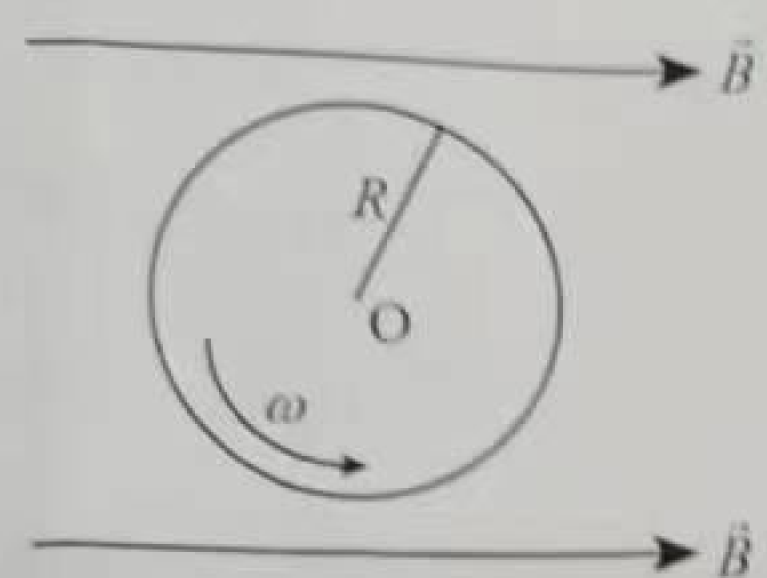
一、选择题答案 ACBAB，DACDD

二. 填空题（每个题均请提供详细解答和最终答案，包括推导步骤，以便审核）

1．如图所示，半径为 R 的圆盘上带有正电荷，电荷面密度为 $\sigma = kr$，式中 k 是比例常数，r 是圆盘上一点到圆心的距离。该圆盘放在均匀磁场 $\vec{B}$ 中，其法线方向与 $\vec{B}$ 垂直。当圆盘以角速度 ω 绕过圆心且垂直于圆盘的轴旋转时，圆盘受到的磁力矩大小为 $\boxed{\dfrac{Bk\omega\pi R^5}{5}}$。



$\dfrac{dq \cdot}{2\pi/\omega}$

解答：

在圆盘上取一个半径为 r、宽度为 dr 的圆环。环上的电荷量为 $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$。圆环以角速度 ω 旋转，电流为 $dI = \sigma r\omega dr$。因此可得该圆环上的磁矩大小为 $dm = \pi r^2 dI = \pi r^2 (kr)\omega r dr$。磁矩方向与磁场垂直，因此圆环上的电流受到的磁力矩为 $dM = Bdm = Bk\pi r^4 \omega dr$。

整个圆盘受到的磁力矩为 $M = \int dM = \int_0^R Bk\pi r^4 \omega dr = \dfrac{Bk\omega\pi R^5}{5}$。

2．平行板电容器电容为 $C = 20\ \mu F$，两极板上电压变化率为 $\dfrac{dU}{dt} = 1.5\times10^5$ V/s，若忽略边缘效应，则该电容器中的位移电流的大小为 $\boxed{3}$ A。

解答：

位移电流和传导电流相等，因此有

$$I_d = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}(CU) = C\frac{d}{dt}U = 20\times10^{-6}\cdot1.5\times10^5 = 3\ \text{A}。$$

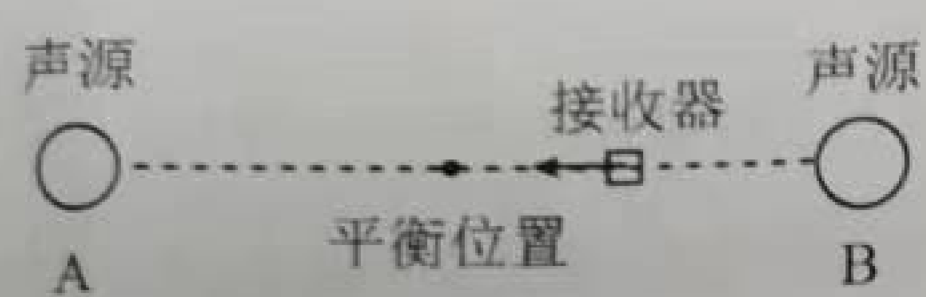
3. 做简谐振动的波源的振动方程为 $y = 0.01\cos(6\pi t)$ (m)，该波源在介质中激发了波速为 40 m/s 的平面简谐波。波源起振后 1 s、距离波源 20 m 处的质点的位移为 $\boxed{-0.01}$ m。

