考试时间 2019.01.07

2018 ～2019 学年第 一 学期

《 微积分（一）》课程考试试卷(A 卷)

一． 单项选择题（每小题 3 分，6 个小题共 18 分，将结果涂在答题卡上.）

1. 以下关于数列的命题,正确的是【】.

A. 一个有界数列与一个无界数列的和是无界数列　B. 两个无界数列的和是无界数列

C. 两个无界数列的乘积是无界数列　　D. 一个有界数列与一个无界数列的乘积是无界数列

2. 设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，则函数 $\sqrt[3]{f(x)}$ 在 $x=a$ 处【】.

A. 可导　　B. 不连续　　C. 连续但不一定可导　　D. 不可导

3. 设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内连续，则 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内【】.

A. 有界　　B. 可导　　C. 存在最大值　　D. 原函数存在

4. 函数 $f(x)=x^4-2x^3$ 有【】.

A. 一个极小值和一个极大值　　B. 一个极小值　　C. 两个极小值　　D. 两个极大值

5. 设函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内满足 $f'(x)<0, f''(x)>0$. 则在区间 (a,b) 内【】.

A. $f(x)$ 单调减少，曲线 $y=f(x)$ 下凸.　　B. $f(x)$ 单调减少，曲线 $y=f(x)$ 上凸.

C. $f(x)$ 单调增加，曲线 $y=f(x)$ 下凸.　　D. $f(x)$ 单调增加，曲线 $y=f(x)$ 上凸.

6. 设 $M=\int_0^{\pi/4}\sqrt{\sin x}\mathrm{d}x, N=\int_0^{\pi/4}\sqrt{\sec x}\mathrm{d}x, K=\int_0^{\pi/4}\sqrt{\tan x}\mathrm{d}x$,则 M,N,K 的大小关系为【】.

A. $M<N<K$　　B. $M<K<N$　　C. $N<M<K$　　D. $K<N<M$

二. 填空题（每小题 4 分，4 个小题共 16 分，将计算结果写在答题卡上.）

7. 设 $u=x+a\ln(1-x)+bx\sin(3x)$ 是 x 的 3 阶无穷小，则 $a=$______，$b=$______.

8. 曲线 $y=x^3-6x^2+5x+3$ 的拐点坐标为____________ .

9. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{1-\cos x}\tan t\mathrm{d}t}{\sin x^4}=$_____ .

10. 曲线 $x=2\cos^3 t, y=2\sin^3 t, 0\le t\le 2\pi$ 的弧长为_______. （给出数值结果）

三. 基本计算题（每小题 7 分，6 个小题共 42 分，必须写出主要计算过程.）

11. 求曲线 $y=\sqrt{4x^2+2x+5}\ (x>0)$ 的渐近线.

12. 写出 $f(x)=\ln(1+x)$ 带 Lagrange 余项的 n 阶麦克劳林公式.

13. 求不定积分 $I=\int\frac{\sqrt{x-3}}{2x}\mathrm{d}x$.

14. 求定积分 $I=\int_0^{1/2}x\arcsin x\mathrm{d}x$.

15. 求反常积分 $I=\int_0^{+\infty}\mathrm{e}^{-2x}\sin x\mathrm{d}x$.

16. 求微分方程 $y'+\frac{y}{x}=y^2\ln x$ 的通解.

四. 应用题（每小题 7 分，2 个小题共 14 分，必须写出主要过程.）

17. 设函数 $f(x)=\begin{cases}(1+x)^{1/x}, x\in(-1,0)\cup(0,+\infty)\\ \mathrm{e}, \quad x=0\end{cases}$，求 $f'(x)$ 并讨论 $f'(x)$ 的连续性.

18. 求平面图形 $0\le y\le\cos x, 0\le x\le\frac{\pi}{2}$ 绕 y 轴旋转所得立体的体积.

五. 综合题（每小题 5 分，2 个小题共 10 分，必须写出主要过程.）

19. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有二阶可导, 且 $f(a)=f(b)$, $|f''(x)|\le M$.

证明: $|f'(a)+f'(b)|\le M(b-a)$.

20. 设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上二阶可导，并且 $f''(x)\le 0$.证明 $\int_a^b f(x)dx\ge\frac{(b-a)(f(a)+f(b))}{2}$.