

# 大学物理(下)

华中科技大学

张智

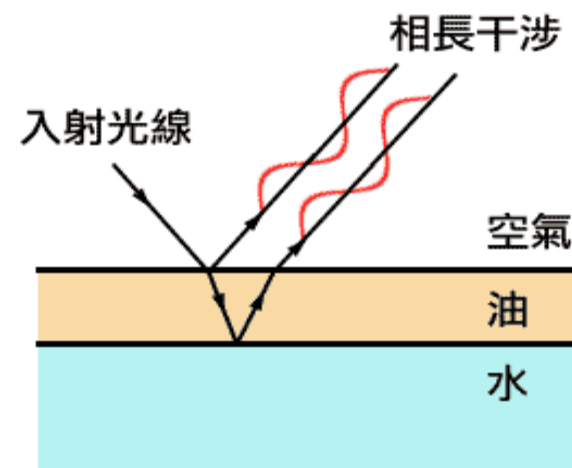
zzhang@hust.edu.cn

# 第五篇 光学

(Optics)

## 第4节 分振幅干涉

- ◆ 除了分波阵面可得到相干光外，还可以把一系列光波进行振幅分解，从而得到相干光。
- **分振幅干涉**：透明介质的两个表面对入射光依次反射时，第一表面反射的光和第二表面反射后又透射的光是相干光，它们相遇时发生干涉。



**薄膜干涉** (考虑时间相干性，得到干涉图样，介质层必须很薄)

1. 等倾干涉 (厚度均匀的薄膜干涉)
2. 等厚干涉 (厚度不均匀的薄膜干涉)

# 1.等倾干涉——厚度均匀的薄膜所得到的干涉

设薄膜厚度为 $d$ ,  
折射率为 $n$

并且:  $n_1 < n < n_2$

$$\delta = n(AC + BC) - n_1 AD$$

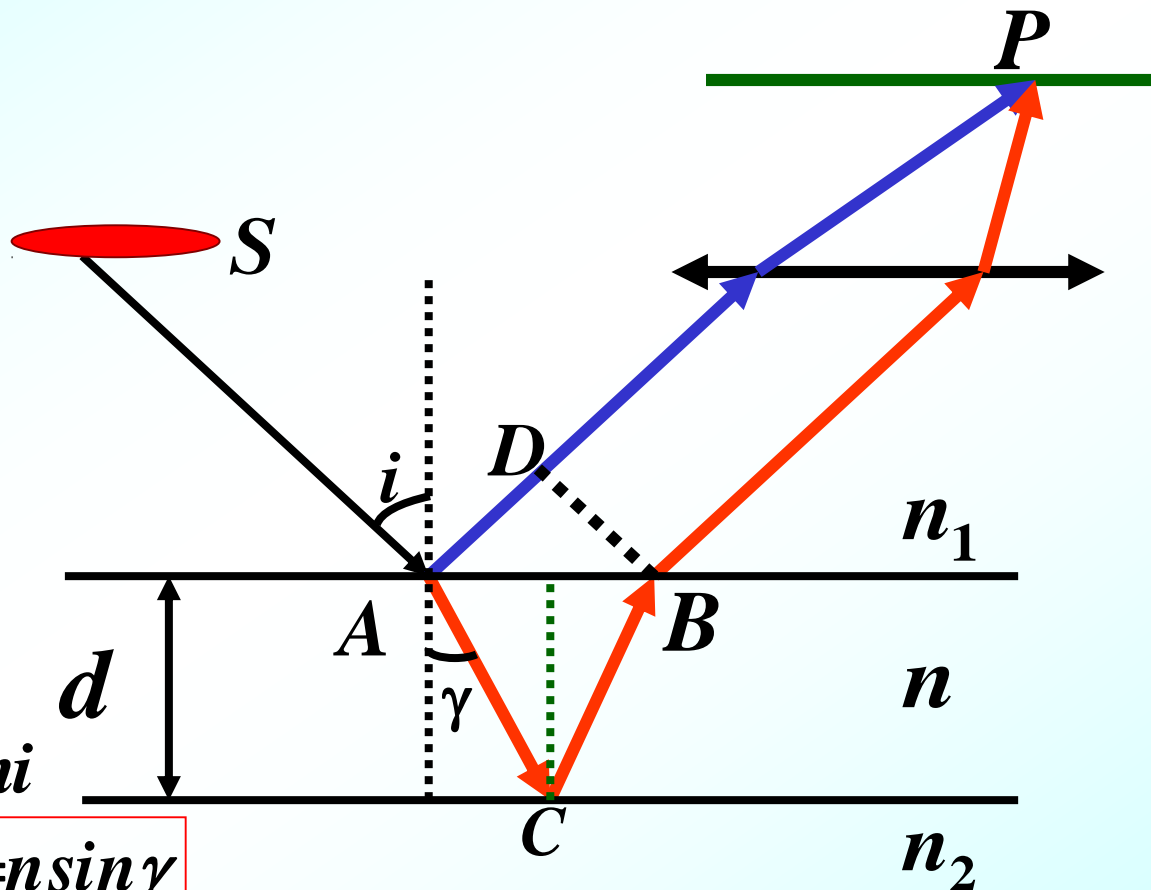
$$AC = BC = \frac{d}{\cos \gamma}$$

$$AD = AB \sin i = 2d \tan \gamma \sin i$$

$$n_1 \sin i = n \sin \gamma$$

$$\delta = \frac{2nd}{\cos \gamma} - 2n_1 d \tan \gamma \sin i = 2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i}$$

$$2d \sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$



$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

$$n_1 \sin i = n \sin \gamma$$

注意：(1) “明纹”公式中， $k \neq 0$ ，因为  $\Delta r$  不可能为 0。

(2) 明暗条件中没有  $\pm$  号。

(3) 明暗条件还可用折射角表示：

$$2nd \cos \gamma = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

(4) 明暗条件中是否考虑半波损失，要看  $n_1, n, n_2$  的关系。

$$\left. \begin{matrix} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{matrix} \right\} \text{不考虑!}$$

$$\left. \begin{matrix} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{matrix} \right\} \text{要加 } \frac{\lambda}{2} !$$

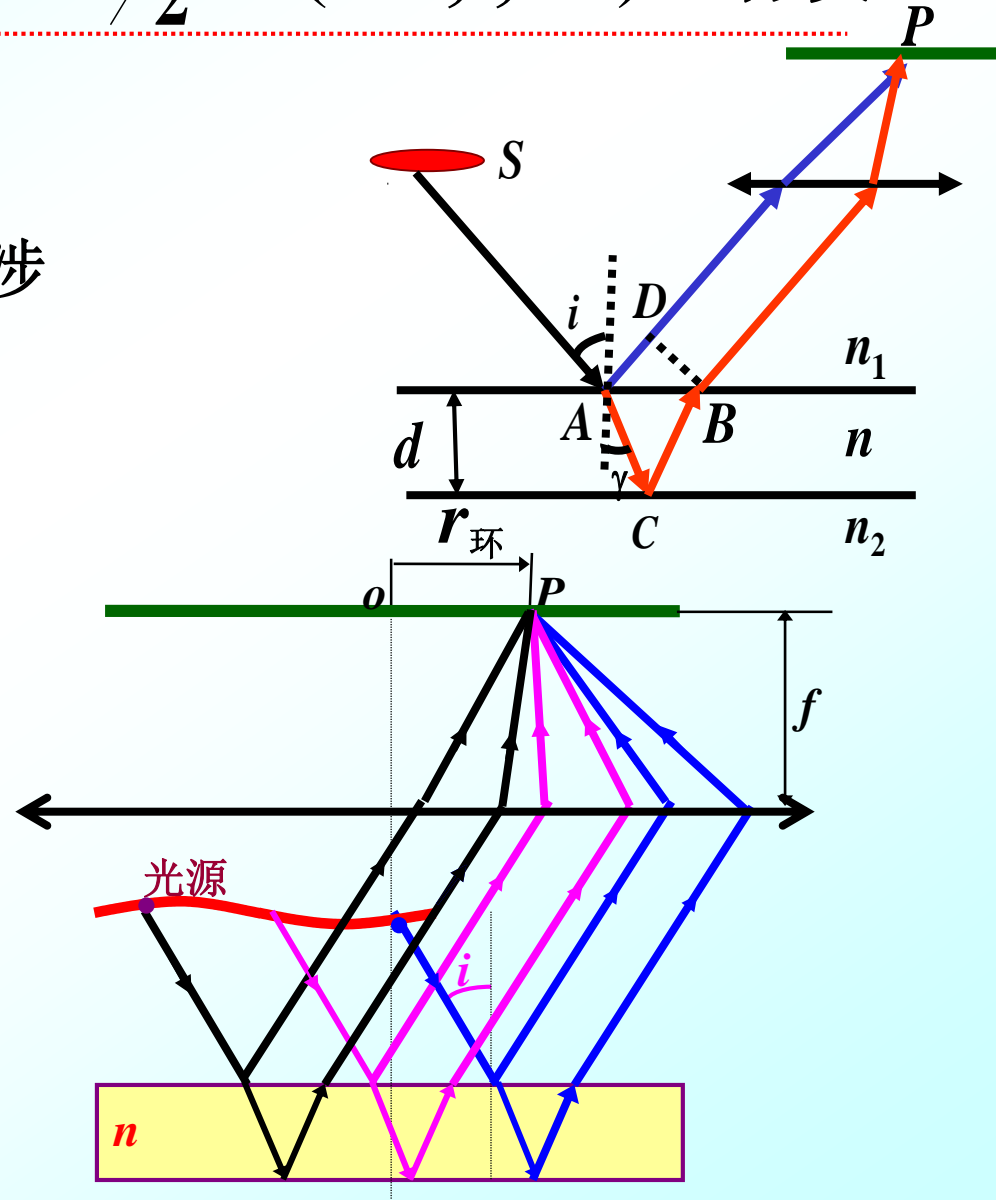
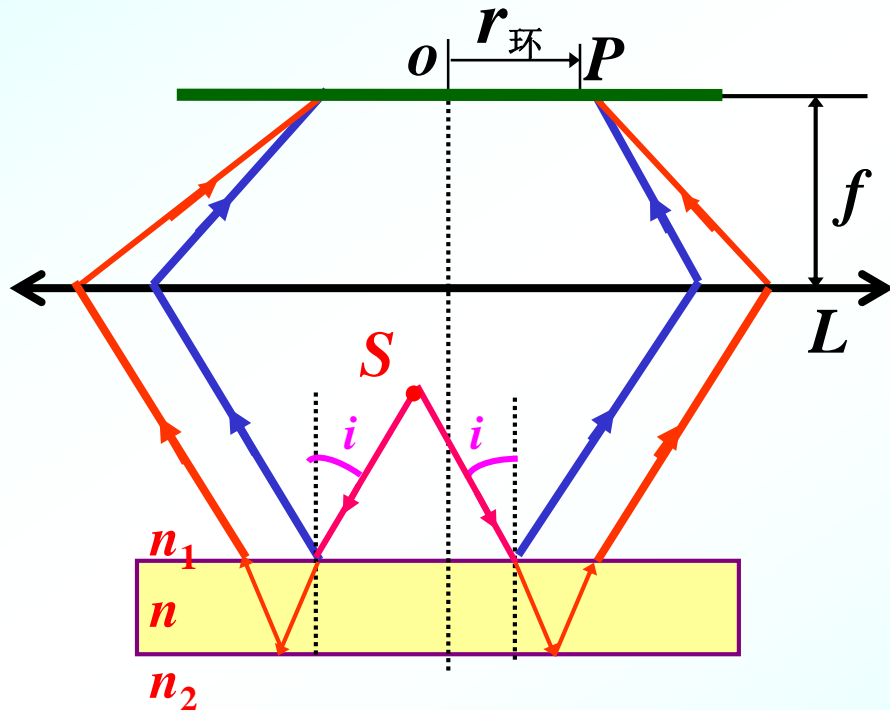
$$\frac{n_1}{n} > \frac{n_2}{n} \quad \frac{n_1}{n} < \frac{n_2}{n}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

