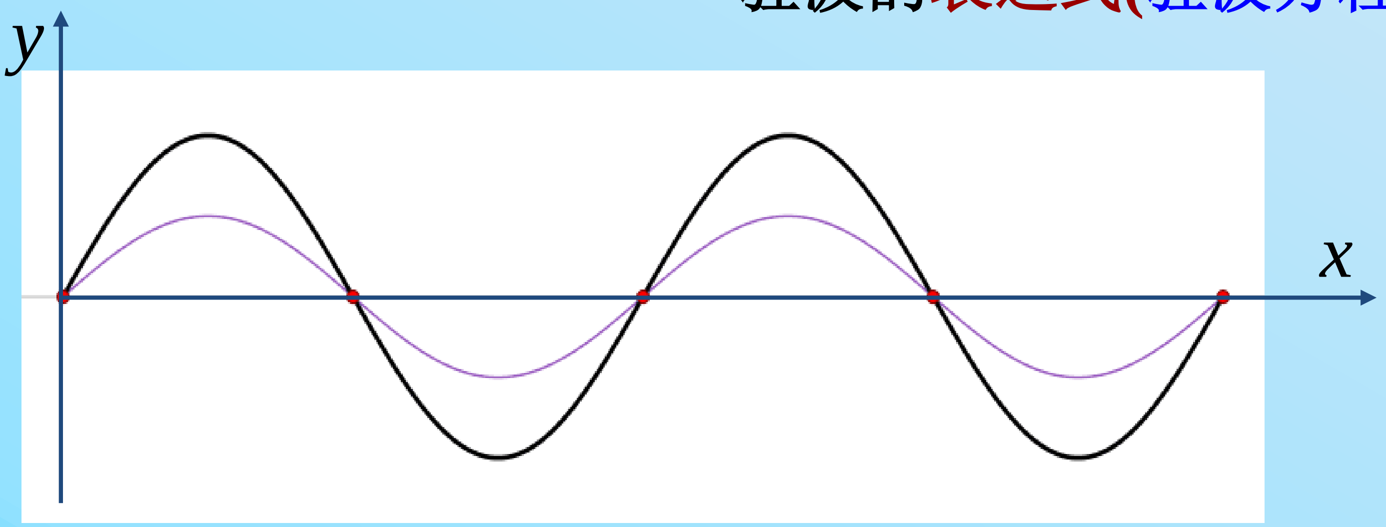
演示：弦驻波

2. 驻波的表达式

设两列波为平面余弦波：
$$\begin{cases} y_1 = A\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{u}\right) \\ y_2 = A\cos\omega\left(t + \dfrac{x}{u}\right) \end{cases}$$

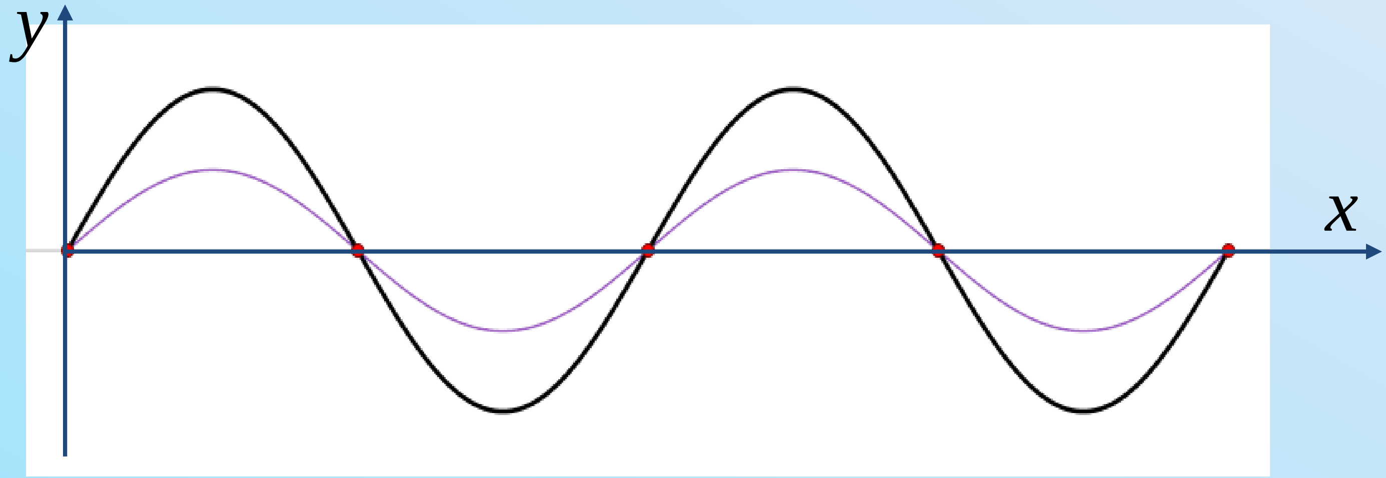
合成波：
$$\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t}$$

驻波的表达式(驻波方程)



3. 驻波的特征

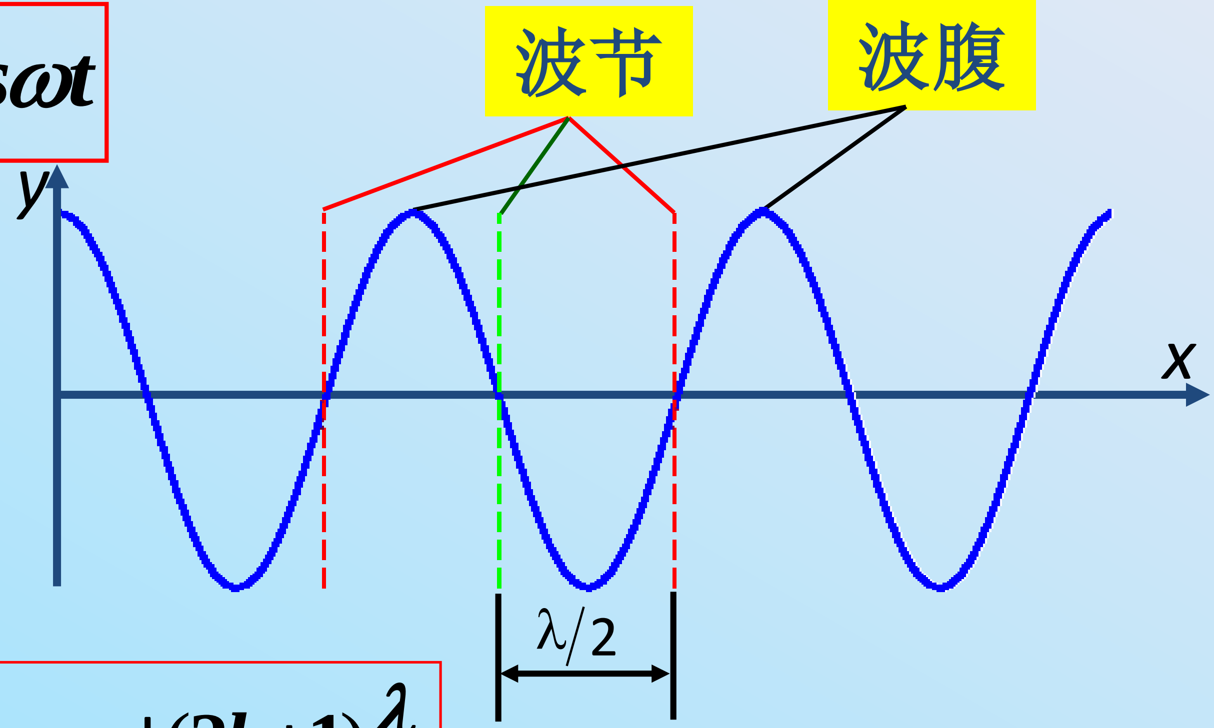
$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t$$



