大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

第二篇

电磁学

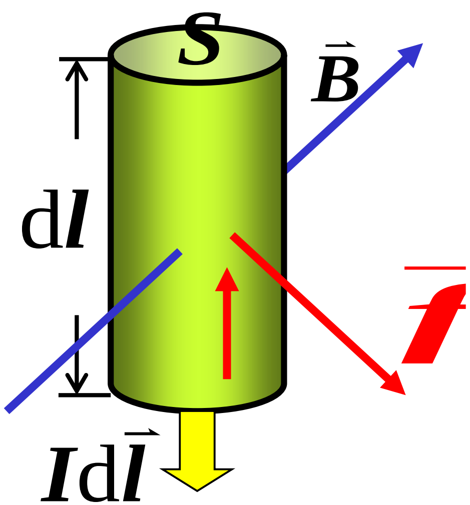
5. 载流导体在磁场中所受的力

1) 安培力：载流导体在外磁场受到的磁力。

载流导体所受安培力＝各电流元所受的磁场力之矢量和

可从运动电荷所受的洛仑兹力导出电流元所受的安培力。

2) 安培定律：$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$



取电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$，横截面为S，$\boxed{\mathrm{d}\vec{l} = -\vec{v}\mathrm{d}t}$

此电流元处的磁感应强度记作 $\vec{B}$

其内每个定向运动的电子受力 $\vec{f} = e\vec{v} \times \vec{B}$

设自由电子的数密度为n，则其总数为

$$\mathrm{d}N = n\mathrm{d}lS$$

电流元受力：$\mathrm{d}\vec{F} = \mathrm{d}N \cdot \vec{f} = n\mathrm{d}lS \cdot e\vec{v} \times \vec{B}$

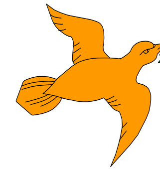
$$= -neSv \cdot \mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(-ne \cdot S\mathrm{d}l)$$

$$= -neSv$$

$$\boxed{\therefore \mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

3) 均匀磁场中载流导体的安培力



$$\begin{cases} d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \\ \vec{F} = \int_L I d\vec{l} \times \vec{B} \end{cases}$$

例：在均匀磁场$\vec{B}$中有一弯曲 导线ab，通有电流I，求其受磁场力。

解：取电流元 $Id\vec{l}$

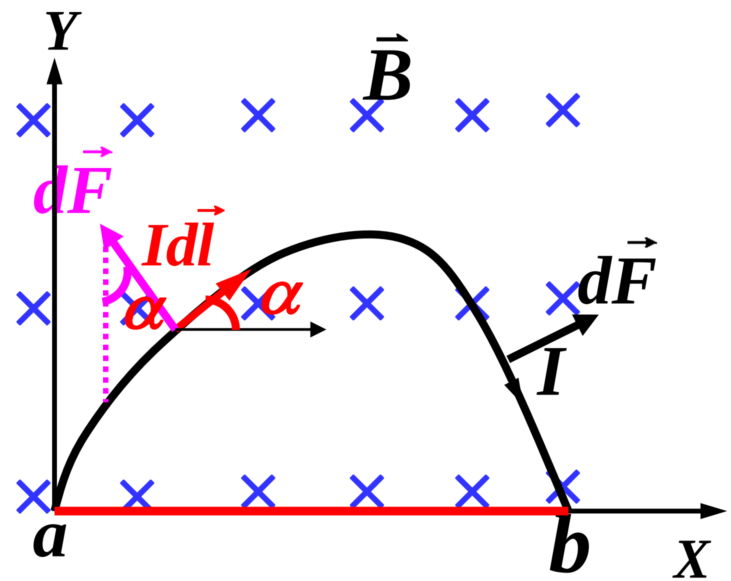
受力的大小 $dF = IdlB$

方向如图所示。

建立坐标系，取分量：

$$dF_x = dF\sin\alpha = BdlI\sin\alpha$$

$$dF_y = dF\cos\alpha = BdlI\cos\alpha$$



$$\begin{cases} dx = dl\cos\alpha \\ dy = dl\sin\alpha \end{cases}$$

积分

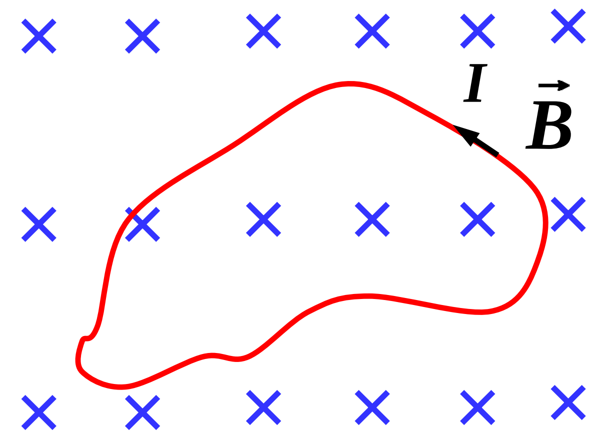
$$F_x = \int dF_x = BI\int dy = 0$$

$$F_y = \int dF_y = BI\int_a^b dx = BI\overline{ab}$$

$$\vec{F} = BI\overline{ab}\vec{j}$$

$$\begin{cases} \mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} \\ \vec{F} = \int_L I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B} \end{cases}$$