## 干涉条纹特征:

- (1) 倾角  $i$  相同的光线对应  
同一条干涉 **圆环条纹** —— 等倾干涉
- (2) 不同倾角  $i$  构成的等倾条纹  
是一系列 **同心圆环**



**干涉条纹特征:**  $\cos\gamma_{k+1} = \cos(\gamma_k - \Delta\gamma_k) \approx \cos\gamma_k + \Delta\gamma_k \sin\gamma_k$   $\Delta\gamma_k \sim 0$

(1) 倾角  $i$  相同的光线对应同一条干涉圆环条纹 —— 等倾干涉

(2) 不同倾角  $i$  构成的等倾条纹是一系列同心圆环

(3) 愈往中心，条纹级次愈

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = k\lambda \quad n_1 \sin i = n \sin \gamma$$

$d$  一定时,  $k \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

即: 中心  $O$  点处的干涉级次最

若改变  $d$   $\left\{ \begin{array}{l} d \uparrow \text{ 中心向外冒条纹} \rightarrow \\ d \downarrow \text{ 中心向内吞条纹} \bullet \end{array} \right.$

(4) 条纹 分布: 内疏外密

$$2nd\cos\gamma_k = k\lambda$$

$$2nd\cos\gamma_{k+1} = (k+1)\lambda$$

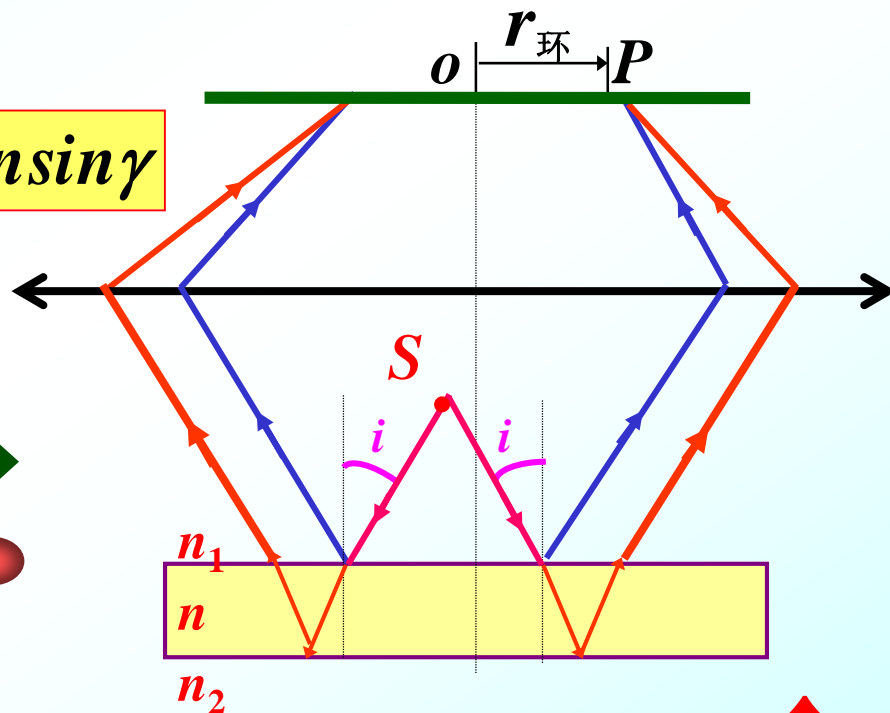
$$\Delta\gamma_k = \frac{\lambda}{2nd\sin\gamma_k}$$

$\gamma_k \uparrow$   
 $\Delta\gamma_k \downarrow$

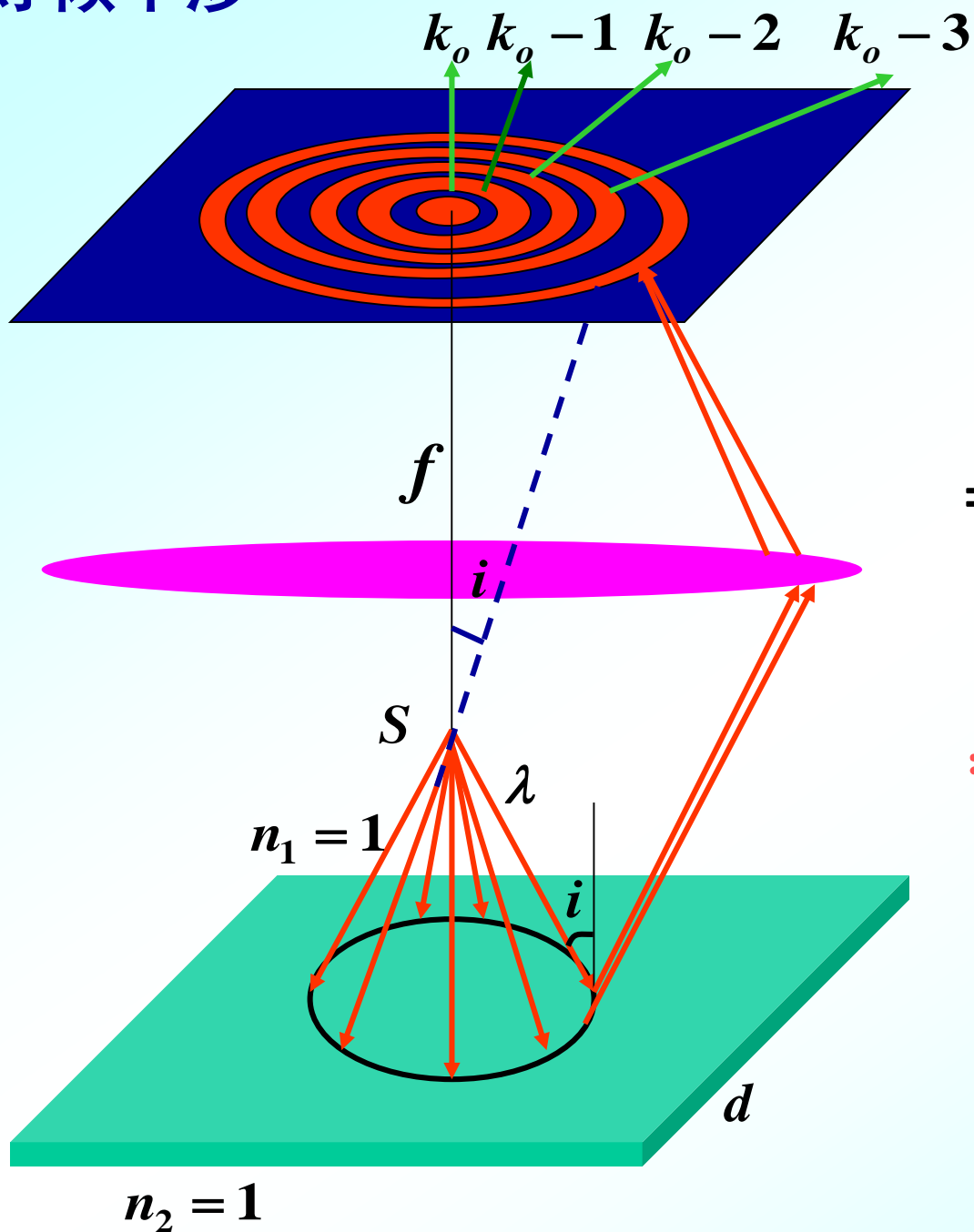
(5) 白光入射

$\lambda \uparrow \rightarrow i \downarrow \rightarrow r_k \downarrow$

—— 彩色干涉条纹



# 等倾干涉



若逐渐改变膜厚，干涉环如何变化？

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

\* 若改变  $d$ ，则

$d \uparrow$  中心向外冒条纹

$d \downarrow$  中心向内吞条纹

说明:

(1) 透射光也有干涉现象

明暗条件为:

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

反射光加强的点，透射光正好减弱（互补）

(2) 平行光垂直入射的干涉现象

✓ 单色光垂直入射时:

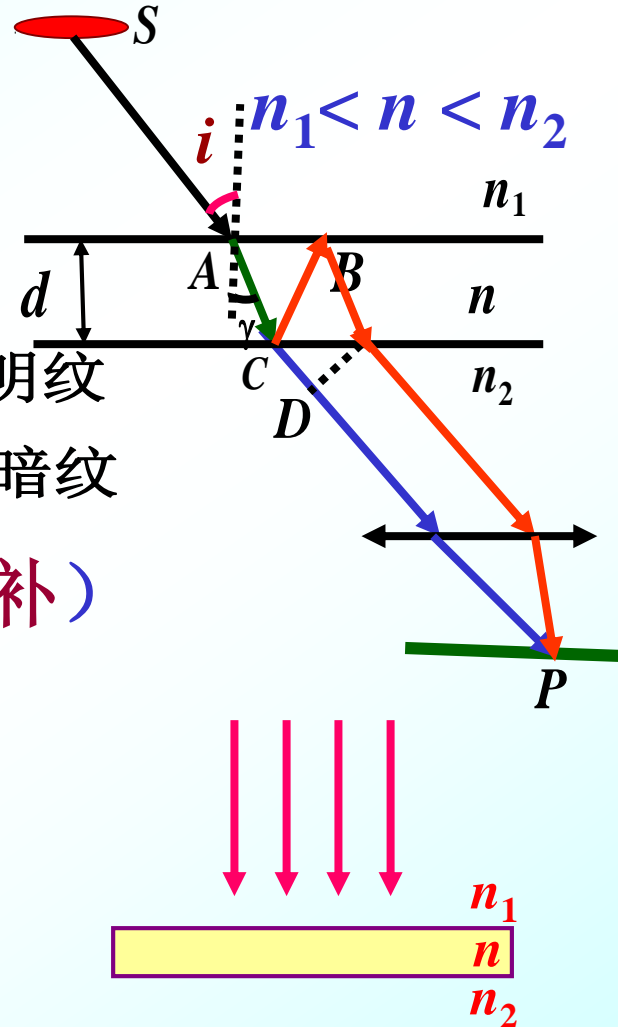
薄膜表 或全亮、或全暗、或全居中。

✓ 复色光垂直入射时:

薄膜表 有的 色亮，有的 色消失。

◆ 等倾干涉的应用 —— 增透(反)膜:

使某些 色的单色光在表 的反射干涉相消，增加透射。



$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\lambda/2 & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

**例：**折射率  $n=1.50$  的玻璃表 涂一层  $MgF_2 (n=1.38)$ , 为使它在  $5500\text{\AA}$  波 处产生**极小**反射, 这层膜应多厚?

**解：** 假定光垂直入射

$\because (n_1 < n_2 < n_3)$ , 不加  $\lambda/2$

$$n_1 = 1$$

$n_2 = 1.38$	$MgF_2$
$n_3 = 1.50$	

$$\delta = 2nd = (2k+1)\lambda/2$$

$$k=0,1,2,\dots \text{暗}$$

最薄的膜  $k=0$ , 此时

$$d = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{5500}{4 \times 1.38} \approx 1000\text{\AA}$$



$k$  取其它值亦可, 但  $d$  不能太大。为什么?