(1)各点均作谐振动，频率相同，但振幅不同。

振幅 $A_{驻}$是 x 的函数：$A_{驻}=2A\cos\frac{\omega}{u}x$ $\begin{cases} A_{驻\max}=2A \\ A_{驻\min}=0 \end{cases}$

$$\boxed{y=2A\cos\frac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t}$$



$A_{驻}=0$处 —波节

波节的位置：

令：$2A\cos\frac{\omega}{u}x=0$

即：$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x=0$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{x_k=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}} \quad (k=0,1,2\cdots)$$

$A_{驻}=2A$处，—波腹

波腹的位置：$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x=\pm1$ $\quad \frac{2\pi}{\lambda}x=\pm k\pi$

$$\rightarrow \boxed{x_k=\pm k\frac{\lambda}{2}} \quad (k=0,1,2\cdots)$$

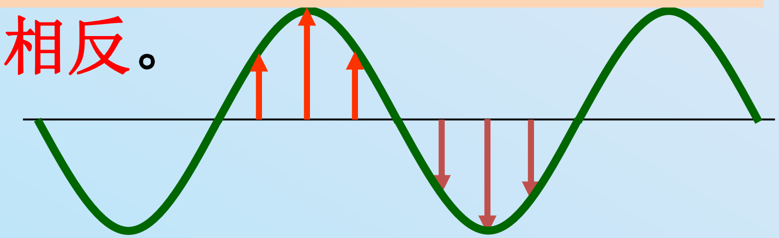
相邻 波节 / 波腹 间距：$\Delta x=\frac{\lambda}{2}$ 波节与相邻波腹间隔：$\Delta x=\frac{\lambda}{4}$

(2)驻波的位相关系

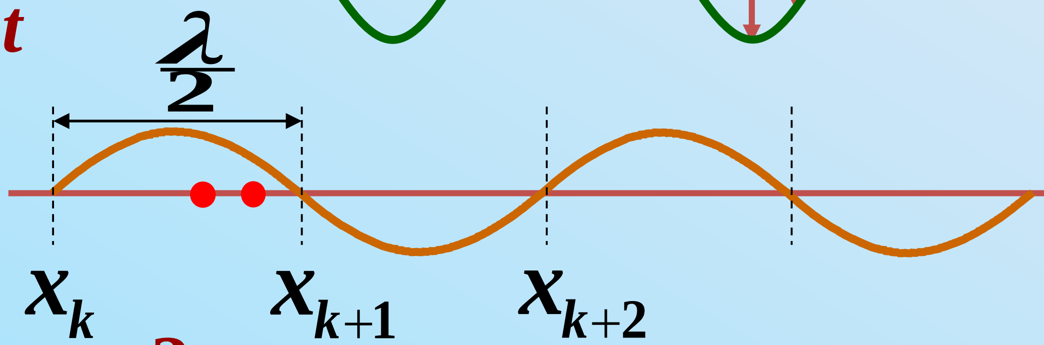
同相：两振动物体在运动过程中步调完全一致，同时达到各自同方向的位移最大值或最小值，同时过平衡位置并向相同方向运动。

相邻波节之间的各点位相相同，

波节两侧各半个波长范围内的各点位相相反。



$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$



第k个波节的坐标是

$$\boxed{x_k=(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$$

关键是看 $\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$

考虑两个相邻波节 x_k 和 x_{k+1} 之间，离 x_k 分别为 d 和 d'

（$0<d<d'<\frac{\lambda}{2}$）的任意两个质元的位相。

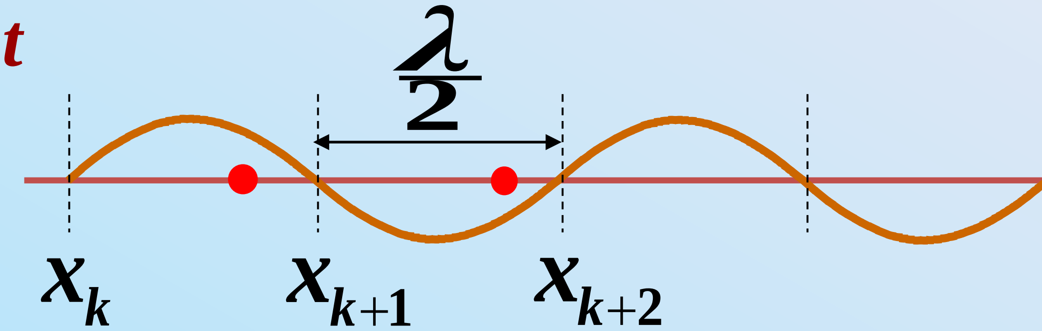
$$\cos\frac{2\pi(x_k+d)}{\lambda}\cos\frac{2\pi(x_k+d')}{\lambda}=\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\frac{2\pi d'}{\lambda}>0$$

