

大学物理(下)

华中科技大学

张智

zzhang@hust.edu.cn

第9章 气体动理论

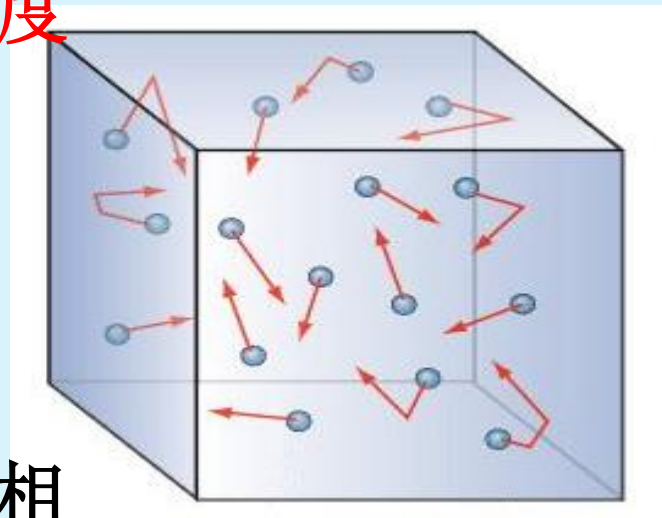
● 理想气体的微观模型

- 1) 分子本身大小忽略不计
- 2) 除碰撞外，分子间相互作用忽略不计
- 3) 分子所受重力忽略不计
- 4) 分子间、分子与器壁间的碰撞是弹性碰撞
- 5) 分子运动遵从经典力学规律

● 理想气体的状态方程: $\begin{cases} P V = \nu R T \\ \textcolor{red}{P} = \textcolor{red}{n} k T \end{cases}$

第3节 理想气体的压强和温度

设长方体 V 中有 N 个理想气体分子，
单位体积有 $n = N/V$ 个分子
每个分子质量为 m ，



每个分子速度的大小、方向各不相同，热平衡下，分子与6个壁都要碰撞，各个面所受的压强相等。

将所有分子分成若干组，每组内分子的速度大小和方向都相同：

第 i 组的分子数密度： n_i ，总分子数密度： $n = \sum_i n_i$

第 i 组的分子速度： \vec{v}_i ， $\vec{v}_i = (v_{ix}, v_{iy}, v_{iz})$

任取面积为 dA ,垂直 X 轴处的器壁(光滑), 计算 dA 上的压强:

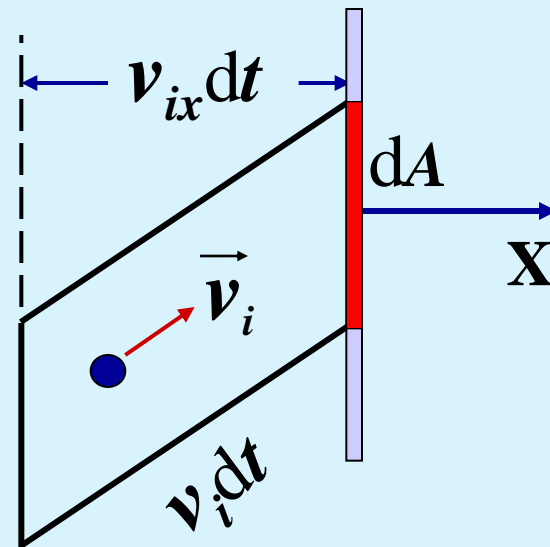
1) 速度为 \vec{v}_i 的单个分子在一次碰撞中对器壁的作用

碰撞前速度: (v_{ix}, v_{iy}, v_{iz})

碰撞后速度: $(-v_{ix}, v_{iy}, v_{iz})$

碰撞前后动量改变: $\Delta P_i = -2mv_{ix}$

分子施于 dA 的冲量: $\Delta I_i = 2mv_{ix}$



2) dt 时间内第 i 组分子施于 dA 的冲量

取 $v_i dt$ 为斜高、 dA 为底的斜柱体

体积为: $v_{ix} dt dA$;

分子数为: $n_i v_{ix} dt dA$

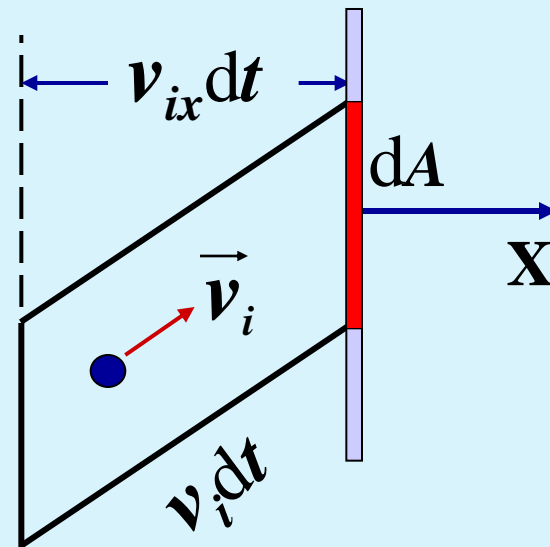
dt 内第 i 组分子施于 dA 的冲量:

$$dI_i = 2mv_{ix} n_i v_{ix} dt dA = 2mn_i v_{ix}^2 dt dA$$

任取面积为 dA ,垂直 X 轴处的器壁(光滑), 计算 dA 上的压强:

