11-1.在一个电量为Q、半径为R的均匀带电球中，沿某一直径挖一条隧道，另有一质量为m、电量为$-q$的微粒在这个隧道中运动。试证明该微粒的运动是简谐振动，并求出振动周期（假设均匀带电球体的介电常数为ε_0）。

证明: 由静电场的高斯定理求得球体内的电场分布为:

$$\vec{E}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\vec{r}$$

即场强的方向沿径向$\vec{r}$

则在隧道内，带电微粒在距球心r处受电场力为:

$$F=-qE=-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r$$

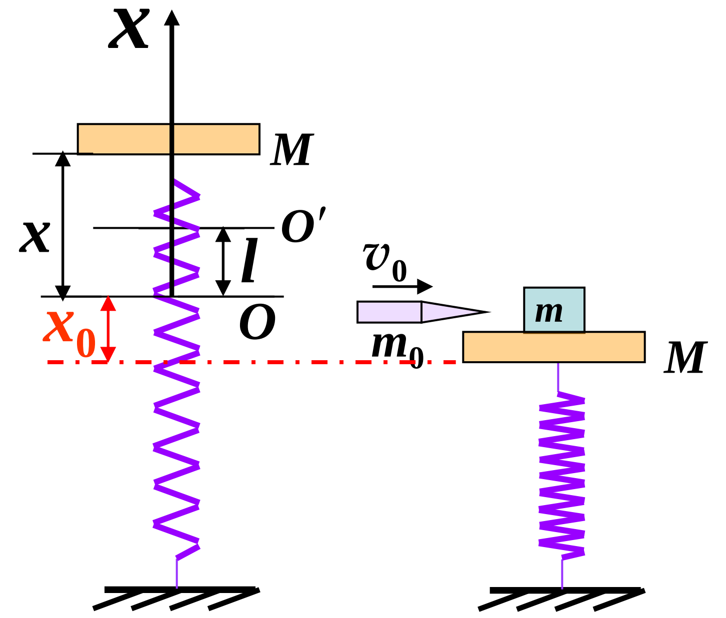
为弹性回复力，故微粒作简谐振动。

由牛顿第二定律得: $F=m\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}r$

即: $\frac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}+\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 mR^3}r=0$

振动周期为: $T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 mR^3}{qQ}}$

11-2.如图所示，有一劲度系数为k的轻质弹簧竖直放置，一端固定在水平面上，另一端连接一质量为M的光滑平板，平板上又放置一质量为m的光滑小物块。今有一质量为m_0的子弹以速度v_0水平射入物块，并与物块一起脱离平板。（1）证明物块脱离平板后，平板将做简谐振动，（2）根据平板所处的初始条件，写出平板的谐振位移表示式。



解: 设弹簧原长在O'处，

平板的平衡位置在O处：$Mg = kl$

选O为坐标原点，取x轴向上为正。

(1) M在任意位置x处受合力：

$$F = -Mg - k(x - l) = -kx$$

平板作谐振动。$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$

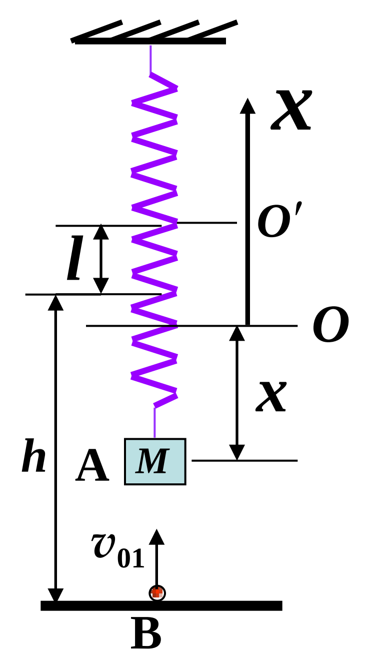
(2) 初始条件： 得：$A = \dfrac{mg}{k}$ $\varphi = \pi$

$x_0 = -\dfrac{mg}{k}$ $v_0' = 0$ 振动方程为：$A = \dfrac{mg}{k}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{M}}t + \pi\right)$

11-3. 有一轻质弹簧，其劲度系数k=500N/m，上端固定，下端悬挂一质量M=4.0kg的物体A。在物体A的正下方h=0.6m处，以初速度v_{01}=4.0m/s 向上抛出一质量m=1.0kg的油灰团B，击中A并附着于A上。（1）证明A与B作简谐振动；（2）写出它们共同作简谐振动的位移表示式；（3）求弹簧所受的最大拉力是多少？（弹簧未挂重物时，其下端端点位于O'点，取向上为正）

解： 设仅挂A时，弹簧伸长l，即：$Mg = kl$

选AB粘合后的平衡处为原点，取x轴向上为正。



(1) AB在平衡位置时：$(m+M)g = k\overline{OO'}$

AB在任意位置x处受合力：

$$F = -(m+M)g + k(\overline{O'O} - x) = -kx$$

为谐振动 $$(M+m)\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{M+m}} = 10\ \text{rad/s}$$

（2）写出它们共同作简谐振动的位移表示式

以A与B相碰时为$t=0$时刻，则起始位置为

$$x_0 = \overline{OO'} - l \quad = \frac{mg}{k} = 2\,\text{cm}$$

与A碰前，B做上抛运动，碰时B的速度为：

$$v_B = \sqrt{v_{01}^2 - 2gh} = 2\,\text{m/s}$$

A与B碰撞，动量守恒，碰后共同速度为：

$$v_0 = \frac{mv_B}{M+m} = 0.4\,\text{m/s}$$

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$\tan\varphi = -\frac{v_0}{x_0\omega} = -2$$