故，两个相邻的波节之间所有质元的振动都是同位相的。

$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$

第k个波节的坐标

$$\boxed{x_k=(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$$



考虑波节 x_{k+1} 两侧的任意两个质元。

在 x_{k+1} 的左侧，x_k 和 x_{k+1} 之间任意质元的坐标可以表示为 x_k+h，

且 $0<h<\frac{\lambda}{2}$；在 x_{k+1} 的右侧，x_{k+1} 和 x_{k+2} 之间任意质元的

坐标可以表示为 x_k+h'，且 $\frac{\lambda}{2}<h'<\lambda$。

$$\cos\frac{2\pi(x_k+h)}{\lambda}\cos\frac{2\pi(x_k+h')}{\lambda}=\sin\frac{2\pi h}{\lambda}\sin\frac{2\pi h'}{\lambda}<0$$

同理有，在任意波节 x_{k+1} 两侧各半个波长范围内，左侧质元的振动位相和右侧质元的位相相反。

(3) 振动状态不传播。波形不移动，分段振动(故称“驻”波)。

(4) 驻波中没有净能量传递，能流密度为0

$$\vec{i}_{驻}=\vec{i}_{入}+\vec{i}_{反}=w\vec{u}+(-w\vec{u})=0$$

或波强：$I_{驻}=I_{入}+I_{反}=I_{入}-I_{入}=0$

讨论：

即：驻波系统不向任何方向传播能量。

各质点位移(同时)达最大时：

速度为零，系统的动能为零；

介质形变最大，势能最大;

在波节处相对形变最大

在波腹处相对形变为零

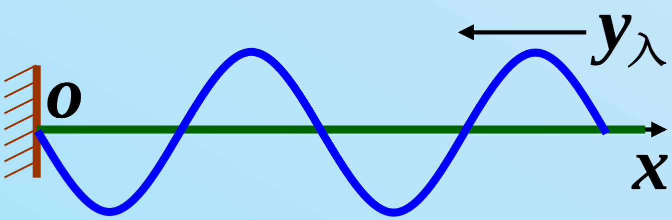
势能集中在波节

当各质点(同时)回到平衡位置时：介质的形变为零，系统的势能为零、动能最大。动能集中在波腹

能量从波腹传到波节，又从波节传到波腹，往复循环。波节始终不动，能量不能经它们向外传播。所以驻波不传播能量，它是媒质的一种特殊的运动状态——稳定态。

6、在课堂演示实验中，观察到在弦线上形成了一列波长为λ的驻波，则驻波中相邻两波腹的距离为__________，相邻两波节间任意两点的振动相位差为________________。

4. 反射与半波损失



一弦线一端固定在墙上，如图示：

设入射波： $y_{入} = A\cos w(t+\frac{x}{u})$

考虑固定端*o*点的振动方程。

显然，固定端*o*点的振动：$y_{o合}=0$。此振动为入射波和反射波在*o*点引起的**振动的叠加**，即

$y_{o合}=y_{o入}+y_{o反}=0$。$y_{o入}$已知，那么 $y_{o反}=-y_{o入}$

即 $y_{o入}=A\cos wt$ ，$y_{o反}=A\cos(wt+\pi)$ 。因此，

和入射波在反射点引起的振动相比，反射波在反射点引起的振动的位相有π的突变。

谓之

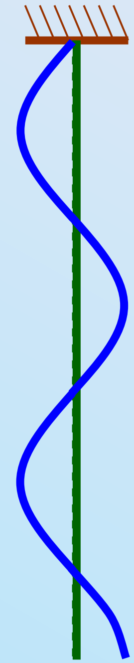
半波损失

(半波突变)

$\Delta\phi=\frac{\omega\Delta x}{u}=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x=\pi$ $\Delta x=\frac{\lambda}{2}$ （半个波长）

一般地： 对半波损失产生条件的进一步讨论

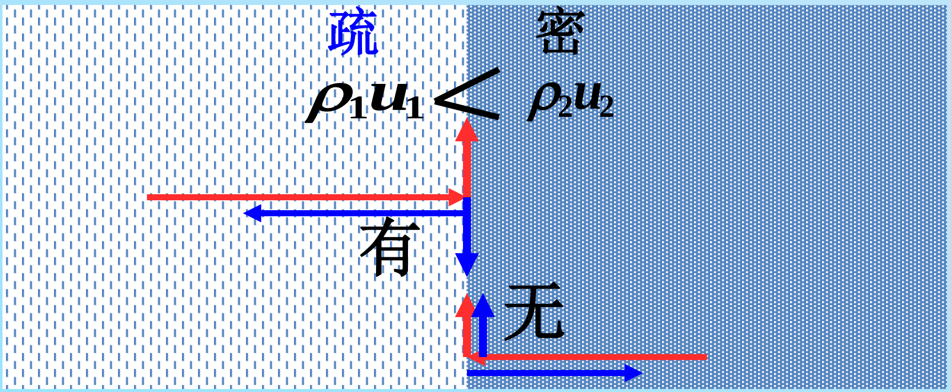
入射波
- 由波疏媒质→波密媒质→反射: 有半波损失(波节)
- 由波密媒质→波疏媒质→反射 :无半波损失(波腹)



波由波疏媒质传到波密媒质，在分界面上发生反射时，反射点一定是波节；但波在自由端反射时无半波损失，形成波腹。

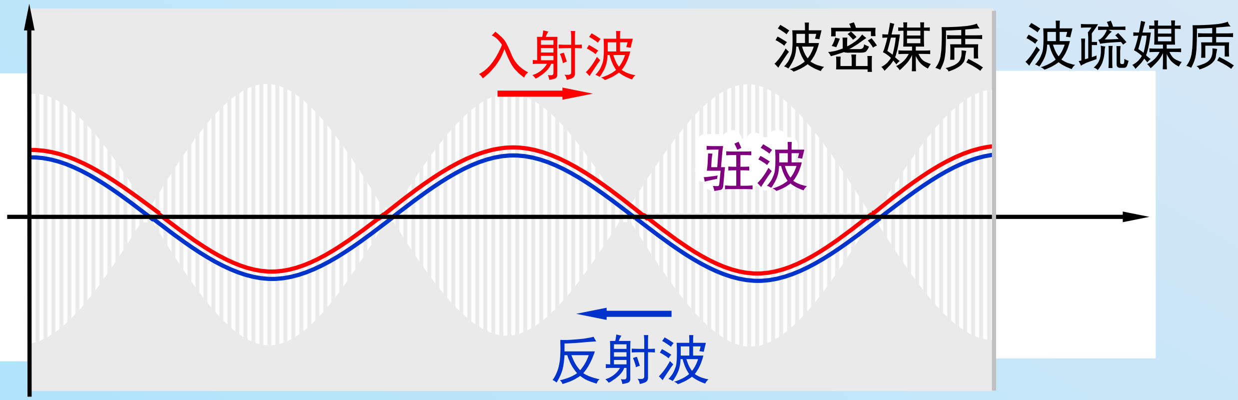
波疏媒质：ρu小的媒质。
波密媒质：ρu大的媒质。
(ρ是密度，u 是波速)

