选择题：
D D A C B, B B C A B

一．填空题

1， $\frac{1}{64}\pi\sigma\omega BD^4$ 或 $\frac{1}{4}\pi\sigma\omega BR^4$或 $\frac{1}{4}\pi\sigma\omega Br^4$

2， 443

3， 1044.9（1044.x 都给分）

4， 66.7

5， $\frac{5}{9}I_0+\frac{4}{9}I_0\cos\left(\frac{2\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)$ 或 $\frac{1}{9}I_0\left(1+8\cos^2\left(\frac{\pi d\sin\theta}{\lambda}\right)\right)$或其他等价表达

6， 205

7， $\frac{I_0}{4}$

8， 不变

9， 0.04 或4.00×10^{-2}（$4.\mathrm{xx}\times10^{-2}$都给分）

10， 19.6%（20%、19.x%、0.19x、0.2 都给分）或$\frac{1}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$或$\frac{a}{6}-\frac{\sqrt{3}a}{8\pi}$

三、计算题

1.

1）（本小题共 3 分）

通过线圈的磁通量为：

$$\Phi_0=\int_{d-a/2}^{d+a/2}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}b\mathrm{d}x=\frac{\mu_0 Ib}{2\pi}\ln\frac{d+a/2}{d-a/2}\qquad \textbf{（3 分）}$$

*（注：磁场 $\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$ 正确给 **1** 分，积分式、上下限均正确给 **1** 分，结果正确给 **1** 分。）*

2）（本小题共 7 分）

线圈绕轴 OO' 转动过程中，线圈中有感应电流 I_i，与感应电动势的关系为：

$$I_i=\frac{\varepsilon}{R}=-\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\qquad \textbf{（1 分）}$$

整个转动一圈的过程中流过的电量 q 为： $q=\int I_i\mathrm{d}t$ **（1 分）**

与上式合并，可以写成：

$$q=\int I_i\mathrm{d}t=\int -\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t=-\frac{1}{R}\int_{\Phi_0}^{\Phi_T}\mathrm{d}\Phi=-\frac{1}{R}(\Phi_T-\Phi_0)\qquad \textbf{（3 分）}$$

而末态通过线圈的磁通量为： $\Phi_T=-\Phi_0$

$\Delta\Phi=\Phi_T-\Phi_0=-2\Phi_0$ **（1 分）**

所以，整个转动一圈的过程中流过的电量 q 为：

$q=\frac{2}{R}\Phi_0=\frac{\mu_0 Ib}{\pi R}\ln\frac{d+a/2}{d-a/2}$ **（1 分）** *（注：$\frac{\mu_0 Ib}{\pi R}\ln\frac{2d+a}{2d-a}$ 也是正确答案！）*

*（注：若学生推导过程正确，结果因第一问算错而错误，则给 **6** 分）*

另解一：

$\mathrm{d}q=I_i\mathrm{d}t=\frac{\varepsilon}{R}\mathrm{d}t=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{R}=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{R}$ **（4 分）**

*（注：$\mathrm{d}q; I_i; \varepsilon$ 表达式各 **1** 分，结果 **1** 分；）*

$\Delta q=-\frac{\Delta\Phi}{R}$ **（1 分）**

$\Delta\Phi=\Phi_T-\Phi_0=-2\Phi_0$ **（1 分）**

*（注：若推导得到/直接写出 $q=-\frac{\Delta\Phi}{R}$ 或者 $q=\frac{2}{R}\Phi_0$，均视为正确，给 **5** 分。）*

$q=\frac{2}{R}\Phi_0=\frac{\mu_0 Ib}{\pi R}\ln\frac{d+a/2}{d-a/2}$ **（1 分）**

*（注：若学生推导过程正确，结果因第一问算错而错误，则给 **6** 分）*

2.解答：1）（本小题共 4 分）先看结果（式 C），对则给 4 分，结果不对再看式 A 和式 B

设另一列平面简谐波的表达式为：$y_2 = A\cos\left[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\varphi\right]$ **（式 A，2 分）**