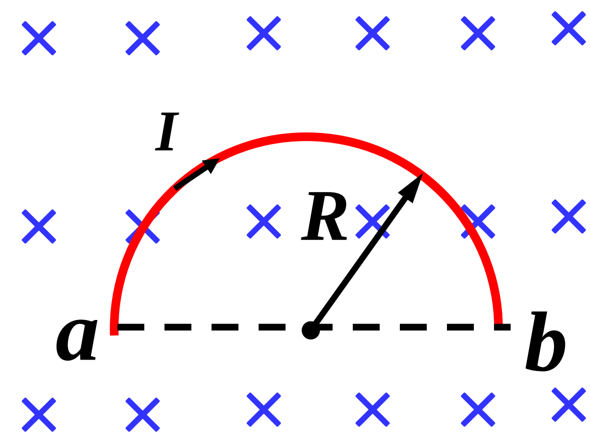
推论： 在均匀磁场中任意形状闭合曲线受合力为零。



$$F_x = \int dF_x = BI\int dy = 0$$

$$F_y = \int dF_y = BI\int dx = 0$$

练习： 如图 求半圆导线所受的合外力



大小： $F = 2IBR$

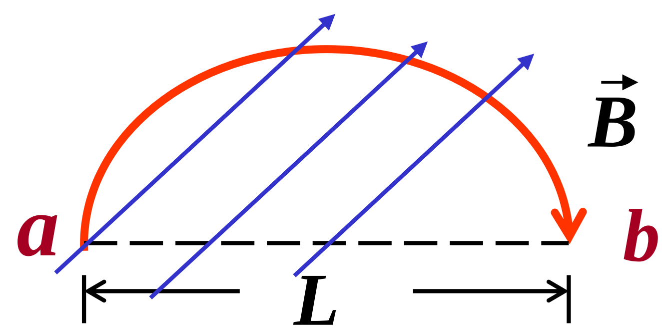
方向： 垂直向上。

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$ (安培定律)

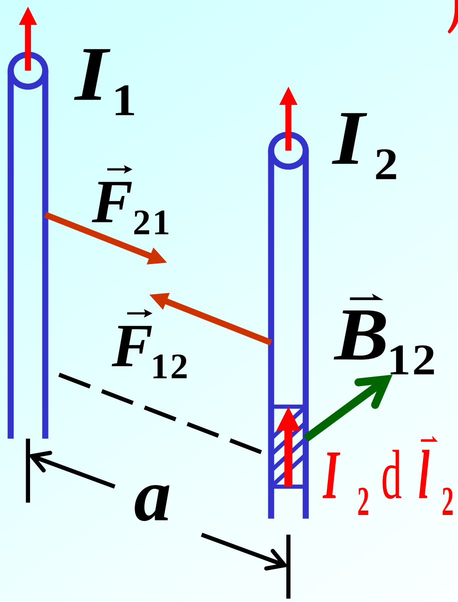
任意载流导体在磁场中所受的合力为：

$$\vec{F} = \int_0^l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

例：在均匀磁场 $\vec{B}$ 中有一弯曲导线ab，通有I电流，求其所受的磁场力。



例: 求两平行无限长直导线通有相同电流时的相互作用力。



解: 1）求F_{12}

$$\boxed{\vec{F}=\int_0^L I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}}$$

在I_2上取电流元$I_2\mathrm{d}l_2$

$$\vec{F}_{12}=\int I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\vec{B}_{12}$$

$I_2\mathrm{d}l_2$处的磁场为:

$$B_{12}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}$$ 方向垂直 $I_2\mathrm{d}\vec{l}$.

$$\therefore F_{12}=\int I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\mathrm{d}l_2=I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\int\mathrm{d}l_2$$ 指向I_1

同理: $$F_{21}=\int I_1\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\mathrm{d}l_1=I_1\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\int\mathrm{d}l_1$$ 指向I_2

2）单位长度的受力: $$f_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a};\quad f_{21}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}.$$

结论: 两力大小相等，方向相反

- 电流同向→吸引力
- 电流反向→排斥力

3）若令a=1m，$I_1=I_2=I$

$$f_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a};\quad f_{21}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}.$$