波在两媒质表面反射时

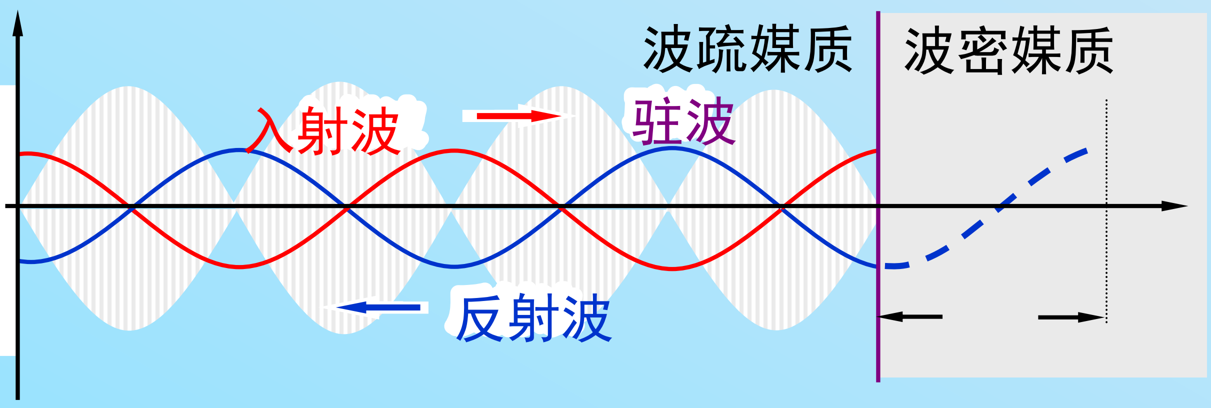


对光波， n 大为密媒质，也有上述结论。

由波密媒质入射在波疏媒质界面上反射，在界面处，反射波的振动相位总是与入射波的振动相位相同，形成驻波时，总是出现波腹。



由波疏媒质入射在波密媒质界面上反射，在界面处，反射波的振动相位总是与入射波的振动相位相反，即差了π，形成驻波时，总是出现波节。



位相差了π相当于波程差了λ/2，称为“半波损失”。

●反射与半波损失

对半波损失产生条件的进一步讨论. 见以下文献：

第19卷第6期　　大 学 物 理　　Vol.19 No.6
2000年　6月　　COLLEGE PHYSICS　　June. 2000

“产生半波损失的条件究竟是什么”,《 大学物理 》, 2000年 19卷 6期

刘启能(宜宾高等师范专科学校物理系)

教学讨论

产生半波损失的条件究竟是什么

刘启能

（宜宾高等师范专科学校 物理系，四川 宜宾　644007）

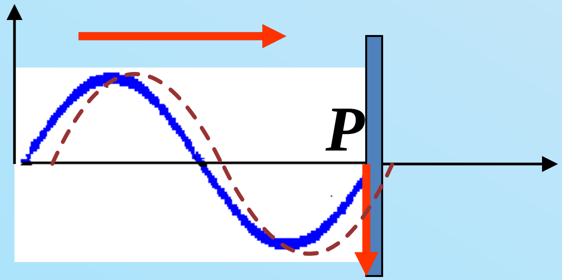
摘要：推导出发生半波损失的条件，并指出了现行教材中关于波在“固定端”、“自由端”反射的解释中存在的问题.

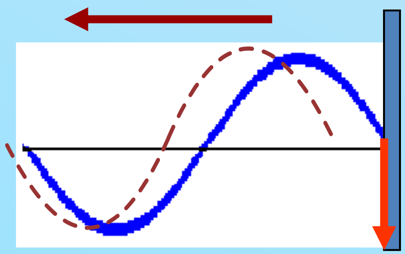
关键词：半波损失；反射；入射

例：已知入射波 t 时刻的波动曲线，问：A、B、C、D 哪条曲线是t 时刻反射波曲线？（反射壁是波密媒质）

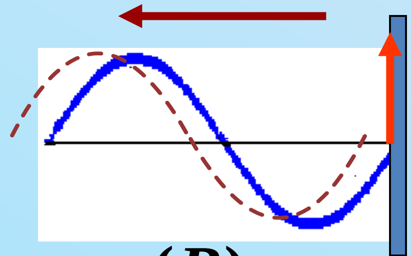
P点为波节

（B）

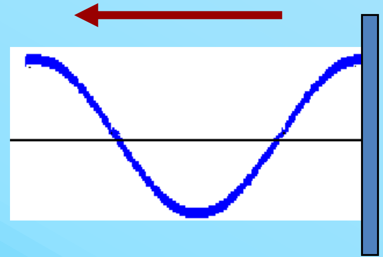




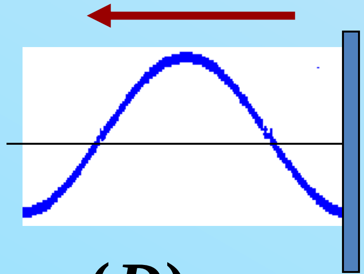
(A)



(B)



(C)

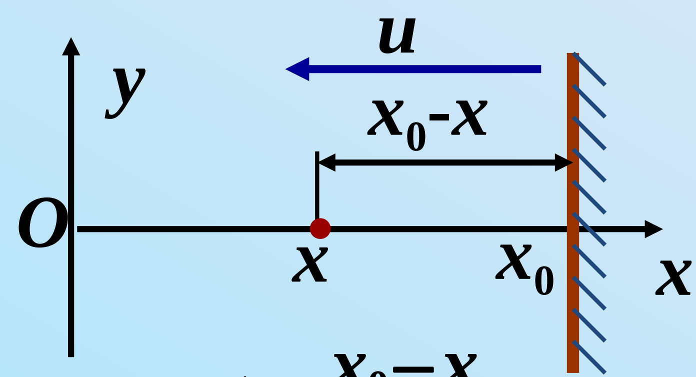


(D)

