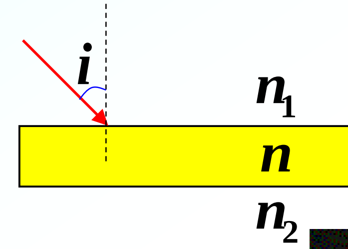
大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

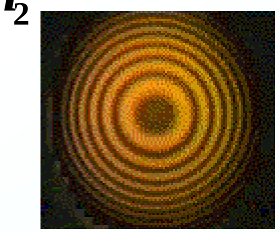
第五篇
光学
(Optics)

●分振幅干涉 (薄膜干涉)



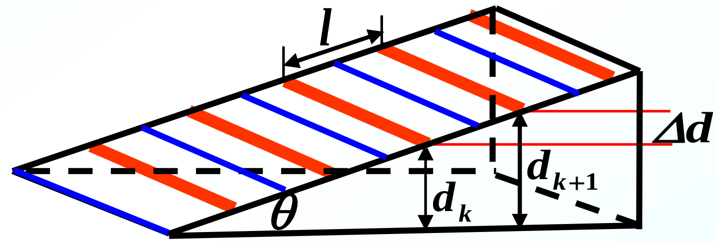
1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\;\boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)

1）劈尖干涉(空气　劈尖)



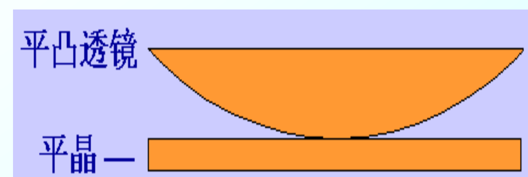
$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

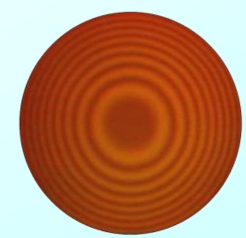
$$l = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}$$

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}$$

2）牛　环



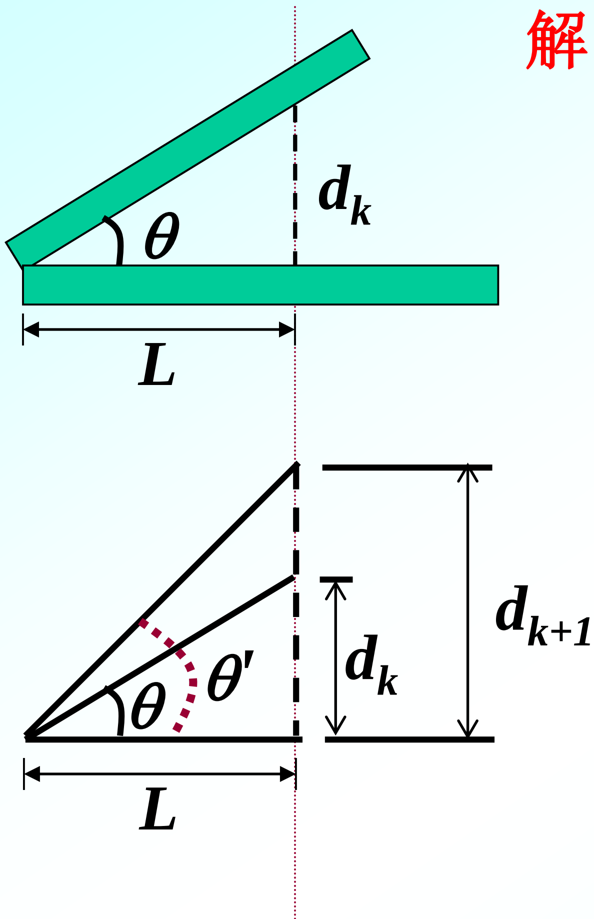


$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k=1,2\cdots\text{明} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2\cdots\text{暗} \end{cases}$$

暗环半径:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots)$$

例: 用波　为λ的单色光**垂直照射**到空气劈尖上，从反射光中观察干涉条纹，　　点L处是暗条纹。使劈尖角θ　续变大，直到该点再次出现暗条纹为止。则劈尖角的改变　$\Delta\theta$是多少？



解: 设L处是第k级暗纹,空气膜厚为d_k，则光程差满　　$\delta_k=2nd_k+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2$，$n=1$

所以, $d_k=k\lambda/2$　　从而, $d_{k+1}=(k+1)\lambda/2$

故，第$k+1$级暗纹在第k级暗纹的右侧。

在劈尖角θ　续变大的　程中，**条纹向左平移**。

L处再次出现暗条纹，表明第$(k+1)$暗纹移到了L处。设此时劈尖角为θ'。

而　$\Delta\theta=\theta'-\theta$

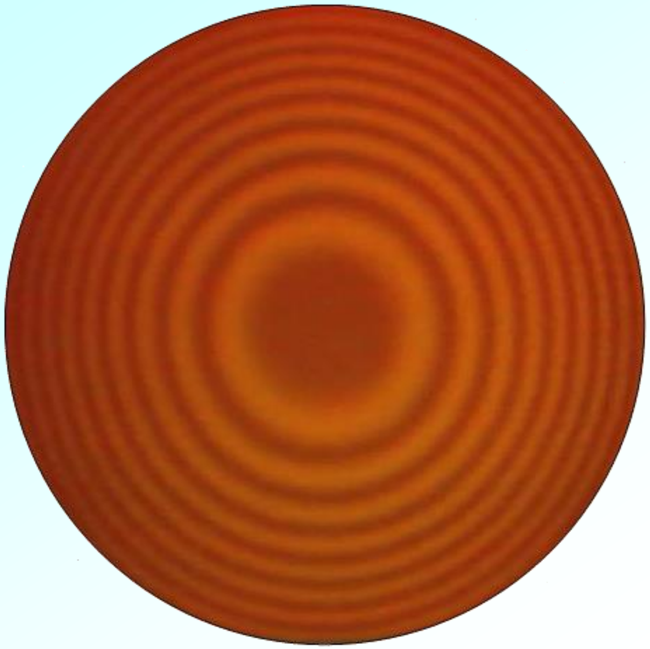
在实　上劈尖角很小，于是

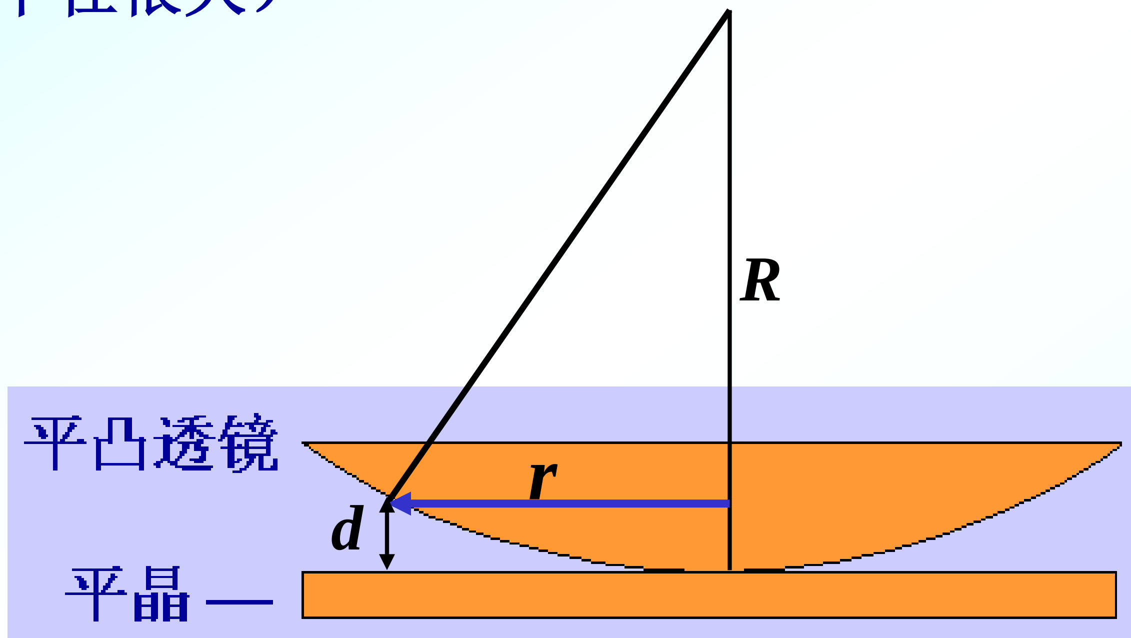
$$\theta=tg\,\theta=d_k/L=k\lambda/(2L)$$

$$\theta'=tg\,\theta'=d_{k+1}/L=(k+1)\lambda/(2L)$$

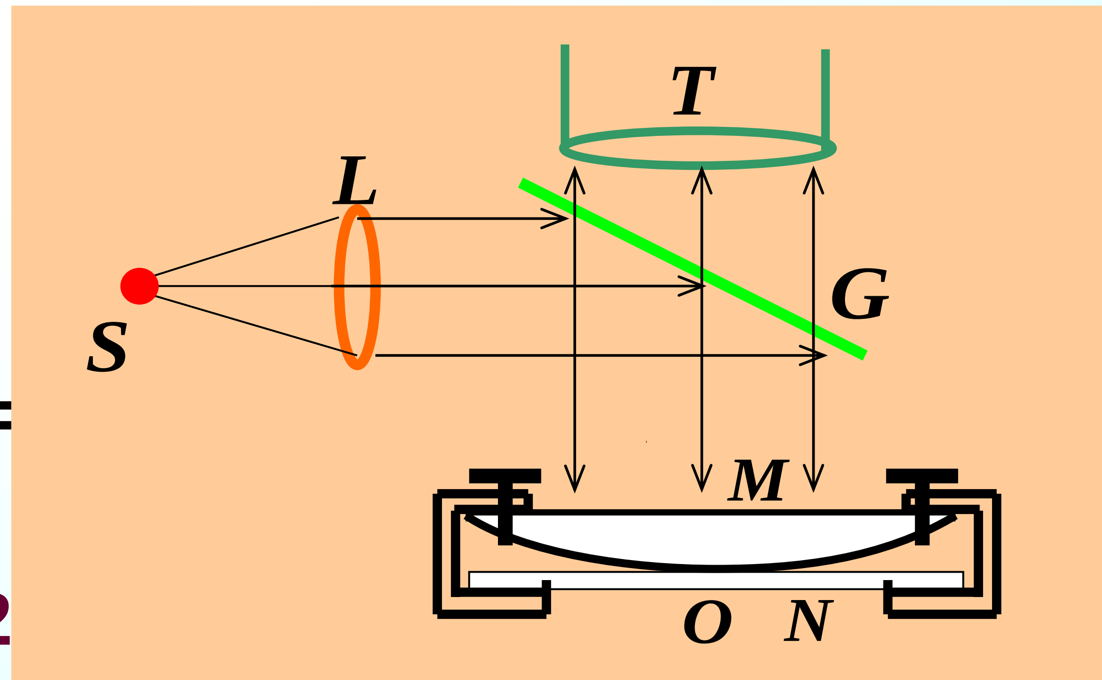
故　$\Delta\theta=\theta'-\theta=\lambda/(2L)$.