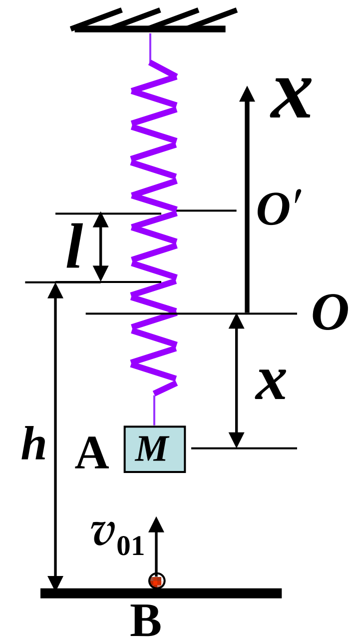
$$= 4.47 \times 10^{-2}\ \text{m}$$

取第四象限值：$(x_0 > 0, v_0 > 0)$ $\varphi \approx -63.43^{\circ} \approx -1.1\,\text{rad}$

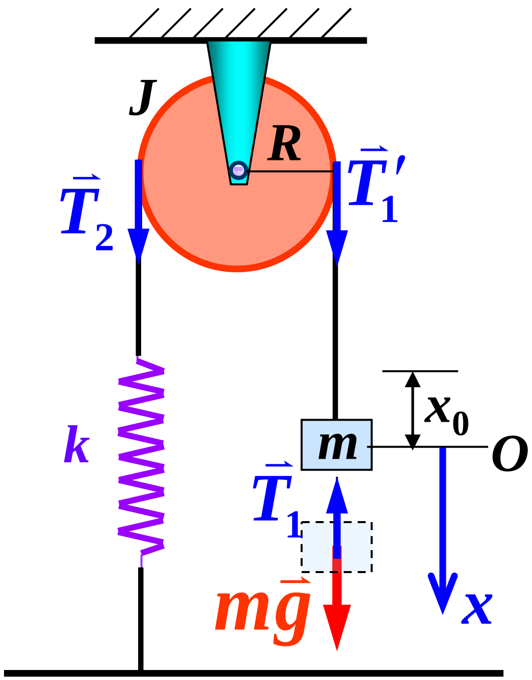
振动的位移方程为 $x = 4.47 \times 10^{-2} \cos(10t - 1.1)\ \text{m}$

（3）求弹簧所受的最大拉力 弹簧最大形变：$\overline{OO'} + A$

$$F_{\max} = k(\overline{OO'} + A) = 72.4\,\text{N}$$



11-4. 一定滑轮的半径为R，转动惯量为J，其上挂一轻绳，绳的一端系一质量为m的物体，另一端与一固定的轻弹簧相连。设弹簧的劲度系数为k，绳与滑轮间无滑动，且忽略定滑轮转轴上的阻力矩及空气阻力。现将物体m从平衡位置拉下一微小距离后放手，证明物体做简谐振动，并求出其角频率。



证明： 原点O为物体的平衡位置：$mg = kx_0$

物体处于x处，作物体和滑轮的受力图，由牛顿定律和转动定律得：

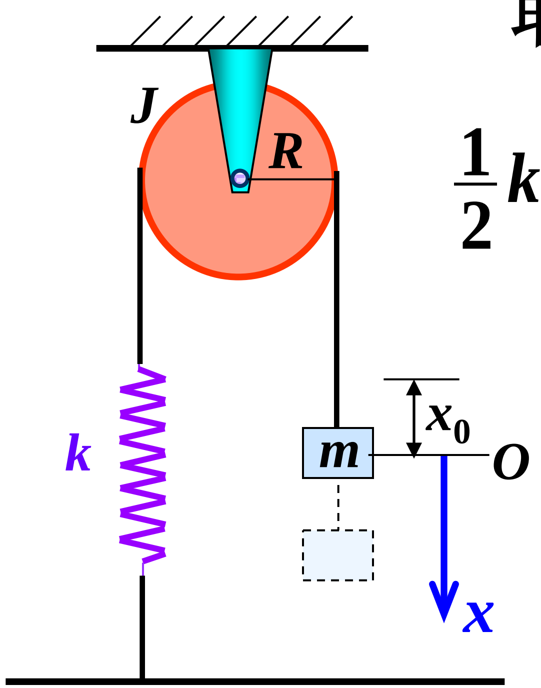
$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - T_1$$

$$(T_1 - T_2)R = J\beta = J\times\frac{1}{R}\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$T_2 = k(x_0 + x)$$

解得：$\left(\frac{J}{R^2}+m\right)\frac{d^2x}{dt^2}+kx=0$ 物体作谐振动。$\omega=\sqrt{\frac{kR^2}{J+mR^2}}$

证明：用谐振动系统能量守恒解答。



取弹簧原长处为势能零点，任意x处：

$$\frac{1}{2}k(x+x_0)^2+\frac{1}{2}J\omega^2+\frac{1}{2}mv^2-mg(x+x_0)=\text{常量}$$

两端对时间t求导：

$$k(x+x_0)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+J\omega\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

$$+mv\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}-mg\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$$

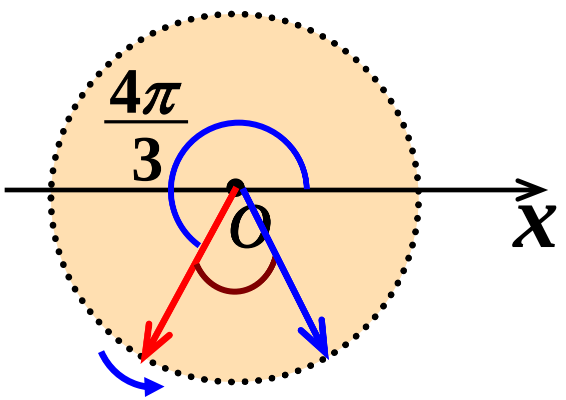
因为：$mg=kx_0$ $\quad \omega=\frac{v}{R}=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ $\quad \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

得：$$\left(\frac{J}{R^2}+m\right)\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+kx=0$$

11-5. 一物体竖直悬挂在劲度系数为k的弹簧上做简谐振动。设振幅A=0.24m，周期T=4.0s，开始时在平衡位置下方0.12m处向上运动。求：（1）物体振动的位移表示式；（2）物体由初始位置运动到平衡位置上方0.12m处所需的最短时间；（3）物体在平衡位置上方0.12m处所受到的合外力的大小及方向。（设物体的质量为1.0kg，取向上为正）。