**思考：** 为什么在玻璃板上看不到干涉现象?

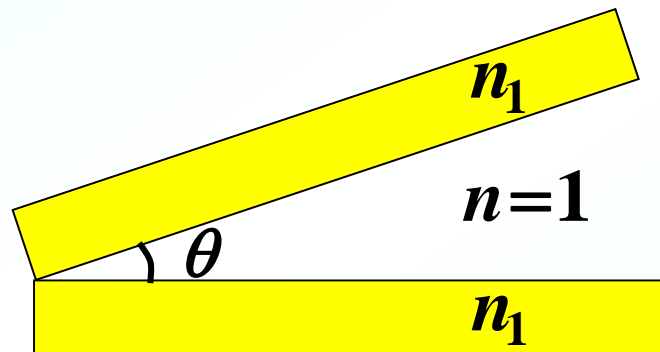
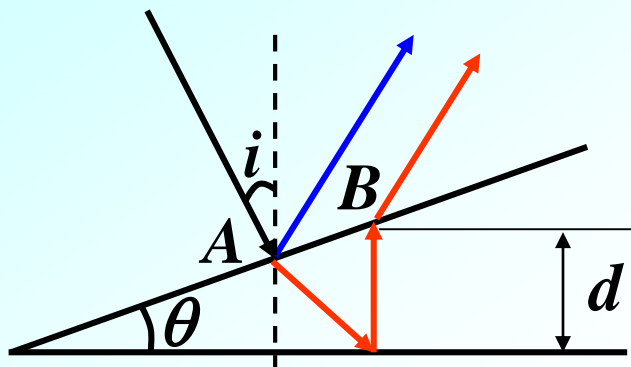
**应用：** 照相机 头、太 能电池表 增透膜, 激光谐振腔反射 增反膜, 机 形...

人眼对 绿光( $\sim 550\text{nm}$ )最敏感, 透射的是 绿光, 反射光呈现互补的**蓝紫色**。

## 2.等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

### 1) 劈尖干涉（空气 劈尖）

$$\left. \begin{array}{l} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{array} \right\} \text{要加 } \frac{\lambda}{2} !$$



$B$ 处（厚度为 $d$ ）的明暗条件：

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

若  $i=0$ ，并注意到  $n=1$ ，代入上式得：

$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$



$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

$$\text{或 } 2nd = \begin{cases} (2k-1)\frac{\lambda}{2} & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ k\lambda & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

干涉条纹的分布特征:

(1) 每一  $k$  值对应劈尖某一确定厚度  $d$

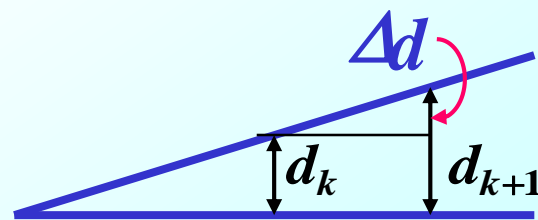
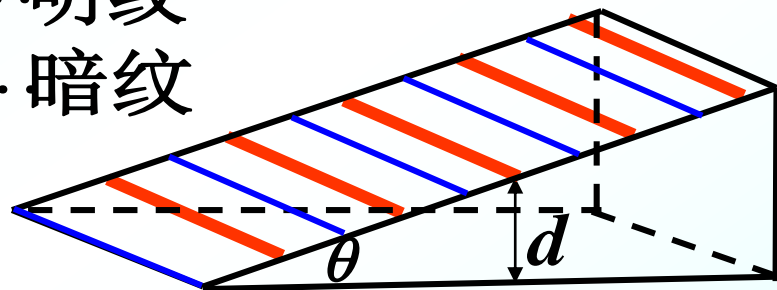
即 **同一级条纹** 对应 **同一厚度** —— 等厚条纹

干涉条纹是一组与棱边平行的明暗相间的条纹

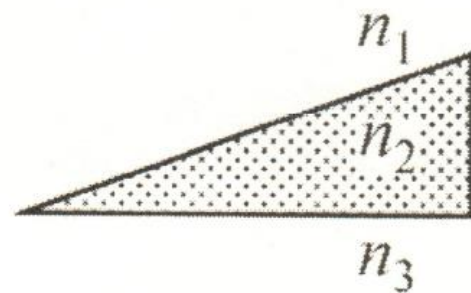
(2) 棱边处  $d=0$   $\begin{cases} n_1 = n_2 \neq n & \text{对应着暗纹} \\ n_1 < n < n_2 & \text{对应着亮纹} \end{cases}$

(3) 相 两明 (暗) 纹 对应的厚度差为:

$$\left. \begin{aligned} 2d + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2(d + \Delta d) + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned} \right\} \longrightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{2} \left( \frac{\lambda}{2n} \right)$$



5. 用波长为 $\lambda$ 的单色光垂直照射折射率为 $n_2$ 的劈尖薄膜 (如图), 图中各部分折射率的关系为 $n_1 < n_2 < n_3$ , 观察反射光的干涉条纹, 从劈尖尖端开始向右数第五条暗纹中心所对应的劈尖厚度为\_\_\_\_\_。

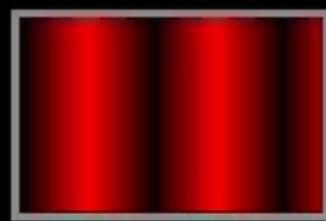
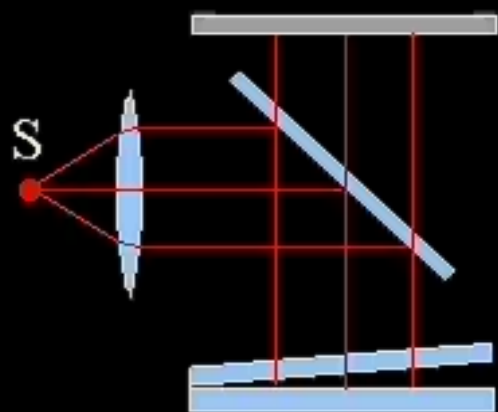
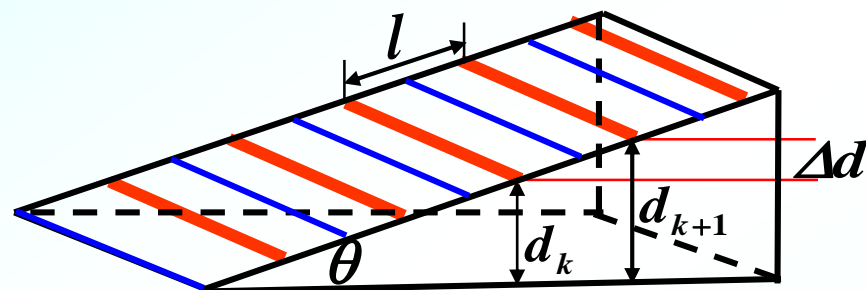


(4)明（暗）纹 距  $l$ :

$$l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2} \quad \left( = \frac{\lambda}{2n} \right)$$

$$l = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} \quad \left\{ \begin{array}{l} \theta, \lambda \text{ 一定, } l \text{ 确定, 条纹等距} \\ \theta \text{ 一定, } \lambda \uparrow, l \uparrow; \lambda \downarrow, l \downarrow \\ \theta \uparrow, l \downarrow \text{ 条纹变密, } \theta \downarrow, l \uparrow \text{ 条纹变疏} \end{array} \right.$$

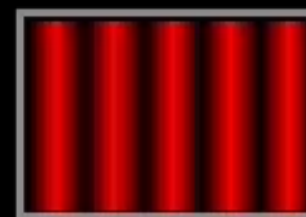
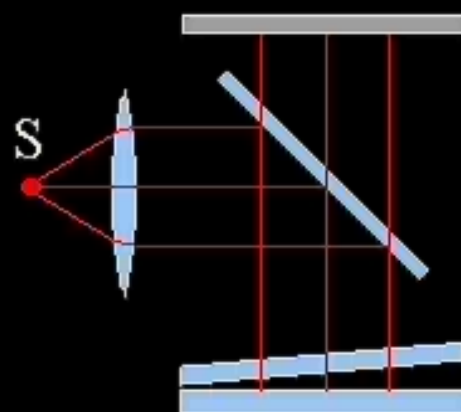
$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$