所有分子施于 dA 的冲量:

$$\begin{aligned} dI &= \sum_i dI_i \\ &= \sum_i 2mn_i v_{ix}^2 dt dA \end{aligned}$$



2) dt 时间内第 i 组分子施于 dA 的冲量

取 $v_i dt$ 为斜高、 dA 为底的斜柱体

体积为: $v_{ix} dt dA$;

分子数为: $n_i v_{ix} dt dA$

dt 内第 i 组分子施于 dA 的冲量:

$$dI_i = 2m v_{ix} n_i v_{ix} dt dA = 2m n_i v_{ix}^2 dt dA$$

任取面积为 dA ,垂直 X 轴处的器壁(光滑), 计算 dA 上的压强:

所有分子施于 dA 的冲量:

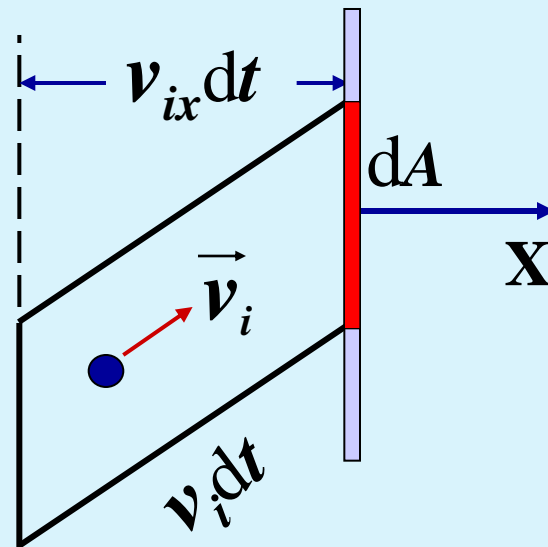
$$\begin{aligned} dI &= \sum_i dI_i \\ &= \sum_i 2mn_i v_{ix}^2 dt dA \end{aligned}$$

上式中对 i 求和应理解为:

$$dI = \sum_{v_{ix} > 0} 2mn_i v_{ix}^2 dt dA$$

按几率分布 $v_{ix} > 0$, $v_{ix} < 0$ 的分子数各占一半, 故

$$dI = \frac{1}{2} \sum_i 2mn_i v_{ix}^2 dt dA = \sum_i mn_i v_{ix}^2 dt dA$$



任取面积为 dA ,垂直 X 轴处的器壁(光滑), 计算 dA 上的压强:

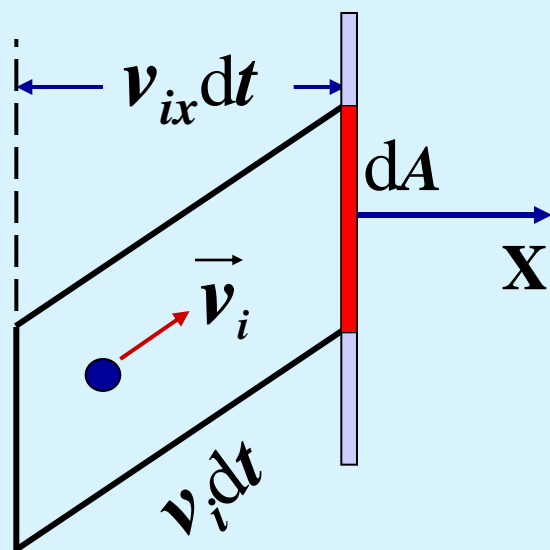
根据冲量的定义: $dI = F dt \quad \therefore F = \frac{dI}{dt}$ dA 上的压强: $P = \frac{F}{dA}$

$$\therefore P = \frac{dI}{dt dA} = \sum_i m n_i v_{ix}^2 = m \left[\sum_i n_i v_{ix}^2 \right] \cdot \frac{nV}{nV}$$

$$= \frac{nm \sum_i n_i V v_{ix}^2}{nV}$$

$$\therefore P = nm \overline{v_x^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{\sum_i n_i V v_{ix}^2}{nV}$$



按几率分布 $v_{ix} > 0$, $v_{ix} < 0$ 的分子数各占一半, 故

$$dI = \frac{1}{2} \sum_i 2m n_i v_{ix}^2 dt dA = \sum_i m n_i v_{ix}^2 dt dA$$

任取面积为 dA ,垂直 X 轴处的器壁(光滑), 计算 dA 上的压强:

x 方向特殊吗?