解答：

取波源的位置为坐标原点，波的传播方向为 x 轴正方向。因此该平面简谐波的波函数为 $y=0.01\cos\left[6\pi\left(t-\frac{x}{40}\right)\right]$。将 $t=1$ s，$x=20$ m 代入波函数可得：

$y=0.01\cos\left[6\pi\left(1-\frac{20}{40}\right)\right]=0.01\cos\pi=-0.01$ m。

4. 假定有两个完全相同的固定声源 A、B，发声频率都为 600 Hz。声音传播的速度为 340 m/s。如图所示，在 A、B 连线之间有一个接收器沿连线方向做简谐振动，振动表达式为 $x=1.7\cos\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ (m)。当接收器运动到平衡位置时，收到的 A、B 信号之间的拍频为 12 Hz。



解答：

当接收器运动到平衡位置时的运动速度大小为 $u_R=\omega A=2\times1.7=3.4$ m/s。

相对固定声源 A、B，接收器靠近其中一个波源，就会远离另一个波源。根据多普勒效应，接收器接收到的两个频率为：$\nu=\frac{u\pm u_R}{u}\nu_S$，频率差为：

$\Delta\nu=\frac{2u_R}{u}\nu_S=\frac{2\times3.4}{340}\times600=12$ Hz。

5. 一驻波的表达式为 $y=0.05\cos(16\pi x)\cos(800\pi t)$ (m)，则形成此驻波的两行波的波速是 50 m/s。

解答：

与驻波方程 $y=2A\cos(kx)\cos(\omega t)$ 相比较，有 $k=16\pi$，$\omega=800\pi$。因此波速为

$u=\omega/k=800\pi/16\pi=50$ m/s。

6. 杨氏双缝实验中以单色光照射双缝。若两缝间距为 0.15 mm，在离双缝 1.0 m 远的屏上得到间距为 4 mm 的干涉条纹，则所用单色光的波长为 600 nm。

解答：

$$\lambda=\frac{d}{D}\Delta x=\frac{0.15\times10^{-3}\times4\times10^{-3}}{1}=0.6\times10^{-6}\ \mathrm{m}=600\ \ \mathrm{nm}。$$

7. 某晶体存在一簇晶面间距为 0.282 nm 的晶面。用一束波长范围为 0.116 nm－0.152 nm 的 X 射线以 30°掠射角入射该晶体。在镜面反射方向上检测到的 X 射线的波长为 0.141 nm（保留 3 位小数）。

解答：

根据布拉格衍射公式 $2d\sin\theta=k\lambda$，在镜面反射方向上检测到的 X 射线的波长为 $\lambda=\frac{2d\sin\theta}{k}=\frac{0.282}{k}\mathrm{nm}$，其中 k 为整数。由于 X 射线的波长范围为 0.116 nm － 0.152 nm，因此只有 k =2 满足布拉格公式。因此 $\lambda=0.141\ \ \mathrm{nm}$。

8. 一束光由自然光和线偏振光混合而成，其中自然光光强为 I_0，线偏振光光强为 I_1。在光路上放置一个偏振片，使偏振片通光方向与光束中线偏振光的光振动方向成 60°角。当这束混合光通过该偏振片时，透射光强为 $\frac{I_0}{2}+\frac{I_1}{4}$。

解答：

该束光中自然光的光强为 I_0，线偏振光的光强为 I_1。自然光通过偏振片后光强变为 $\frac{I_0}{2}$，线偏振光通过偏振片后光强变为 $I_1\cos^2\theta$，其中 θ 为线偏振光的偏振方向与偏振片的通光方向之间的夹角。

根据题意，透射光强为 $\frac{I_0}{2}+I_1\cos^2 60°=\frac{I_0}{2}+\frac{I_1}{4}$。

9. 在康普顿散射中，已知入射 X 射线光子的能量为 0.9 MeV。散射后测得该光子的波长变为散射前的 120%。则反冲电子增加的能量为 0.15 MeV。

解答：

在康普顿散射过程中能量守恒。因此反冲电子增加的能量为 X 射线光子减少的能量。对于 X 射线光子而言，入射 X 射线光子的能量为 0.9 MeV，因此有

$E_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 0.9$ MeV。散射后该光子的波长为 $\lambda = 1.2\lambda_0$，因此能量为：