例: 平面简谐波 $y=A\cos(\omega t-kx)$，在$x_0=4\lambda$处(固定端）反射，求：(1)反射波的波函数；(2)驻波的波函数；(3)0与x_0处之间的各个波节和波腹的位置。

解： (1) x_0处反射波的振动：

$$y_1 = A\cos[(\omega t - kx_0) + \pi]$$



$$\Delta t = \frac{x_0 - x}{u}$$

$$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$$

反射波的波函数：

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \Delta t) - kx_0 + \pi]$$

$$= A\cos[\omega(t - \frac{x_0 - x}{u}) - kx_0 + \pi]$$

$$= A\cos(\omega t + kx - 15\pi) = A\cos(\omega t + kx - \pi)$$

另解：考虑波由$o \longrightarrow x_0 \longrightarrow x$

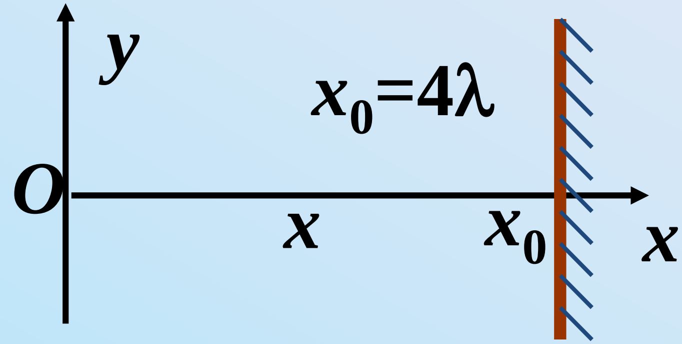
需时：$\Delta t = \dfrac{2x_0 - x}{u}$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \Delta t) - k\cdot 0 + \pi] = A\cos(\omega t + kx - \pi)$$

即：$y_{反} = A\cos(\omega t + kx - \pi)$

(2) 驻波的波函数：

$$y = y_{入} + y_{反}$$
$$= 2A\cos(kx - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$



(3) O与x_0处之间的各个波节和波腹的位置:

波节的位置应满足： $2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = 0$

即： $kx - \frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$

$\therefore\ x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\lambda}{2}\quad (n = 0,1,2\cdots 8)$

$$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda \cdots 4\lambda$$

波腹的位置应满足： $2A\cos(kx - \frac{\pi}{2}) = 2A$

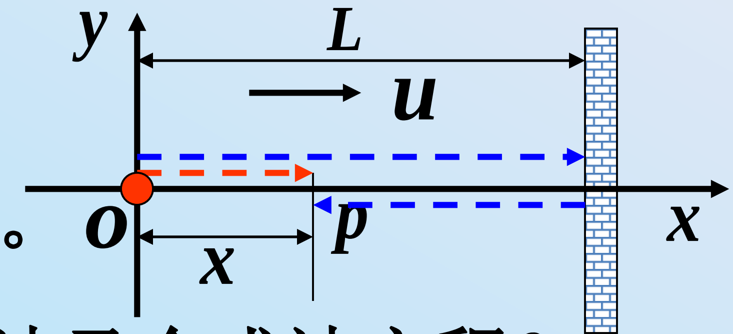
即： $kx - \frac{\pi}{2} = n\pi\quad (n = 0,1,2\cdots 7)$

$\therefore\ x = \frac{(2n+1)}{k}\frac{\pi}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4} \cdots \frac{15}{4}\lambda$$

例：已知：波源 $y_O = A\cos\omega t$

$L = \dfrac{5\lambda}{2}$ 处有一波密媒质反射壁。



求：（1）$x>0$处的入射波、反射波及合成波方程？并讨论干涉情况。

$$\Delta t = \frac{2L - x}{u}$$

解：

$$y_{入} = A\cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

有半波损失 $\pm\pi$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{2L - x}{u}) - \pi]$$

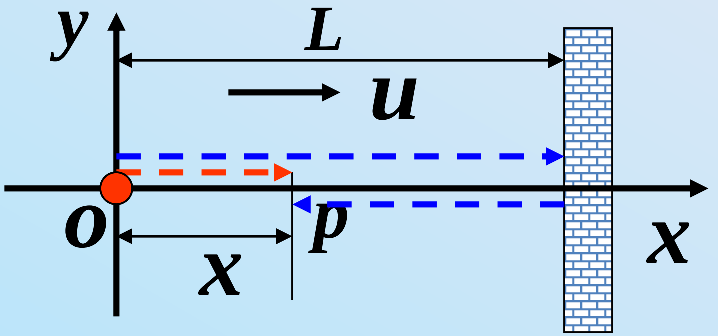
$$= A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \frac{2\pi}{\lambda}2\frac{5\lambda}{2} - \pi]$$

$$= A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \pi]$$

驻波方程

$$y_{驻} = y_{入} + y_{反} = \underline{2A\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})}$$

$$y_{驻}=y_{入}+y_{反}=2A\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}\right)\cos\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$



波腹： $\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}=\pm k\pi$

$$x_k=\left(\pm k+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}$$

x 在 0 —— $\frac{5\lambda}{2}$ 之间

$$k=0,1,2,3,4$$

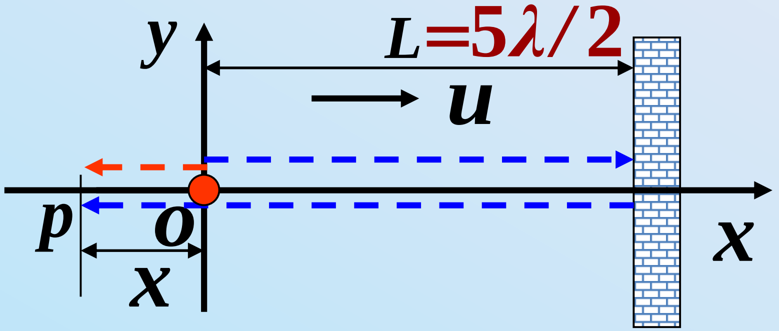
$$x=\frac{\lambda}{4},\frac{3\lambda}{4},\frac{5\lambda}{4},\frac{7\lambda}{4},\frac{9\lambda}{4}$$