2）牛顿环（平凸透镜的曲率半径很大）





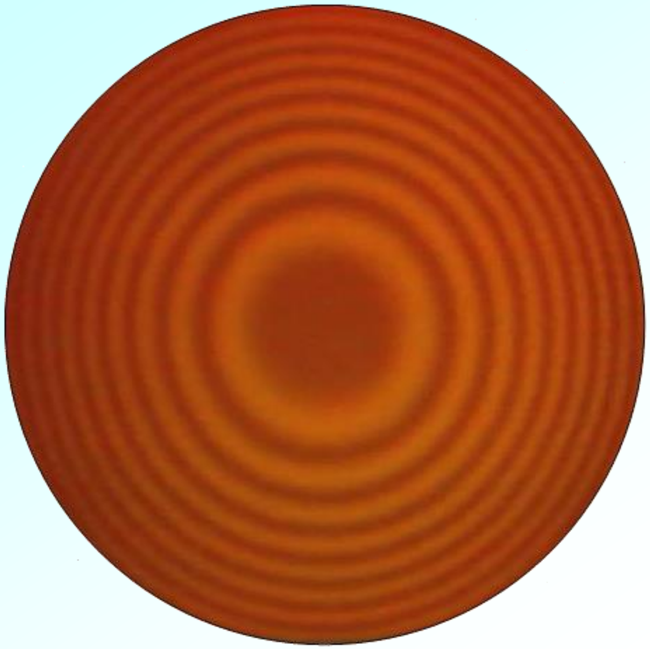
明暗条件： $2d+\frac{\lambda}{2}=$

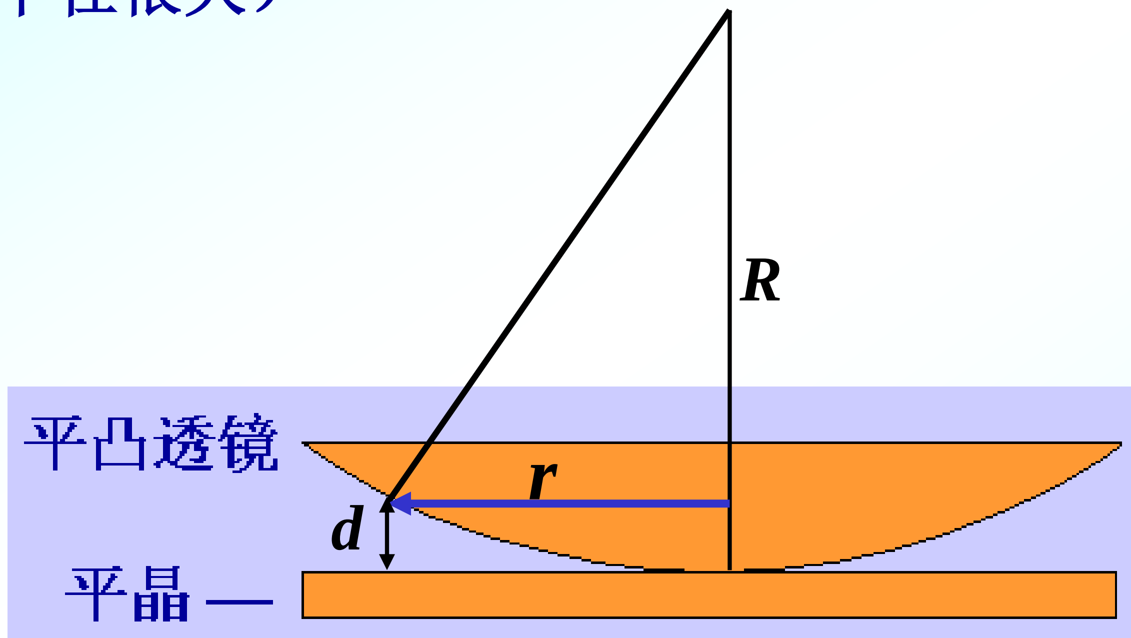


干涉环半径： $r=$

$r^2=R^2-(R-d)^2=2$

2）牛顿环（平凸透镜的曲率半径很大）





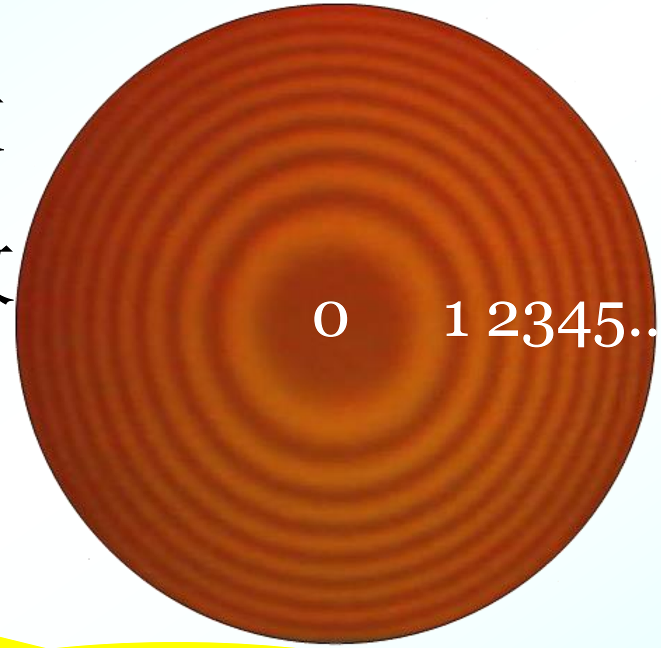
明暗条件：$2d+\dfrac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & k=1,2\cdots \text{明} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2\cdots \text{暗} \end{cases}$

干涉环半径：$r=\begin{cases} \sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2}}\ (k=1,2\cdots) & \text{明纹} \\ \sqrt{kR\lambda}\ (k=0,1\cdots) & \text{暗纹} \end{cases}$

$r^2=R^2-(R-d)^2=2Rd-d^2\approx 2Rd\ (\because d<<R)$

干涉环半径：

$$r=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2}}\ (k=1,2\cdots) & \text{明纹}\\ \sqrt{kR\lambda}\ (k=0,1\cdots) & \text{暗纹}\end{cases}$$



讨论：

（1） $2d+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda \longrightarrow d\uparrow,\ k\uparrow$

愈往边缘，条纹级别愈高。

与等倾干涉不同

（2） $r_k=\sqrt{kR\lambda}\quad k=0,1,2\cdots$

牛顿环的中心一定是暗点。

（3）相邻两暗环的间隔

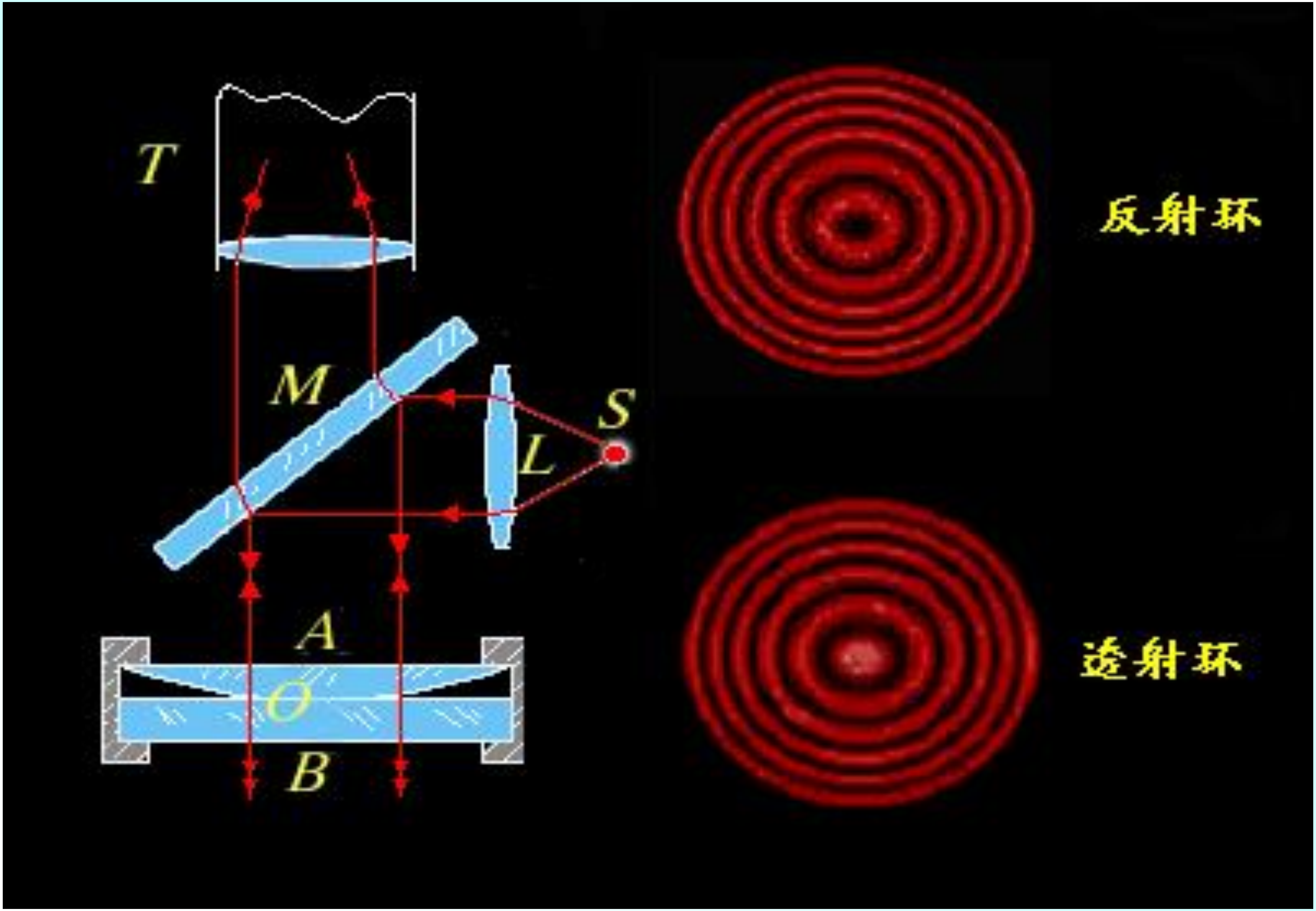
$$\Delta r_k=r_{k+1}-r_k\approx\sqrt{\frac{R\lambda}{4k}}\,(k>1)$$

可见，环中心疏，旁边密。

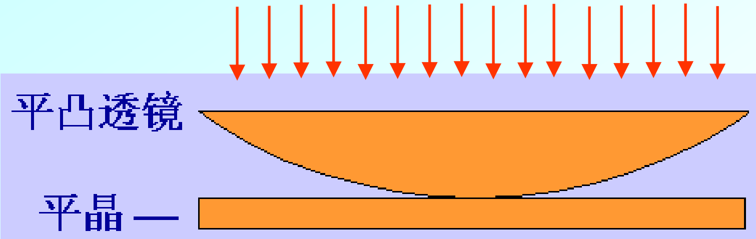
（4）可求出 R： $R=\dfrac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$

（5）已知R可求λ

（6）透射光与之互补


T
M
S
L
A
O
B
反射环
透射环

例: 如图，在空气中单色光垂直入射。当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，可观察到环状干涉条纹 [ ]



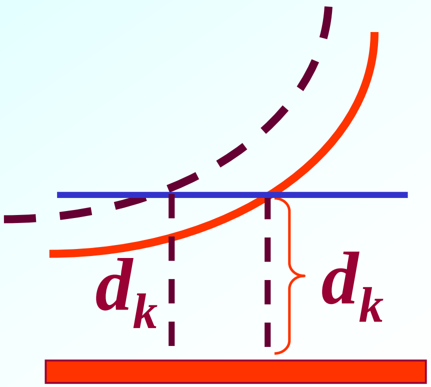
(A)向右平移　　(B)向左平移

(C) 静止不动　　(D) 向中心收缩

解: 考虑任意第k级明纹的变化情况。

设第k级明纹处空气膜厚为d_k，则光程差满足

$\delta_k=2d_k+\lambda/2=k\lambda$，所以，$d_k=(k-1/2)\lambda/2$.



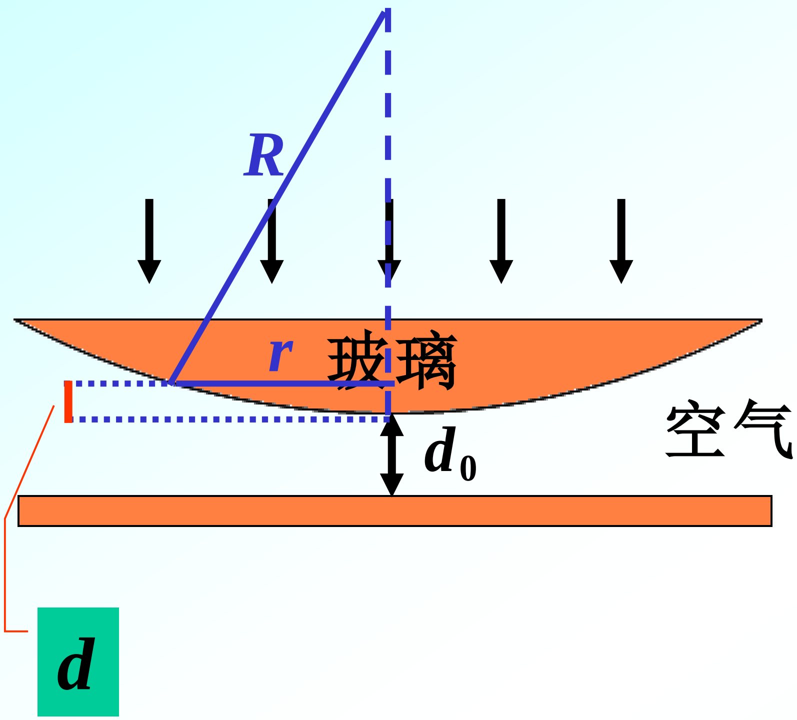
由上式可知，第k级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

找出平移后空气膜的厚度为d_k的地方，就知道了第k级明纹是怎么移动的。

可见，在平凸透镜垂直向上平移的过程中，第k级明纹向中心移动。

所以，当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，环状干涉条纹向中心收缩。

例: 如图，用波长为λ的单色光垂直入射，平凸透镜的曲率半径为R，平凸透镜与平板玻璃间有一小间距d_0，求牛顿环中各暗环的半径。



解: 设第 k 级暗环的半径为r.