同理可得:

$$P = nm \overline{v_y^2}$$

$$\therefore P = nm \overline{v_z^2}$$

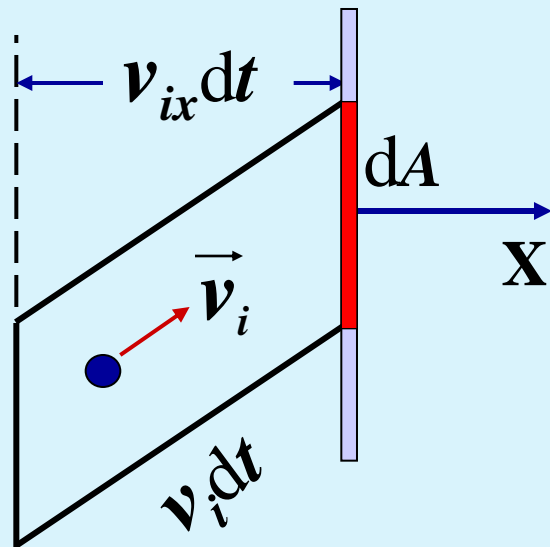
以上三式相加可得:

$$3P = nm(\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})$$

$$= nm \overline{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = nm \overline{v^2}$$

故: $P = \frac{1}{3} nm \overline{v^2}$

否!



$$P = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t} \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

(分子的平均平动动能)

$$P = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$$

宏观量

微观量

- (1) 压强公式把宏观量 P 与微观量 n 、 ε_t 联系起来了，揭示了宏观量和微观量的关系。
- (2) P 的意义：大量分子与器壁不断碰撞的结果，是统计平均值，对单个分子谈压强没有意义。

$$3P = nm(\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})$$

$$= nm\overline{(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} = nm\overline{v^2} \quad \text{故: } P = \frac{1}{3}nm\overline{v^2}$$

$$P = \frac{1}{3}nm\overline{v^2} = \frac{2}{3}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t} \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$

(分子的平均平动动能)

$$P = \frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$$

宏观量

微观量

- (1) 压强公式把宏观量 P 与微观量 n 、 ε_t 联系起来了，揭示了宏观量和微观量的关系。
- (2) P 的意义：大量分子与器壁不断碰撞的结果，是统计平均值，对单个分子谈压强没有意义。

利用理想气体状态方程 $P = nkT$

还可讨论理想气体的温度与微观量的关系。

$$P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_t} \quad \overline{\epsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

(分子的平均平动动能)

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_t}$$

宏观量

微观量

6. 理想气体的温度

最直接反映热运动的剧烈程度的是平均速率。

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{2}{3} n \overline{\epsilon_t} \\ P &= n k T \end{aligned} \right\}$$

$$\overline{\epsilon_t} = \frac{3}{2} k T$$

理想气体的温度
只与分子的平均
平动动能有关

温度 T 是统计平均值，是大量微观分子热运动的集体表现，谈论一个分子的温度没有意义。

温度的微观实质：

温度是物体内部分子无规则运动的剧烈程度的标志。

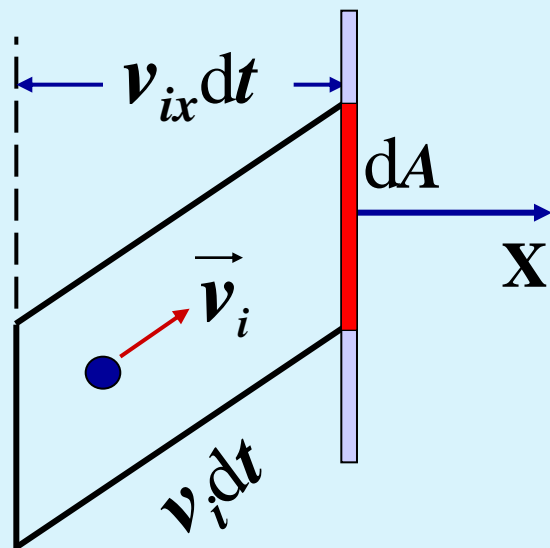
● 小结：理想气体的压强、温度

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

$$P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$$

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$



问题：若器壁不是平面的，公式是否仍成立呢？（ A ）

A. 成立

B. 不成立

C. 要看具体情况

问题：对单个分子谈压强和温度有没有意义？（ B ）

A. 有意义

B. 无意义

C. 仅对理想气体有意义

P 和 T 是大量分子的统计平均值，对单个分子谈压强、温度没有意义。

7. 方均根速率

(分子速率的一种统计平均值)

$$\text{由: } \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2}m\overline{v^2} \text{ 和 } \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2}kT \longrightarrow \overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$T = 0^\circ\text{C}$ 时:

$$\text{氧气分子 } \sqrt{\overline{v^2}} = 461 \text{ m/s}$$

$$\text{氢气分子 } \sqrt{\overline{v^2}} = 1.84 \times 10^3 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}\overline{\varepsilon_t} &= \frac{3}{2}kT \\ \overline{\varepsilon_t} &= \frac{1}{2}m\overline{v^2}\end{aligned}$$

$$P = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_t}$$

$$P = \frac{1}{3} n m \overline{v^2}$$

大学物理课程(二)考试试卷(8)

一、选择题

1. 一理想气体的压强为 p , 质量密度为 ρ , 则其方均根速率为
[]

