9-1.氧气瓶的容积为3.2×10⁻²m³,其中氧气的压强为1.30×10⁷Pa,氧气厂规定压强降到1.0×10⁶Pa时,就应重新充气,以免要经常洗瓶。某小型吹玻璃车间平均每天用去0.40m³在1.01×10⁵Pa压强下的氧气,问一瓶氧气能用多少天?(设使用过程中温度不变)

解: 己知: $p_1 = 1.30 \times 10^7 \,\mathrm{Pa}$, $p_2 = 1.0 \times 10^6 \,\mathrm{Pa}$, $p_3 = 1.01 \times 10^5 \,\mathrm{Pa}$, $V = 3.2 \times 10^{-2} \,\mathrm{m}^3$ $V' = 0.40 \,\mathrm{m}^3$

设氧气的摩尔质量为M。在用气前,根据理想气体状态方程, 瓶内氧气质量 $m_1 = \frac{Mp_1V}{PT}$



当瓶内氧气压强降为 p_2 时,氧气质量为 $m_2 = \frac{Mp_2V}{RT}$ 氧气瓶重新充气时,用去的氧气质量为 $m_1 - m_2 = \frac{MV}{PT}(p_1 - p_2)$

每天用去的氧气质量为
$$m_3 = \frac{Mp_3V'}{RT}$$

一瓶氧气能用的天数即为 $N = \frac{m_1 - m_2}{m_3} = \frac{V(p_1 - p_2)}{V'p_3} = 9.5 \,\mathrm{d}$

9-2.实验室中能够获得的最佳真空度约1.01325×10⁻¹⁰Pa, (1) 求在室温(设为25°C)下这样的真空中每立方米内有多少个分子; (2) 先求出标准状态下每立方米内气体的分子数, 再把它与上面一问的结果进行比较。

解: (1) 根据理想气体状态方程: p = nkT 得:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.01325 \times 10^{-10}}{1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 25)} = 2.46 \times 10^{10} \,\mathrm{m}^{-3}$$

(2) 标准状态下:

$$n_0 = \frac{p_0}{kT_0} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 273} = 2.69 \times 10^{25} \,\mathrm{m}^{-3}$$

 $\frac{n}{n_0} \sim 10^{-15}$ 可见(1)态气体足够稀薄,真空度极高。

9-3.试说明下列各式的物理意义:

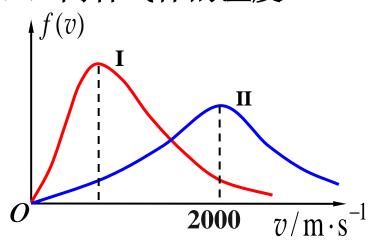
- (1) $f(v) = \frac{dN}{Ndv}$ 分子速率在v 附近单位速率范围内的分子数占总分子数的比率
- (2) f(v)dv 分子速率在 $v \sim v + dv$ 范围内的分子数占总分子数的比率
- (3) Nf(v)dv 分子速率在 $v \sim v + dv$ 范围内的分子数
- (4) $\int_{v_1}^{v_2} f(v) dv$ 分子速率在 $v_1 \sim v_2$ 范围内的分子数占总分子数的比率
- (5) $\int_{v_1}^{v_2} Nf(v) dv$ 分子速率在 $v_1 \sim v_2$ 范围内的分子数
- (6) $\frac{\int_{v_1}^{v_2} v f(v) dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v) dv}$ 速率在 $v_1 \sim v_2$ 范围内的分子的平均速率
- (8) $\frac{\int_{v_1}^{v_2} \frac{1}{2} m_f v^2 f(v) dv}{\int_{v_1}^{v_2} f(v) dv}$ 速率在范围 $v_1 \sim v_2$ 内分子的平均平动动能

9-4.图中I, II两条曲线是不同气体(氢气和氧气)在同一温度下的麦克斯韦分子速率分布曲线。试由图中数据求: (1) 氢气分子和氧气分子的最概然速率; (2) 两种气体的温度。