光程差如何表达？

$$\delta_k=2(d+d_0)+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2 \quad (1)$$

由图可知：

$$r^2=R^2-(R-d)^2=d(2R-d)$$

$$\approx 2Rd \ (\because d<<R) \ \therefore d=\frac{r^2}{2R} \quad (2)$$

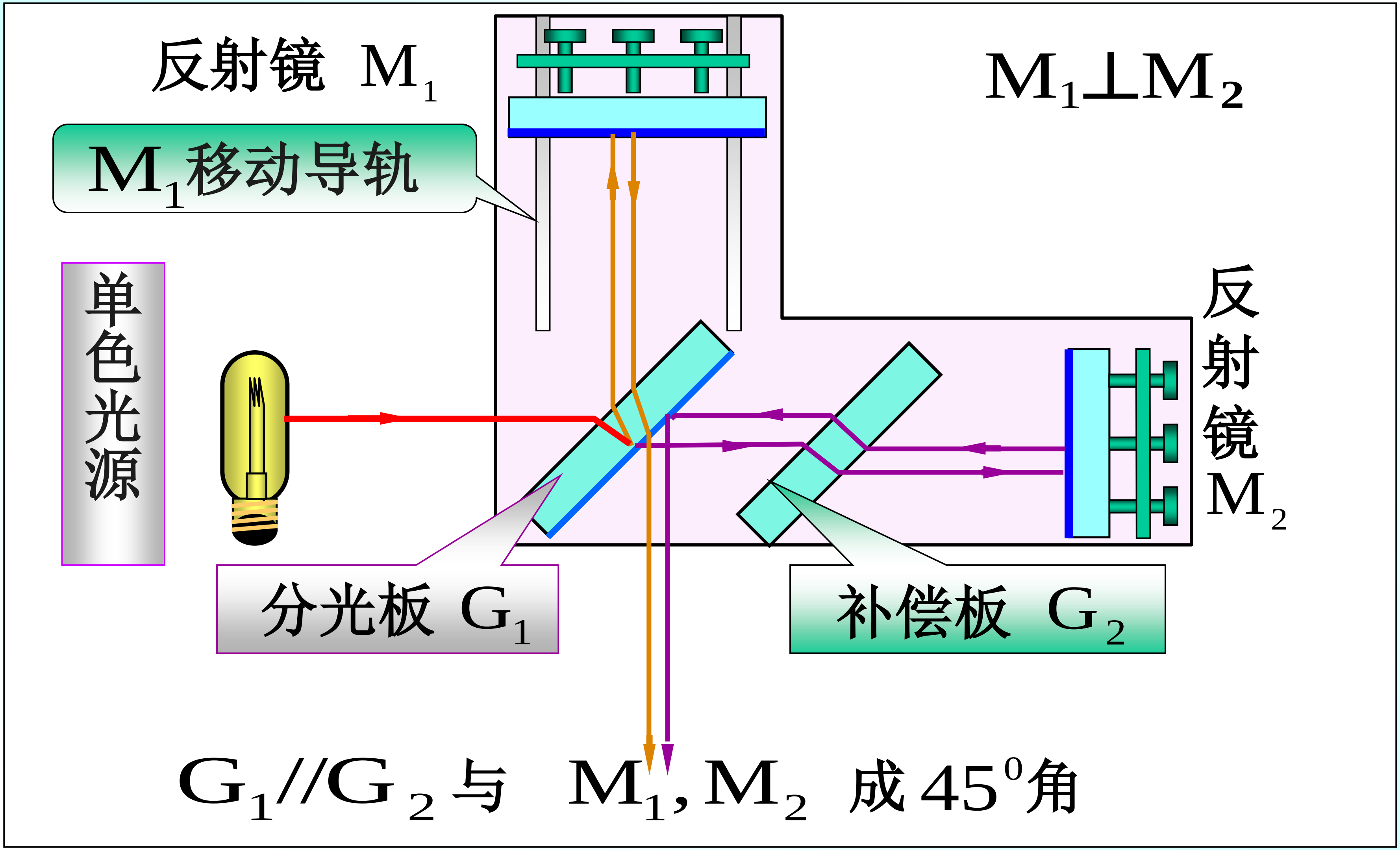
把(2)代入(1)得：

$$2\left(\frac{r^2}{2R}+d_0\right)+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

所以，第 k 级暗环的半径

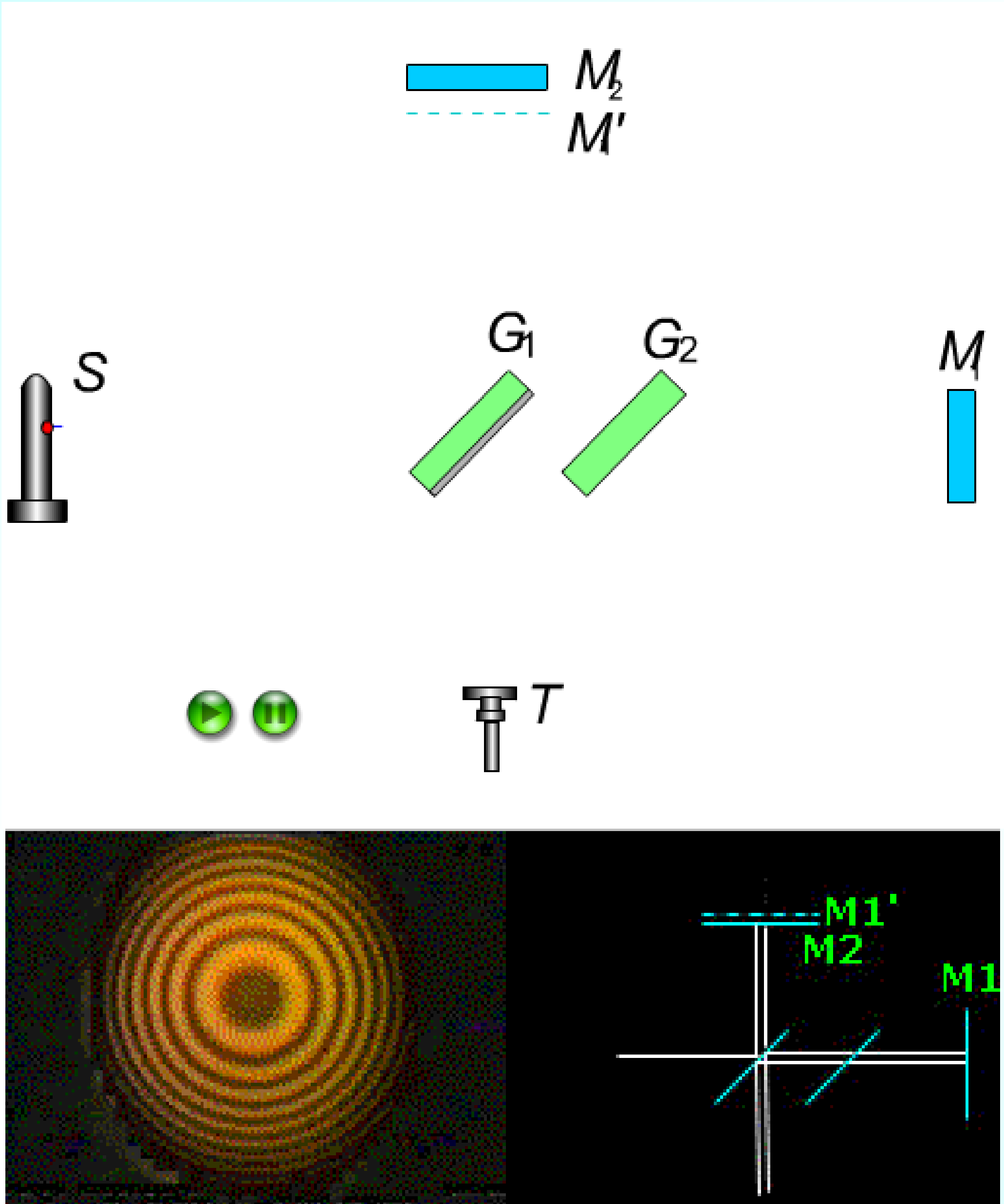
$$r=\sqrt{R(k\lambda-2d_0)}$$

3) 迈克耳逊干涉仪



反射镜 M_1
$M_1 \perp M_2$
M_1移动导轨
单色光源
反射镜 M_2
分光板 G_1
补偿板 G_2
$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45^0角

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots 明纹 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots 暗纹 \end{cases}$$

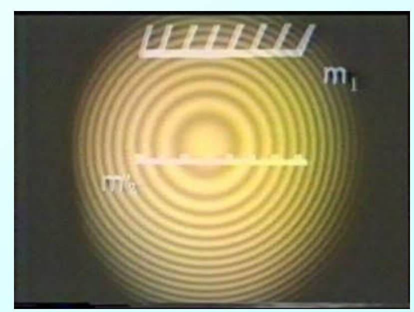


对中央明纹:

$2d=k\lambda$

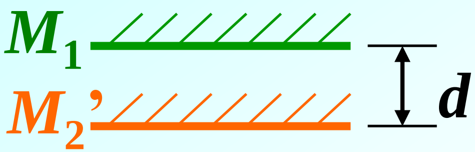
d 每改变$\lambda/2$，中心就有一个亮斑冒出或缩进。

此动画有不准确处?



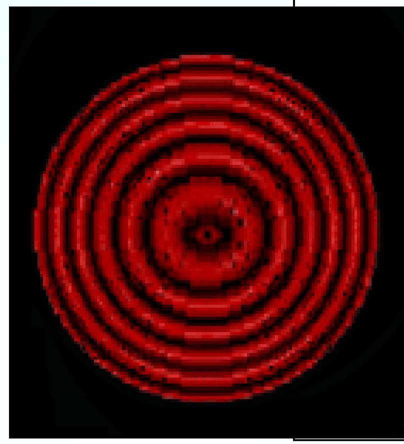
迈克耳逊干涉仪

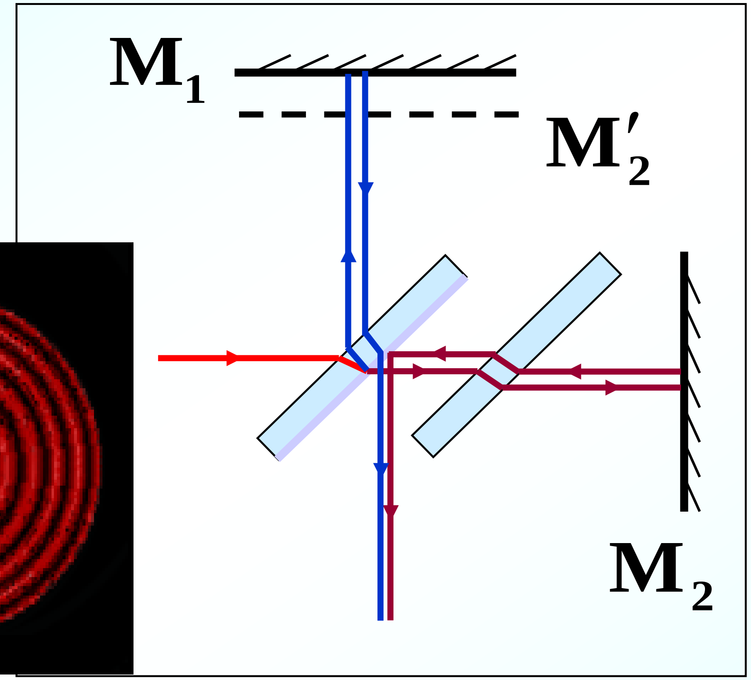
当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜,