则有：$F=\dfrac{\mu_0}{2\pi}I^2$ ——单位长度上的受力。

$$I=\sqrt{\frac{2\pi F}{\mu_0}}$$

当 $F=\dfrac{\mu_0}{2\pi}=2\times10^{-7}$N时，$I$=1安培。

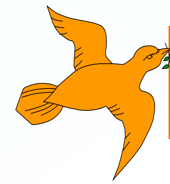
电流强度单位的定义：

在真空中，两条无限长平行导线，各通有相等的稳恒电流，当导线相距一米，每米长度上受力为2×10^{-7}N时，各导线上的电流强度为1安培。

箍缩效应：

两导线间存在有吸引力，一载流导线可看成由许多纵向细丝组成，细丝间也同样存在相互吸引力，若导体是液体、电离气体，则这些力使导体收缩。

例 无限长直电流 I_1旁，放一长L的直电流I_2，近端距离为a，夹角θ，求两电流的相互作用力？



$$\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

解： $I_2\mathrm{d}\vec{l}$ 受力方向如图，

大小为 $\mathrm{d}F_{12} = I_2\mathrm{d}l \cdot B$

每个$\mathrm{d}\vec{F}$方向一致，故：

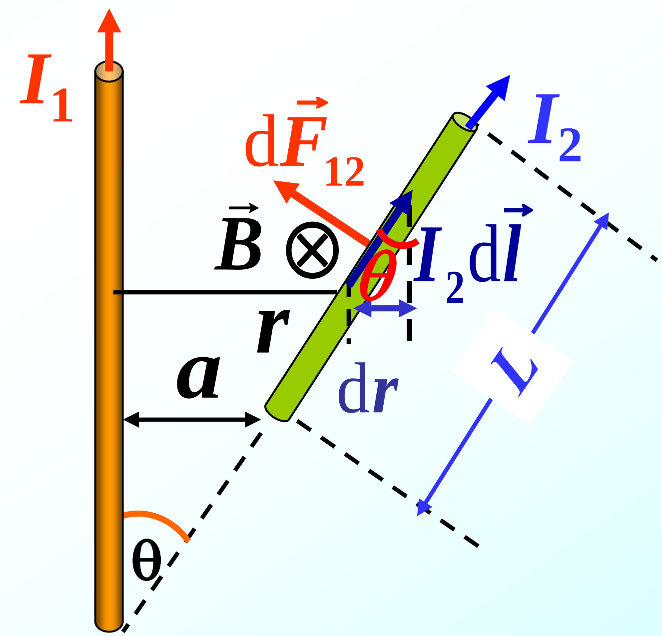
$$F_{12} = \int \mathrm{d}F_{12} = \int_L I_2 \mathrm{d}l \cdot B_1$$

$$= \int_0^L I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \mathrm{d}l$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_a^{a+L\sin\theta} \frac{1}{r} \cdot \frac{\mathrm{d}r}{\sin\theta}$$

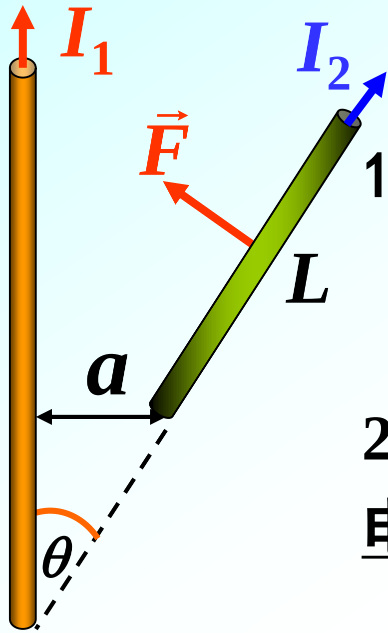
$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \sin\theta} \ln \frac{a + L\sin\theta}{a}$$

方向与$\mathrm{d}\vec{F}_{12}$相同。



根据牛顿定律：$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$

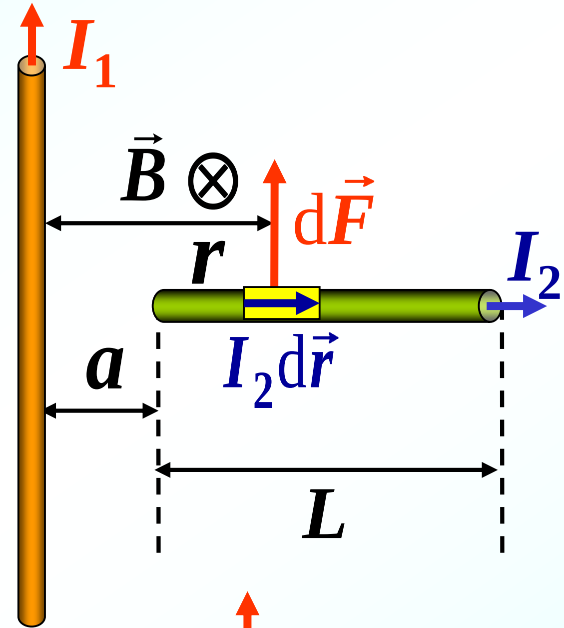
$$F_{12}=|F_{21}|=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\sin\theta}\ln\frac{a+L\sin\theta}{a}$$



讨论

1° 若两电流互相垂直:

$$F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\ln\frac{a+L}{a}$$

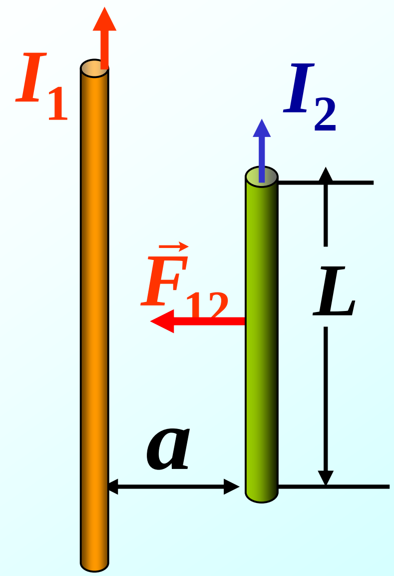


2°若两电流平行:

电流方向相同，导线相互吸引。

安培力大小: $F=\int_0^L I_2\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\mathrm{d}l$

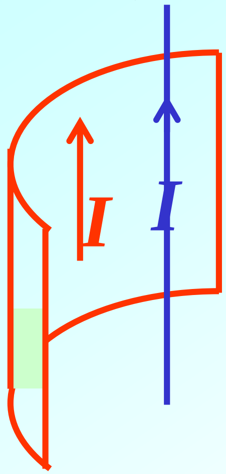
$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi a}$$



若$a<<L$, 上面结果可推广为两无限长平行载流直导线

单位长度的受力: $f_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$ $\quad f_{21}=-\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}$