(A) $\sqrt{\frac{p}{3\rho}}$

(B) $\sqrt{\frac{3p}{\rho}}$

(C) $\sqrt{\frac{p}{2\rho}}$

(D) $\sqrt{\frac{2p}{\rho}}$

例: (1) 在一个具有活塞的容器中盛有一定的气体。如果压缩气体并对它加热，使它的温度从 27°C 升到 177°C ，体积减少一半，求气体压强变化多少？

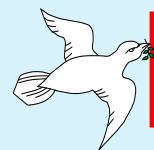
(2) 这时气体分子的平均平动动能变化多少？

解: (1) $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$

$$p_2 = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} p_1$$

$$V_1 = 2V_2$$

$$\left. \begin{array}{l} p_2 = \frac{V_1 T_2}{V_2 T_1} p_1 \\ V_1 = 2V_2 \end{array} \right\} p_2 = \frac{2V_2 \times (273 + 177)}{V_2 \times (273 + 27)} p_1 \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = 3$$



$$pV = \nu RT$$

$$(2) \quad \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \Delta \overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} k \Delta T = \frac{3}{2} k(177 - 27) = \dots\dots$$

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$

作业：9 —T1、T2

(习题册上)

课后教案将发到公共邮箱phys109@126.com，不在课间拷贝。

交作业：每周星期四。

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周四交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。

第4节 能均分定理 理想气体的内能

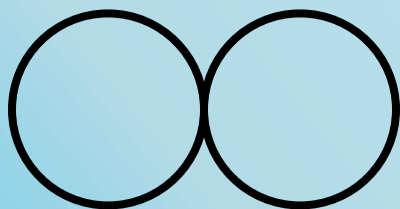


$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

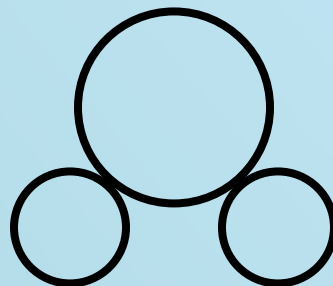
$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{3}{2} kT$$



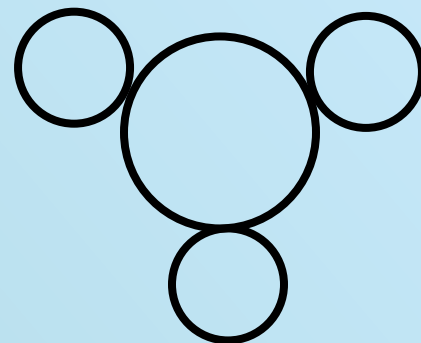
He



O₂



H₂O



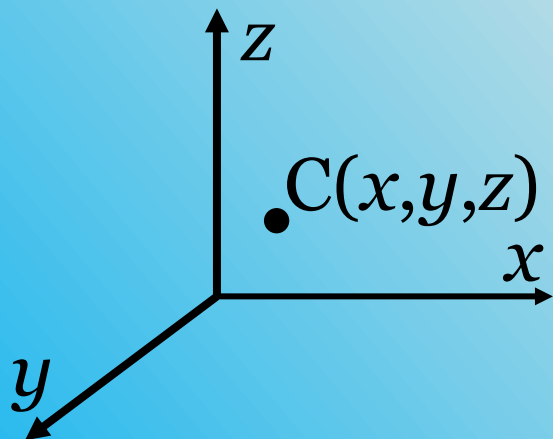
NH₃

除了平动动能, 分子还具有转动动能, 以及分子内部原子之间的振动能量。为了讨论平衡态下分子的转动能量和振动能量, 需引入分子自由度的概念。

1. 气体分子的自由度

自由度：决定一物体的空间位置所需要的独立坐标数，
它是描述**运动自由程度**的物理量，通常由*i*表示。

1) 单原子分子，如氦(He)、氖(Ne).....



确定一**质点**位置 (x, y, z)

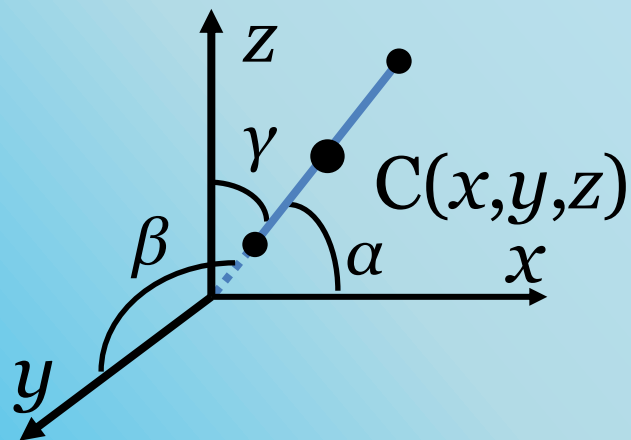
需要3个独立坐标数

即：自由度为3

----称平动自由度 $i=t=3$

2) 双原子分子，如氦(H_2)、氧(O_2)、一氧化碳 (CO)