——等倾条纹

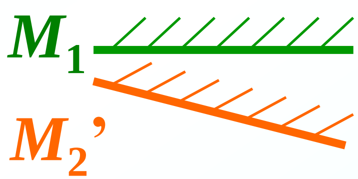




当 $M_1 \cancel{\perp} M_2$

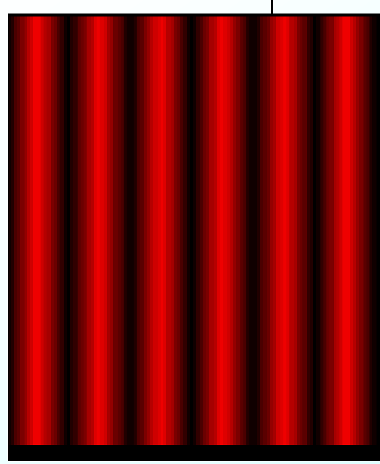
$\Downarrow$

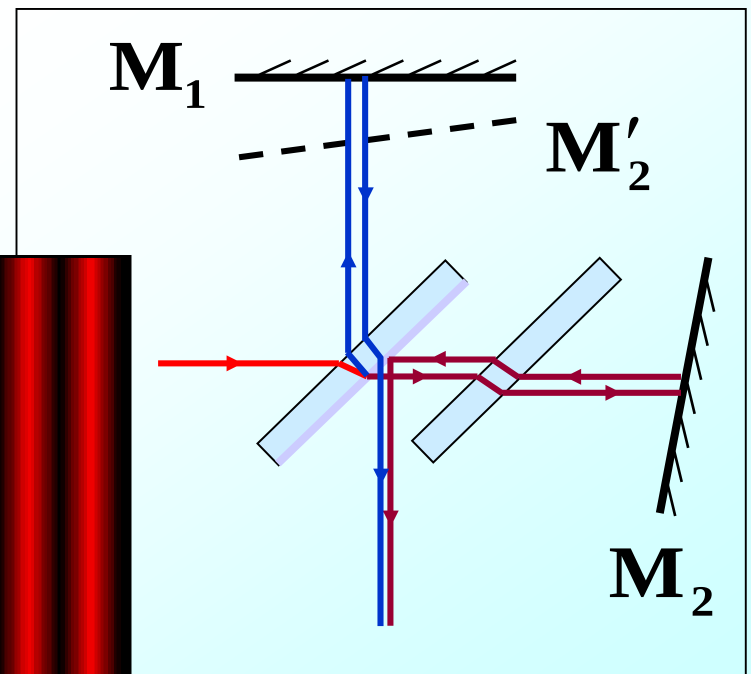
$M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖,

——等厚条纹





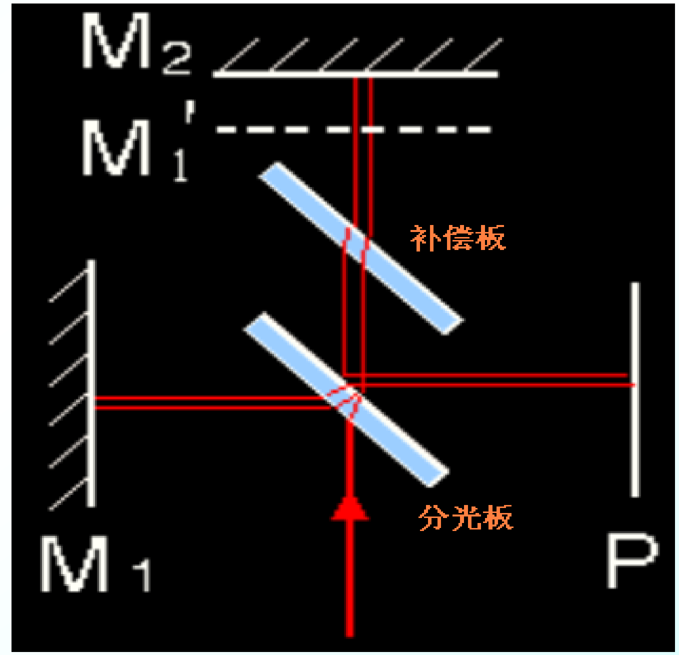
干涉条纹的位置取决于光程差， 只要光程差有微小的变化干涉条纹就发生可鉴别的移动。

平移 M2，由中央明纹满足的光程差：

$$\Delta r = 2d = k\lambda$$

知：Δr 改变‘λ’这么长，
中心就有一个亮斑冒出或缩进，相当于

M2平移 $\lambda/2$ → 中心有一个亮斑冒出或缩进



$M_1 \perp M_2$

中心冒出或缩进的亮斑数目 N → M2平移的距离

$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

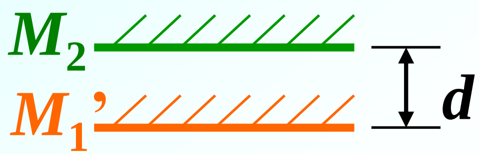
$$\boxed{\Delta d = N\frac{\lambda}{2}}$$

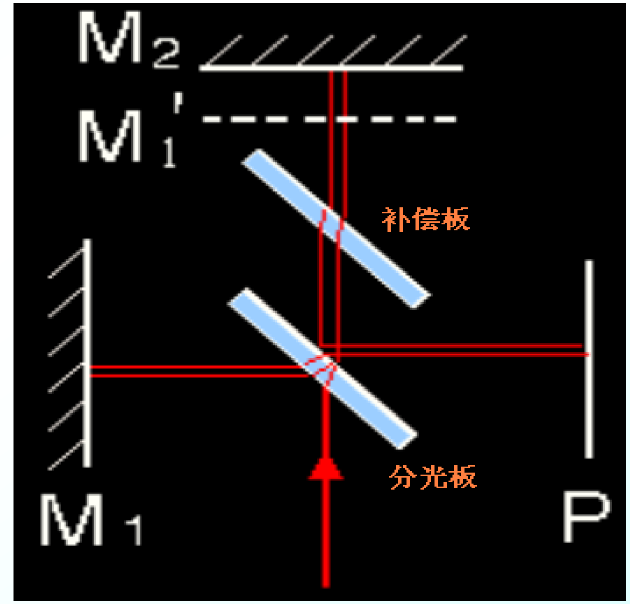
已知 λ 可测 Δd
已知 Δd 可测 λ

◆ 用迈克耳逊干涉仪可以测量光的波长。

例:若测得可动反射镜移动距离为0.3220mm，等倾干涉条纹在中心处缩进1204个条纹, 求所用光的波长。

解: 当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1' \parallel M_2$





M_1' 与 M_2 形成厚度均匀的薄膜, 出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

在中心处, $i=0$, 故有 $\delta_k=2d_k=k\lambda$

$$\delta=2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}$$

中心处每缩进一个条纹, 移动的距离为 $\Delta d=\dfrac{\lambda}{2}$

$N\cdot\Delta d=\Delta L$

移动的总距离

$$N\cdot\frac{\lambda}{2}=\Delta L$$

$$\lambda=2\cdot\Delta L/N=2\times0.3220/1204$$

$$=5.348837209\times10^{-4}\text{mm}$$

$$\therefore \lambda=534.9\text{nm}$$

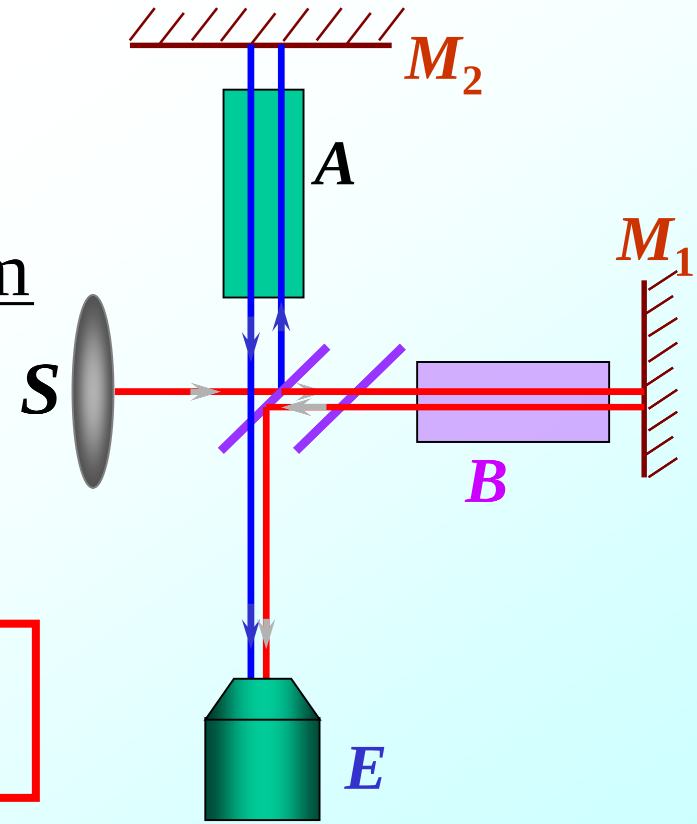
◆ 用迈克耳逊干涉仪可以测量介质的折射率。

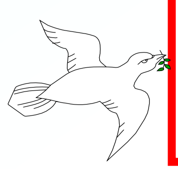
例：在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入l=10.0cm长的玻璃管，其中一个抽成真空， 另一个则储有压强为1.013×10^{5}Pa的空气，用以测量空气的折射率n . 设所用光波波长为546nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气 ， 直至压强达到 1.013×10^{5}Pa为止 . 在此过程中 ，观察到107.2条干涉条纹的移动，试求空气的折射率n.

解：$$\delta_1-\delta_2=2(n-1)l=107.2\lambda$$

$$n=1+\frac{107.2\lambda}{2l}=1+\frac{107.2\times546\times10^{-7}\text{cm}}{2\times10.0\text{cm}}$$

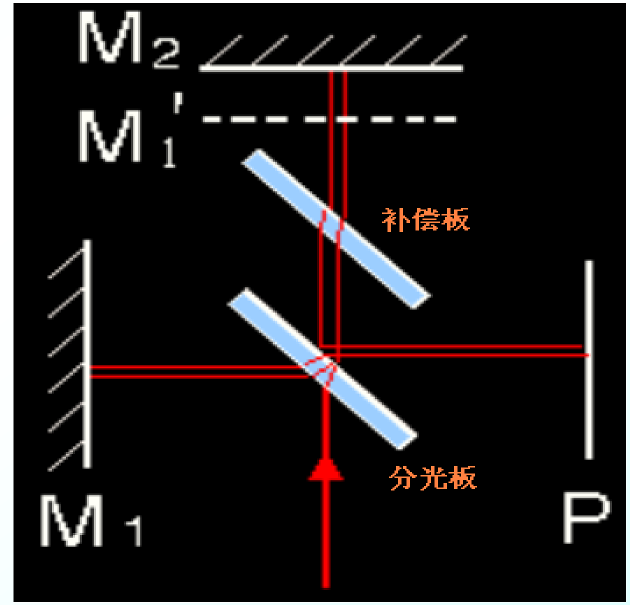
$$=1.00029$$



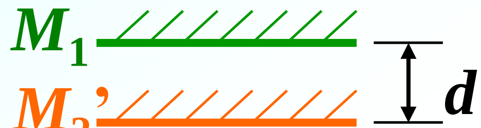


$\delta=N\lambda$ 知 ‘δ’ 改变 ‘λ’ 这么长，就有一条明纹移动。

例：用迈克耳逊干涉仪做干涉实验，入射光的波长为λ．在转动反射镜M_2的过程中，在总的干涉区域宽度L内，观察到的完整的直线状干涉条纹数从N_1开始减少，而后突变为同心圆环状的等倾干涉条纹。若继续同方向转动M_2，又会看到由疏变密的直线干涉条纹，直到在宽度L内有N_2条完整的干涉条纹为止。在此过程中M_2转过的角度是多少？ 解：

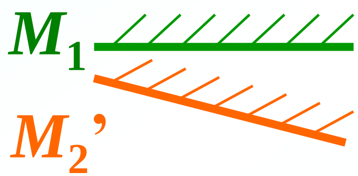


当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$

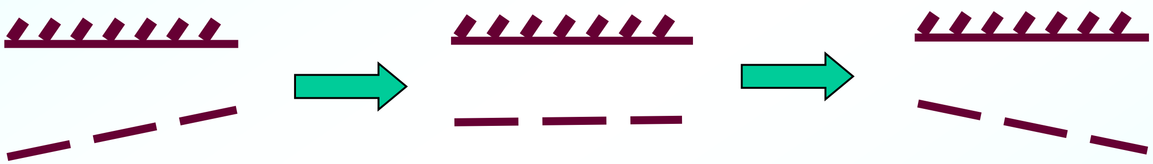


M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜，出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