例: 求半圆柱面电流对其轴线上长直载流导线的作用力。

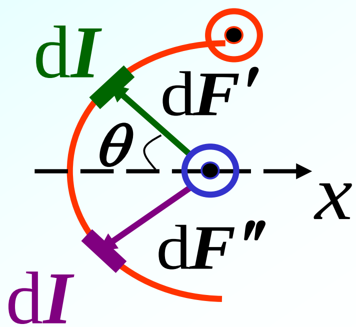


解: 平行电流相互作用力

$$\boxed{f_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}}$$

$$\mathrm{d}F'=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\mathrm{d}I=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot\frac{I}{\pi R}R\mathrm{d}\theta$$

由对称性: $\int \mathrm{d}F_y=0$



$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cos\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I^2}{2(\pi R)^2}\cos\theta R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F''=\mathrm{d}F'$$

$$F=\int \mathrm{d}F_x=\frac{\mu_0 I^2 R}{(\pi R)^2}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\mathrm{d}\theta$$

$$=\frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}$$ 沿x轴负方向

$$\vec{F}=\int_0^L I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$$

6. 载流线圈在磁场中所受的力和力矩

1）在均匀磁场中的线圈

（1）矩形线圈

设矩形线圈处在均匀磁场B中，由安培定律，可得各边受力：

$$F_1=\left|\int_d^a I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right|=IBl_2 \quad \text{向外}$$

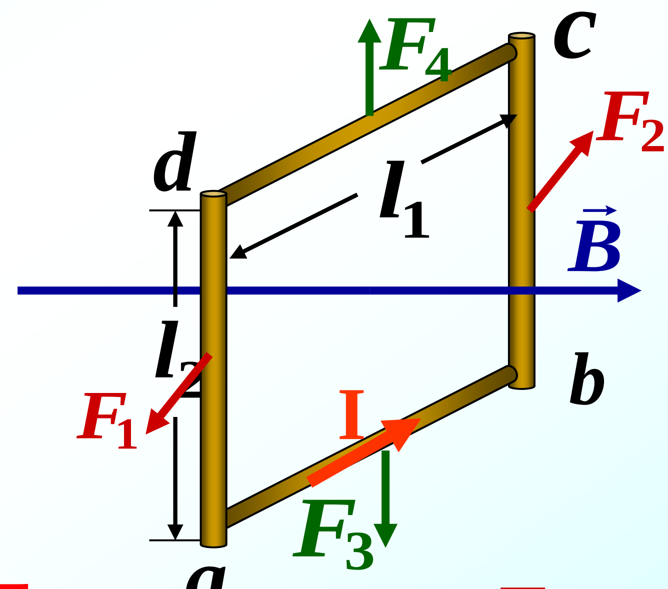
$$F_2=\int_b^c IB\mathrm{d}l=IBl_2 \quad \text{向里}$$

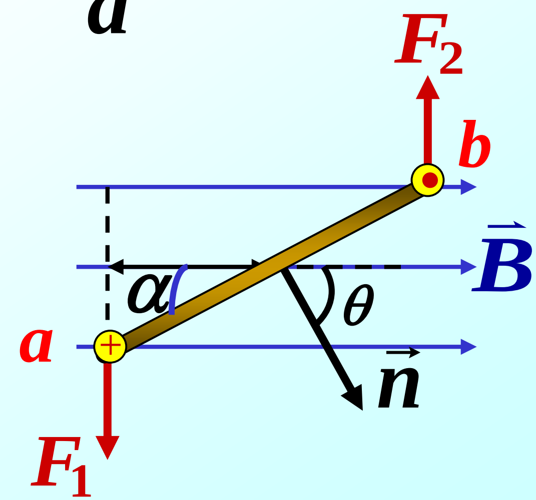
$$F_3=\int_a^b IB\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\mathrm{d}l=IB\cos\theta\, l_1 \quad \text{向下}$$

$$F_4=\int_c^d IB\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\mathrm{d}l=IB\cos\theta\, l_1 \quad \text{向上}$$

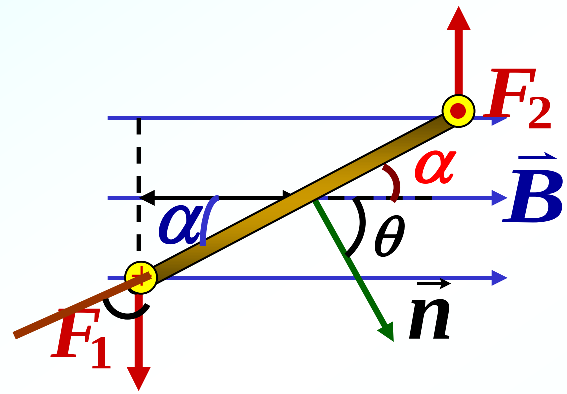
$\therefore F_{合}=0$　但F_1、F_2不在一直线上

则：线圈受力矩 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$





$\therefore F_{合} = 0$ 但F_1、F_2不在一直线上



$$F_1 = F_2 = IBl_2$$

则：线圈受力矩 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$M = F_1 \frac{l_1}{2} \cos\alpha + F_2 \frac{l_1}{2} \cos\alpha$$

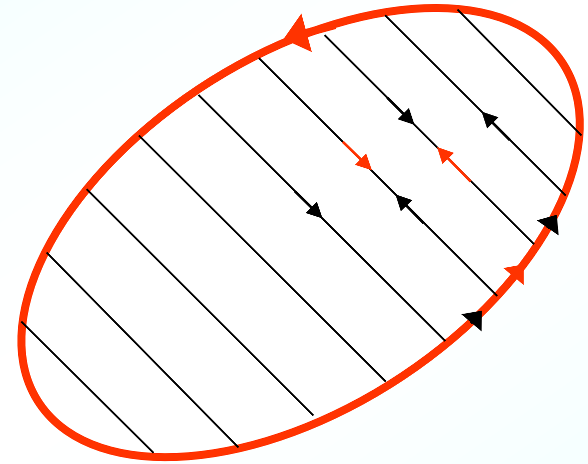
$$= IBl_1 l_2 \cos\alpha = IBS \sin\theta = p_m B \sin\theta$$

定义：磁偶极矩 $\vec{p}_m = IS\vec{n}$

$$\boxed{\therefore\ \vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}} \longrightarrow$$ 可推广到任意一线圈！

推广：任意形状的平面线圈的力矩

(2) 任意形状的平面线圈（在均匀场中）



设任意形状的闭合平面线圈面积为S，通有电流I.