$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{1.2\lambda_0} = \frac{E_0}{1.2} = 0.75$ MeV。其能量变化为：$\Delta E = E - E_0 = 0.9 - 0.75 = 0.15$ MeV。

10. 往硅本征半导体中掺入一定量的硼（三价）后形成 p 型半导体。该半导体的主要载流子是$\boxed{\text{空穴}}$。

解答：硼为三价元素。掺入硼后缺少一个电子，即形成一个空穴。这是该半导体的主要载流子。

1. $\frac{1}{5}k\pi\omega BR^5$

2. 3

3、-0.01

4. 12 Hz

5. 50 m/s

6. 600 nm

7. 0.141 nm

8. $\frac{1}{2}I_0+\frac{1}{4}I_1$

9. 0.15

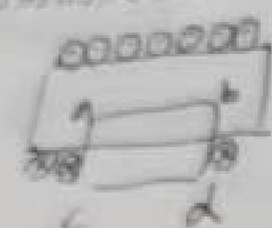
10. 空穴

HUAWEI Mate 30
SuperSensing Camera | LEICA

三、计算题（每题 10 分，共 40 分）

得分	10
评卷人	3班

1．一根长为 l 的长直螺线管（忽略边缘效应），截面积为 S，线圈总匝数为 N，假设管内充满磁导率为 μ 的均匀磁介质。（1）求该螺线管的自感系数；（2）若线圈中的电流在 0.01 s 内由 2 A 均匀地减小到零，求线圈中的自感电动势的大小。



(1) 假设一匝中电流为 I

解

$\mu H = B$

$H l_{ab} = \frac{NI}{l} l_{ab}$ 做闭合回路abcd

$\therefore B l_{ab} = \mu \frac{NI}{l} l_{ab}$

$B = \mu \frac{N}{l} I$

$\Phi = BNS = \frac{\mu N^2 IS}{l}$

6

$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu N^2 S}{l}$

(2)

$\varepsilon_{感} = \frac{-d\Phi}{dt} = \frac{-dLI}{dt} = L \cdot \frac{-dI}{dt}$ 4

由题已知 $\frac{dI}{dt} = -\frac{2A}{0.01s} = -200 A\cdot s^{-1}$

$\therefore \varepsilon_{感} = \frac{\mu N^2 S}{l} \cdot 200$ V

得分	10
评卷人	9 子

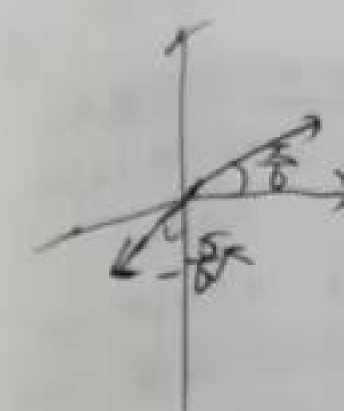
2．有三个同方向、同频率的简谐振动，它们的表达式分别为：

$x_1 = 4\cos\left(10t + \frac{\pi}{6}\right)$ (m)，$x_2 = 3\cos\left(10t - \frac{5\pi}{6}\right)$ (m)，$x_3 = \cos(10t + \varphi_3)$ (m)。

求：（1）x_1 和 x_2 合振动的振幅和初相位。

（2）φ_3 为何值时，x_1 和 x_3 合振动的振幅最大？

（3）如果 $\varphi_3 = \frac{\pi}{6}$，假设在 $x=0$ 处有一个质点同时参与上述三个简谐振动。请写出以该质点为波源沿着 x 轴负方向传播（波速为 10 m/s）的平面简谐波的波函数。



(1) x_1与x_2频率相同 相位差为π 运动方向相反

$|x_1+x_2| = \sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = |A_1-A_2| = 1m$ 2

振幅

$\because A_1 > A_2$ 运动方向相反

φ_0 初相位与 x_1 相同

$\therefore$ 初相位 $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}$ 2

(2)