（上式中，φ 写为其它任意符号或者数值均给 2 分，负号写成正号只给 1 分）

则合成波为：$y = y_1 + y_2 = A\cos\left[2\pi(\nu t+\frac{x}{\lambda})+\frac{\pi}{2}\right]+A\cos\left[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\varphi\right]$

$$= 2A\cos\left[\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\pi/2-\varphi}{2}\right]\cos\left[2\pi\nu t+\frac{\pi/2+\varphi}{2}\right]。$$

题中，在 x=0 处形成波节，即：$\cos\left[2\pi\frac{0}{\lambda}+\frac{\pi/2-\varphi}{2}\right]=0$，（式 B，只要在讨论波节就给 1 分）

$\Rightarrow \frac{\pi/2-\varphi}{2}=\pm(2k+1)\frac{\pi}{2}$，$\Rightarrow \varphi=\pm(2k+1)\pi+\frac{\pi}{2}$ 所以，有 $\varphi=\frac{3\pi}{2}$ 或者 $\varphi=-\frac{\pi}{2}$。

所以另一列波的表达式为：$y_2 = A\cos\left[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})+\frac{3\pi}{2}\right]$ 或者 $y_2 = A\cos\left[2\pi(\nu t-\frac{x}{\lambda})-\frac{\pi}{2}\right]$ **（式 C）**

2）（本小题共 6 分）由上一小题的结果，可以得到合成波的表达式为：

$\boldsymbol{y = y_1 + y_2} = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right)\cos(2\pi\nu t)$ **（2 分，每个等号 1 分，下同）**

则质元的速度为：$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-4A\pi\nu\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right)\sin(2\pi\nu t)$ **（2 分）**

质元的加速度为：$a=\frac{\partial v}{\partial t}=-8A\pi^2\nu^2\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}+\frac{\pi}{2}\right)\cos(2\pi\nu t)$ **（2 分）**

说明：本小问先看结果，结果对给 6 分；否则按步骤给分，分成 6 个 1 分，其中前面错了按照错的求导也得分。注意还有其他形式，例如三角函数里少一个π，前面多一个负号；或者三角函数里差一个 π/2，三角函数 cos 换为 sin，或者把频率写为波速除以波长。例如：以下为两组等价答案

1，$y = y_1 + y_2 = -2A\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t)$，$v=\frac{\partial y}{\partial t}=4A\pi\nu\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\sin(2\pi\nu t)$，

$a=\frac{\partial v}{\partial t}=8A\pi^2\nu^2\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)\cos(2\pi\nu t)$

2，$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\cos(2\pi\nu t+\pi)$，$v=\frac{\partial y}{\partial t}=-4A\pi\nu\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\sin(2\pi\nu t+\pi)$

$a=\frac{\partial v}{\partial t}=-8A\pi^2\nu^2\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{\pi}{2}\right)\cos(2\pi\nu t+\pi)$

3.解答:

1）（本小问共 6 分）

题目中告诉了我们光栅常数为：$d = \frac{1}{100}\text{mm} = 0.01\ \text{mm}$ 。

光栅衍射中第 4 级缺级，即第 4 级明纹同时满足第 k 级暗纹条件：

$$\left.\begin{aligned} d\sin\theta &= 4\lambda \\ a\sin\theta &= k\lambda \end{aligned}\right\} \Rightarrow k\frac{d}{a} = 4 \qquad \text{（2 分）}$$