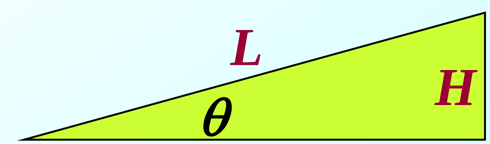
当 $M_1 \cancel{\perp} M_2 \longrightarrow M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_1与 M_2'形成一空气劈尖，出现直线状的等厚干涉条纹。



$\delta_k = 2d_k = k\lambda \longrightarrow$ 相邻两明纹对应的厚度差为：$\Delta d = \dfrac{\lambda}{2}$



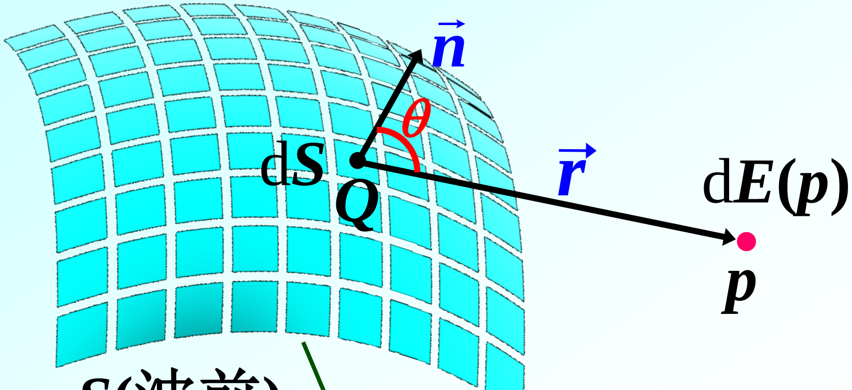
$$\theta_1 = H_1 / L = (N_1 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_1 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

$$\theta_2 = H_2 / L = (N_2 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_2 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

$$\boxed{\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{(N_1 + N_2 - 2)\lambda}{2L}}$$

二、惠更斯——菲涅耳原理（处理衍射　　的理论基础）

◆ 波　　Σ上各　元所发出的球　子波在观察点p 的相干叠加决定了p 点的合振动及光强。



S(波前)

$E = E_0 \cos\omega t$

设初位相为

$$\mathrm{d}E_{(p)} \propto \frac{A(Q)\, f(\theta)}{r} \mathrm{d}S \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

方向因子$f(\theta)$: $\begin{cases} \theta = 0, \quad f = f_{\max} \\ \theta \uparrow \Rightarrow f(\theta)\downarrow \\ \theta \geq \frac{\pi}{2}, f = 0 \end{cases}$

不存在　行子波

$A(Q)$取决于波前上Q点处的强度。

$$\mathrm{d}E_{(p)} = C\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r} \mathrm{d}S \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})$$

（C——比例系数）

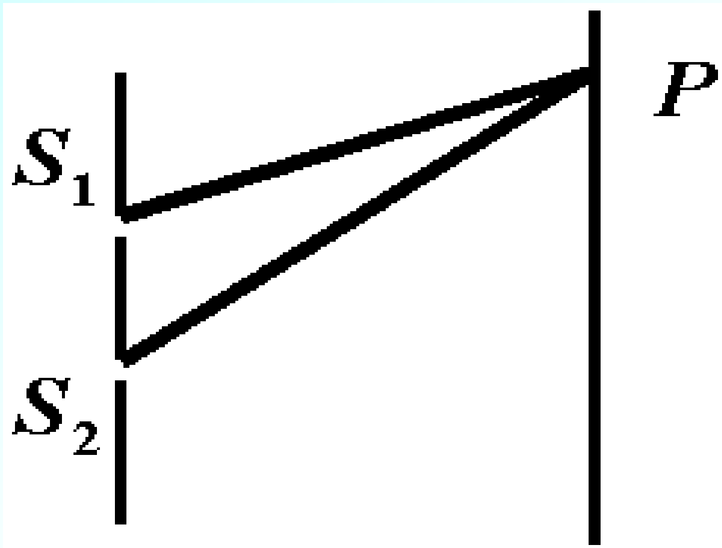
$$E_{(p)} = C\iint_s \frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r} \cdot \cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}) \cdot \mathrm{d}S$$

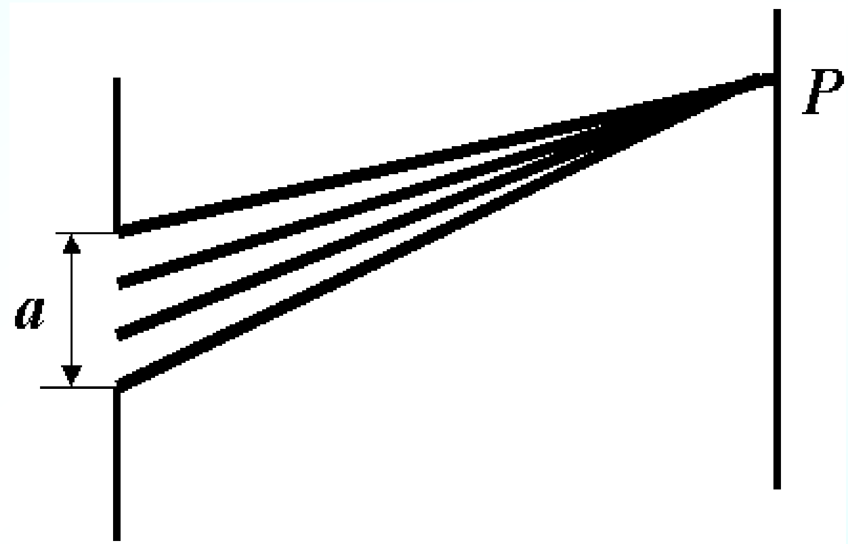
$$= E_{0(p)} \cdot \cos(\omega t + \varphi_p)$$

p处波的强度：$I_{(p)} \propto (E_{0(p)})^2$

衍射现象:实为无　多个无　小的子波的干涉效应。

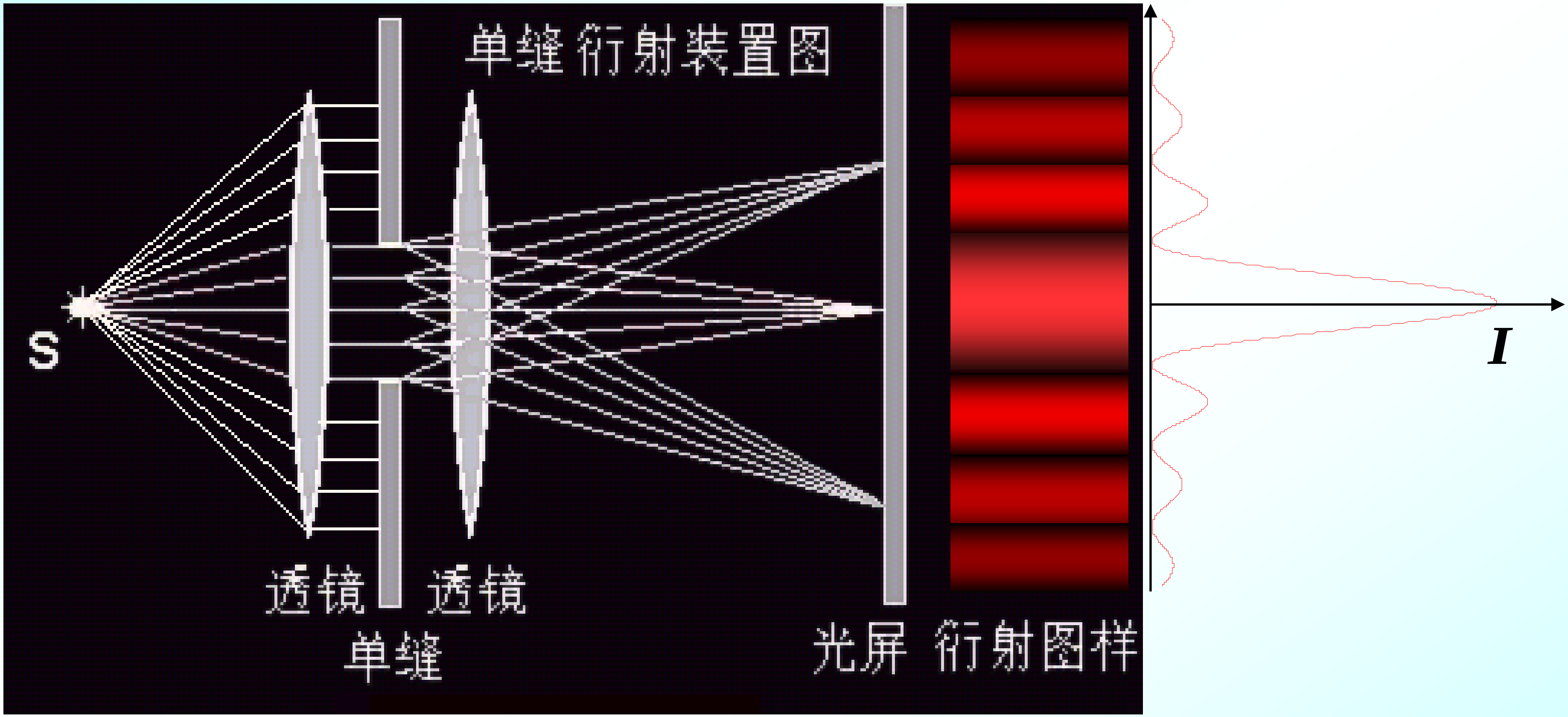
干涉与衍射的区别





干涉:有　子波　加干涉　　　衍射:无　子波　加干涉

三. 单缝夫朗和费衍射



要研究的 $\begin{cases}\text{明暗条纹位置分布} \\ \text{条纹强度分布}\end{cases}$

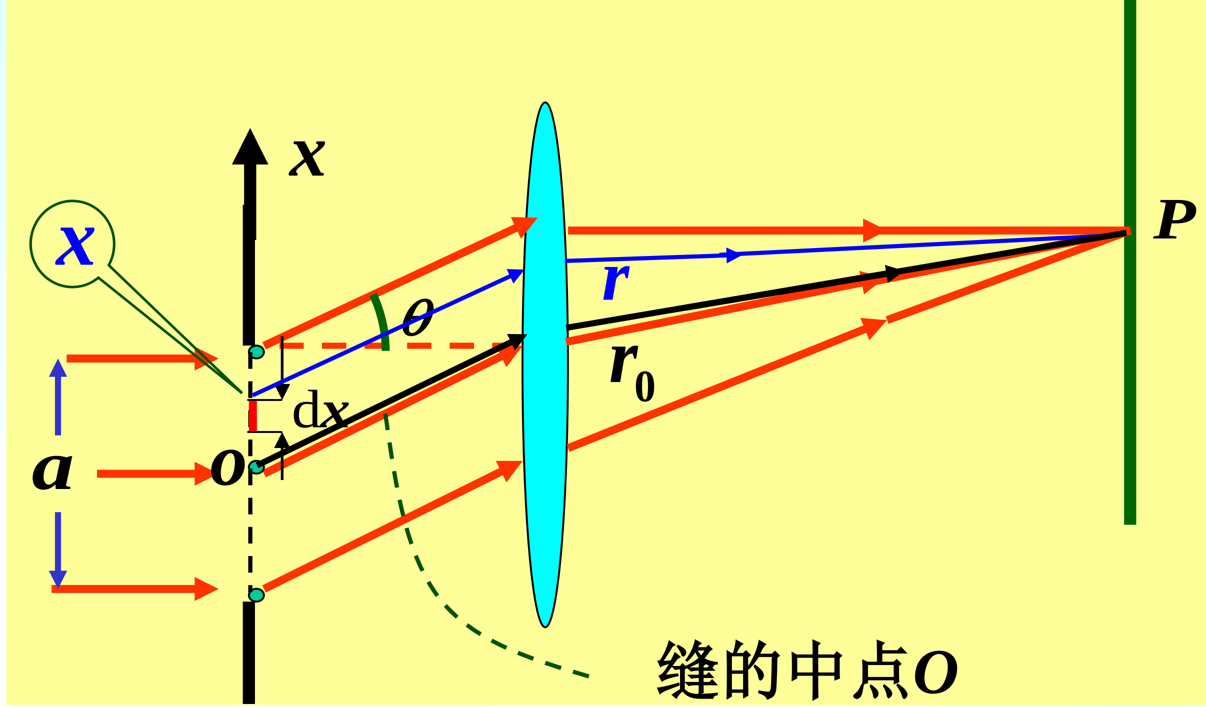
3.1 衍射光强的计算

(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)