劈尖干涉条纹

6700Å

波长变化对劈尖干涉条纹的影响

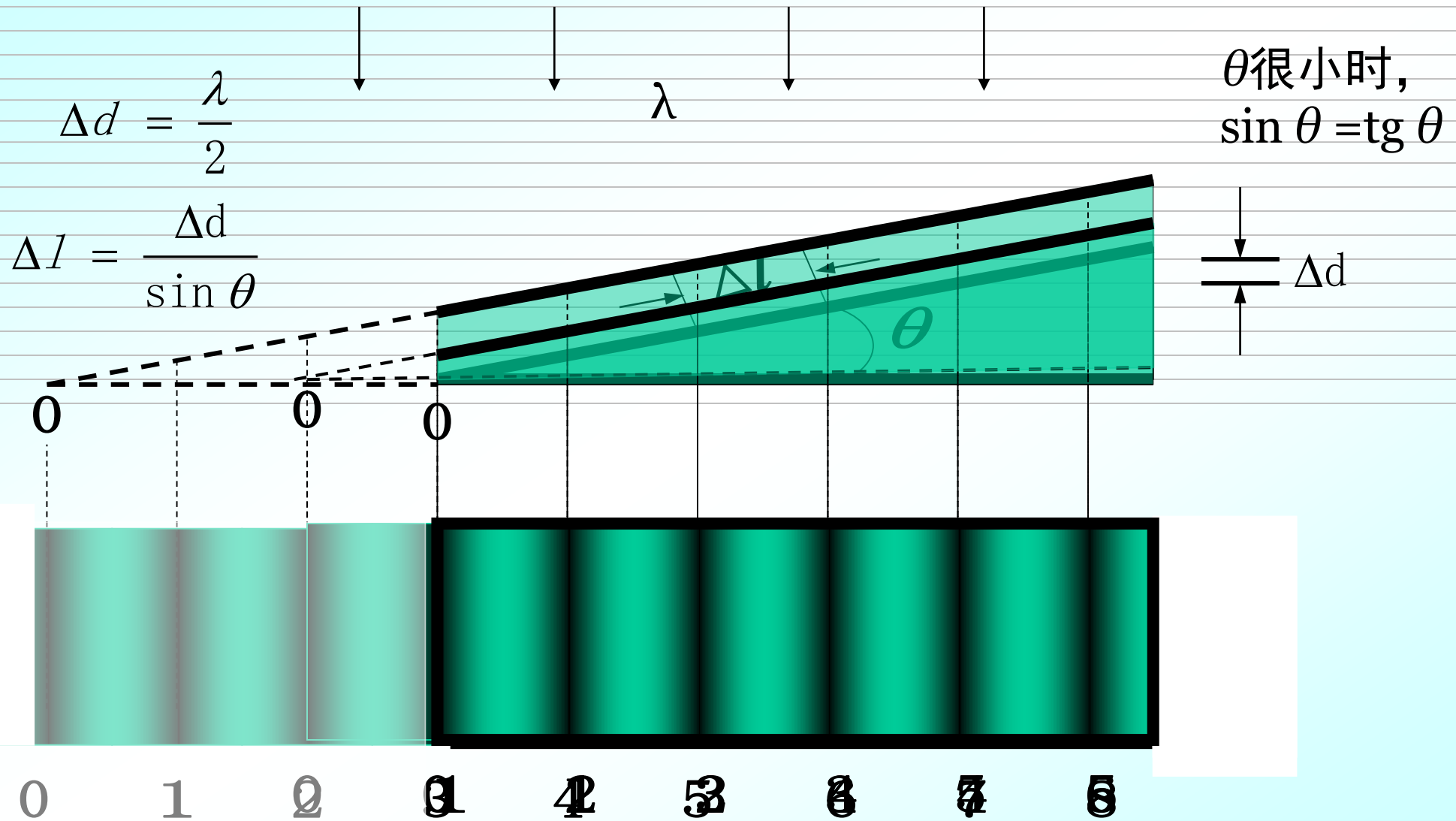


劈尖干涉条纹

1.角度的变化

劈尖干涉的讨论

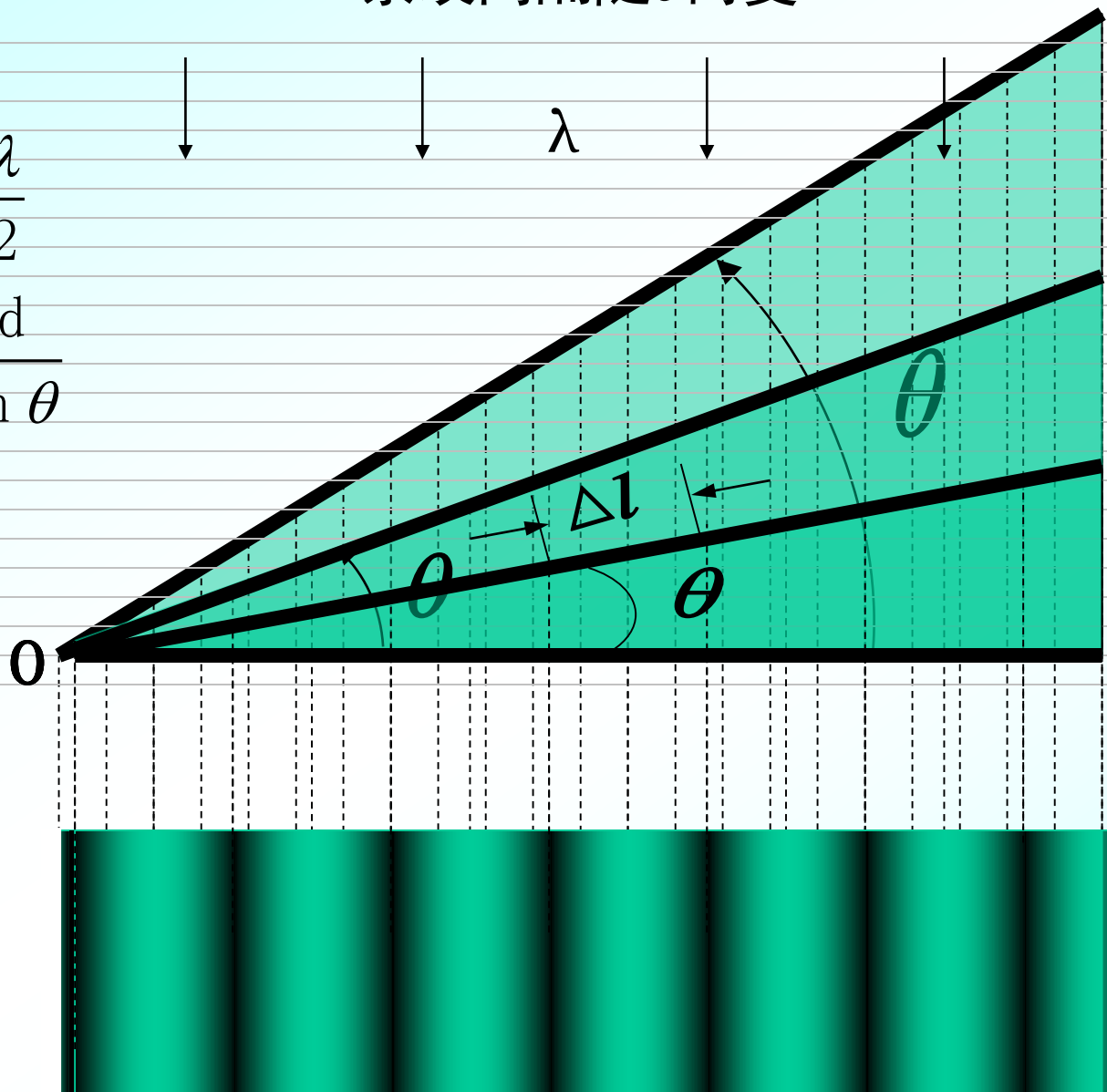
$\theta$ 不变, 改变厚度, 条纹整体随交棱平移



$$\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

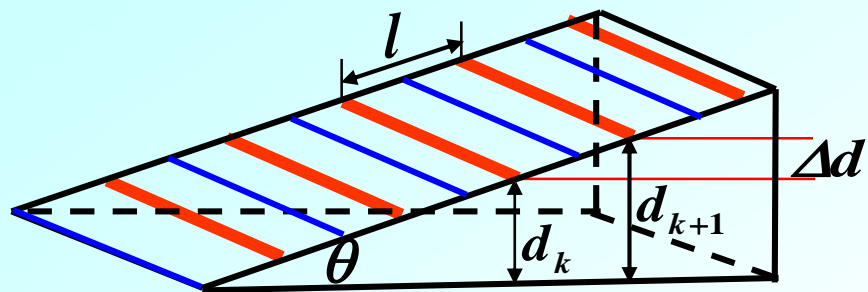
条纹间隔随 $\theta$ 而变

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$
$$\Delta l = \frac{\Delta d}{\sin \theta}$$



$\theta$ 很小时,  
 $\sin \theta = \tan \theta$

$$\Delta d$$



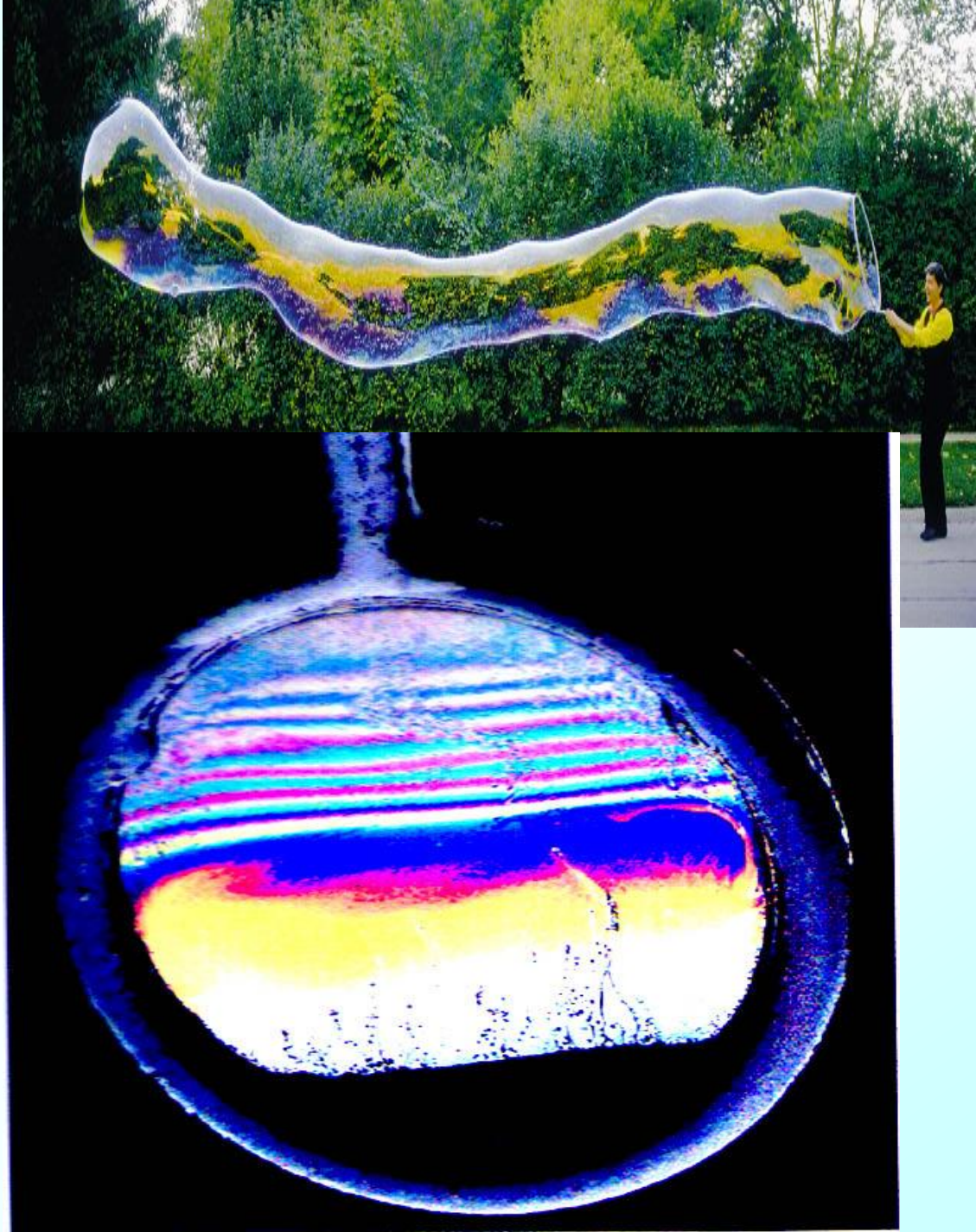
第 $k$ 级明纹:

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1, 2, \dots)$$



(5) 复色光入射得彩色条纹

肥皂膜



**注意:**

**1<sup>0</sup>** 以上讨论的是空气隙劈尖，若是其它情况相应公式另写。

$$* \quad \delta = 2nd\left(+\frac{\lambda}{2}\right) = \begin{cases} k\lambda & k=1,2,3,\dots \quad \text{最大, 明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\dots \quad \text{最小, 暗纹} \end{cases}$$

$$* \quad \Delta d = \lambda/2n$$

$$* \quad L = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}$$

\*  $d=0$ 处不一定是暗纹

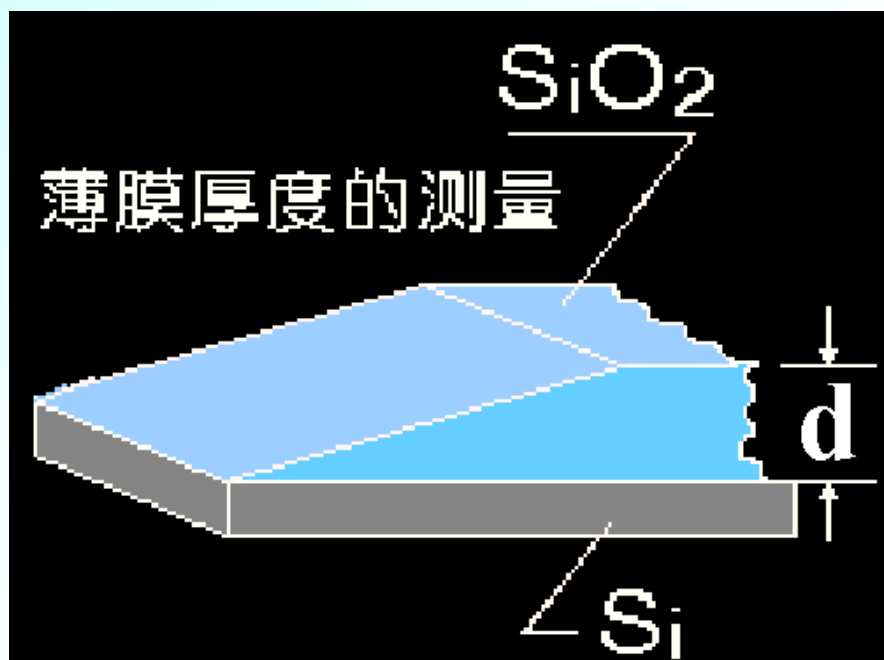
**2<sup>0</sup>** 复色光入射得彩色条纹。



# 劈尖干涉的几个应用：

▲可通过已知 $\lambda$ ，测 $\theta$ 可求得

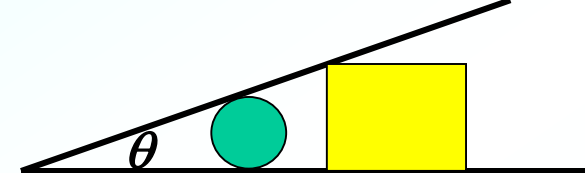
例：利用劈尖干涉判断薄膜（ $\text{SiO}_2$ ）的生 情况



$$2n_1d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

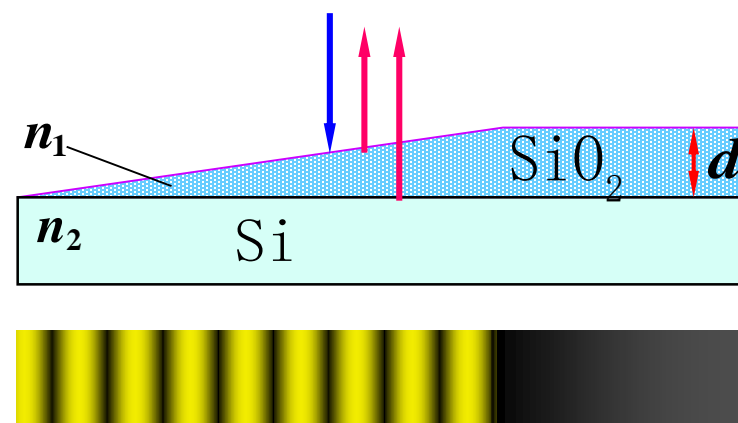
$$2n_1d_{k+1} + \frac{\lambda}{2} = (k+1)\lambda$$

$$\longrightarrow \Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_1}$$



属丝直径、薄膜厚度。

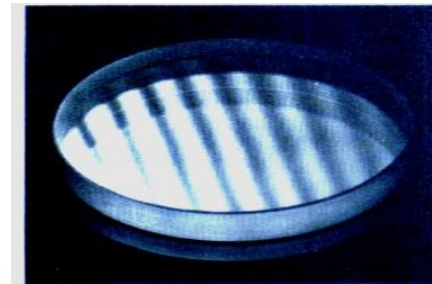
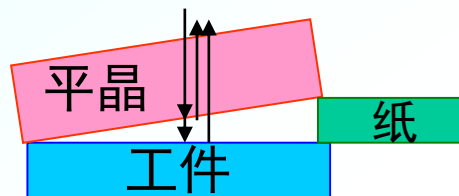
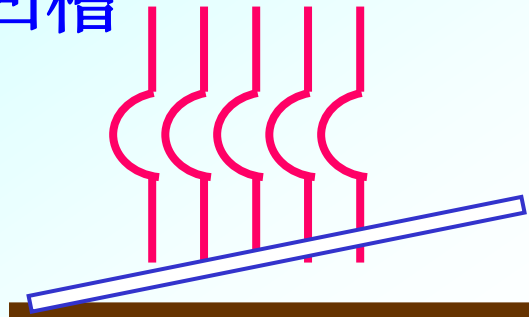
测膜厚



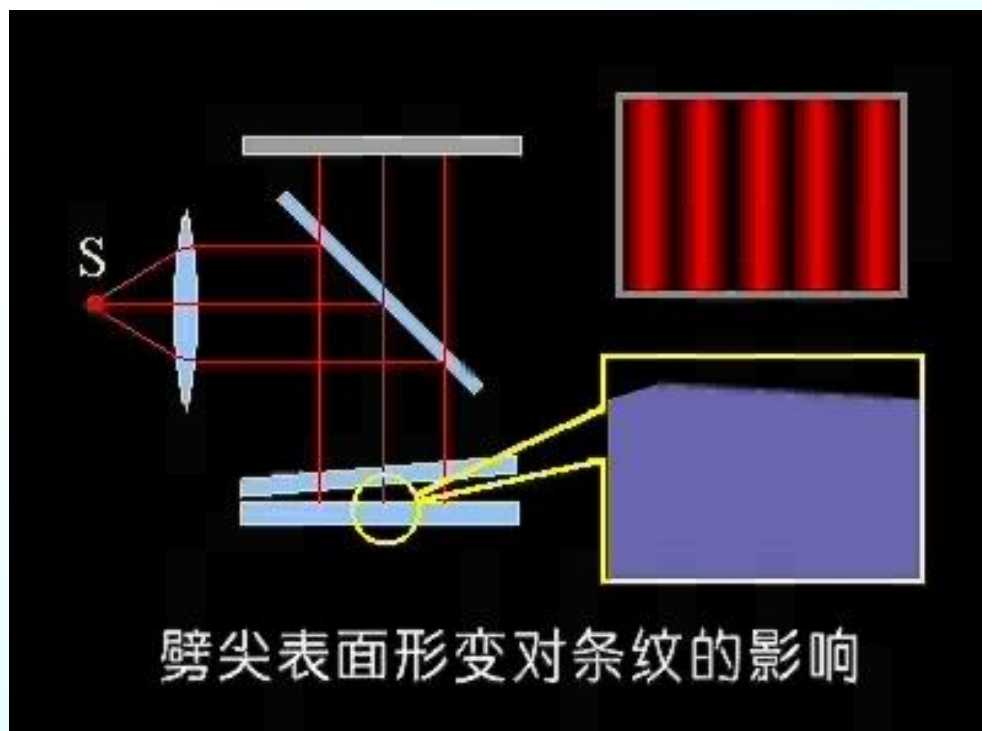
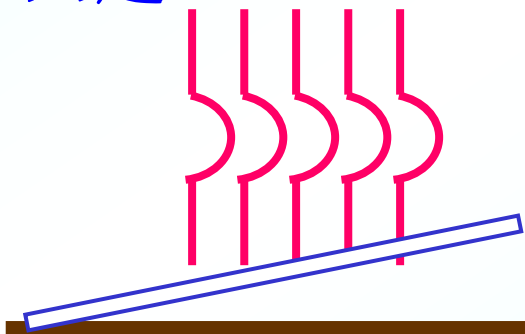
$$d = N \frac{\lambda}{2n_1}$$

## ▲可检测工件的平整度

有“凹槽”

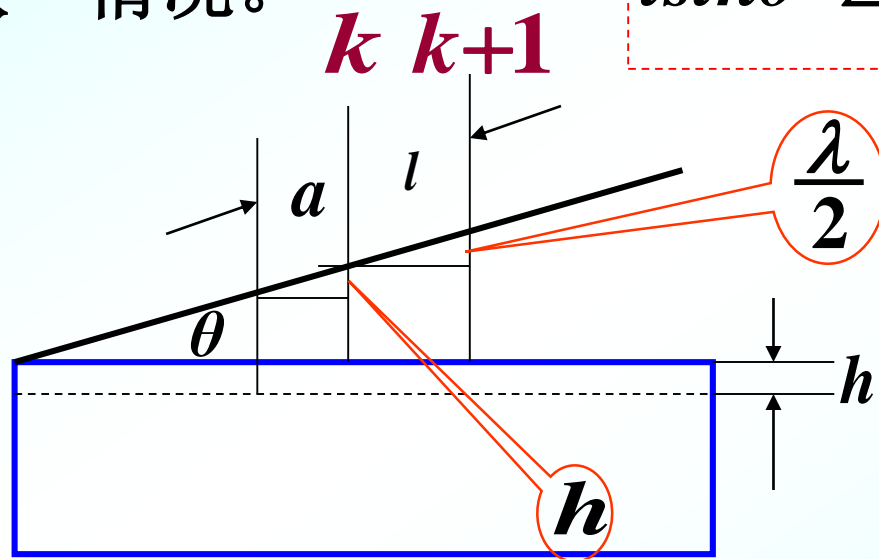
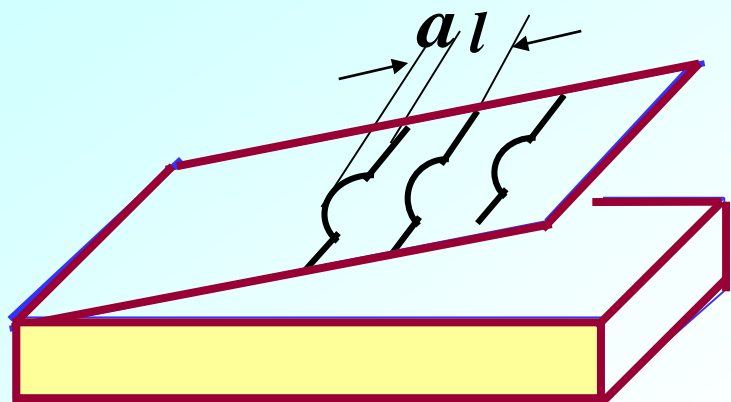


有“凸起”



例：分析下图中工件表面的缺陷情况。

$$l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$$



解：  $2nd + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$        $l \sin \theta = \Delta d = \frac{\lambda}{2n}$       这  $n=1$ .