a) 刚性双原子分子



首先确定质心的位置 → 确定线的方位，

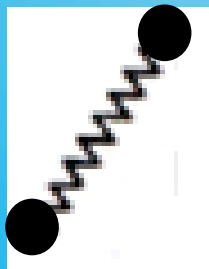
需 $t = 3$ 个平动自由度

$$\because \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

转动自由度: $r = 2$

所以，刚性双原子分子的自由度为: $i = t + r = 3 + 2 = 5$

b) 非刚性双原子分子

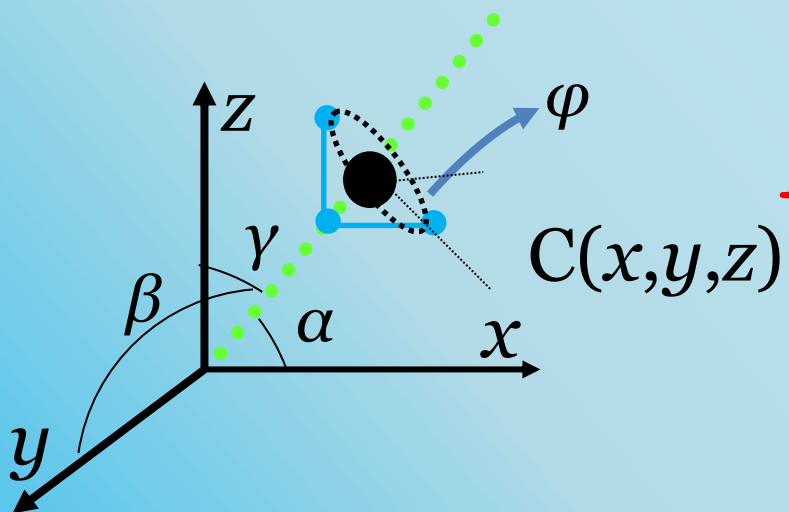


振动

$$i = t + r + s = 3 + 2 + 1 = 6$$

3) 多原子分子，如水 (H_2O)、二氧化碳 (CO_2)

a) 刚性多原子分子



确定刚性多原子分子一条轴线要5个自由度： $t=3$ 、 $r=2$

确定刚性多原子分子绕过质心的轴转过的角度加1个自由度： $r=1$

所以，刚性多原子分子的自由度数：

$$i = t + r = 3 + 3 = 6$$

b) 非刚性多原子分子



$$i = t + r + s = 3 + 3 + 3 = 9$$

包含n个原子的非刚性分子的自由度

$$i = t + r + s = 3 + 3 + (3n - 6) = 3n$$

2. 能量按自由度均分定理



$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT$$

(1) 分子平均平动动能 $\overline{\varepsilon_t}$ 与平动自由度

$$\frac{1}{3} \overline{v^2} = \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$$

$$\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} m \overline{v^2} \right) = \frac{1}{3} \overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} kT$$

每个平动自由度上都得到相同的平均平动动能： $\frac{1}{2} kT$

这是由于分子无规则运动中不断碰撞的结果。

(2) 分子平均动能与自由度

经典统计理论证明：在一定温度 T 的平衡态下，分子在每个自由度上（平动、转动、振动）都有一份相同的平均动能，其值为： $\frac{1}{2} kT$

能量按自由度均分定理

具有 i 个自由度的分子，其总平均动能：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2} kT$$

具有*i* 个自由度的分子,其总平均动能

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2} kT$$



例：刚性双原子分子

$$i = t + r = 5$$

分子总平均动能为：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{5}{2} kT$$

非刚性双原子分子

$$i = t + r + s = 6$$

分子总平均动能为：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{6}{2} kT$$

刚性三原子分子

$$i = t + r = 6$$

分子总平均动能为：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{6}{2} kT$$

分子**平均动能**的总和一般形式为：

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{i}{2} kT = \frac{t+r+s}{2} kT = \underbrace{\frac{t}{2} kT}_{\text{平均平动动能}} + \underbrace{\frac{r}{2} kT}_{\text{平均转动动能}} + \underbrace{\frac{s}{2} kT}_{\text{平均振动动能}}$$

平均平动动能

+

平均转动动能

+

平均振动动能

动能按自由度均分的原理体现的是统计规律。

3. 理想气体的内能

理想气体分子的平均总能量：

- 分子平均动能的总和（平动、转动、振动）
- 原子间振动平均势能的总和
- ~~分子间相互作用的势能总和~~

理想气体的内能：

- 分子平均动能的总和
- 原子间振动平均势能的总和


$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{t+r+s}{2}kT$$

$$\overline{\varepsilon_p} = \frac{s}{2}kT$$

如果把分子内原子之间的微振动近似看成谐振动，由振动学理论可以证明：谐振动一个周期内，**平均振动动能**与**平均振动势能**相等。

$$\text{一个分子的平均总内能为： } \overline{\varepsilon} = \overline{\varepsilon_k} + \overline{\varepsilon_p} = \frac{t+r+2s}{2}kT$$