解： (1) 原点选在受力平衡处，取x轴向上为正。

$$x = 0.24\cos(\frac{\pi}{2}t - \frac{2\pi}{3})\ \text{m}$$

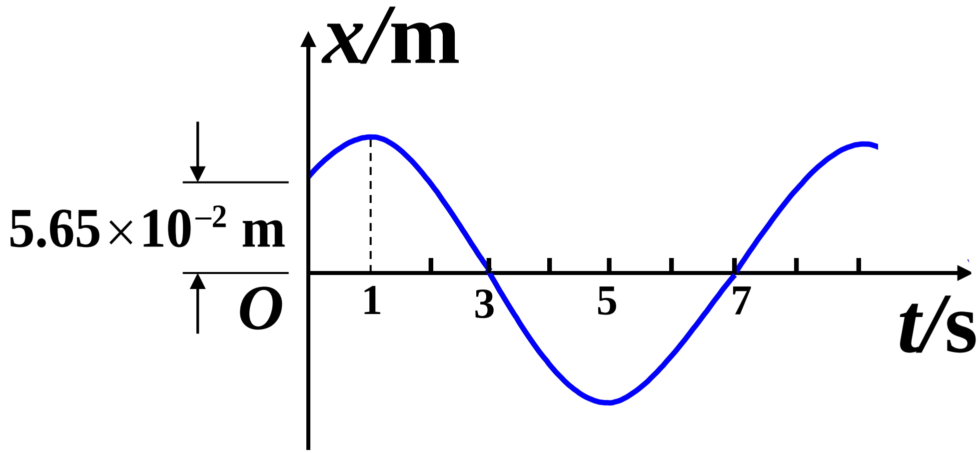


(2) $\omega t = \dfrac{\pi}{3}$ $\qquad t = \dfrac{2}{3}\,\text{s}$

(3) $a = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = -0.03\pi^2\ \text{m/s}^2$

合外力 $F = ma = -0.29\,\text{N}$ 方向向下

11-6. 一个谐振动的$x-t$ 曲线如图所示。（1）写出此振动的位移表示式；（2）求出t =10 s 时的x、v、a 的值，并说明此刻它们各自的方向。



解： 由图可知：$T=8\text{s}$；

t =1 s 时的位相为0；

t =0 s 时，x_0 。

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{\pi}{4}\ \text{rad/s}$$

$$\frac{\pi}{4}\times1+\varphi=0 \quad 即：\varphi=-\frac{\pi}{4} \qquad x_0=A\cos\varphi \quad 得：A=8.00\times10^{-2}\ \text{m}$$

故振动方程为：$x=8.00\times10^{-2}\cos(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{4})\ \ \text{m}$

（2）t =10 s 时：$x=5.66\times10^{-2}\ \text{m}$

$v=-4.44\times10^{-2}\ \text{m/s} \qquad a=-3.49\times10^{-2}\ \text{m/s}^2$

说明质点向平衡位置方向运动。

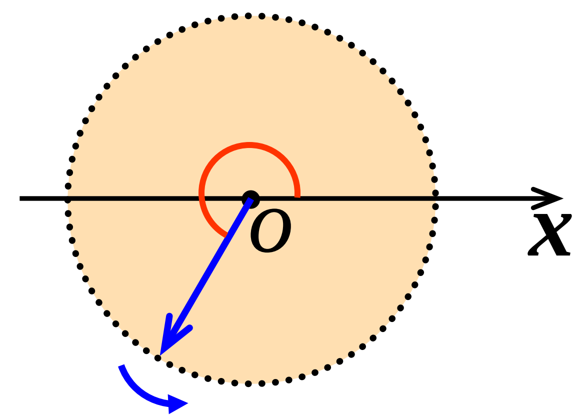
11-7.在开始观察弹簧振子时，它正振动到负位移一边的1/2振幅处，此时它的速度为 $2\sqrt{3}$ m/s ，并指向平衡位置，加速度的大小为 $2.00\times 10\ \mathrm{m/s^2}$。（1）写出这个振子的振动位移表示式。（2）求出它每振动5s，首尾两时刻的位相差。

解： 作$t=0$时的旋转矢量图，得：$\varphi=\dfrac{4}{3}\pi$ **或** $\varphi=-\dfrac{2}{3}\pi$

$$x=A\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)$$

$$v=-A\omega\sin(\omega t-\frac{2}{3}\pi)$$

$$a=-A\omega^2\cos(\omega t-\frac{2}{3}\pi)$$



依题意：

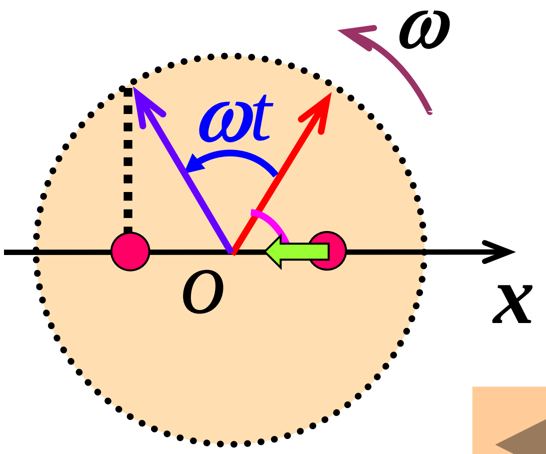
$$\left.\begin{aligned}2\sqrt{3}&=-A\omega\sin\frac{4}{3}\pi \quad \text{即} \quad A\omega=4\\ 20&=-A\omega^2\cos\frac{4}{3}\pi \quad \text{即} \quad A\omega^2=40\end{aligned}\right\} A=0.4\,\mathrm{m} \qquad \omega=10\ \mathrm{rad/s}$$

振动方程为：$x=0.4\cos(10t-\dfrac{2}{3}\pi)$ m

(2) $\Delta\varphi=\omega\Delta t=50\,\mathrm{rad}$

11-8. 质量为10g的小球作谐振动，其A=0.24m，ν=0.25 Hz。当t=0 时，初位移为1.2×10^{-1}m，并向着平衡位置运动。求：（1）t=0.5s时，小球的位置；（2）t=0.5s时，小球所受的力的大小与方向；（3）从起始位置到x=−12cm处所需的最短时间；（4）在x=−12cm处小球的速度与加速度；（5）t=4s时的E_k、E_p及系统的总能量。