分析可知缺陷为坑或槽。那么，坑或槽的深度  $h=?$

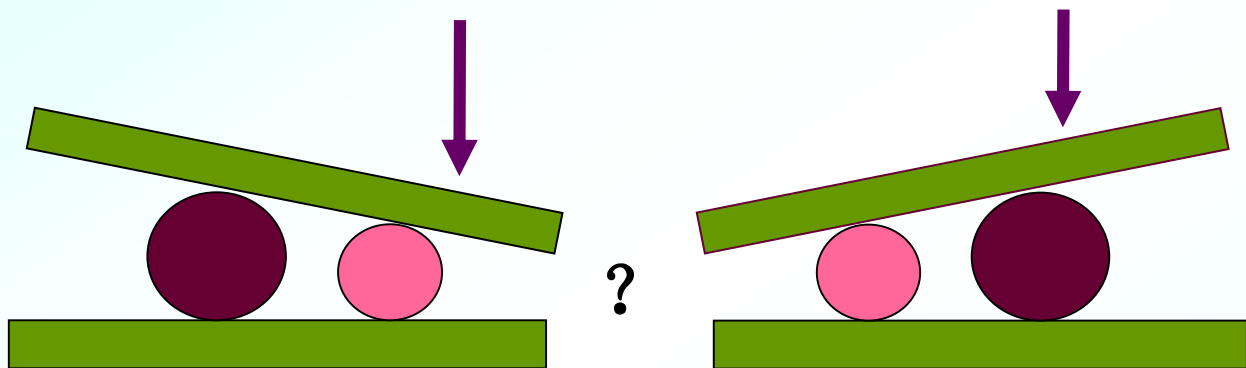
$$\sin \theta = \frac{h}{a} = \frac{\lambda/2}{l} \rightarrow h = \frac{a\lambda}{2l}$$

## ▲用两块平玻璃板能否判别两个直径相差很小的珠？

解：如图，构成劈尖，通过观察干涉条纹来判别。

珠的排列有右边两种可能。

条纹距为  $l = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$



所以通过改变 $\theta$ 可以改变条纹距。

在右边4 上方端轻轻地压一下：

□ 若右边的小，则压后 $\theta$ 增大，条纹距变小，等厚干涉条纹变密；

□ 若右边的大，则压后 $\theta$ 减小，条纹距变大，等厚干涉条纹变疏。

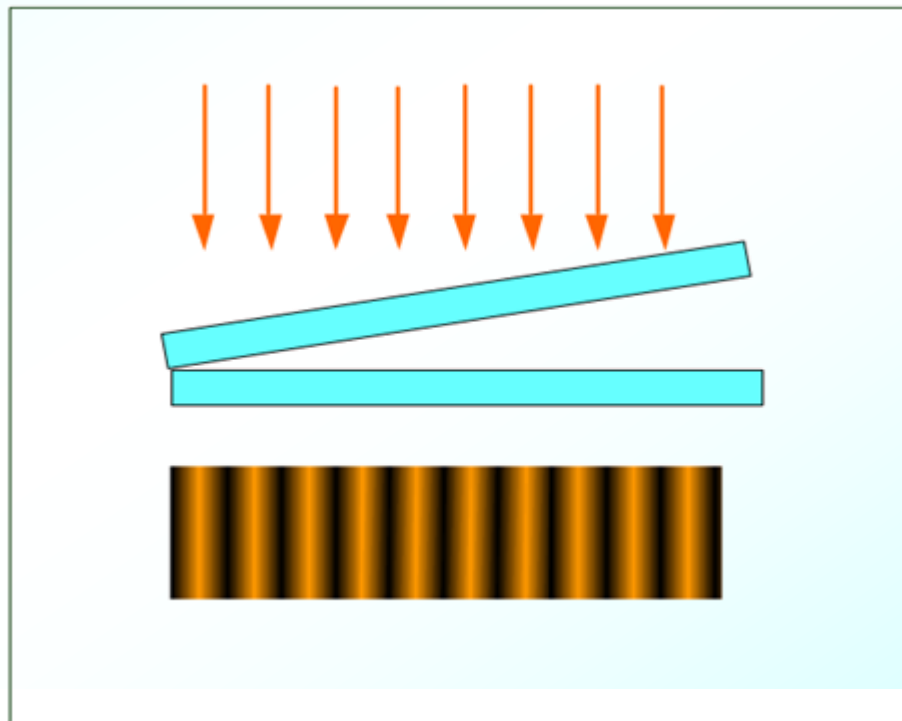
据此即可判别。

另：用白光入射。  $2nd_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$

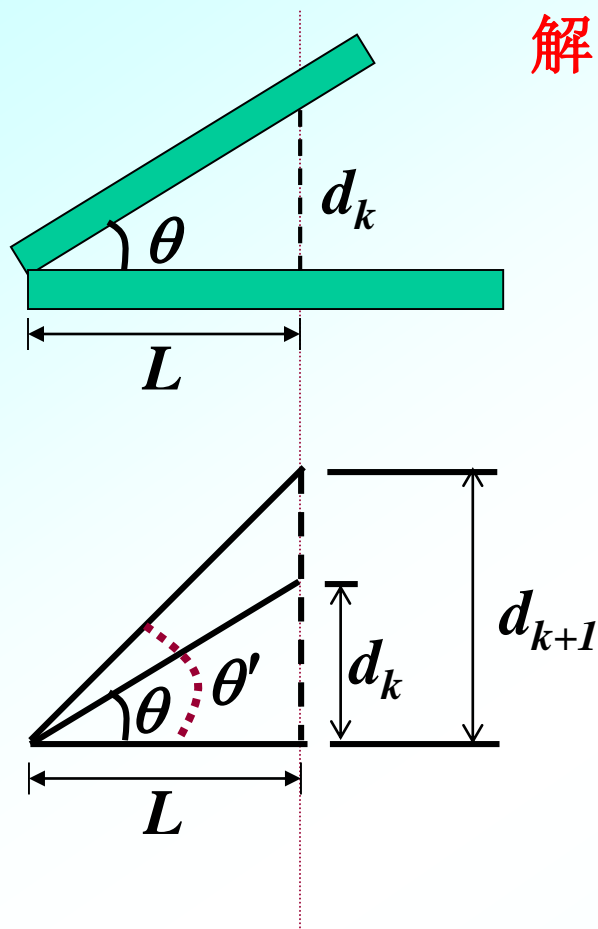
◆ 对同一级条纹，形成彩带，波长大的(红色)的 $d_k$ 大，故近红色一端的珠直径大。

## ▲劈尖干涉条纹的移动

每个条纹对应劈尖内的一个确定的厚度，当此厚度对应的位置改变时，**对应的条纹随之移动。**



**例：**用波 为 $\lambda$ 的单色光**垂直照射**到空气劈尖上，从反射光中观察干涉条纹，距 点 $L$ 处是暗条纹。使劈尖角 $\theta$ 连续变大，直到该点再次出现暗条纹为止。则劈尖角的改变 $\pm \Delta\theta$ 是多少？



**解：**设 $L$ 处是第 $k$ 级暗纹，空气膜厚为 $d_k$ ，则光程差满足  $\delta_k = 2nd_k + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$ ， $n=1$

所以， $d_k = k\lambda/2$  从而， $d_{k+1} = (k+1)\lambda/2$

故，第 $k+1$ 级暗纹在第 $k$ 级暗纹的右侧。

在劈尖角 $\theta$ 连续变大的过程中，**条纹向左平移**。

$L$ 处再次出现暗条纹，表明第 $(k+1)$ 暗纹移到了 $L$ 处。设此时劈尖角为 $\theta'$ 。

$$\text{而 } \Delta\theta = \theta' - \theta$$

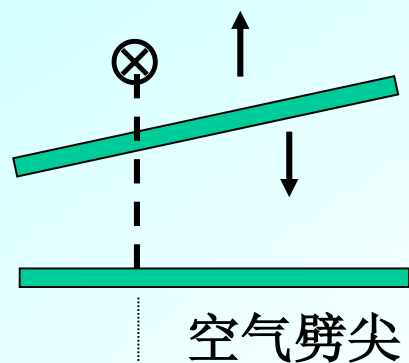
在实 上劈尖角很小，于是

$$\theta = \tan \theta = d_k / L = k\lambda / (2L)$$

$$\theta' = \tan \theta' = d_{k+1} / L = (k+1)\lambda / (2L)$$

$$\text{故 } \Delta\theta = \theta' - \theta = \lambda / (2L).$$

**例：**如图，显微镜的叉丝正对着一条暗纹，当劈尖的上表向上平移时，观察到的干涉条纹会发生怎样的变化？若向下平移呢？



**解：**先考虑向上平移的情况。

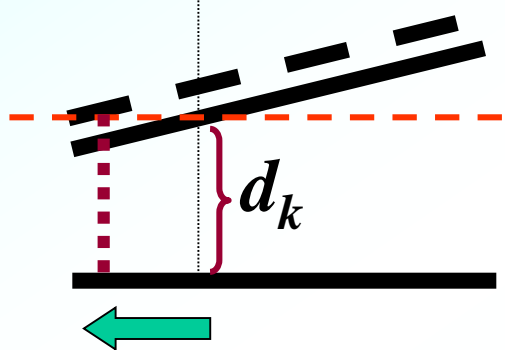
设此处是第 $k$ 级暗纹，且此处空气膜厚为 $d_k$ ，则光程差满足  $\delta_k = 2nd_k + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2$ ,  $n=1$

所以,  $d_k = k\lambda/2$ .