把分子的“总自由度”看成：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{t + r + 2s}{2} kT$$


$$i = t + r + 2s \quad (\text{非刚性分子才有}s)$$

一个分子的平均总内能可表示为：

$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT = \frac{t + r + 2s}{2} kT$$

能量按“自由度”均分



$$\bar{\varepsilon} = \frac{i}{2} kT$$

$$R = 8.31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

--气体普适常数

* 1摩尔理想气体的内能为:

$$k = \frac{R}{N_A}$$

$$\overline{E_{mol}} = N_A \cdot \bar{\varepsilon} = N_A \cdot \frac{i}{2} kT = \frac{i}{2} RT$$

$$N_A = 6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

--阿伏加德罗常量

* ν 摩尔理想气体的内能为: $E = \frac{i}{2} \nu RT$

一定质量的某种理想气体的内能，只取决于分子的自由度 i 和气体的温度 T ，与气体的体积、压强无关。

即：理想气体的内能是温度的单值函数。



$$E = \frac{i}{2} \nu RT$$

对单原子分子气体:

$$E = \frac{3}{2} \nu RT$$

对双原子分子气体:

刚性分子

$$E = \frac{t+r}{2} \nu RT = \frac{5}{2} \nu RT$$

非刚性分子

$$E = \frac{t+r+2s}{2} \nu RT$$
$$= \frac{7}{2} \nu RT$$

例：一个能量为 10^{12}eV 的宇宙射线粒子射入氖管中，氖管中含有氖气 0.01mol ，如果宇宙射线粒子的能量全部被氖气分子所吸收而变为热运动能量，氖气温度能升高几度？

解：将氖管中含有的氖气视为理想气体。

$$\because E = \frac{i}{2} \nu R T \quad \therefore \Delta E = \frac{i}{2} \nu R \Delta T \quad E = \frac{i}{2} \nu R T$$

$$\Delta T = \frac{2\Delta E}{i \nu R}$$

$$= \frac{2\Delta E}{3\nu R} = \frac{2 \times 1.6 \times 10^{-7}}{3 \times 0.01 \times 8.31} = 1.28 \times 10^{-6} \text{K}$$

例：一篮球充气后，其中有氮气8.5g。温度为17°C，在空气中以65km/h的高速飞行。求：

(1) 一个氮分子（设为刚性分子）的热运动平均平动动能、平均转动动能和平均总动能；

(2) 球内氮气的内能；

(3) 球内氮气的轨道动能。

解：(1) $\overline{\varepsilon_t} = \frac{i}{2} k T = \frac{3}{2} k T = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 17) = 6.00 \times 10^{-21} \text{ J}$

$$\overline{\varepsilon_r} = \frac{2}{2} k T = 1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 17) = 4.00 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{5}{2} k T = 10.00 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$(2) E = \frac{m}{M} \times \frac{5}{2} R T = \frac{8.5 \times 10^{-3} \times 5 \times 8.31 \times 290}{28 \times 10^{-3} \times 2} = 1.83 \times 10^3 \text{ J}$$

$$(3) E_k = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 8.5 \times 10^{-3} \times \left(\frac{65 \times 10^3}{3600} \right)^2 = 1.39 \text{ J}$$

例：容器内有11.00kg二氧化碳和2.00kg氢气（均视为刚性分子气体）。已知混合气体的内能为 $8.10 \times 10^6 \text{ J}$ 。求（1）混合气体的温度；（2）两种气体分子各自的平均动能。

解：（1）混合气体的内能 $E = \frac{i_1}{2} \frac{m_1}{\mu_1} R T + \frac{i_2}{2} \frac{m_2}{\mu_2} R T$

$$T = \frac{2E}{\frac{m_1}{\mu_1} i_1 R + \frac{m_2}{\mu_2} i_2 R}$$

$\mu_1 = 44.0 \times 10^{-3} \text{ kg / mol},$

$\mu_2 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ kg / mol}$

$i_1 = 6 \quad i_2 = 5$

$$= \frac{2 \times 8.10 \times 10^6}{\left(\frac{11}{44} \times 6 + \frac{2}{2} \times 5\right) \times 10^3 \times 8.31} \approx 300 \text{ K}$$

例：容器内有11.00kg二氧化碳和2.00kg氢气（均视为刚性分子气体）。已知混合气体的内能为 $8.10 \times 10^6 \text{J}$ 。求（1）混合气体的温度；（2）两种气体分子各自的平均动能。