S：单色光源

θ：衍射角

$\overline{AB} = a$（缝宽）$<< f$



$$C\frac{A(Q)f(\theta)}{r}\approx C'$$

$$E_{(p)}=C\iint_s \frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dS$$

单缝衍射因子

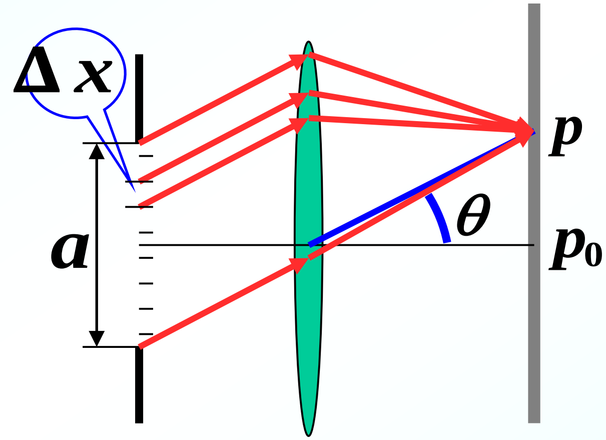
$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dx \qquad dS=l\,dx \qquad r=r_0-x\sin\theta$$

$$=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$ 其中：$E_0=C''a$ $\quad \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

p点的合振幅为：$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ $\quad$ p点的光强为：$I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

3.2 衍射光强的计算

(方法二:振幅矢　叠加法)



将缝分成N个等宽窄条，宽度 $\Delta x = \dfrac{a}{N}$

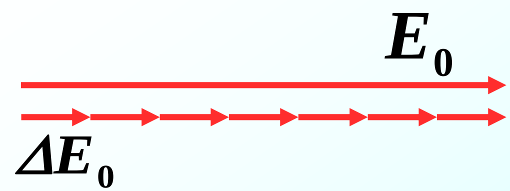
每窄条视为子波波源，在P点光振动:

振幅为 ΔE_0 (每个窄条的　似视为相等）

相　两窄条引起的位相差为 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x \sin\theta$

$p_0 \longrightarrow$ $\sin\theta = 0$　$\Delta\varphi = 0$

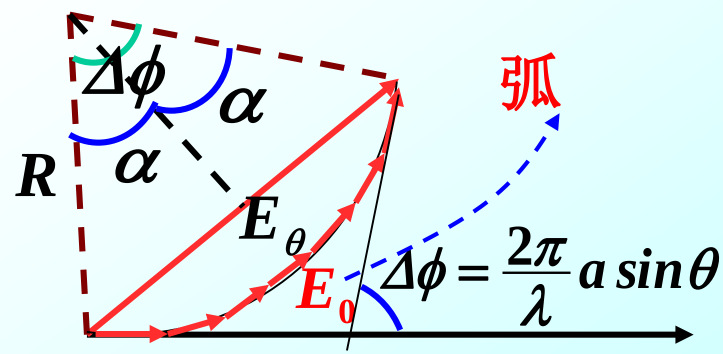
$p \longrightarrow$ $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x \sin\theta \neq 0$



$N \to \infty$ 振幅　条变成圆弧

$\because \dfrac{E_0}{R} = \Delta\phi = 2\alpha$　　$\therefore R = \dfrac{E_0}{2\alpha}$

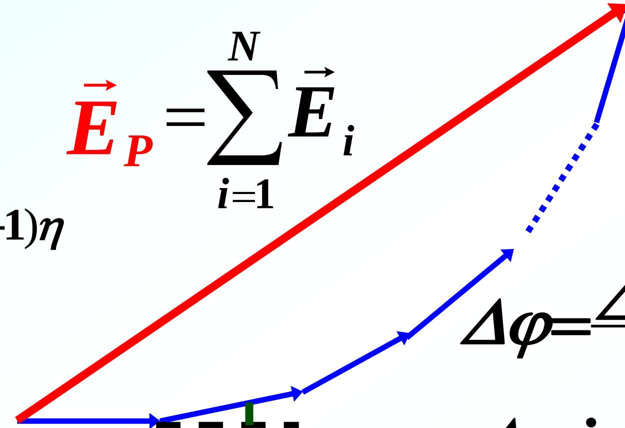
$E_\theta = 2R\sin\alpha \; = E_0 \dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$



$\because I_\theta \propto E_\theta^2$　$\therefore I_\theta = I_0 \left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$　其中　$\alpha = \dfrac{\Delta\phi}{2} = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$

对于任意点P： $\Delta\varphi=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$

$$\vec{E}_P=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i$$



$\vec{E}_N$

$\Delta\varphi=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$

$\vec{E}_1$

$\Delta\varphi=\eta=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi=2\xi$

$\eta=2\xi$

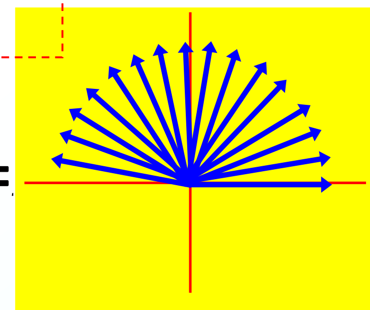
合振幅可用复数形式表示：

$$E_p=E_1+E_1e^{i\eta}+E_1e^{i2\eta}+\cdots\cdots+E_1e^{i(N-1)\eta}$$

$$=E_1[1+e^{i\eta}+e^{i2\eta}+\cdots\cdots+e^{i(N-1)\eta}]$$

$$=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}$$

$\xi=\dfrac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}$ $\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$



P点的光强：

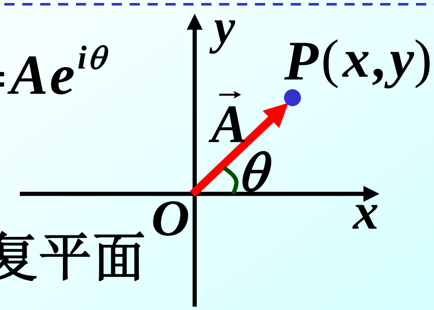
$$I=E_p\cdot E_P^*=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}\cdot E_1\frac{e^{-iN\eta}-1}{e^{-i\eta}-1}=$$

$$=E_1^2\left(\frac{\sin N\xi}{\sin\xi}\right)^2=E_1^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}}\right)^2 \quad (N\to\infty)$$

$$=E_1^2N^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\right)^2$$

即P点处： $\boxed{I=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$

$a=Ae^{i\theta}$



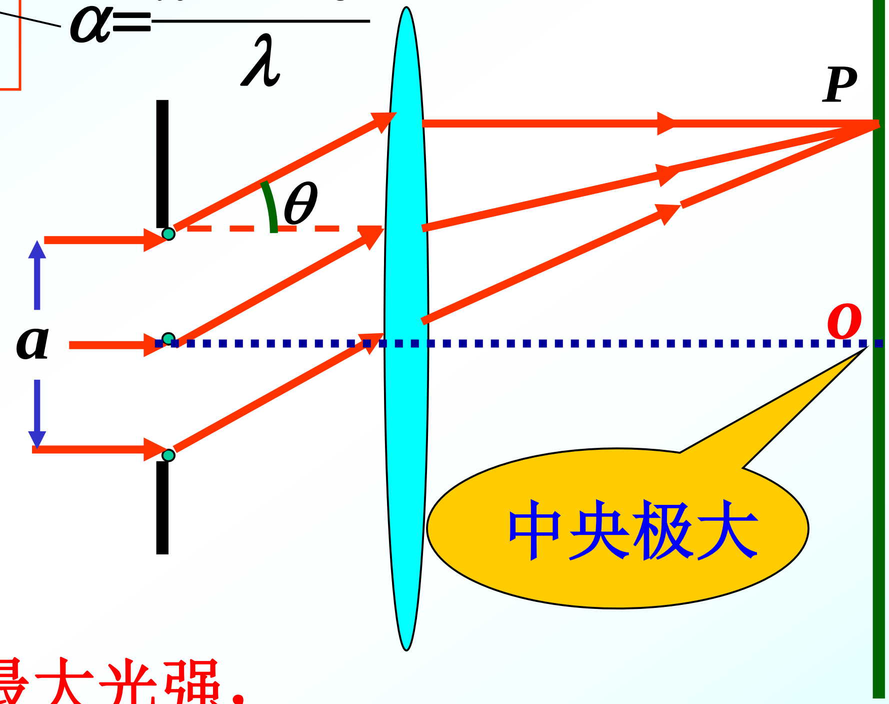
$\vec{A}\leftrightarrow a=A\cos\theta+iA\sin\theta$

$\vec{A}+\vec{B}=Ae^{i\theta}+Be^{i\beta}$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

3.3 光强分布：

$$I_\theta = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$



1）在屏上θ角相同处光强相同

即：相同光强的点分布在一条与缝平行的直线上

2）当$\theta=0$，$\alpha=0$　则：$\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}=1$

$$I_{\theta=0}=I_o=I_{Max}$$

即：透镜L的主光轴与屏的交点处有最大光强，又称为主极大或零级衍射斑。

3）当　$\alpha\neq 0$　$\sin\alpha=0$　则：$\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}=\pm k\pi$　　$k\neq 0$

即：$\boxed{a\sin\theta=\pm k\lambda}$　　$k=1,2,\cdots$　——衍射极小条件

$I_\theta=0$　此θ角处出现光强极小的暗条纹

$$I_\theta = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$

✓ 了主极大外，屏上光强分布 有次极大存在。次极大的位置可以计算得到。

4）当 $\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0 \longrightarrow tg\alpha = \alpha$ 光强有极大值

解得： $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

相应： $a\sin\theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \cdots$

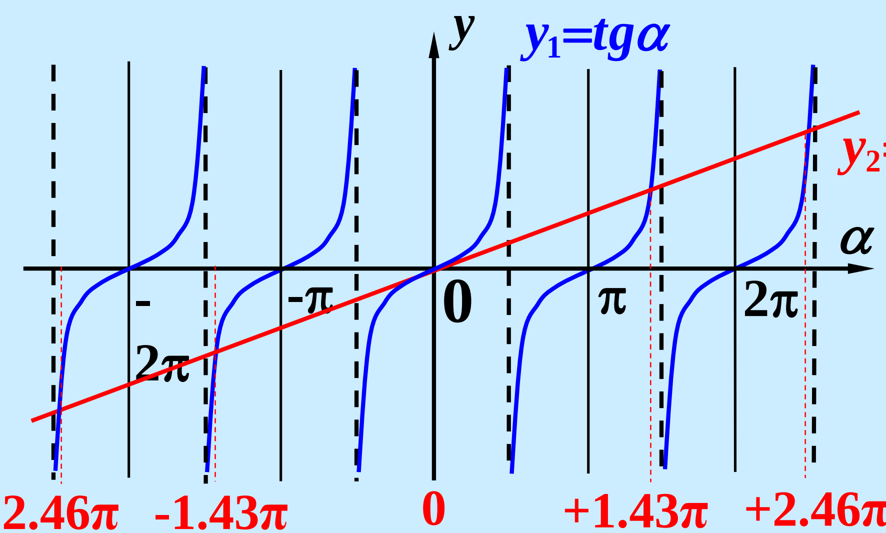
近似表示为

$k = 1, 2, \cdots$

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

衍射次极大

又称 级衍射斑



$\alpha = 0, \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \cdots$

$\approx 0, \pm\frac{3}{2}\pi, \pm\frac{5}{2}\pi, \cdots$

超越方程 $tg\alpha = \alpha$ 图解法

主极大： $a\sin\theta=0$ 衍射次极大： $a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$$I_\theta=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