波节： $\frac{2\pi}{\lambda}x-\frac{\pi}{2}=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$ ⟶ $x_k=\pm k\frac{\lambda}{2}$

$$k=0,1,2,3,4,5$$

$$x=0,\frac{\lambda}{2},\lambda,\frac{3\lambda}{2},2\lambda,\frac{5\lambda}{2}$$

（2） $x<0$处的入射波、反射波及合成波方程？并讨论干涉情况。



$$y_{入} = A\cos\omega(t + \frac{x}{u})$$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t - \frac{2L-x}{u}) - \pi] = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{5\lambda}{u} - \pi]$$

$$y_{反} = A\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \pi]$$

(实际上，这就是上一问中所求出的)

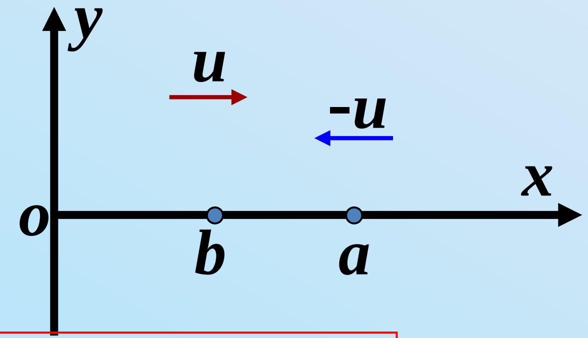
干涉静止

$$y_{合} = y_{入} + y_{反} = 2A\cos(-\frac{\pi}{2})\underline{\cos[\omega(t + \frac{x}{u}) - \frac{\pi}{2}]} = 0$$

若 L为其它值，则 $y_{合}$可不为0，$x<0$合成为行波方程。

行波方程

例: 振幅为A，频率为γ，波长为λ的简谐波沿弦线传播，在自由端a点反射。假设反射后波不衰减。已知$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$. $t=0$时, $x=0$处质元的合振动经平衡位置向y负方向运动。求b点处入射波和反射波的合振动方程。



解: 设入射波为

$$y_1=A\cos[\omega(t-\frac{x}{u})+\phi]$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)$$

$$\boxed{y_{O入}=A\cos(2\pi\gamma t+\phi)}$$

$(t-\Delta t)$

a点为自由端，故无半波损失。反射波在o点引起的振动为

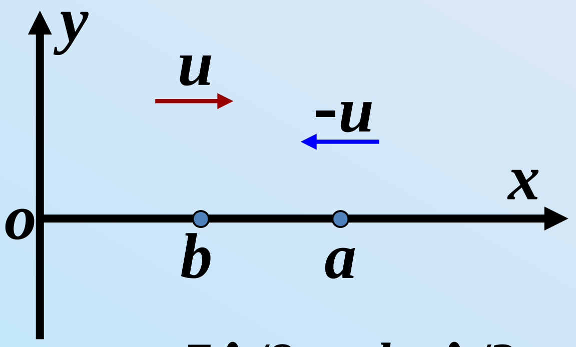
$$y_{O反}=A\cos[2\pi\gamma(t-\frac{2\overline{oa}}{u})+\phi]=A\cos[2\pi\gamma t-\frac{2\pi\times 2\overline{oa}}{\lambda}+\phi]$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t-2\pi\times 2\times 7\lambda/8/\lambda+\phi)$$

$$=A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{2})$$

$$y_1=A\cos(2\pi\gamma t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\phi)$$

$$y_{O反}=A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{2})$$



$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$

所以反射波为

$$y_2=A\cos[\omega(t+\frac{x}{u})+\phi-\frac{3\pi}{2}]$$

合成波为

$$y=y_1+y_2=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

故 $x=0$处质元o点的合振动为

$$y_O=2A\cos(-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=-\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi+\frac{\pi}{4})$$

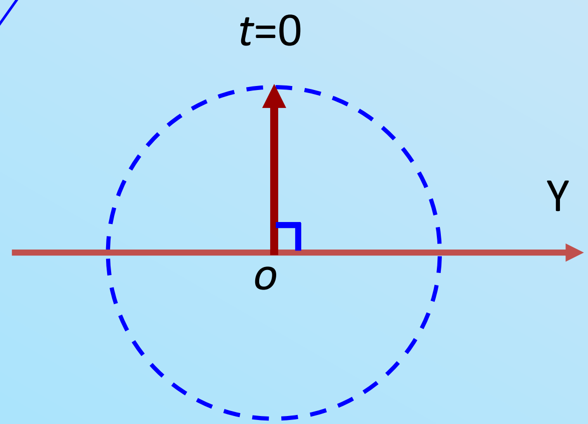
$$y_O=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t+\phi+\frac{\pi}{4})$$

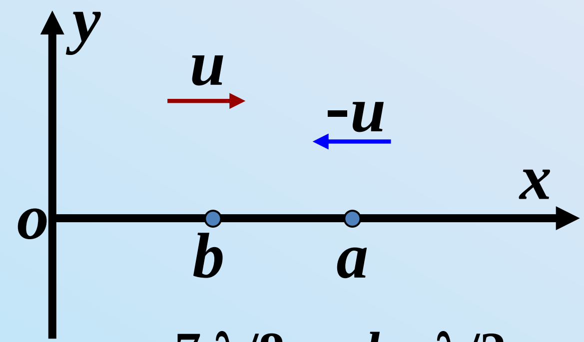
而$t=0$时，$x=0$处质元的合振动经平衡位置向负方向运动，

由旋转矢量图知，

$$\phi+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \phi=\frac{\pi}{4}$$





$oa=7\lambda/8$，$ob=\lambda/2$

合成波为

$$y=y_1+y_2=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\phi-\frac{3\pi}{4})$$

$$=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4})$$

所以，b点($x_b=\lambda/2$)的合振动方程为

$$y_b=2A\cos(2\pi\frac{\lambda/2}{\lambda}-\frac{3\pi}{4})\cos(2\pi\gamma t+\frac{\pi}{4}-\frac{3\pi}{4})$$

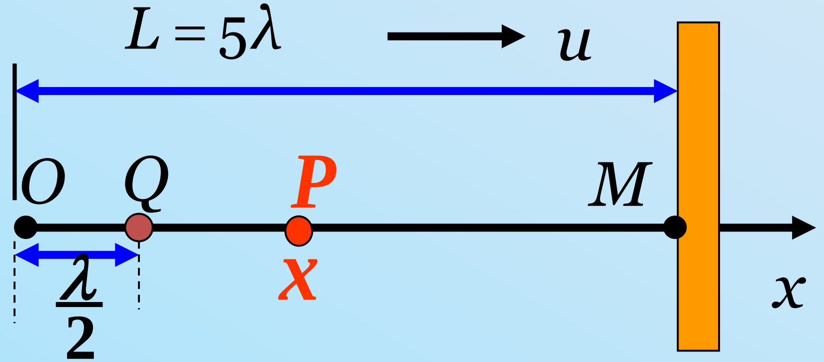
$$=\sqrt{2}A\cos(2\pi\gamma t-\frac{\pi}{2})$$