解: 作t=0时的旋转矢量图，得初相: $\varphi=\dfrac{\pi}{3}$



振动方程为: $x=0.24\cos(\dfrac{\pi}{2}t+\dfrac{\pi}{3})\ \text{m}$

(1) $x=-6.20\times10^{-2}\ \text{m}$

(2) $F=-m\omega^2x=1.53\times10^{-3}\ \text{N}$

(3) $\omega t=\dfrac{\pi}{3}$　　$2\pi\nu t=\dfrac{\pi}{3}$　　$t=\dfrac{2}{3}\,\text{s}$

(4) $v=-3.26\times10^{-1}\ \text{m/s}$　　$a=-\omega^2x=2.96\times10^{-1}\ \text{m/s}^2$

(5) $E_k=5.33\times10^{-4}\ \text{J}$　　$E_p=1.77\times10^{-4}\ \text{J}$　　$E=7.10\times10^{-4}\ \text{J}$

11-9.同方向振动的两个谐振动，它们的运动规律为

$$x_1 = 5.00\times10^{-2}\cos(10t+\frac{3\pi}{4})\ \text{m}$$

$$x_2 = 6.00\times10^{-2}\sin(10t+\varphi)\ \text{m}$$

问φ为何值时，合振幅A为极大、A为极小？

解： 改写x_2为：$x_2 = 6.00\times10^{-2}\cos(10t+\varphi+\frac{3\pi}{2})$

得两分振幅的位相差：$\Delta\varphi = \varphi_2-\varphi_1 = \varphi+\frac{3}{4}\pi$

当 $\Delta\varphi = \varphi+\frac{3}{4}\pi = 2k\pi$

即 $\varphi = 2k\pi-\frac{3}{4}\pi,\ k=0,\pm1,\pm2,\cdots$ 时，合振幅为极大；

当 $\Delta\varphi = \varphi+\frac{3}{4}\pi = (2k+1)\pi$

即 $\varphi = (2k+1)\pi-\frac{3}{4}\pi,\ k=0,\pm1,\pm2,\cdots$ 时，合振幅为极小。

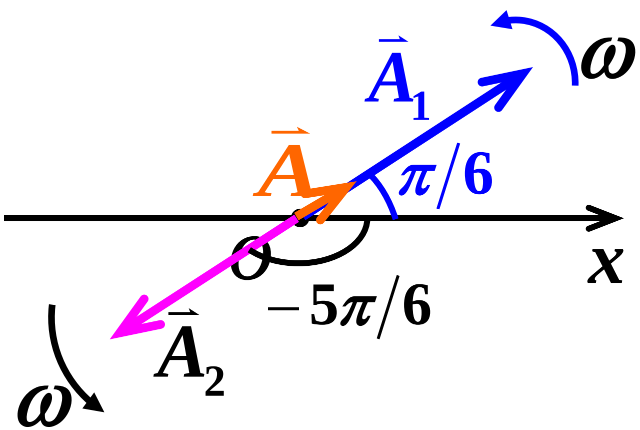
11-10. 一质点同时参与两个在同一直线上的谐振动，其表示式各为

$$x_1 = 4\times 10^{-2}\cos(2t+\frac{\pi}{6})\ \mathrm{m}$$

$$x_2 = 3\times 10^{-2}\cos(2t-\frac{5\pi}{6})\ \mathrm{m}$$

求其合振动的振幅和初位相，并写出合振动的位移方程。

解： 两振动反相，t=0时的旋转矢量图分别为：



合振动振幅：$A = A_1 - A_2 = 1\times 10^{-2}\ \mathrm{m}$

合振动初相：$\varphi = \varphi_1 = \dfrac{\pi}{6}$

合振动方程：

$$x = 1\times 10^{-2}\cos(2t+\frac{\pi}{6})\ \mathrm{m}$$

11-11. 两个同方向、同频率的谐振动，其合振动的振幅为20cm，合振动的位相与第一个振动的位相之差为30°，若第一个振动的振幅为17.3cm，求第二个振动的振幅及第一、第二两个振动的位相差各是多少？