设想线圈由许多无限小矩形线圈组成，每一小线圈所受力矩为：

$$\mathrm{d}\vec{M} = \mathrm{d}\vec{P}_m \times \vec{B} = I\mathrm{d}S\vec{n} \times \vec{B}$$

线圈受的总力矩为：$\vec{M} = \int \mathrm{d}\vec{M} = \int I\mathrm{d}S\,\vec{n} \times \vec{B} = I(\int \mathrm{d}S)\,\vec{n} \times \vec{B}$

$$= IS\vec{n} \times \vec{B} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

即：$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$

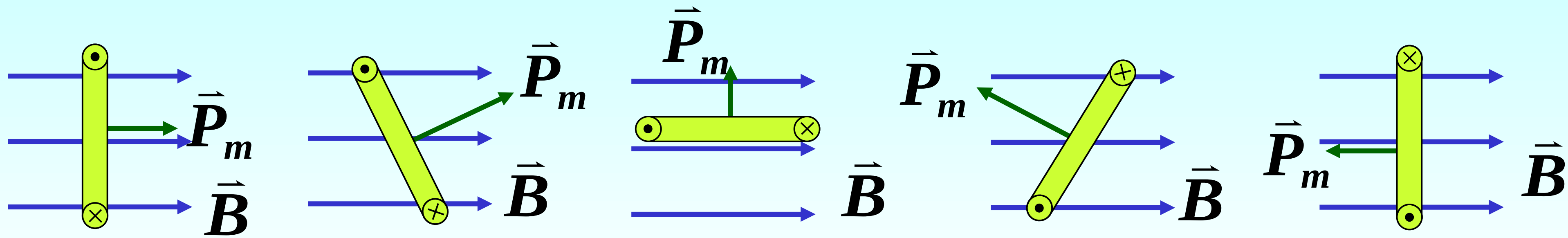
对线圈一般有：$\sum \vec{F} = 0$; $\sum \vec{M} \neq 0$

注意：

无论线圈什么形状，均匀磁场对它的作用只取决于$\vec{P}_m$，$\vec{P}_m$相同的线圈受磁场的作用完全相同。

（3）平面线圈在磁场中所受力矩的几种情况

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$



$\theta = 0, M = 0$ $\theta < 90^\circ$ $\theta = 90^\circ$ $\theta > 90^\circ$ $\theta = \pi, M = 0$

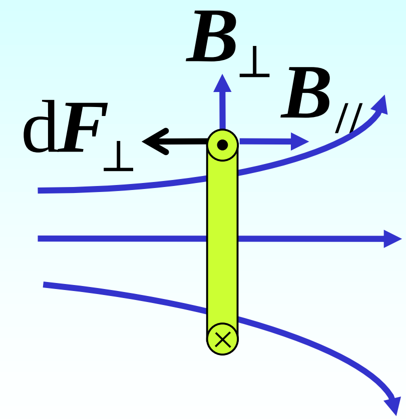
$\vec{P}_m // \vec{B}$ $M \neq 0$ $M = M_{max}$ $M \neq 0$ $\vec{P}_m // -\vec{B}$