由上式可知，第 $k$ 级暗纹所对应的空气膜的厚度是确定的。

在上表向上平移的过程中，第 $k$ 级暗纹向左移。

所以，在上表向上平移的过程中，全条纹整体向左平移。



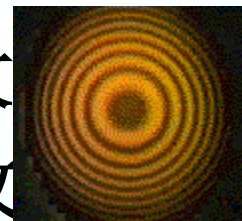
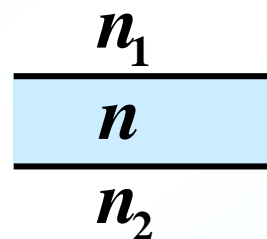
◆ 向下平移时可作类似分析，条纹整体向右平移。

# ●分振幅干涉 (薄膜干涉)

## 1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

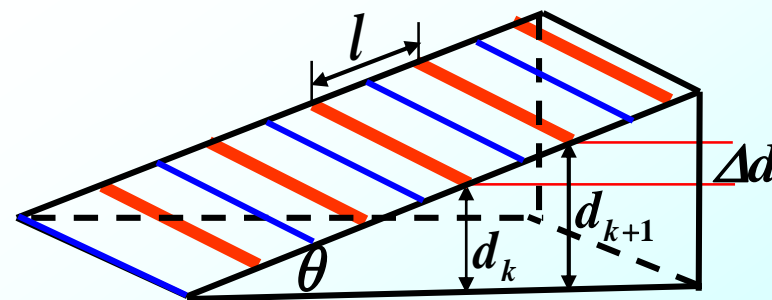
$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹} \end{cases}$$

(真空中的波)



## 2.等厚干涉 (薄膜厚度不均匀)

### 1) 劈尖干涉 (空气 劈尖)



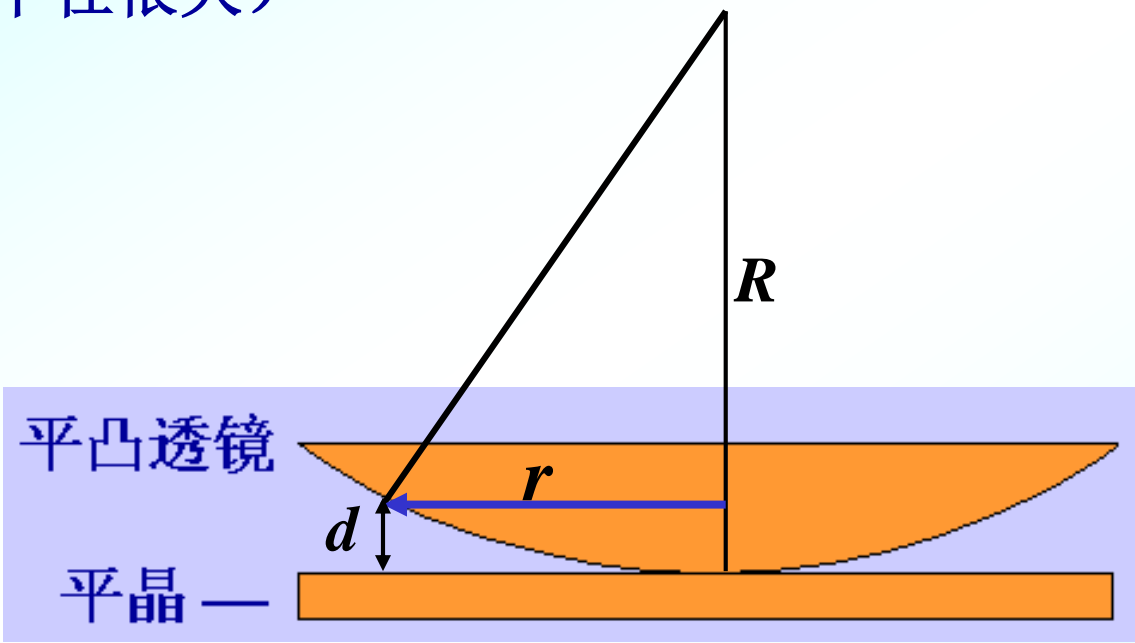
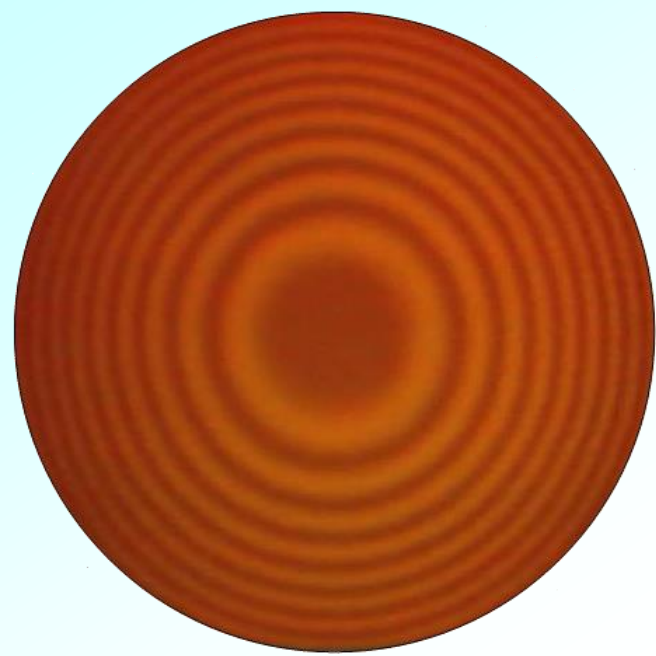
$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,\dots) \dots \text{明纹}$$

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2,\dots) \dots \text{暗纹}$$

$$l = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

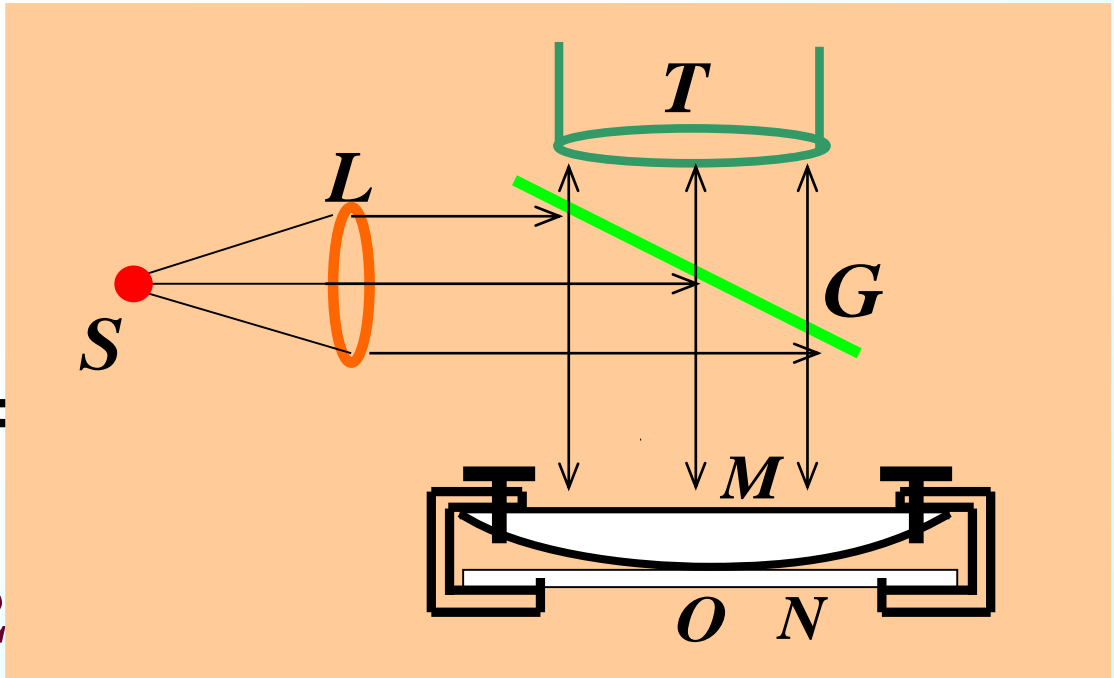
# 2) 牛 环 (平凸透 的曲率半径很大)



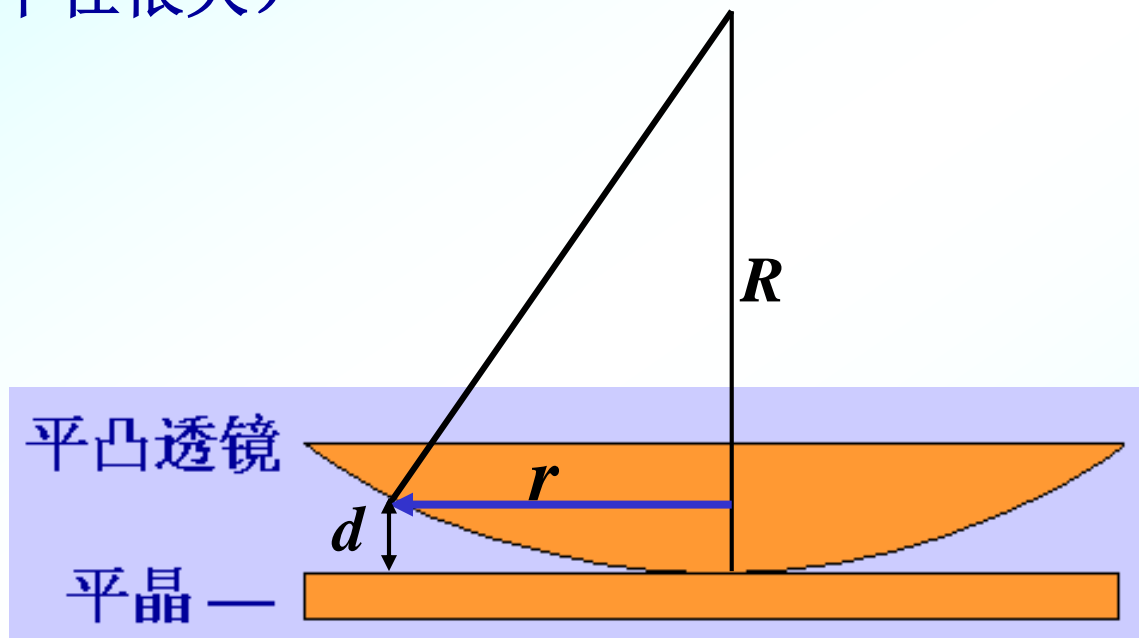
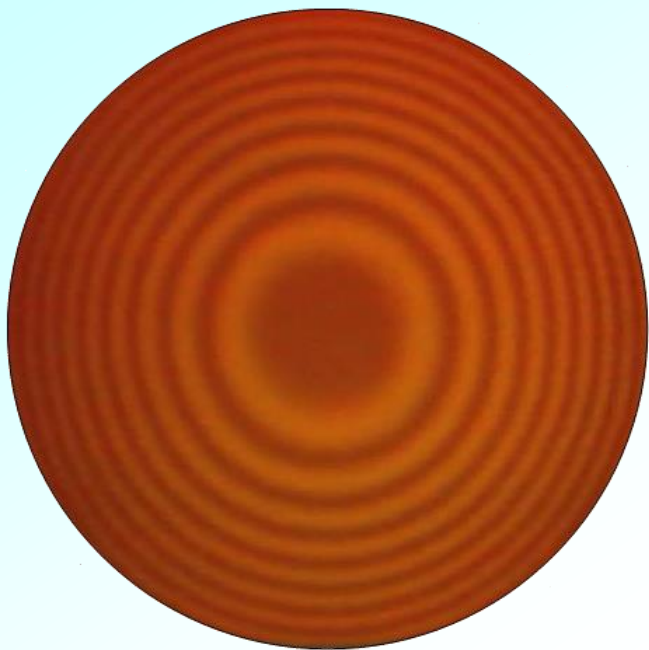
明暗条件:  $2d + \frac{\lambda}{2} =$

