

由五类基本初等函数及常数经有限四则运算和复合运算得到的用一个式子给出的函数称为初等函数。

$$\text{双曲正弦函数 } \sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (\text{也记作 } \operatorname{sh} x),$$

$$\text{双曲余弦函数 } \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (\text{也记作 } \operatorname{ch} x),$$

$$\text{双曲正切函数 } \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \text{ 皆为初等函数。}$$

$$\text{反双曲正弦函数 } y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}),$$

$$\text{反双曲余弦函数 } y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad (x \geq 1),$$

$$\text{反双曲正切函数 } y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad (-1 < x < 1) \text{ 也是初等函数。}$$

绝对值函数 $|x| = \sqrt{x^2}$ 是初等函数，它由函数 $y = \sqrt{u}, u = x^2$ 复合得到。

幂指函数 $y = x^{\sin x}$ 是初等函数，因为 $x^{\sin x} = e^{\ln x^{\sin x}} = e^{\sin x \cdot \ln x}$ ，所以它由函数 $y = e^u, u = \sin x \cdot \ln x$ 复合得到。

符号函数 $\operatorname{sgn} x$ ，取整函数 $[x]$ ，迪利克雷函数 $D(x)$ 不是初等函数。

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \in (0, 1] \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad \text{不是初等函数，它不由一个解析式子表示（注意此函数在闭区间}$$

上处处有定义但是无上界）。

分段函数 $g(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 1 \\ 3-x, & x < 1 \end{cases}$ 是初等函数。因为 $g(x) = \begin{cases} 2+(x-1), & x \geq 1 \\ 2-(x-1), & x < 1 \end{cases}$ ，所以

$$g(x) = 2 + |x-1| = 2 + \sqrt{(x-1)^2}.$$