例. 波长为λ的平面简谐波沿 x正向传播,如图。已知Q 处振动方程为$y_Q=A\cos(\omega t-\pi)$, 波在M处遇一波密媒质反射面，且假设反射波振幅仍为A，求：

(1) 该平面简谐波波函数；

(2) 反射波波函数；

(3) 驻波方程。



解:(1) 以Q 为参考点

$$y_{入}=A\cos[\omega(t-\frac{x-\frac{\lambda}{2}}{u})-\pi]$$

$$=A\cos(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\cancel{2}\pi\frac{\cancel{\lambda}}{\cancel{2}}}{\cancel{\lambda}}-\pi)$$

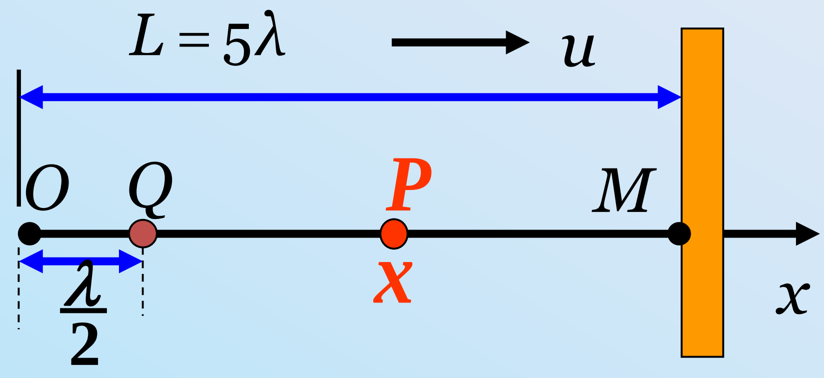
$$=A\cos(\omega t-\frac{2\pi x}{\lambda})=A\cos\omega(t-\frac{x}{u})$$

(2) 以 P 为参考点，波由

$P \longrightarrow M \longrightarrow P$

所需时间：

$$\Delta t = \frac{2(L-x)}{u}$$



波在M处遇一波密媒质反射面

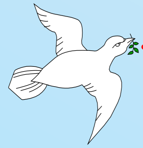
反射波为：

$$\cancel{y_{反} = A\cos\omega[t - \frac{2(L-x)}{u} - \frac{x}{u}]}$$

$$y_{反} = A\cos\{\omega[t - \frac{2(L-x)}{u} - \frac{x}{u}] + \pi\}$$

整理后得

$$y_{反} = A\cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda} - 19\pi)$$



$$\begin{cases} y_{入} = A\cos(\omega t - \dfrac{2\pi x}{\lambda}) \\ y_{反} = A\cos(\omega t + \dfrac{2\pi x}{\lambda} - 19\pi) \end{cases}$$

(3) 入射波与反射波叠加成驻波，方程为

$$y = 2A\cos(\frac{2\pi x}{\lambda} - 9.5\pi)\cos(\omega t - 9.5\pi)$$

波腹

$$\left|\cos(\frac{2\pi x}{\lambda} - 9.5\pi)\right| = 1$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} - 9.5\pi = k\pi \qquad (k = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots)$$

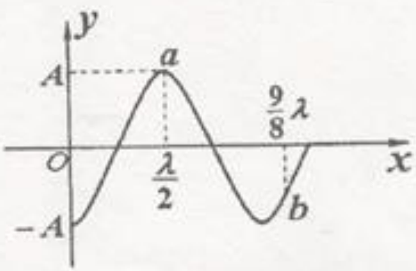
$$x = (k + 9.5)\frac{\lambda}{2}$$

$$\because 0 < x < 5\lambda$$

$$\therefore k = -9, -8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

共10个波腹

[　　] 5. 设某时刻的驻波波形曲线如图所示，则 a，b 两质点的振动位相差为：



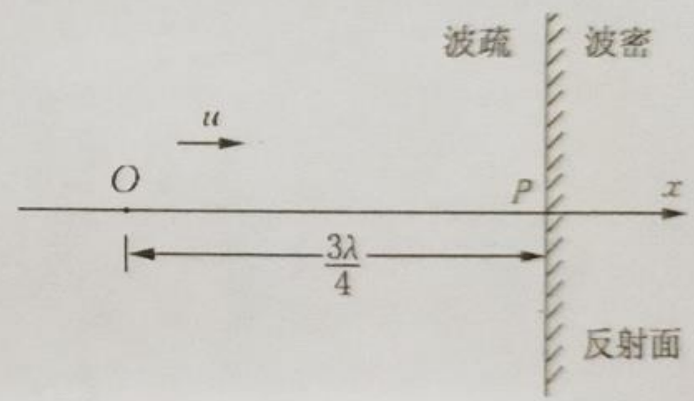
（A）π　　（B）$\frac{9}{4}\pi$

（C）$\frac{5}{4}\pi$　　（D）0

2、 如图所示，一平面简谐波沿 x 轴正向传播，已知其振幅为 A，频率为 ν，波速为 u；

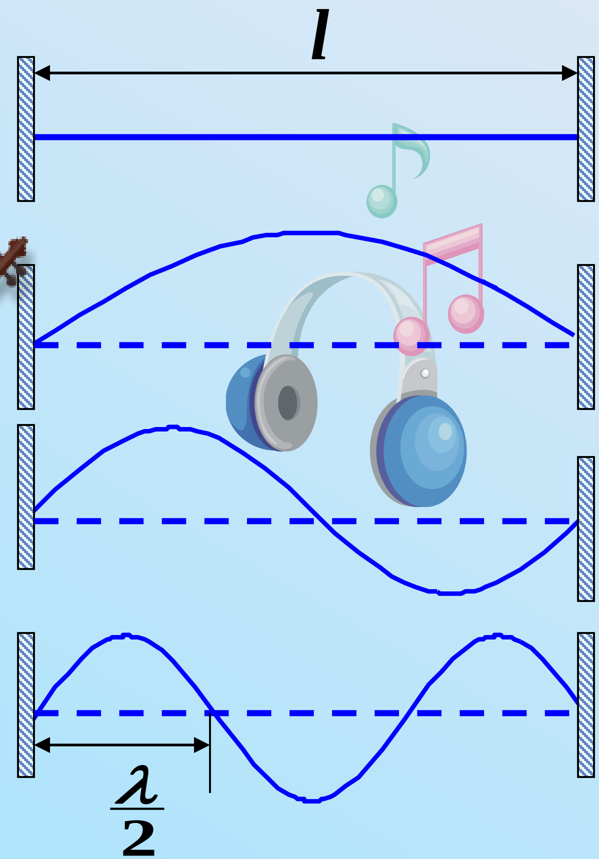
(1)若 $t=0$ 时，入射波在原点 O 处引起的振动使质元正好由平衡位置向正方向运动，写出此入射波的波函数；