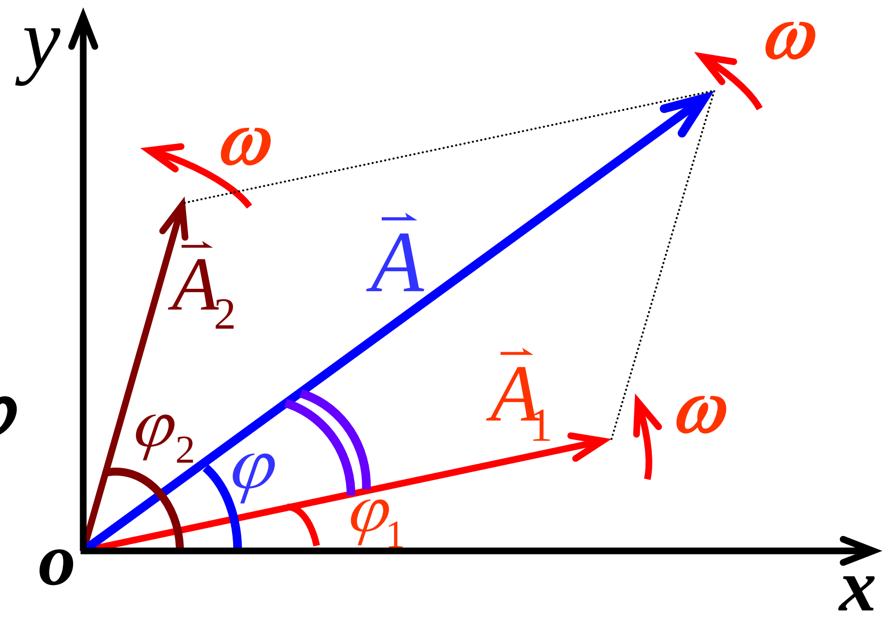
解： 由余弦定理得：

$$A_2^2 = A_1^2 + A - 2A_1 A\cos 30^{\circ}$$

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\Delta\varphi$$

$$A_2 = 10\ \text{cm}$$

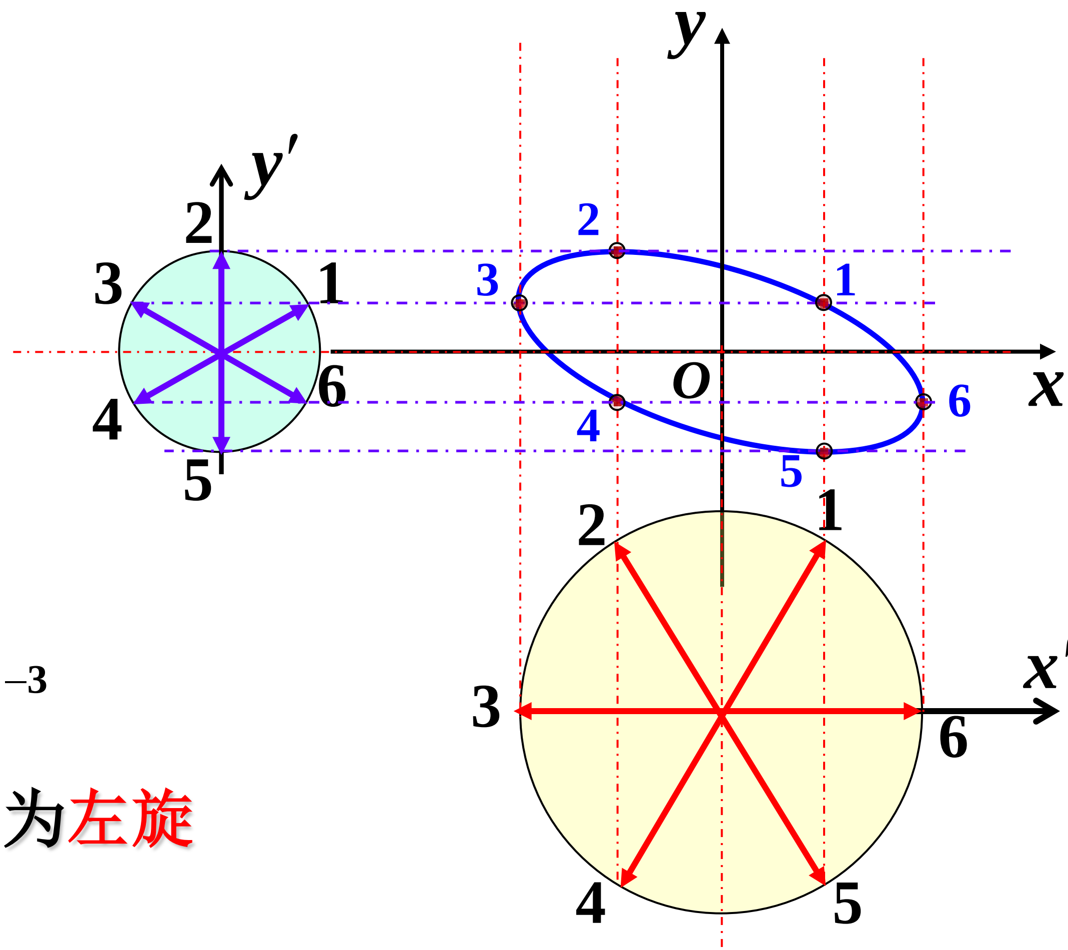
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$



11-12.一质点质量为0.1kg，它同时参与互相垂直的两个振动，其振动表示式分别为

$$x = 0.06\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{3}\right), \qquad y = 0.03\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$$

试写出质点运动的轨迹方程，画出图形，并指明是左旋还是右旋。



解：轨迹方程：

$$x^2 + 2xy + 4y^2 = 2.7\times10^{-3}$$

质点的轨迹为椭圆。　　为左旋

11-13.一沿x轴正向传播的波，波速为2m/s，原点的振动方程为$y = 0.6\cos\pi t$。求：（1）该波的波长；（2）波的表示式；（3）同一质点在1s末与2s末的位相差；（4）如有A、B两点，其坐标分别为1m和1.5m，在同一时刻，A、B两点的位相差是多少？

解：(1) $\lambda = uT = u\dfrac{2\pi}{\omega} = 4\,\mathrm{m}$

(2)波函数 $y = 0.6\cos\pi(t - \dfrac{x}{2})\ \mathrm{m}$

(3) $\Delta\varphi = \omega\Delta t = \pi$

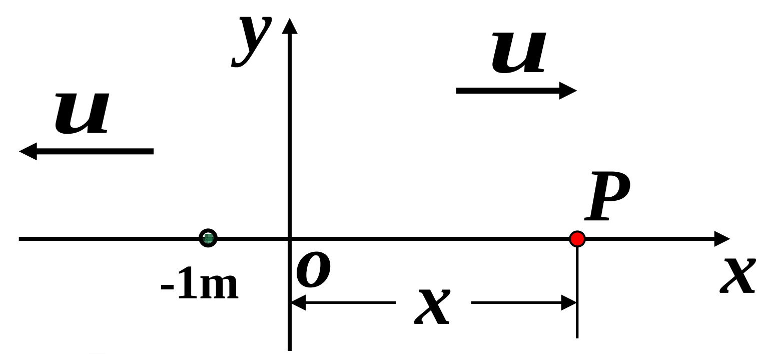
(4) $\Delta\varphi' = \dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x = \dfrac{\pi}{4}$

11-14. 一波源位于$x=-1$m处，它的振动方程为

$$y=5\times10^{-4}\cos(6000t-1.2)\ \mathrm{m}$$

设该波源产生的波无吸收地分别向x轴正向和负向传播，波速为300m/s。试分别写出上述正向波和负向波的表示式。

解:



正向波

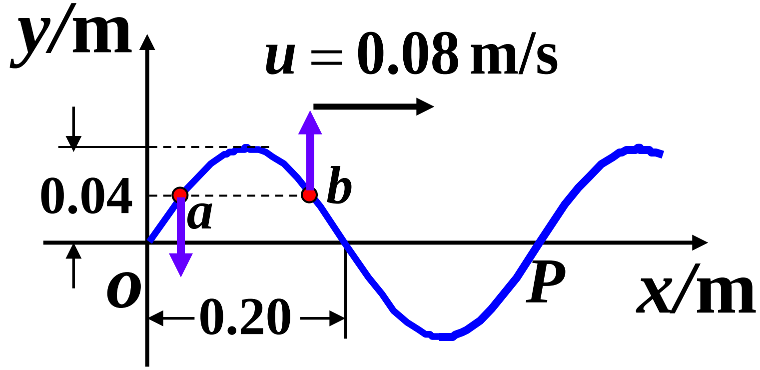
$$y=5\times10^{-4}\cos[6000(t-\frac{x+1}{300})-1.2]$$

$$y=5\times10^{-4}\cos(6000t-20x-21.2)\ \mathrm{m}\qquad x\geq-1\ \mathrm{m}$$

负向波 $$y=5\times10^{-4}\cos[6000(t+\frac{x+1}{300})-1.2]$$

$$y=5\times10^{-4}\cos(6000t+20x+18.8)\ \mathrm{m}\qquad x\leq-1\ \mathrm{m}$$

11-15.如图所示为$t=0$时刻的波形。求：（1）O点振动的位移表示式；（2）此波在任一时刻的波动表示式；（3）P点的振动方程；（4）$t=0$ 时刻，A、B两点之质点的振动方向（要在图上标出来）。



解: (1) 由图可知:

$A=0.04\,\mathrm{m}\qquad \lambda=0.40\,\mathrm{m}$

$T=\dfrac{\lambda}{u}=5\,\mathrm{s}\qquad \omega=\dfrac{2\pi}{T}=\dfrac{2\pi}{5}\,\mathrm{rad/s}$

O点的初相: $\varphi_o=\dfrac{\pi}{2}\qquad y_o=0.04\cos(\dfrac{2\pi}{5}t+\dfrac{\pi}{2})\,\mathrm{m}$

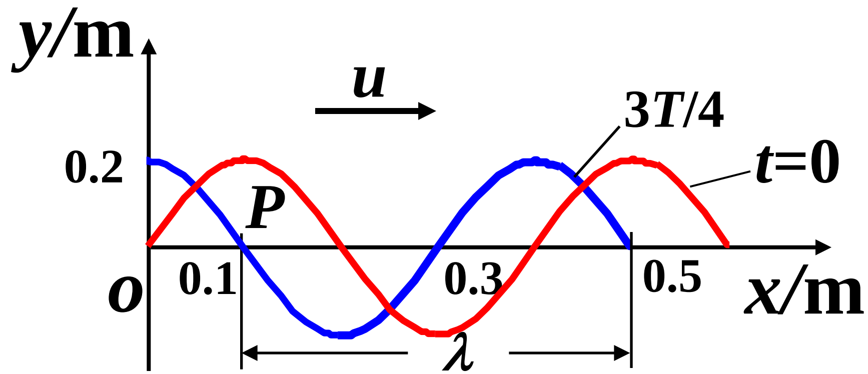
(2)波函数:

$$y=0.04\cos[\frac{2\pi}{5}(t-\frac{x}{0.08})+\frac{\pi}{2}]=0.04\cos(\frac{2\pi}{5}t-5\pi x+\frac{\pi}{2})\,\mathrm{m}$$

(3) $y_P=y_o=0.04\cos(\dfrac{2\pi}{5}t+\dfrac{\pi}{2})\,\mathrm{m}$

(4)如图所示

11-16.一平面余弦波在$t=3T/4$时刻的波形曲线如图所示。该波以 $u=36\,\mathrm{m/s}$ 的速度沿x轴正方向传播。（1）求O点与P点的初位相；（2）写出以O点为坐标原点的波动表示式。



解： 由图可知：$A=0.2\,\mathrm{m}$

$\lambda=0.4\,\mathrm{m}\qquad T=\dfrac{\lambda}{u}=\dfrac{1}{90}\,\mathrm{s}$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=180\pi\ \mathrm{rad/s}$$

(1) 将已知t时刻的波形曲线倒退

$$\Delta x=u\Delta t=u\times\frac{3}{4}T=\frac{3}{4}\lambda=0.3\,\mathrm{m}$$

得$t=0$时刻的波形曲线。

由曲线可得：$\varphi_{O0}=\dfrac{\pi}{2}\qquad \varphi_{P0}=0$

(2)O点的振动方程为：$y_O=0.2\cos(180\pi t+\dfrac{\pi}{2})$

波函数：$y=0.2\cos[180\pi(t-\dfrac{x}{36})+\dfrac{\pi}{2}]=0.2\cos(180\pi t-5\pi x+\dfrac{\pi}{2})\,\mathrm{m}$

11-17. 假设在一根弦线中传播的简谐波为 $y = A\cos(kx - \omega t)$。（1）写出弦线中能量密度与能流密度表示式；（2）写出平均能量密度与平均能流密度（波强）的表示式。

解： 能量密度：$w = \rho\omega^2 A^2 \sin^2(kx - \omega t)$

能流密度：$i = uw = \rho A^2 \omega^2 u \sin^2(kx - \omega t)$

平均能量密度：$\overline{w} = \dfrac{1}{2}\rho A^2 \omega^2$

平均能流密度：$I = u\overline{w} = \dfrac{1}{2}\rho A^2 \omega^2 u$

11-18.在直径为0.14 m的圆柱形管内，有一波强为 $9.00\times10^{-3}\ \mathrm{J/(s\cdot m^2)}$的空气余弦式平面波以 $u=300\ \mathrm{m/s}$ 波速沿柱轴方向传播，其频率为300 Hz。求：（1）平均能量密度及能量密度的最大值；（2）相邻的两个同位相的波阵面内的体积中的能量。