稳定平衡 非稳定平衡

$$\boxed{\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}}$$

磁力矩总是使线圈或磁偶极子转向磁场方向;
电场对电偶极子的力矩总是使其转向电场方向。

2) 在非均匀场中的线圈所受的力和力矩



情况较复杂。

一般地：$\vec{F}_{合}\neq 0$，$\vec{M}\neq 0$。

线圈除了转动，还会平动，一般向磁场较强的方向平动。

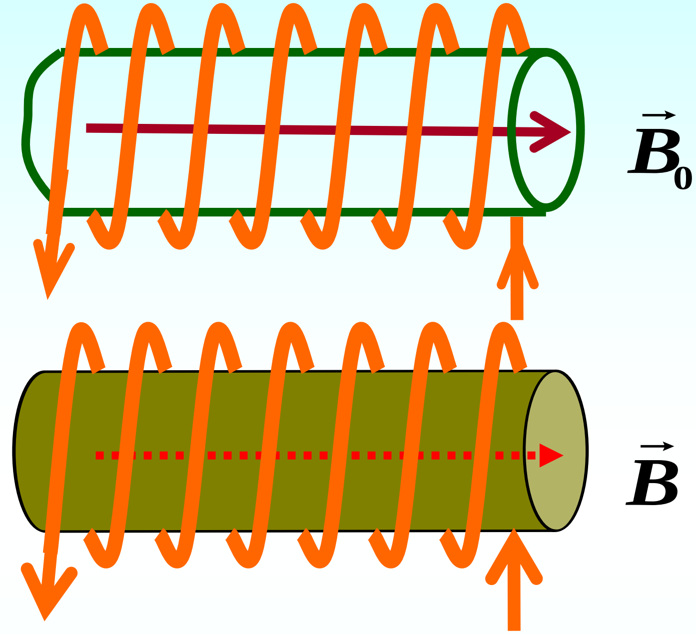
对非刚性线圈可能还有形变。

七、磁介质

(一) 磁介质的磁效应

实验发现：

在螺旋管内填充磁介质前后的磁感应强度的比值，可表征该种介质在磁场中的性质。



相对磁导率：$\mu_r = \dfrac{B}{B_0}$

常见的磁介质：

$\mu_r \geq 1$ → 顺磁质　如：氧、铝、钨、铂、铬等。

$\mu_r < 1$ → 抗磁质　如：氮、水、铜、银、金、铋等。

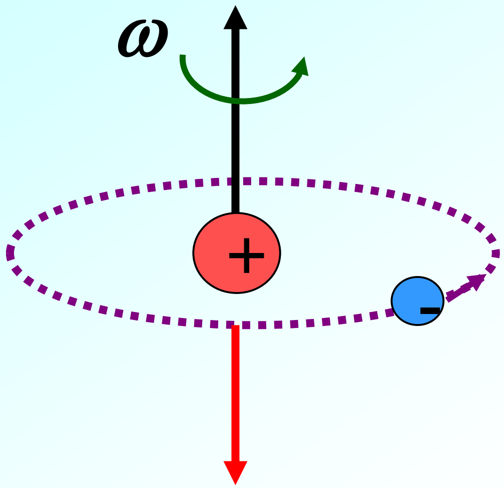
(超导体是理想的抗磁体)

$\mu_r >> 1$ → 铁磁质　如：铁、钴、镍等

1. 分子磁矩 (物质的磁性起源)

$$\vec{P}_m = IS\vec{n}$$

实物的基本组成单元：分子、原子、电子



电子运动：

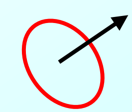
$\begin{cases} \text{绕核运动} \rightarrow \text{电流环} \rightarrow \text{轨道磁矩 } \vec{\mu}_{轨} \\ \text{自旋运动} \rightarrow \text{自旋磁矩 } \vec{\mu}_{自} \end{cases}$

$$\vec{\mu}_{轨} = IS\vec{n} = -\frac{er^2}{2}\vec{\omega}$$

两种运动磁效应的总和 $\xlongequal{\text{等效}}$ 分子圆电流

$$\vec{\mu}_{分子} = \sum \vec{\mu}_{轨} + \sum \vec{\mu}_{自}$$

分子的固有磁矩

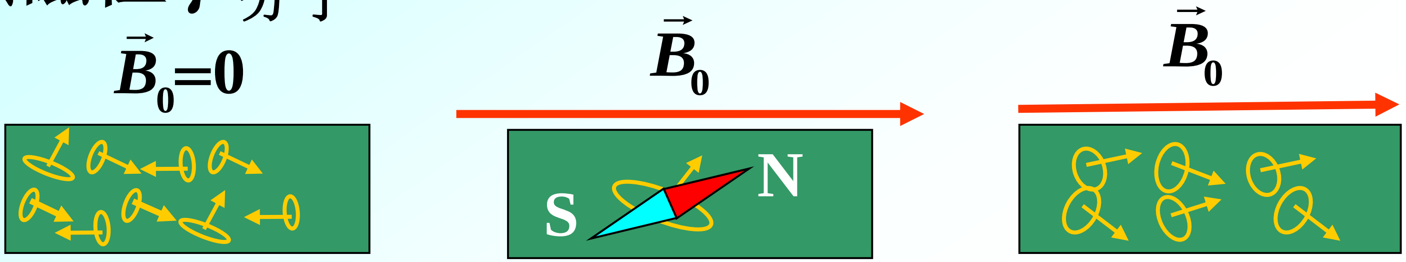


$\vec{\mu}_{分子}$

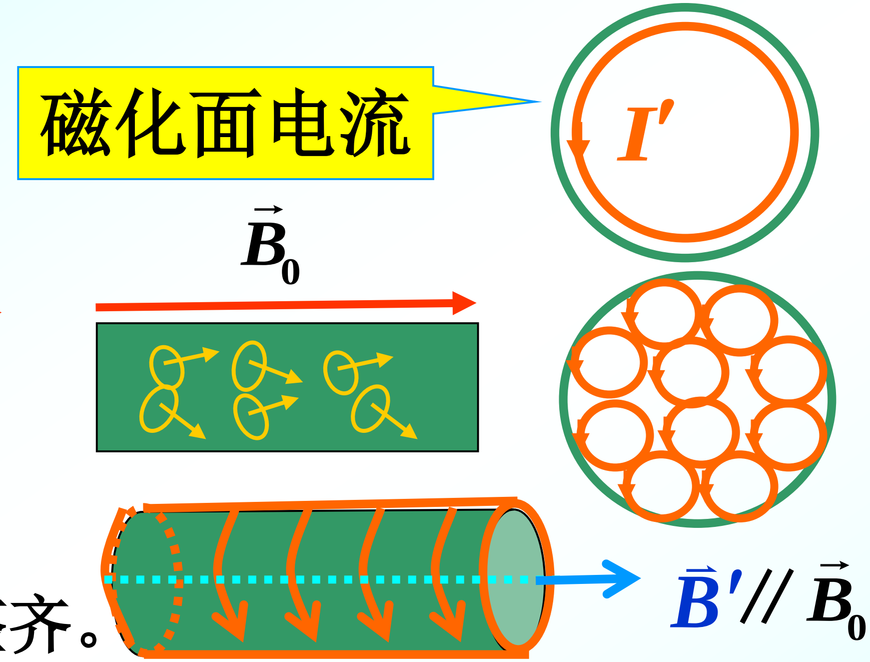
两类磁介质 $\begin{cases} \vec{\mu}_{分子} \neq 0 & \rightarrow \text{顺磁质} \quad \mu_r \geq 1 \\ \vec{\mu}_{分子} = 0 & \rightarrow \text{抗磁质} \quad \mu_r < 1 \end{cases}$