解：（2） $\bar{\varepsilon}_{k,1} = \frac{6}{2} k T = 3 k T$

$$= 3 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 1.24 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$\bar{\varepsilon}_{k,2} = \frac{5}{2} k T = \frac{5}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 300$$

$$= 1.04 \times 10^{-20} \text{ J}$$

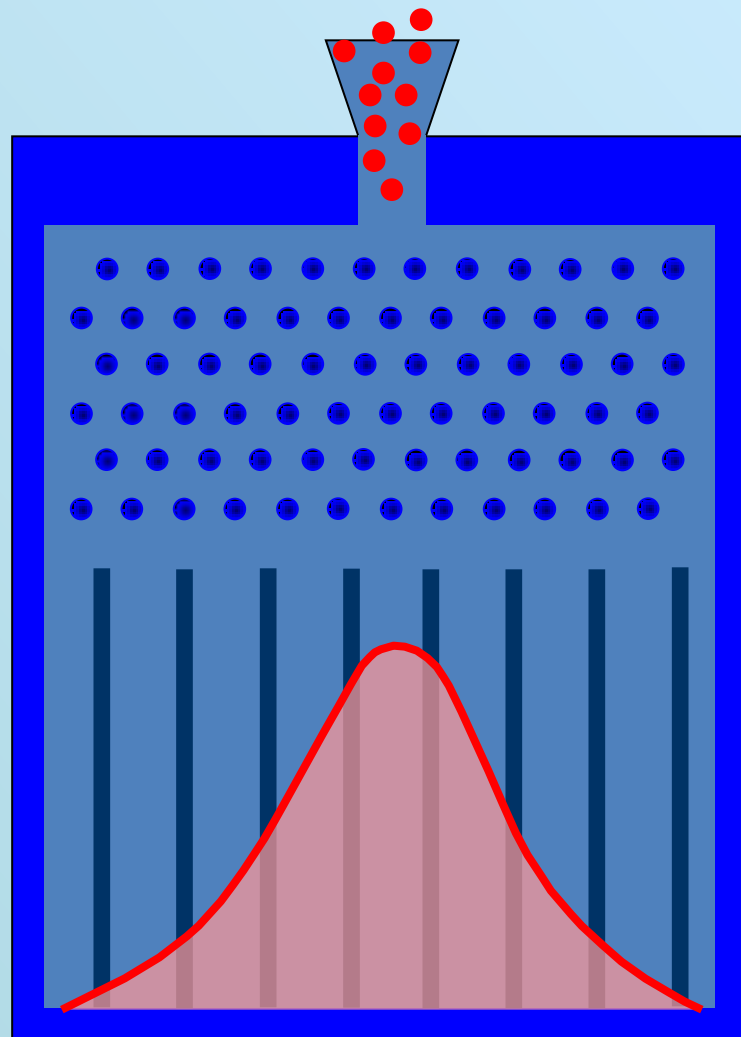


第5节 气体分子的速度与能量分布

气体中每个分子的运动无规可循,具有极大的偶然性,但整体上来看,却存在着一定的规律。

这种对大量偶然事件的整体起作用的规律称为**统计规律**。

伽尔顿板实验



1. 麦克斯韦速率分布律

1) 方均根速率

$$\overline{\varepsilon_t} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \quad \Rightarrow \quad \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

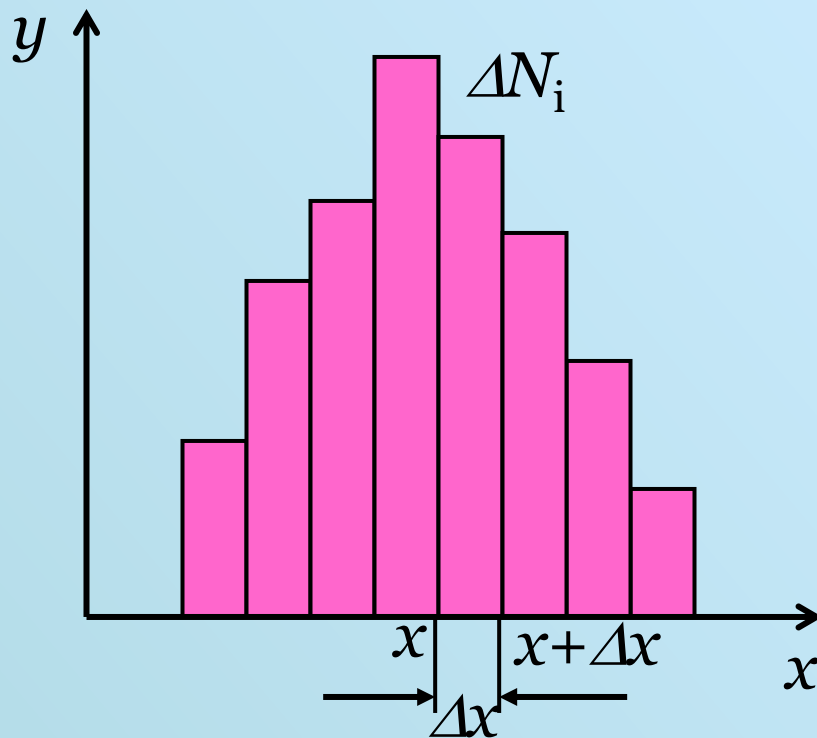
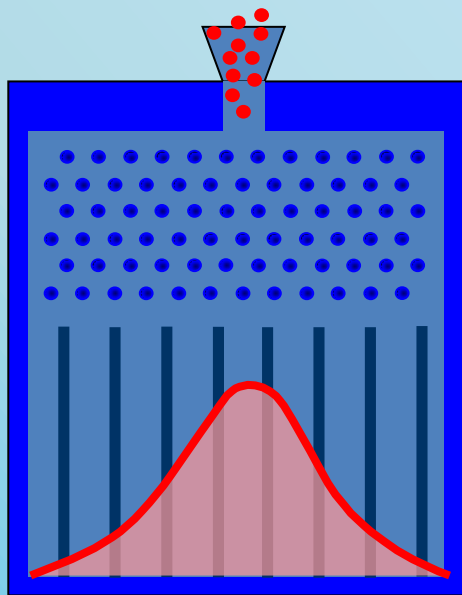
方均根速率是分子速率的一种统计平均值，它给出了一个在给定温度下气体分子速率的一般概念。