$$\overline{w}=\frac{I}{u}=3.00\times10^{-5}\ \mathrm{J/m^3}$$

$$w_{\max}=2\overline{w}$$

$$W=\overline{w}S\lambda=4.62\times10^{-7}\ \mathrm{J}$$

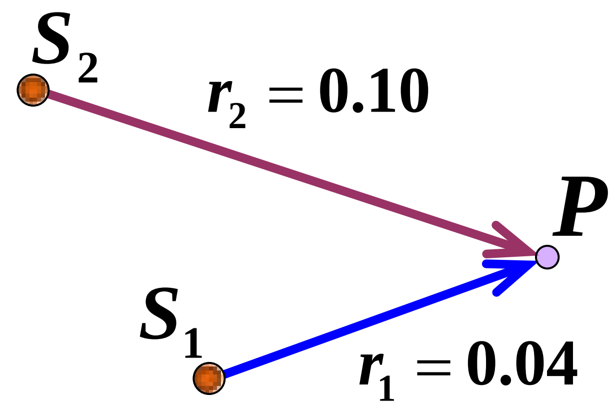
11-19. 一波源的辐射功率为 $1.00 \times 10^{4}\ \mathrm{W}$，它向无吸收、均匀、各向同性介质中发射球面波。若波速 $3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$ ，试求离波源400km处（1）波的强度；（2）平均能量密度。

$$I = \frac{\overline{P}}{\Delta S} = 4.98 \times 10^{-9}\ \mathrm{W/m^{2}}$$

$$\overline{w} = \frac{I}{u} = 1.66 \times 10^{-17}\ \mathrm{J/m^{3}}$$

11-20. 两相干波源的振动方程分别为 $y_1=10^{-4}\cos 10\pi t\ (\mathrm{m})$ 和 $y_2=10^{-4}\cos 10\pi t\ (\mathrm{m})$ ，P点到两波源的距离分别为4 cm和10 cm。（1）在下列条件下求P点的合振幅：波长为4 cm和波长为0.6 cm；（2）求P点合成振动的初位相。

解： P点两分振动的振动方程分别为：



$$y_1=10^{-4}\cos(10\pi t-\frac{2\pi}{\lambda}r_1)$$

$$y_2=10^{-4}\cos(10\pi t-\frac{2\pi}{\lambda}r_2)$$

合振动方程：

$$y=y_1+y_2=2\times10^{-4}\cos[\frac{\pi}{\lambda}(r_2-r_1)]\cos[10\pi t-\frac{\pi}{\lambda}(r_1+r_2)]$$

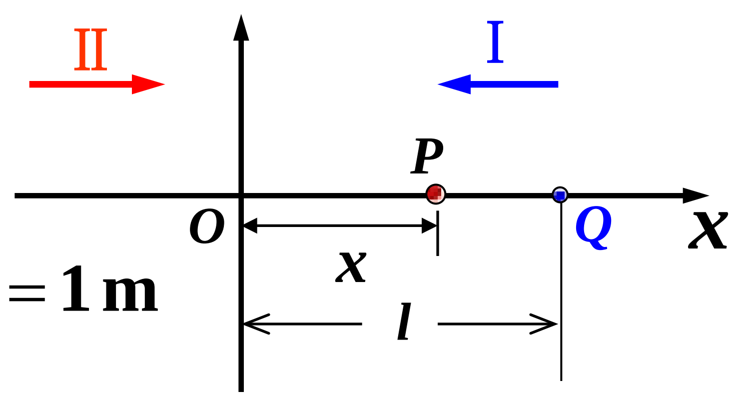
(1) $\lambda_1=4$ cm: $A'=0$; $\lambda_2=0.6$ cm: $A''=2\times10^{-4}$ m

(2) $\lambda_1=4$ cm: P点静止不动，无振动，初位相无意义。

$\lambda_2=0.6$ cm: $\varphi''=\pi-\frac{\pi}{\lambda}(r_1+r_2)=\frac{2\pi}{3}$

11-21. 在同一媒质中有两列振幅均为A，角频率均为ω，波长均为λ的相干平面余弦波，沿同一直线相向传播。第一列波由右向左传播，它在Q点引起的振动为 $y_Q=A\cos\omega t$ ；第二列波由左向右传播，它在O点（x坐标原点）引起振动的位相比同一时刻第一列波在Q点引起的振动的位相超前π。O与Q之间的距离为$l=1$ m，求：（1） O与Q之间任一P点的合振动的表示式；（2）若波的频率$\nu=400$ Hz，波速$u=400$ m/s， O与Q之间（包括O、Q点在内）因干涉而静止的点的位置。

解：(1) $y_1 = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(l-x)]$



依题意：$y_{2o} = A\cos(\omega t+\pi)$

$$y_2 = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x+\pi) \qquad \lambda = \frac{u}{\nu} = 1\,\mathrm{m}$$

O与Q之间任一P点的合振动表示式：

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(2\pi x - \frac{\pi}{2})\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

(2)波节：$\left|\cos(2\pi x - \frac{\pi}{2})\right| = 0 \qquad x = 0、0.5、1\,(\mathrm{m}).$

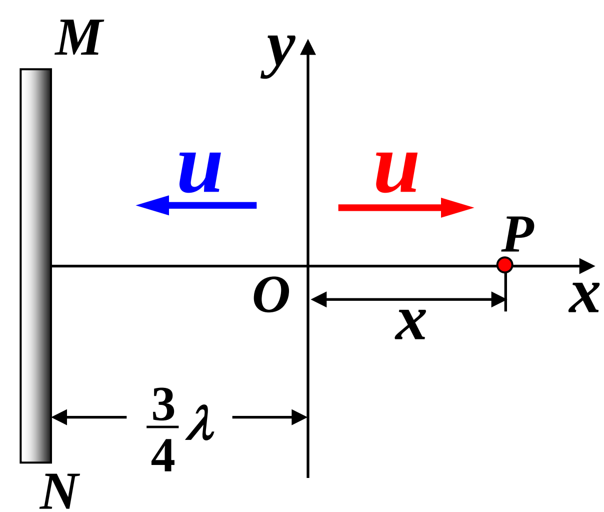
11-22.在x轴的原点O有一波源，其振动方程为 $y=A\cos\omega t$ ，波源发出的简谐波沿x轴的正、负两个方向传播。在x轴负方向距离原点O为 $3\lambda/4$ 的位置有一块由波密媒质做成的反射面MN，试求：（1）由波源向反射面发出的行波波动表示式和沿x轴正方向传播的行波表示式；（2）反射波的波动表示式；