$A_合 = |x_1+x_3| = \sqrt{A_1^2+A_3^2+2A_1A_3\cos\Delta\varphi}$ 当 $\Delta\varphi = 2k\pi$ 时

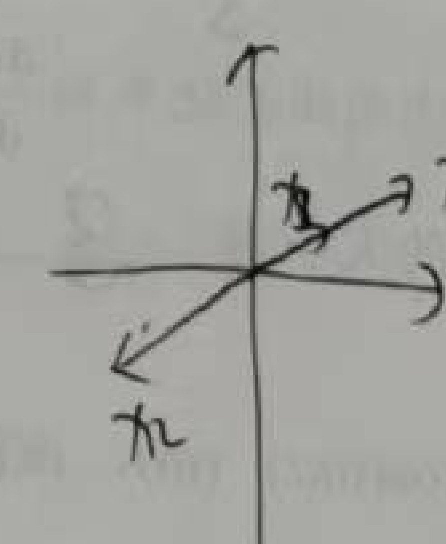
x_1与x_3 同方向运动

$= |A_1+A_3|$

$= 5m$

$\varphi_3 - \varphi_1 = 2k\pi$

$\varphi_3 = \frac{\pi}{6} + 2k\pi$ 3



(3) 在 $x=0$ 处，$\vec{x}_1+\vec{x}_2+\vec{x}_3 = 2\cos(10t+\frac{\pi}{6})$

传播方向为 x 轴负方向

3

波函数：$y = 2\cos(10(t+\frac{x}{v})+\frac{\pi}{6}) = 2\cos(10t+x+\frac{\pi}{6})$

计算题 1. 解答：

(1) 方法一：

该线圈中通过电流 I 时，管内的磁感应强度为：$B=\mu nI=\mu\frac{N}{l}I$ （2 分）

管内的全磁通为：$\Psi=NBS=\mu\frac{N^2}{l}IS$ （2 分）

根据自感的定义有：$L=\frac{\Psi}{I}=\mu\frac{N^2}{l}S$。 （2 分）

方法二：

该线圈中通过电流 I 时，管内的磁感应强度为 $B=\mu nI=\mu\frac{N}{l}I$ （2 分）

管内的磁能为：$W_m=\frac{B^2}{2\mu}lS=\frac{\mu N^2I^2}{2l}S$ （2 分）

根据 $W_m=\frac{1}{2}LI^2$，有：$L=\mu\frac{N^2}{l}S$。 （2 分）

注 1：这一问漏了一个 N，扣 2 分；

注 2：如果定义了 $n=\frac{N}{l}$，那么答案写为 $L=\mu n^2lS$ 也算对；

注 3：μ 写成 μ_0 或 $\mu_0\mu$，一共只扣 1 分；

注 4：题目相关的公式写对了，每个公式给 1 分。

(2) 方法一、

电流的变化率为：$\frac{dI}{dt}=\frac{2}{0.01}=200\ \text{A/s}$ （1 分）

因此，自感电动势的大小为：$\varepsilon=\left|-L\frac{dI}{dt}\right|=200\mu\frac{N^2}{l}S$。 （3 分）

方法二、

根据法拉第电磁感应定律有：$\varepsilon=-\frac{d\Psi}{dt}=-\frac{Nd(BS)}{dt}$ （1 分）

电流变化率为：$\frac{dI}{dt}=\frac{2}{0.01}=200\ \text{A/s}$ （1 分）

因此，自感电动势的大小为：$\varepsilon=\left|-\frac{d\Psi}{dt}\right|=200\frac{\mu N^2S}{l}$。 （2 分）

注 1：这一问漏了一个 N，也要扣 2 分；

注 2：答案带负号，扣 1 分；答案加了单位 V，不扣分；

注 3：题目相关的公式写对了，每个公式给 1 分。

得分	10
评卷人	谈

3. 波长为 600 nm 的单色光正入射到一平面光栅上，测得第二级主极大的衍射角为 30°，光栅的透光缝宽度为 0.8×10^{-6} m。(1) 求光栅常数；(2) 列出在光屏上实际呈现的全部谱线级数。

(1) 根据光栅方程

$d\sin\theta = k\lambda$

$k=2$ 为第二主极大
此时 $\theta=30°$

3

光栅常数 $d=2.4\times10^{-6}m$

(2)