解: (1) 气体分子的最概然速率

$$v_{\mathrm{p}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

 $: M_{H_2} < M_{O_2}$ $: v_p(H_2) > v_p(O_2)$ 可判断曲线I是氧气分子速率分布曲线,II是氢气分子速率分布曲线。



氢分子的最概然速率: $v_p(\mathbf{H}_2) = 2000 \,\mathrm{m/s}$

$$\frac{v_{\mathbf{p}}(\mathbf{H}_2)}{v_{\mathbf{p}}(\mathbf{O}_2)} = \sqrt{\frac{m(\mathbf{O}_2)}{m(\mathbf{H}_2)}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4 \qquad \therefore v_{\mathbf{p}}(\mathbf{O}_2) = 500 \text{ m/s}$$

(2)
$$T = \frac{Mv_p^2}{2R}$$
 $T = T_{O_2} = \frac{32 \times 10^{-3} \times 500^2}{2 \times 8.31} = 481.3 \text{ K}$

9-5.某种气体分子的方均根速率为 $\sqrt{v^2}=450 \mathrm{m/s}$,压强为 $p=7\times10^4~\mathrm{Pa}$,则气体的质量密度 $\rho=?$

解: 由压强公式

$$p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{t} = \frac{1}{3}m_{f}n\bar{v}^{2} = \frac{1}{3}\rho\bar{v}^{2}$$

得:

$$\rho = \frac{3p}{(\sqrt{v^2})^2} = \frac{3 \times 7 \times 10^4}{450^2} = 1.04 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$



9-6.一容器内储有氧气,其压强为1.01×10⁵Pa,温度为27.0°C,求: (1)气体分子的数密度; (2)氧气的质量密度; (3)分子的平均平动动能;

#: (1)
$$n = \frac{p}{kT} = 2.44 \times 10^{25} \,\mathrm{m}^{-3}$$

(2)
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = 1.30 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

(3)
$$\overline{\varepsilon}_{t} = \frac{3}{2}kT = 6.21 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$$pV = \nu RT$$

$$= \frac{m}{M}RT$$



9-7.体积为1.0×10⁻³m³的容器中含有1.01×10²³个氢气分子,如果其中压强为1.01×10⁵Pa。求该氢气的温度和分子的方均根速率。

解: 分子数密度为

$$n = \frac{N}{V} = \frac{1.01 \times 10^{23}}{1.0 \times 10^{-3}} \,\mathrm{m}^{-3} = 1.01 \times 10^{26} \,\mathrm{m}^{-3}$$

温度为

$$pV = NkT$$

$$T = \frac{p}{nk} = \frac{1.01 \times 10^5}{1.01 \times 10^{26} \times 1.38 \times 10^{-23}} = 72.5 \text{ K}$$



$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 72.5}{2 \times 10^{-3}}} = 950.64 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



9-8.在容积为2.0×10⁻³m³的容器中有内能为6.75×10²J的刚性双原子分子理想气体。(1)求气体的压强;(2)若容器中分子总数为5.4×10²²个,求分子的平均平动动能和气体的温度。

解: (1) 设气体的摩尔数为 ν ,分子总数为N,

由理想气体内能公式:
$$E = \frac{i}{2} vRT = \frac{i}{2} NkT$$

根据理想气体状态方程: $pV = \nu RT$ 得: $E = \frac{i}{2}pV$

又刚性双原子分子 i=5

:.
$$p = \frac{2E}{5V} = 1.35 \times 10^5 \, \text{Pa}$$

或用 $p=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{t}$ 求解

(2) 由内能公式得:
$$T = \frac{2E}{5Nk} = 362K$$

$$\overline{\varepsilon_{t}} = \frac{3}{2}kT = 7.50 \times 10^{-21} J$$

9-9. 1mol氢气,在温度为27°C时,它的分子的平动动能和转动动能各为多少? (即内能中分别与分子的平动动能相关和与分子的转动动能相关的那部分能量)

$$M: T = 273 + 27 = 300K$$

理想气体的内能只是分子各种运动能量的总和。

对1mol的氢气其内能
$$E_{\text{mol}} = \frac{i}{2}RT$$
,

平动自由度 t=3

$$E_{\text{mol,t}} = \frac{3}{2}RT = \frac{3}{2} \times 8.31 \times 300 = 3.74 \times 10^{3} \text{ J}$$