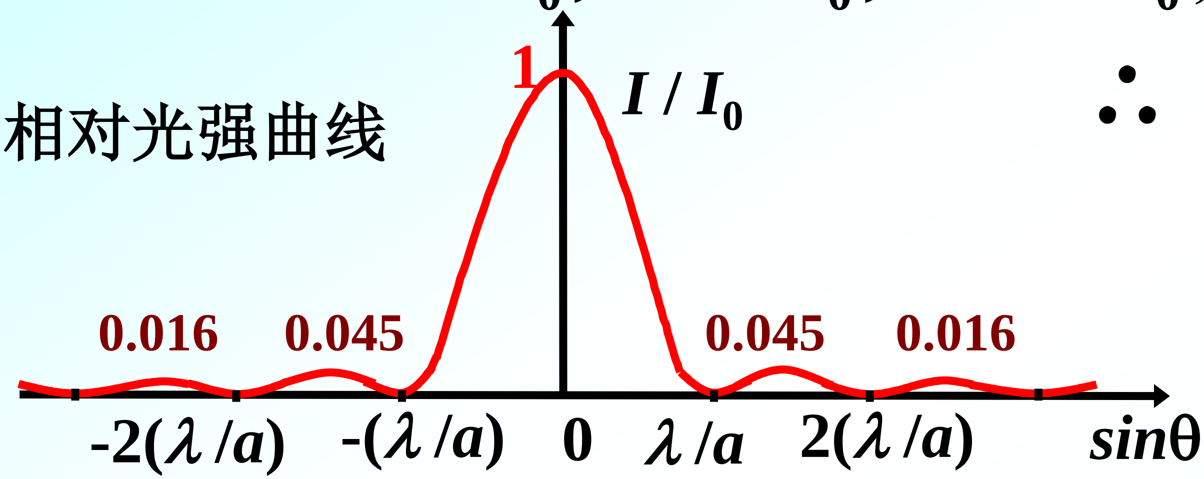
$$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$$

5)光强 □ 中央主极大的光强： $I_{Max}=I_0\propto(C''a)^2$

□ 次极大的光强：计算可得各次极大的光强依次为：

$$0.045I_0,\ 0.016I_0,\ 0.0083I_0,\ \ldots$$

相对光强曲线



$\therefore\quad I_{次极大} \ll I_{主极大}$

$a\sin\theta=\pm k\lambda$

暗条纹位置

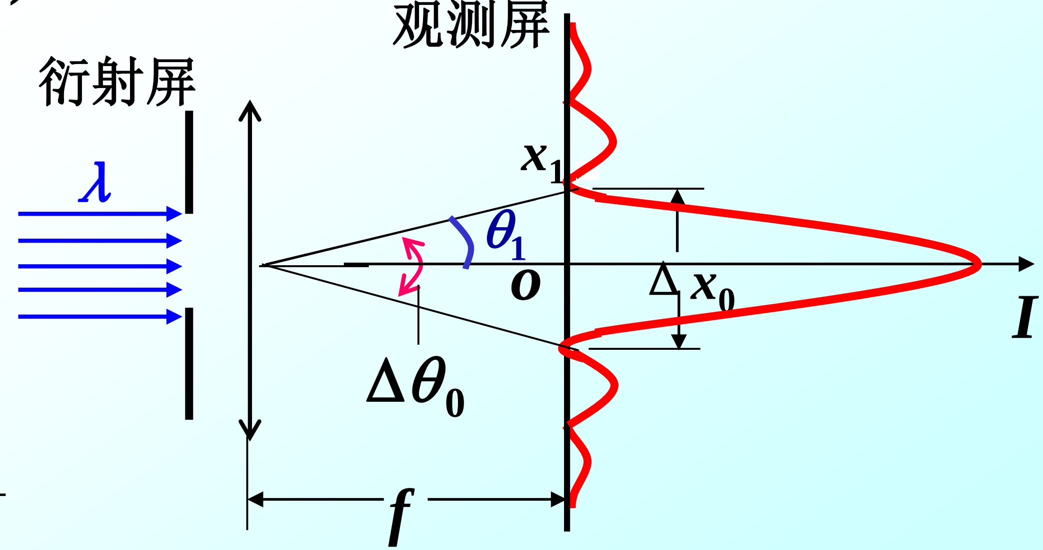
6) 条纹宽度

中央明纹： $a>>\lambda$ 时， $\sin\theta_1\approx\theta_1$

角宽度 $\Delta\theta_0=2\theta_1\approx2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0=2f\cdot tg\theta_1$

$$=2f\theta_1=2f\frac{\lambda}{a}\propto\frac{\lambda}{a}$$

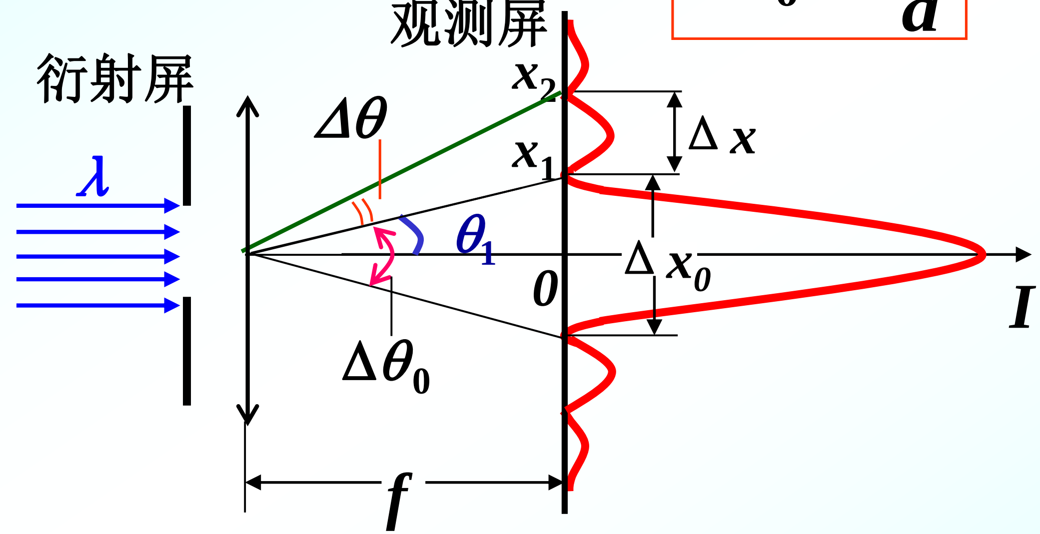


$a\sin\theta=\pm k\lambda$　　$\Delta\theta_0\approx 2\dfrac{\lambda}{a}$

次极大条纹的宽度：

$$\Delta\theta=\theta_{k+1}-\theta_k\approx\frac{\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta\theta_0$$

$$\Delta x\approx\frac{f\lambda}{a}=\frac{1}{2}\Delta x_0$$



结论：次极大条纹的宽度是中央主极大宽度的一半。

讨论

* 波　对条纹宽度的影响

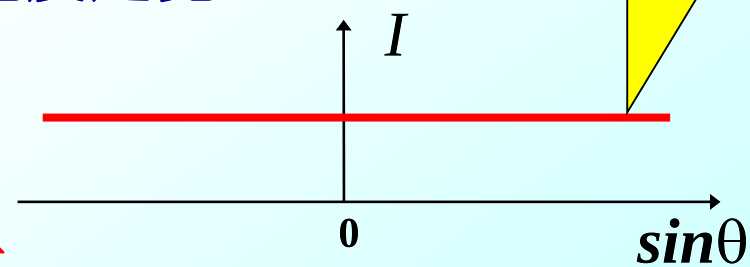
$\Delta x\propto\lambda$　波长越长，条纹宽度越宽

** 缝宽变化对条纹的影响

$$\Delta x=\frac{1}{2}\Delta x_0=f\,\frac{\lambda}{a}$$　缝宽越小，条纹宽度越宽

中央极大占据了整个屏幕

当$a\to\lambda$，$a\downarrow\lambda\uparrow$　屏幕是一片明亮

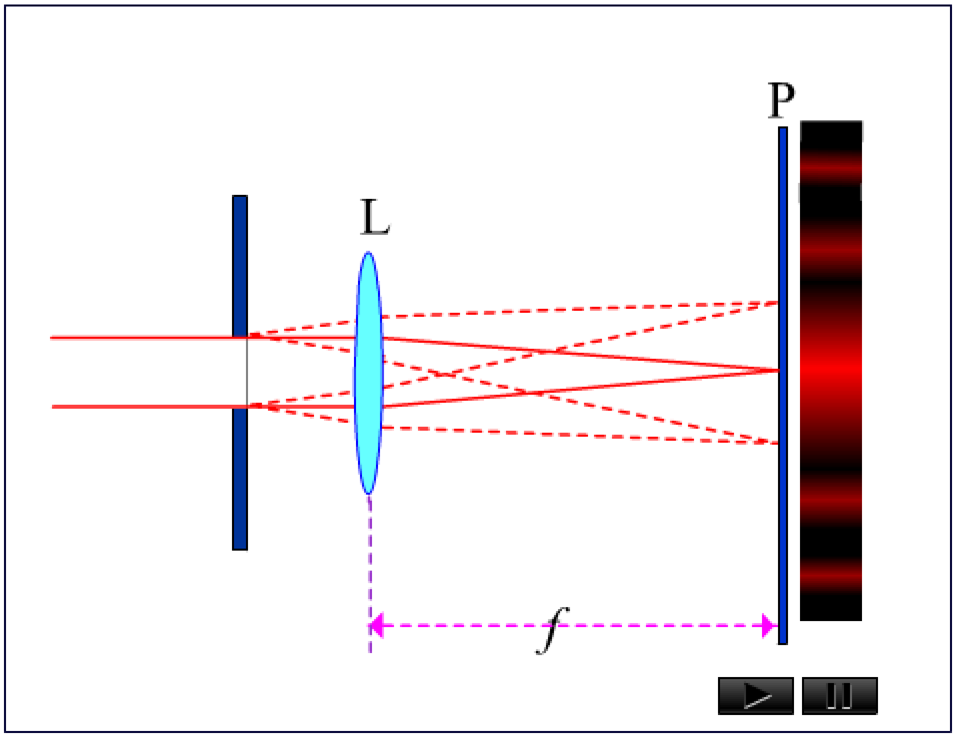


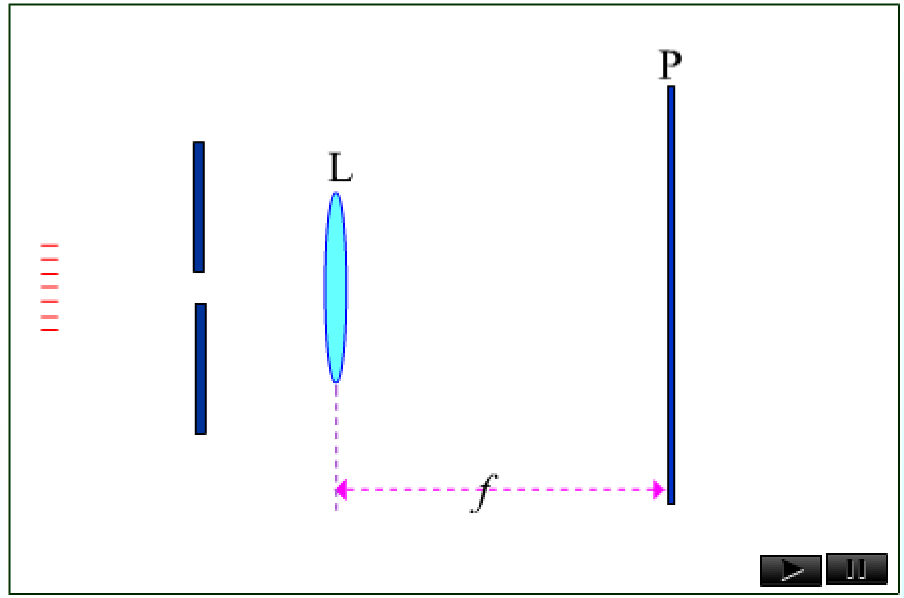
当 $\dfrac{\lambda}{a}\to 0$ 时，$\Delta x\to 0$

只显出单一的明条纹

——单缝的几何光学像

∴几何光学是波动光学在$\lambda/a\to 0$时的极　情形





动画演示

3.4 半波带法(确定明暗条纹的位置)