$\sin\theta=\frac{k\lambda}{d}$

7

$|\sin\theta|<1$

$|k\frac{\lambda}{d}|<1 \quad |k|<\frac{d}{\lambda}=4$

$d\sin\theta=k\lambda$

$a\sin\theta=k'\lambda$

当 $\frac{d}{a}=\frac{k}{k'}$ 时出现缺级

$k=3k'$

$k=3$ 时缺级

实际呈现级数 $k=0,\pm1,\pm2$

得分	10
评卷人	杨

4. 一维运动的粒子的波函数为 $\psi(x,t)=Ae^{-\alpha^2x^2}$，其中 A 和 α 为实常数。求：(1) 归一化常数 A；(2) 该粒子的概率密度分布；(3) 在何处粒子的概率密度最大？（已知：$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}$）。

(1) 根据归一化条件

$\int_{-\infty}^{+\infty}|\psi(x,t)|^2dx$ 该方程为定态 薛定谔方程

$=\int_{-\infty}^{+\infty}A^2e^{-\alpha^2x^2}dx=1$

$=\frac{1}{\alpha}\sqrt{\pi}\cdot A^2=1$

5

$A^2=\frac{\alpha}{\pi^{\frac{1}{2}}}$

$A=\frac{\alpha^{\frac{1}{2}}}{\pi^{\frac{1}{4}}}$

(2) 该粒子概率密度分布函数为

2

$W(x)=|\psi(x)|^2=\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2}$

(3)

3

$\frac{dW(x)}{dx}=\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}\cdot-\alpha^2 2x\cdot e^{-\alpha^2x^2}$

当 $\frac{dW(x)}{dx}=0$ 时 当 $x=0$ 当 $x\to\pm\infty$ 时 $W(x)$ 为min

$W(x)$ 有 max $=\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}$

密封线。答题不能超过此线，否则无效。

考试日

题号

得

4. 解答：

（1）（5 分）

根据全空间概率的归一性（归一化条件），有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\psi^*\psi\mathrm{d}x=\int_{-\infty}^{\infty}A^2e^{-\alpha^2x^2}\,\mathrm{d}x=1 \qquad (3\text{ 分})$$

（归一化条件给 1 分，$\psi^*\psi$ 表示概率密度给 1 分，写出概率密度表达式 $A^2e^{-\alpha^2x^2}$ 给 1 分）

根据

$$\int_{-\infty}^{\infty}A^2e^{-\alpha^2x^2}\,\mathrm{d}x=A^2\frac{1}{\alpha}\int_{-\infty}^{\infty}e^{-\alpha^2x^2}\,\mathrm{d}(\alpha x)=A^2\frac{\sqrt{\pi}}{\alpha}=1$$

可得

$$A=\sqrt{\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}}\ \text{或}\ \frac{\alpha^{1/2}}{\pi^{1/4}} \qquad (2\text{ 分})$$

注：a) A 写在正负不扣分；b) 积分算对，A 形式不对，给 1 分。

（2）（2 分）

该粒子的概率密度分布为：

$$|\psi|^2=A^2e^{-\alpha^2x^2}=\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2} \qquad (2\text{ 分})$$

注：只要写出概率密度分布$A^2e^{-\alpha^2x^2}$表达式即给 2 分。

（3）（3 分）

概率密度取最大值，满足条件：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}|\psi|^2=0 \qquad (1\text{ 分})$$

即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}|\psi|^2=0\Rightarrow\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2}\right)=0,\ \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(e^{-\alpha^2x^2}\right)=-2\alpha^2xe^{-\alpha^2x^2}=0 \quad (1\text{ 分})$$

解得：

$$x=0 \qquad (1\text{ 分})$$

验证二阶导数小于 0：

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}|\psi|^2=\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\frac{\alpha}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2}=-2\frac{\alpha^3}{\sqrt{\pi}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(xe^{-\alpha^2x^2}\right)=-2\frac{\alpha^3}{\sqrt{\pi}}e^{-\alpha^2x^2}\left(1-2\alpha^2x^2\right)$$

$x=0$ 时满足$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}|\psi|^2<0$。

注：a)验证二阶导数小于 0，不加分；b)利用函数单调性给出结果 $x=0$，给 3 分。