2. 磁化的微观解释

1）顺磁性 $\vec{\mu}_{分子} \neq 0$



$\sum \vec{\mu}_i = 0$ $\qquad$ $\vec{M} = \vec{\mu}_{分子} \times \vec{B}_0$



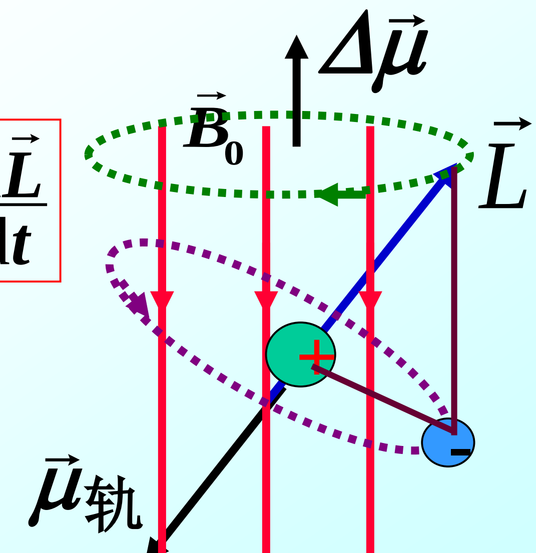
可见：外磁场强，分子磁矩排列越整齐。

磁化面电流越大，介质的磁化程度越高。

2）抗磁性 $\vec{\mu}_{分子} = 0$

$\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M}\mathrm{d}t$ $\qquad$ $\vec{M} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$

——分子中电子轨道角动量的旋进

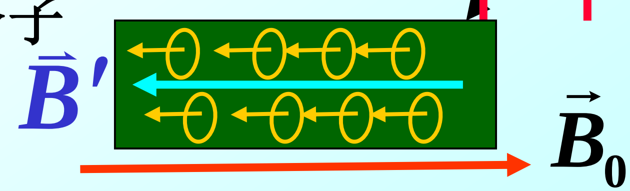


电子因轨道磁矩受磁力矩：$\vec{M} = \vec{\mu}_轨 \times \vec{B}_0$

轨道角动量 $\vec{L}$ 绕磁场旋进/进动，

电子附加一个磁矩：$\sum \Delta\vec{\mu} = \Delta\vec{\mu}_{分子}$

$\Delta\vec{\mu}_{分子} \longrightarrow I' \longrightarrow \vec{B}' /\!/ -\vec{B}_0$



●进动

$$\boxed{\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M}\mathrm{d}t}$$

陀螺在绕自身的对称轴转动的同时，其对称轴绕经过定点的轴转动，这种高速自旋的物体的转轴在空间转动的现象称为进动（回转效应）。

以O点为参考点。重力的力矩:

$$\vec{M} = \int \mathrm{d}\vec{M} = \int \vec{r} \times \vec{g}\mathrm{d}m = (\int \vec{r}\mathrm{d}m) \times \vec{g}$$

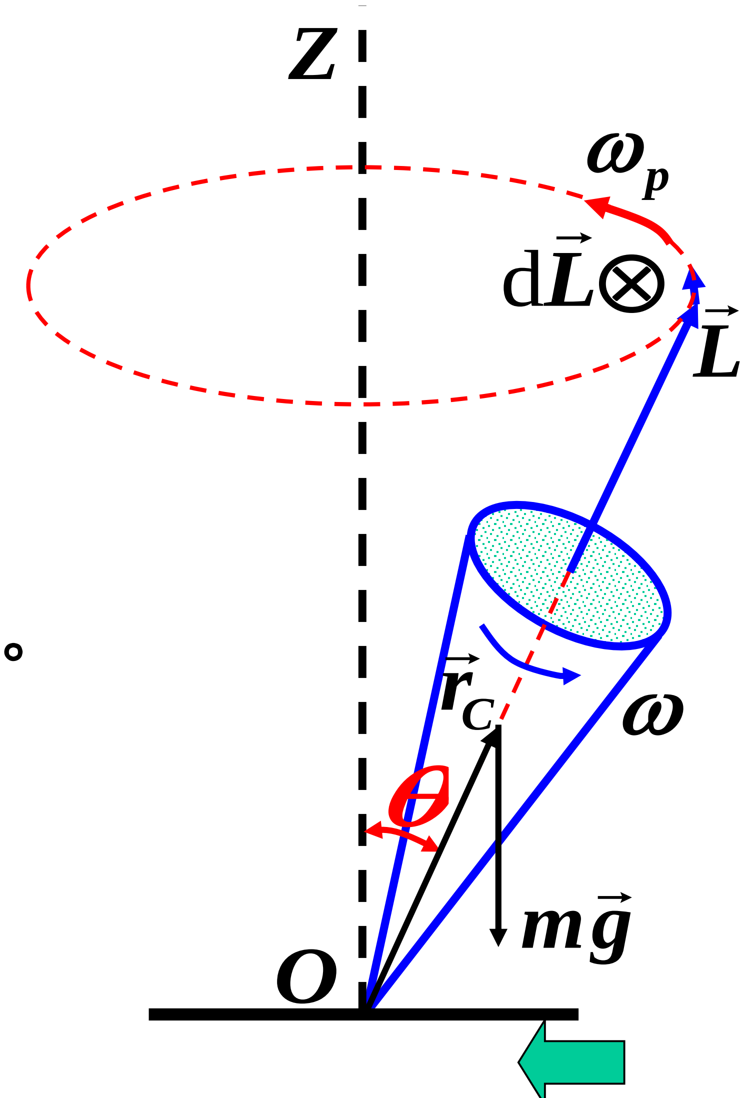
$$= m\frac{\int \vec{r}\mathrm{d}m}{m} \times \vec{g} = m\vec{r}_C \times \vec{g} \perp \vec{L}$$