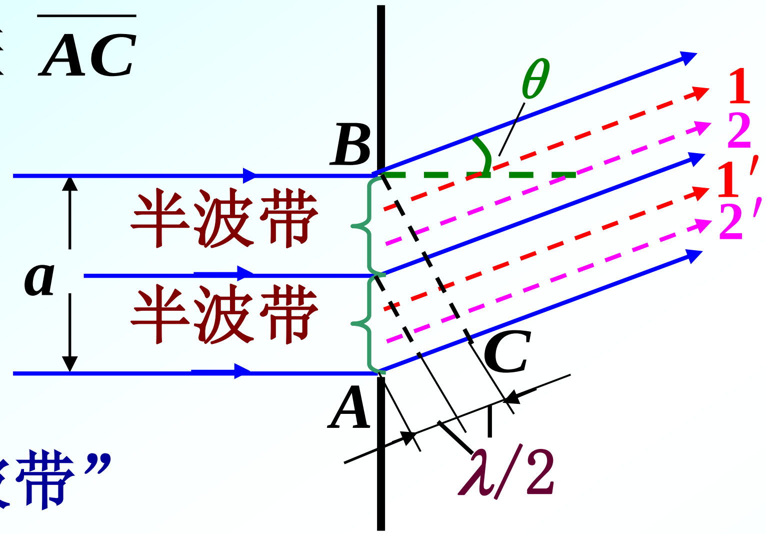
$a\sin\theta=\pm k\lambda$

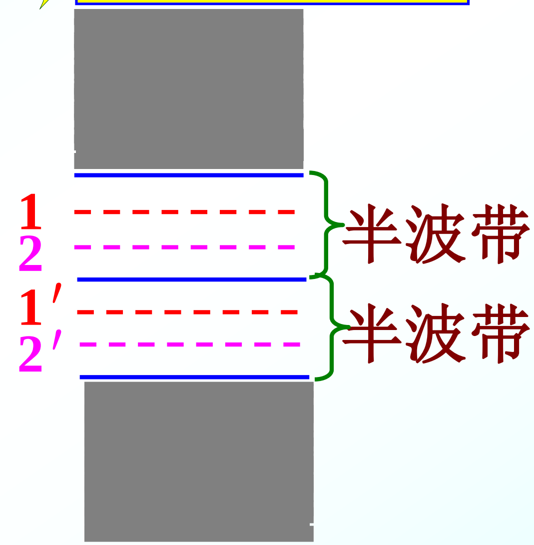
$A\rightarrow P$和$B\rightarrow P$的光程差 $\overline{AC}$

$\Delta r=a\sin\theta$

$\theta=0,\ \Delta r=0$

—— 中央明纹(中心)



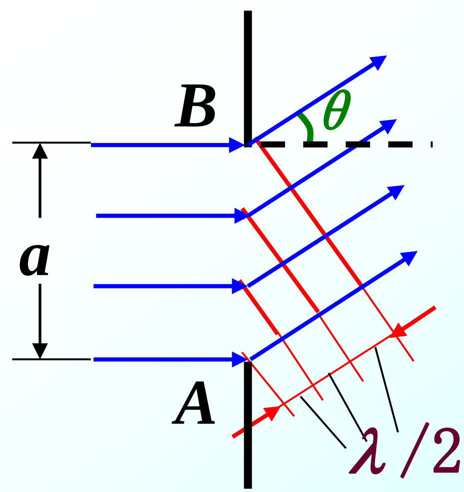


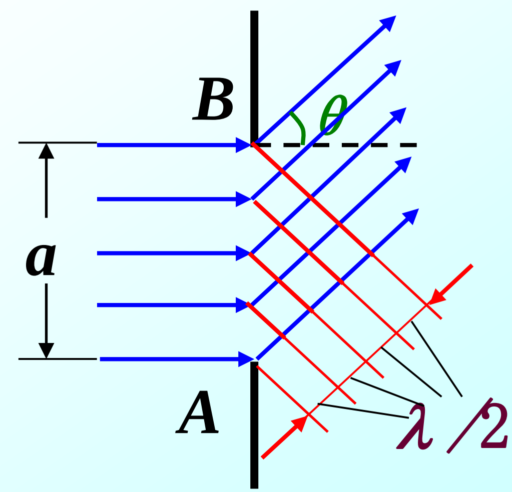
当 $a\sin\theta=\lambda$ 时，
可将缝分为两个“半波带”

两个“半波带”上发的光在P处干涉相消形成暗纹。

当 $a\sin\theta=\frac{3}{2}\lambda$ 时，
可将缝分成三个“半波带”

P处 似为明纹中心





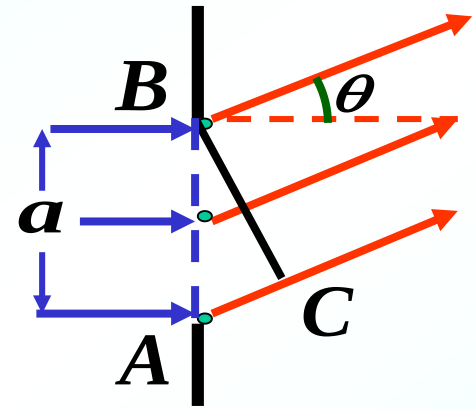
当 $a\sin\theta=2\lambda$ 时，
可将缝分成四个“半波带”，

形成暗纹。

ZLCAI

一般情况：

P点产生干涉的情况可由AC 的半波的倍数决定：



若：AC = 偶数个半波 $=2k\dfrac{\lambda}{2}$

$AC=a\sin\theta$

则： $a\sin\theta=\pm k\lambda$， $k=1,2,3\cdots$ ——暗纹

为什么k 从1而不是从0开始？

若$k=0$, 则

$\theta=\dfrac{\lambda}{2a}<\dfrac{\lambda}{a}$(中央极大半角宽

无意义

若：AC = 奇数个半波 $=(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

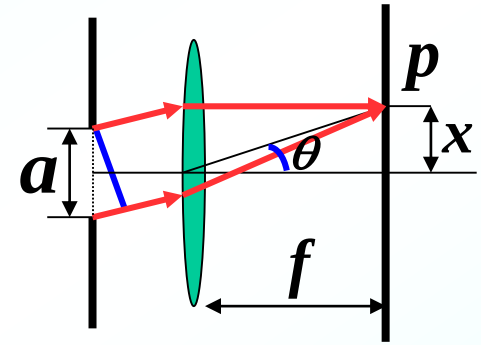
则： $a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}, k=1,2,3\cdots$ ——(次级)明纹

$a\sin\theta=0$ ——中央明纹

注：上 暗纹和中央明纹(中心)位置是准确的，其余明纹中心的位置 上稍有偏离。

若：$AC\neq$ 整数个半波 ，则对应明暗纹之 的情况。

例：单缝衍射a=0.1mm, f=100mm, λ=500nm, p点(x=1.75mm)处是明纹.



求：（1）p点条纹级数k.

明纹 $a\sin\theta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$ → $a\frac{x}{f}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

→ $k=\frac{ax}{f\lambda}-\frac{1}{2}=3.5-0.5=3$ 第3级明纹

（2）对应于P点缝可分成多少个半波带？

$a\sin\theta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}=(2\times3+1)\frac{\lambda}{2}=7\frac{\lambda}{2}$ 7个半波带

（3）p 点的相对光强？

$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

$I=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$

$\because k=3, \alpha=\frac{7\pi}{2}$ → $\frac{I}{I_0}=\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2}=\frac{1}{\left(\frac{7\pi}{2}\right)^2}=0.0083=0.83\%$

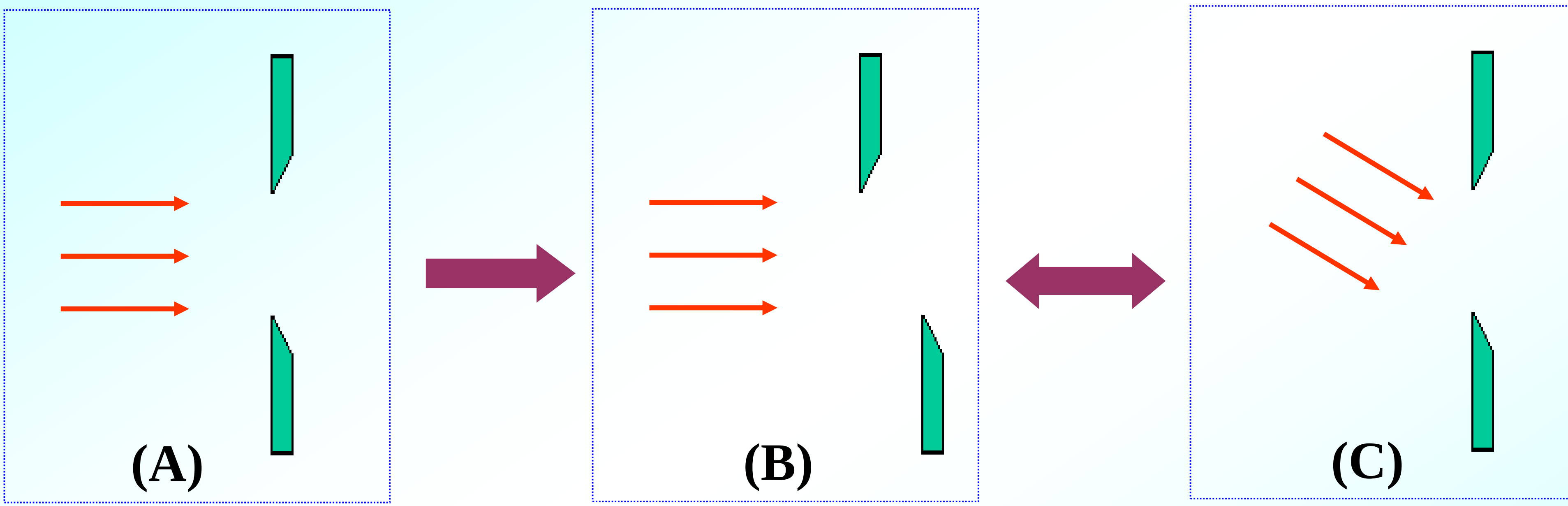
（4）将缝宽增加1倍，P点将变为什么条纹？

$2a\sin\theta=2\times\frac{7\lambda}{2}=14\frac{\lambda}{2}=7\lambda$ 第7级暗纹

$a\sin\theta=\pm k\lambda$

:

单缝衍射中单色光入射，求能看到的最大的明纹级次？



?

在折射率为n的气态或液态介质中，

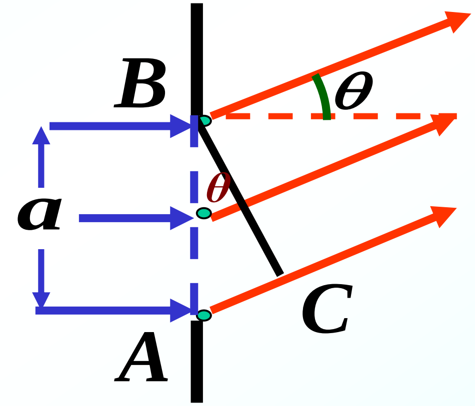
$na\sin\theta=\pm k\lambda$，$k=1,2,3\cdots$ ——暗纹

$na\sin\theta=\pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k=1,2,3\cdots$ ——明纹

$\theta=\frac{\pi}{2}$

最大级次

例: (1)在单缝衍射中，衍射角θ 越大(级数越　)的　些明纹的亮度是越大　是越小？ 用菲涅耳半波带法加以解　。(2)在单缝衍射中，如果把整个装置放入水中，衍射图样将怎样变化？



解: (1) $AC = a\sin\theta$

若：AC = 奇数个半波

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k=1,2,3\cdots$$ ——明纹

$\theta\uparrow$，$k\uparrow$ 则级数越　，AC越　，缝AB分成的半波带越多， 每个半波带越窄，在P点处引起的光强越小。因此，衍射角越大的明纹的亮度越小.

(2) 如果把整个装置放入水中，

明纹满　$na\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}, k=1,2,3\ldots$

暗纹满　$na\sin\theta = \pm k\lambda \quad k=1,2,3\ldots$

第k级明纹的衍射角的大小为　$\theta_k \approx \sin\theta_k = \frac{(2k+1)\lambda}{2na}$ $\Downarrow$

次极大条纹的宽度：$\Delta\theta = \theta_{k+1} - \theta_k \approx \frac{\lambda}{na}$ $\Downarrow$

所以，衍射图样将向中　收缩，条纹宽度变小。

7. 在单缝夫琅禾费衍射实验中，波长为 λ 的单色光垂直入射在宽度 $a=5\lambda$ 的单缝上。对应于衍射角 φ 的方向上，若单缝处波面恰好可分成 5 个半波带，则衍射角 $\varphi =$ __________ rad。

(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)——推导　程说明

$$E_{(p)}=C\iint_{s}\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dS$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dx \qquad r=r_0-x\sin\theta$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda})\cdot dx=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot dx$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot d[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cdot\sin[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]\Big|_{-a/2}^{a/2}$$

$$I_\theta=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$$

$$=C''a\frac{\lambda}{2\pi a\sin\theta}\cdot2\sin(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

$$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

记：$E_0=C''a$　$\alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$