如果 $k = 1$，则有 $\Rightarrow a = \frac{d}{4} = 2.5\times10^{-3}\text{mm}$ （2 分）

如果 $k = 2$，则有 $\Rightarrow a = \frac{d}{2}$，那么第 2 级也将缺级，与题设不符。

如果 $k = 3$，则有 $\Rightarrow a = \frac{3d}{4} = 7.5\times10^{-3}\text{mm}$ （2 分）

如果 $k \geq 4$，则有 $\Rightarrow a \geq d$，不可能存在，舍去。

所以，缝宽 a 的可能取值为 $2.5\times10^{-3}\text{mm}$ 和 $7.5\times10^{-3}\text{mm}$

2）（本小问共 4 分）

单缝衍射主极大范围，即满足衍射的第一级暗纹条件的角宽度范围内。
设衍射第一级暗纹的角度为 θ，有：$a\sin\theta = \lambda$

其范围内最高的明纹级次为 k，有：$d\sin\theta = k\lambda \quad \Rightarrow k = \frac{d}{a}$

当 $a = 2.5\times10^{-3}\text{mm}$，有 $k \leq \frac{d}{a} = 4$，

衍射主极大范围内可以看到的明纹级次为：$0, \pm1, \pm2, \pm3$。 （2 分）

当 $a = 7.5\times10^{-3}\text{mm}$，有 $k \leq \frac{d}{a} = \frac{4}{3}$。

衍射主极大范围内可以看到的明纹级次为 $0, \pm1$。 （2 分）

阅卷说明：

1. 问（1）中，仅有 d 正确（其它全错）得 1 分；
2. 问（1）中，多于 2 个 a 值，扣 1 分；对应问（2）也扣 1 分；
3. 问（1）中，未算出 a 的数值，各扣 1 分；
4. 问（2）中，无步骤、缺负级次、写条数（7 条、3 条），不扣分；
5. 问（2）两种情况中，级数不全（如含 0、1 等），各得 1 分。
6. 问（2）中，按最高级思路、列全部级次不得分；

4.解答：

第一种方法：　求解一维定态薛定谔方程（本方法共 6 分）

$[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}+V(x)]\phi(x)=E\phi(x)$。　（2 分）（薛定谔方程含 t 和定态都给分）

在 $(x\le 0$ 或 $x\ge a)$ 区间，因为势能无限大，所以方程的解为 $\phi(x)=0$。

在 $(0<x<a)$ 区间，粒子的定态薛定谔方程为，

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\phi(x)=E\phi(x)\qquad \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\phi(x)+\frac{2mE}{\hbar^2}\phi(x)=0$$　（1 分）

此方程的通解为：$\phi(x)=A\sin(kx)+B\cos(kx)$，

其中 $k^2=\frac{2mE}{\hbar^2}$ -----（1）式。　（1 分）

下面利用波函数的标准化条件和归一化条件确定系数。

边界处：$\phi(0)=0\quad \Rightarrow A\sin(0)+B\cos(0)=0\quad \Rightarrow B=0$

$\phi(a)=0\quad \Rightarrow A\sin(ka)=0$

$\Rightarrow \sin(ka)=0\quad \Rightarrow ka=n\pi\quad \Rightarrow k=n\frac{\pi}{a}$ -----（2）式　（1 分）

由（1）（2）式，可以得到：

$$\Rightarrow \frac{2mE}{\hbar^2}=\left(n\frac{\pi}{a}\right)^2 \Rightarrow E=n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$　（1 分）

第二种方法：驻波条件。（本方法共 4 分）

在宽度为 a 的一维无限深势阱中，

粒子的物质波满足驻波条件：$n\frac{\lambda}{2}=a$ -----（1）式　（1 分）

其波长为：$\lambda=\frac{h}{mv}$ -----（2）式。　（1 分）

由（1）（2）式，可以得到：$v=\frac{nh}{2ma}$　（1 分）

粒子的能量为

$$E=E_k+V=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\left(\frac{nh}{2ma}\right)^2=n^2\frac{h^2}{8ma^2}=n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$$　（1 分）

第三种方法：波函数代入薛定谔方程，求得能量本征值（4 分）

波函数：$\phi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin(\frac{n\pi x}{a})$ （1 分）

薛定谔方程：$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\phi(x)=E\phi(x)$ （2 分）

波函数代入本征方程求得能量本征值

$E=n^2\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$ （1 分）

第四种方法：根据不确定关系 （2 分）

不确定关系 $\Delta p\cdot\Delta x\geq\frac{h}{2}$ 取临界值 $\Delta p\cdot\Delta x=\frac{h}{2}$

$\Delta p=\frac{h}{2\Delta x}=\frac{\pi\hbar}{a}$

$E_1=\frac{\Delta p^2}{2m}=\frac{\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$ （1 分）

根据 $E_n=n^2E_1$

$E_n=\frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}$ （1 分）