转动自由度 r=2

$$E_{\text{mol,r}} = \frac{2}{2}RT = 8.31 \times 300 = 2.49 \times 10^{3} \text{ J}$$



9-10. 水蒸气分解为同温度的氢气和氧气,即 $H_2O \rightarrow H_2 + \frac{1}{2}O_2$,也就是1mol的水蒸气可分解成同温度的1mol氢气和1/2mol氧气,当不计及振动自由度时,求此过程中内能的增量。

解:对1mol水蒸气,分解前的内能为:

$$E_1 = \frac{i}{2} vRT = \frac{6}{2} RT = 3RT$$

分解后氢气和氧气的内能分别为:

$$E_{\text{H}_2} = \frac{i}{2} vRT = \frac{5}{2} RT$$
 $E_{\text{O}_2} = \frac{i}{2} vRT = \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} RT = \frac{5}{4} RT$

分解成氢气和氧气的总内能为:

$$E_2=E_{\rm H_2}+E_{\rm O_2}=rac{5}{2}RT+rac{5}{4}RT=rac{15}{4}RT$$
 内能增加: $rac{\Delta E}{E_1}=25\%$ 此过程中内能的增量为:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{15}{4}RT - 3RT = \frac{3}{4}RT = \frac{3}{4} \times 8.31 \times 373 = 2.33 \times 10^3 \text{ J}$$

9-11.简要说明下列各式的物理意义:

其中m表示气体的质量,M表示该气体的摩尔质量。

- (1) $\frac{1}{2}kT$ 分子一个自由度的平均动能
- (2) $\frac{3}{2}kT$ 分子的平均平动动能或单原子分子的平均能量
- (3) $\frac{i}{2}kT$ 分子的平均总动能
- (4) $\frac{i}{2}RT$ 1摩尔理想气体的内能
- (6) $\frac{m}{M}\frac{i}{2}RT$ m千克理想气体的内能



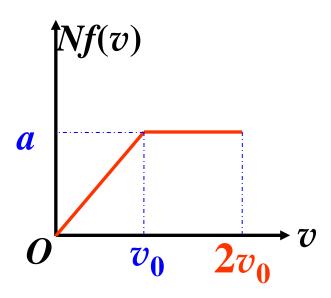
- 9-12.有N个质量均为 m_f 的同种气体分子,它们的速率分布如图所示。(1)说明曲线与横坐标所包围面积的含义;(2)由N和 v_0 求a的值;(3)求速率在 v_0 /2和3 v_0 /2间隔内的分子数;
 - (4) 求分子的平均平动动能。
- 解: (1) 曲线与横坐标所围面积为

$$S = \int_{0}^{2v_0} Nf(v) dv$$

它说明气体分子速率在0到2 v_0 之间的分子数。因为图中标明分子最大速率为 $2v_0$,所以S也就是分子总数N。

(2) 由图可知
$$S = \frac{1}{2}av_0 + av_0 = \frac{3}{2}av_0$$

已经证明
$$S=N$$
,则: $a=\frac{2N}{3v_0}$







(3) 速率在0到 $v_0/2$ 之间的分子数

$$N_1 = \frac{1}{2}(\frac{a}{2})(\frac{v_0}{2}) = \frac{N}{12}$$

速率在 $3v_0/2$ 到 $2v_0$ 之间的分子数

$$N_2 = a \frac{v_0}{2} = \frac{N}{3}$$

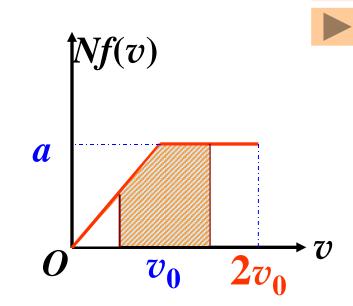
速率在 $v_0/2$ 和 $3v_0/2$ 之间的分子数

$$N_3 = N - (N_1 + N_2) = \frac{7N}{12}$$

(4) 曲线函数形式为 $Nf(v) = \begin{cases} \frac{av}{v_0}, & 0 \le v \le v_0 \\ a, & v_0 \le v \le 2v \end{cases}$