干涉环半径:  $r =$

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = 2$$



## 2) 牛 环 (平凸透 的曲率半径很大)



明暗条件:  $2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, \dots \text{明} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \dots \text{暗} \end{cases}$

干涉环半径:  $r = \begin{cases} \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}} & (k=1, 2, \dots) \text{明纹} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k=0, 1, \dots) \text{暗纹} \end{cases}$

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2 \approx 2Rd \quad (\because d \ll R)$$

干涉环半径：
$$r = \begin{cases} \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}} & (k=1,2,\dots) \text{ 明纹} \\ \sqrt{kR\lambda} & (k=0,1,\dots) \text{ 暗纹} \end{cases}$$

讨论：

(1)  $2d + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \rightarrow d \uparrow, k \uparrow$   
愈往边缘，条纹级别愈高。

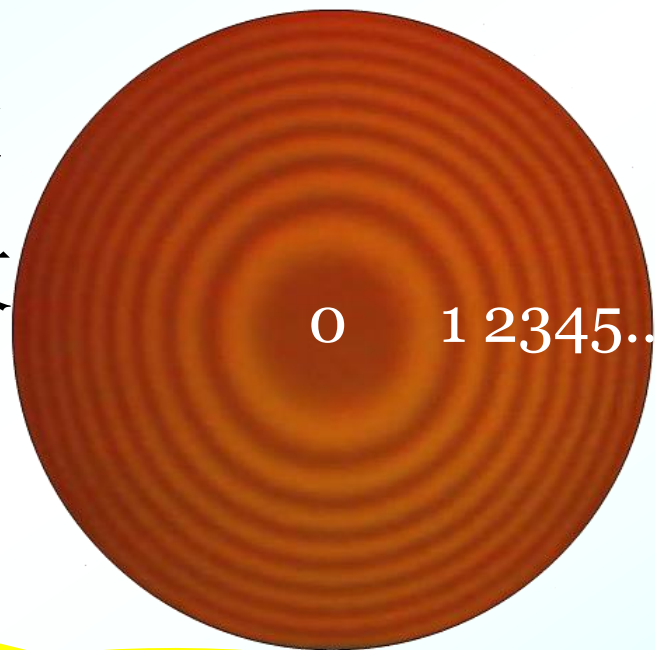
(2)  $r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad k = 0,1,2,\dots$   
牛顿环的中心一定是暗点。

(3) 相 两暗环的  
可见，环中心疏，旁边密。

(4) 可求出  $R$ ：
$$R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$$

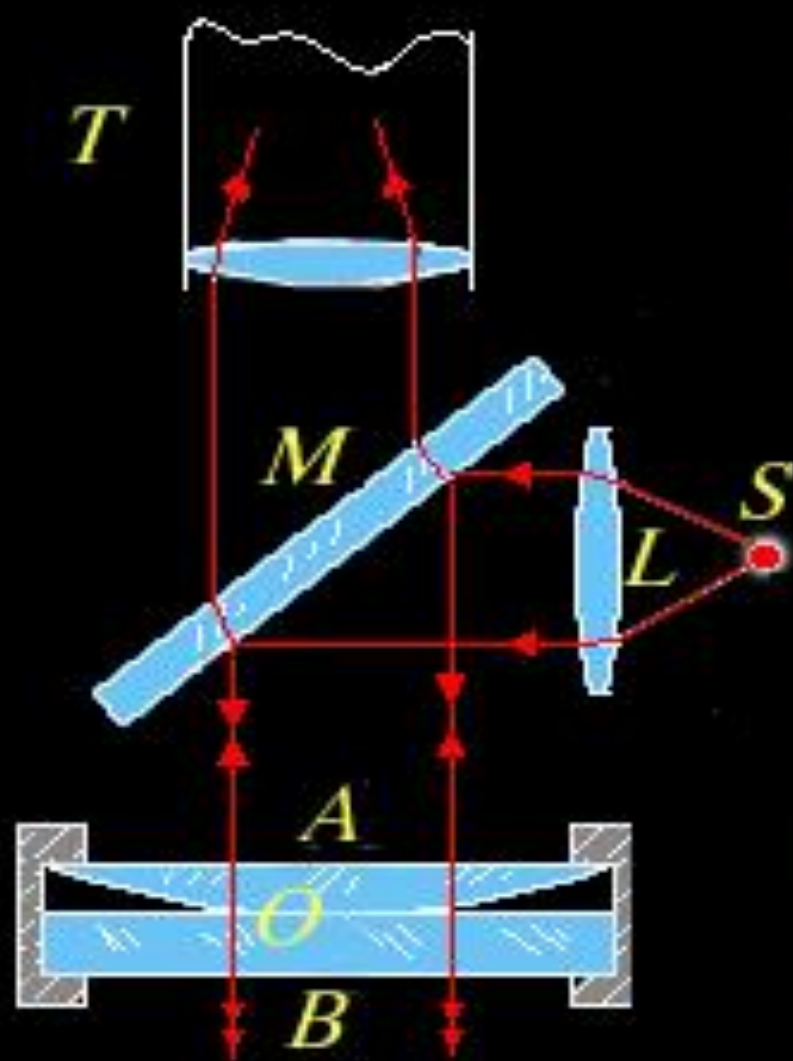
(5) 已知  $R$  可求  $\lambda$

(6) 透射光与之互补



与等倾干涉不同

$$\Delta r_k = r_{k+1} - r_k \approx \sqrt{\frac{R\lambda}{4k}} \quad (k > 1)$$

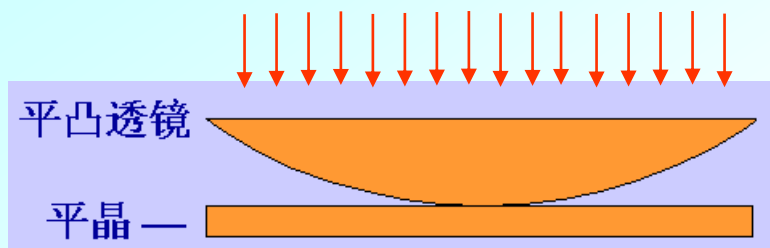


反射环



透射环

**例:** 如图, 在空气中单色光垂直入射。当平凸透 垂直向上缓慢平移时, 可观察到**环状**干涉条纹 [     ]



(A) 向右平移

(B) 向左平移

(C) 止不动

(D) 向中心收缩

**解:** 考虑任意第 $k$ 级明纹的变化情况。

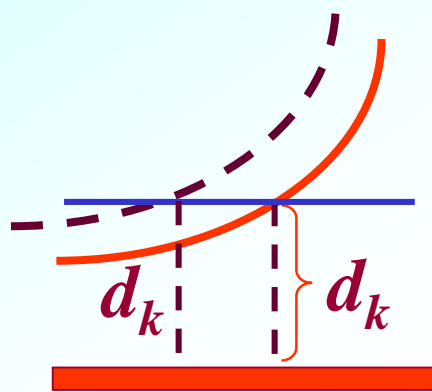
设第 $k$ 级明纹处空气膜厚为 $d_k$ , 则光程差满足  
 $\delta_k = 2d_k + \lambda/2 = k\lambda$ , 所以,  $d_k = (k - 1/2)\lambda/2$ .

由上式可知, 第 $k$ 级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

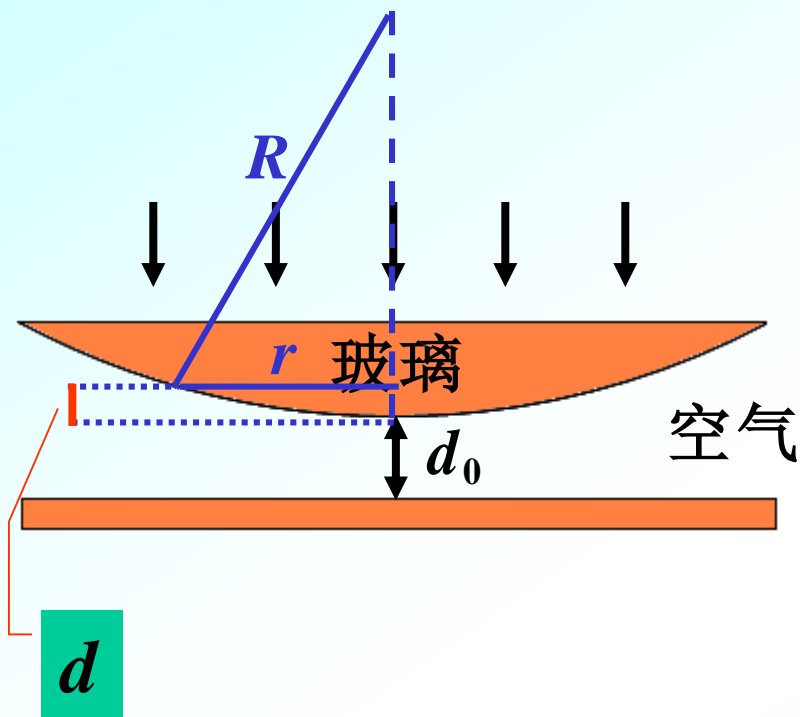
找出平移后空气膜的厚度为 $d_k$ 的地方, 就知道了第 $k$ 级明纹是怎么移动的。

可见, 在平凸透 垂直向上平移的过程中, 第 $k$ 级明纹向中心移动。

所以, 当平凸透 垂直向上缓慢平移时, **环状干涉条纹向中心收缩**。



**例：**如图，用波 为 $\lambda$ 的单色光垂直入射，平凸透 的曲率半径为 $R$ ，平凸透 与平板玻璃 有一小 距 $d_0$ ，求牛 环中各暗环的半径。



**解：**设第  $k$  级暗环的半径为 $r$ 。

光程差如何表达？

$$\delta_k = 2(d + d_0) + \lambda/2 = (2k+1)\lambda/2 \quad (1)$$

由图可知：

$$\begin{aligned} r^2 &= R^2 - (R-d)^2 = d(2R-d) \\ &\approx 2Rd \quad (\because d \ll R) \therefore d = \frac{r^2}{2R} \end{aligned} \quad (2)$$

把(2)代入(1)得：

$$2\left(\frac{r^2}{2R} + d_0\right) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

所以，第  $k$  级暗环的半径

$$r = \sqrt{R(k\lambda - 2d_0)}$$