重力对O点的力矩始终与角动量垂直。

$$\mathrm{d}\vec{L} = \vec{M}\mathrm{d}t = m\vec{r}_C \times \vec{g}\mathrm{d}t \perp \vec{L}$$

所以角动量只改变方向而大小不变，

从而产生旋进运动，即进动。

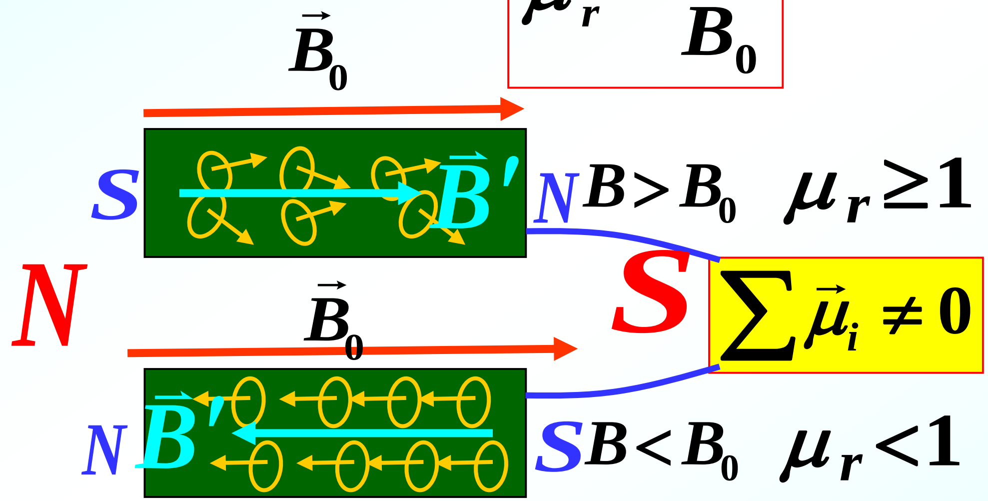


讨论:

$$\mu_r = \frac{B}{B_0}$$

1）顺磁性介质处在外磁场时，
其体内磁场：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$

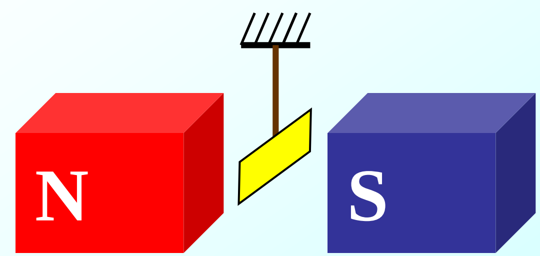
抗磁性介质处在外磁场时，
其体内磁场：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'$



2）介质中的抗磁效应在顺磁介质中是否有？

有 但：$\vec{\mu}_{分子} >> \Delta\vec{\mu}_{分子}$

3）若将一磁介质放入磁场中，如何
判断该介质是顺磁还是抗磁介质？



真的是金条？

金、银是
抗磁质

4）超导体是完全抗磁体

在外磁场中超导体内：$\vec{B}=\vec{B}_0+\vec{B}'=0$

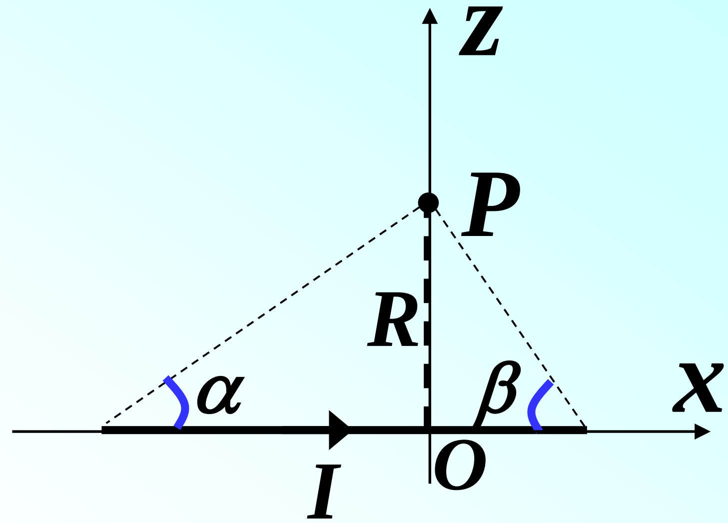
注：表面分子磁化电流不是自由电荷定向运动形成。

小测验

测验：求一段载流直导线的磁场，

即其在任意点P产生的磁场。

（要求利用所建坐标系）



$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

（打下课铃交）

1班	2班	3班	4班	5班