解: (1) 由O向反射面发出的（沿x轴负向传播）的平面波波函数为：

$$y_{负} = A\cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$$

由O发出的沿x轴正向传播的平面波波函数为：

$$y_{正} = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

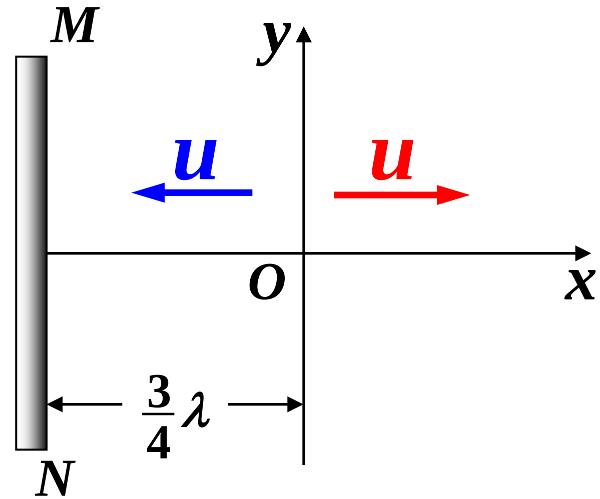


(2) $y_{负}$被波密介质反射面MN产生的反射波波函数为：

$$y_{反} = A\cos[\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}(2\times\frac{3}{4}\lambda + x) - \pi]$$

$$y_{反} = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

（3）在*MN-yO*区域内，入射行波与反射行波叠加后的波动表示式，并讨论它们干涉的情况。



$$y_{负} = A\cos(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$y_{反} = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

*MN-yO*区间叠加波：

$$y = y_{负} + y_{反} = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cdot\cos\omega t$$ 为驻波。

驻波的波节为：$x = -\frac{3\lambda}{4}, -\frac{\lambda}{4}$

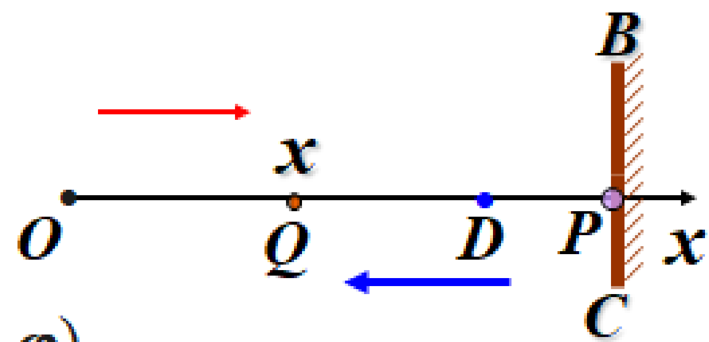
（4）在$x>0$区域内，波源发出的行波与反射行波叠加后的波的表示式，并讨论它们干涉的情况。

$$y_{正} = A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}) \qquad y_{反} = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x)$$

$$y = y_{正} + y_{反} = 2A\cos(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

这是振幅为2A，沿*x*轴正向传播的行波。

11-23. 一平面简谐波沿x轴正向传播，BC为波密媒质的反射面。波由P点反射，$OP=\dfrac{3}{4}\lambda$，$DP=\dfrac{\lambda}{6}$。在$t=0$时，O处质点的合振动是经过平衡位置向负方向运动。（设坐标原点设在波源O处，入射波及反射波的振幅均为A，频率为ν）求：(1)波源处的初位相；(2) D点的合振动表达式。



解： 设O点振动方程为：

$$y_O = A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$$

入射波波函数：$y = A\cos(2\pi\nu t-\dfrac{2\pi x}{\lambda}+\varphi)$

反射波波函数：对反射波，任意Q点振动位相落后O点：

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}(\overline{OP}+\overline{PQ})+\pi=\frac{2\pi}{\lambda}(\frac{3\lambda}{4}+\frac{3\lambda}{4}-x)+\pi=-\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$y' = A\cos(2\pi\nu t+\frac{2\pi x}{\lambda}+\varphi) \quad y_{合} = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos(2\pi\nu t+\varphi)$$

$$y_{合O} = 2A\cos(2\pi\nu t+\varphi) \Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2} \quad y_{合D} = -\sqrt{3}A\cos(2\pi\nu t+\frac{\pi}{2})$$

11-T24. 沿河道航行的汽轮鸣笛，$\nu = 400\text{Hz}$ ，站在岸边的人测得 $\nu' = 395\text{Hz}$ 。声速 $u = 340\text{m/s}$ ，求汽轮的速度。汽轮是接近还是远离观察者。

解： 由于观测频率小于波源汽轮鸣笛的频率，所以汽轮远离观察者运动。

因此：$\nu' = \dfrac{u}{u + v_s}\nu$

汽轮的速度：$v_s = (\dfrac{\nu}{\nu'} - 1)u = (\dfrac{400}{395} - 1) \times 340 = 4.30\text{m/s}$

11-T25. （B）

11-T26. （C）

11-27.一平面电磁波的波长为3 m，在自由空间沿x方向传播，电场E沿y方向，振幅为300 V/m。试求：（1）电磁波的频率、角频率及波数；（2）磁场B的方向和振幅；（3）电磁波的能流密度及其对时间周期T的平均值。

解：(1) $\nu = \dfrac{c}{\lambda} = 10^8\ \text{Hz}$　　$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \times 10^8\ \text{rad/s}$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}\ \text{rad/m}$$

(2) B沿z轴方向，振幅为：$B_0 = \dfrac{E}{c} = 10^{-6}\ \text{T}$

(3) $\vec{E} = 300\cos(\omega t - kx)\vec{j}$　　$\vec{H} = \dfrac{B_0}{\mu_0}\cos(\omega t - kx)\vec{k}$

能流密度矢量：$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = 239\cos^2(\omega t - kx)\vec{i}$

平均能流密度：$\overline{S} = \dfrac{1}{2}E_0 H_0 = 120\ \text{W/m}^2$