当 T 一定， m 大 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 小； m 小 $\sqrt{\overline{v^2}}$ 大

例： $T = 0^\circ\text{C}$ 时， 氧气分子 $\sqrt{\overline{v^2}} = 461 \text{ m/S}$

氢气分子 $\sqrt{\overline{v^2}} = 1.84 \times 10^3 \text{ m/S}$

2) 分布函数

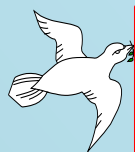


每个槽内的小球数与总数之比（概率）： $\frac{\Delta N_1}{N}, \frac{\Delta N_2}{N} \dots \frac{\Delta N_i}{N}$

比值与狭槽的位置和狭槽的宽度有关： $\frac{\Delta N_i}{N} = f(x)\Delta x \Rightarrow f(x) = \frac{\Delta N_i}{N\Delta x}$

$f(x)$ 是概率关于位置的函数

即：**分布函数**

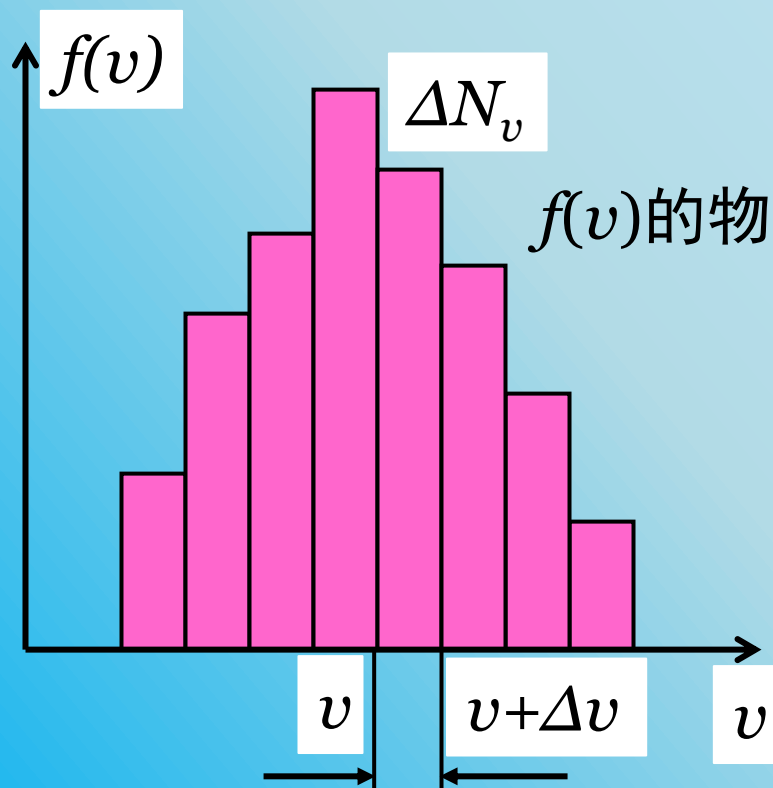


$$f(x) = \frac{\Delta N_i}{N \Delta x}$$



$$f(x) = \frac{dN_i}{N dx}$$

$f(x)$ 的物理意义：表示处在 x 附近，单位间隔内的小球数占总数的百分比。



$f(v)$ 的物理意义：

$$f(x) = \frac{dN_i}{N dx}$$



$$f(v) = \frac{dN_v}{N dv}$$

占有体积为 V 的 N 个气体分子中速率介于 v 附近单位速率范围内的分子数 dN_v 占总分子数 N 的比，或分子速率取值在 v 附近单位速率间隔内的概率，可以称 $f(v)$ 为“概率密度”。一般也称为分子的速率分布函数。

3) 麦克斯韦按速率分布律



$$f(v) = \frac{dN_v}{Ndv}$$

a) 表达式

处在温度为 T 平衡态下，理想气体分子速率在 $v \sim v+dv$ 之间的分子数 dN_v 占总分子数的百分比为：

$$\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2 \cdot dv$$

这个规律称为麦克斯韦速率分布律

与前式联立有：

$$f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot v^2$$

麦克斯韦速率分布函数

它表示：处在温度为 T 的平衡态下的气体，处于 v 附近的单位速率区间的分子数占总分子数的比率，或概率密度。

推导见：大学物理学 第二册 《热学》第二版，P53，张三慧 主编，清华大学出版社
《热力学与统计物理》，薛增泉 编著，北京大学出版社