(2)若从波密媒质分界面反射的波的振幅与入射波振幅相等，试写出反射波的波函数和合成波的波函数，并求 x 轴上因入射波与反射波干涉而静止的各点的位置。



4. 弦线上的驻波

◆ 讨论两端固定的弦自由振动



要形成稳定驻波，两固定端一定为波节，此边界条件就限制了波长，在波速一定时也就限制了频率。

只有弦长等于半波长的整数倍时，才能保证两固定端为波节的边界条件，即

$$l = n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3\cdots$$

$$\lambda = \frac{2l}{n} \longrightarrow \nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{nu}{2l}$$

$n = 1$ 基频（基音）

$n \geq 2$ 谐频（谐音）

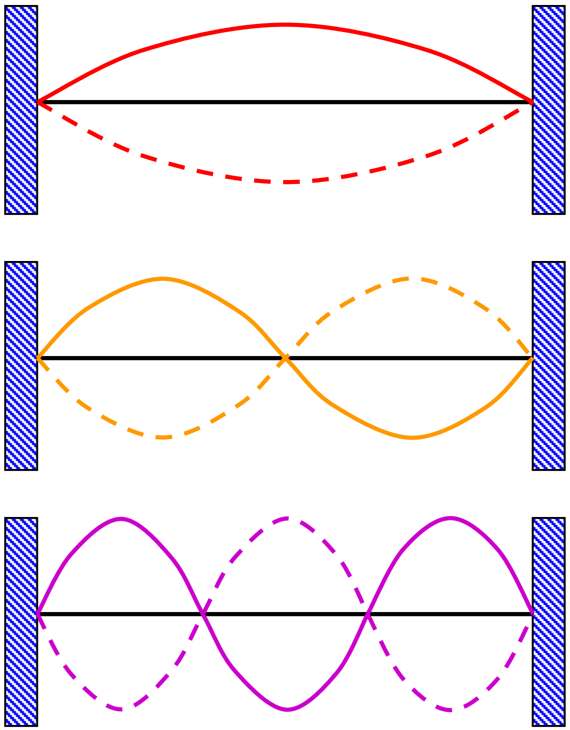
两端固定的弦线形成驻波时，波长λ_n和弦线长l应满足：

$$l = n\frac{\lambda_n}{2}, \quad \nu_n = n\frac{u}{2l} \qquad n = 1, 2, \cdots$$

由此频率决定的各种振动方式称为弦线振动的简正模式。

两端固定的弦振动的简正模式

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \cdots$$



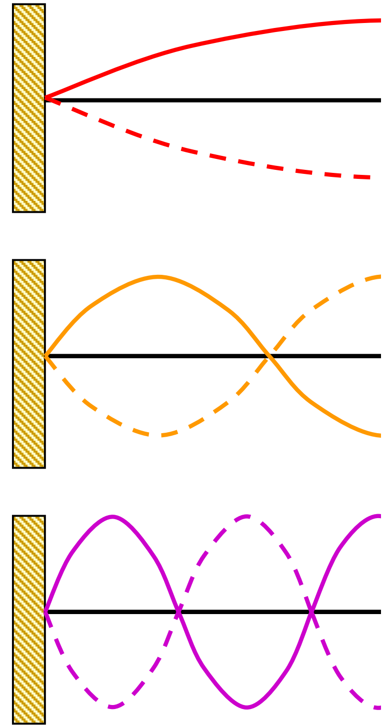
$$l = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}$$

一端固定一端自由的弦振动的简正模式

$$l = (n - \frac{1}{2})\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \cdots$$

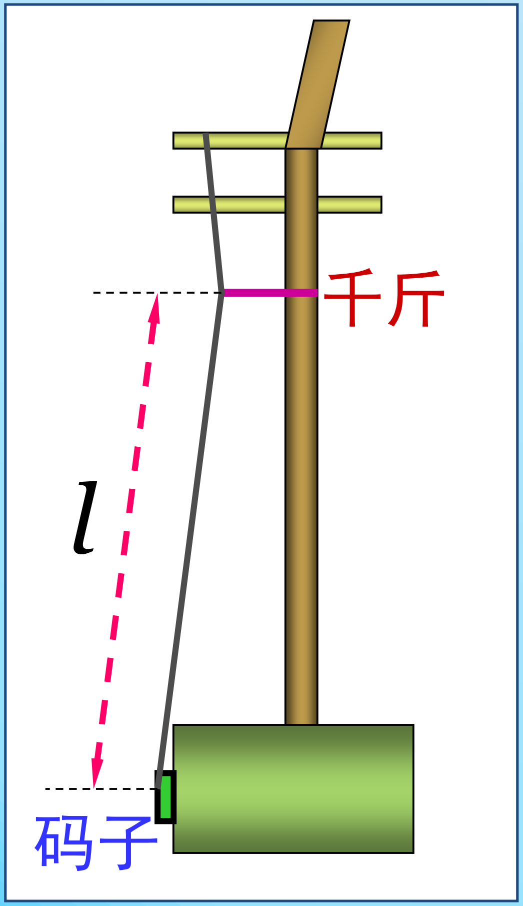


$$l = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$l = \frac{3\lambda_2}{4}$$

$$l = \frac{5\lambda_3}{4}$$

举例：如图二胡弦长l=0.3m，张力T=9.4N。线密度ρ=3.8×10^{-4}kg/m，求弦发出的声音的基频与谐频。



解：弦两端为固定点，是波节。

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1, 2, \cdots$$

频率 $\nu = \dfrac{u}{\lambda} = \dfrac{\mathrm{nu}}{2\mathrm{l}}$ 　　波速 $u = \sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

基频 $n = 1,\quad \nu_1 = \dfrac{1}{2\mathrm{l}}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}} = 262Hz$

谐频……