分子的平均平动动能为

$$\overline{\varepsilon}_{t} = \int_{0}^{2v_{0}} \frac{1}{2} m_{f} v^{2} f(v) dv
= \frac{m_{f}}{2} \left[\int_{0}^{v_{0}} \frac{av^{3}}{Nv_{0}} dv + \int_{v_{0}}^{2v_{0}} \frac{av^{2}}{N} dv \right]
= \frac{31 m_{f} a}{24 N} v_{0}^{3} = \frac{31}{36} m_{f} v_{0}^{2}$$



- 10-1. 一系统由状态a经b到达c,从外界吸收热量200J,对外做功80J。(1)问a、c两状态的内能之差是多少?哪点大?
- (2) 若系统从外界吸收热量144J,从状态a改经d到达c,问系统对外界做功多少? (3) 若系统从状态c经曲线回到状态a的过程中,外界对系统做功52J,在此过程中系统是吸热还是放热? 热量为多少?

解: (1) 对abc过程:

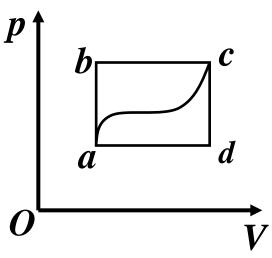
$$\Delta \boldsymbol{E}_{ac} = \boldsymbol{E}_{c} - \boldsymbol{E}_{a} = \boldsymbol{Q}_{abc} - \boldsymbol{A}_{abc}$$
$$= 200 - 80 = 120 \text{ J}$$

(2) 对adc过程:

$$A_{abc} = Q_{adc} - \Delta E_{ac} = 144 - 120 = 24 \text{ J}$$

(3) 对ca过程:

$$Q_{ca} = \Delta E_{ca} + A_{ca} = -120 - 52 = -172 \,\mathrm{J}$$
 放热



10-2. 一压强为1.0×10⁵Pa,体积为1.0×10⁻³m³的氧气自0°C加热到100°C,问:(1)当压强不变时,需要多少热量?当体积不变时,需要多少热量?(2)在等压或等容过程中各做了多少功?

解: (1) 氧气摩尔数和定压、定容摩尔热容量分别为:

$$v = \frac{m}{M} = \frac{p_1 V_1}{R T_1} \qquad C_{V,m} = \frac{5R}{2} \qquad C_{p,m} = \frac{7R}{2}$$

$$Q_p = v C_{p,m} (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{R T_1} C_{p,m} (T_2 - T_1) = 128.3 J$$

$$Q_V = v C_{V,m} (T_2 - T_1) = \frac{p_1 V_1}{R T_1} C_{V,m} (T_2 - T_1) = 91.6 J$$

(2) 在等压过程中,氧气所做的功:

$$A = p_1(V_2 - V_1) = p_1(\frac{T_2}{T_1} - 1)V_1 = 36.6$$
J
等容过程不做功。



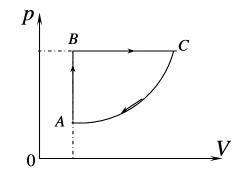


10-3.系统从状态A沿ABC变化到状态C的过程中,外界有326J的热量传递给系统,同时系统对外做功126J。如果系统从状态C沿另一曲线CA回到状态A,外界对系统做功52J,则此过程中系统是吸热还是放热?传递热量是多少?

解: 在过程ABC中,系统内能增量为

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{C}} - \boldsymbol{E}_{\mathrm{A}} = \boldsymbol{Q}_{1} - \boldsymbol{A}_{1}$$

在系统沿另一曲线CA回到初态的过程中, 系统吸收的热量



$$Q_2 = A_2 + (E_A - E_C) = A_2 - Q_1 + A_1 = -252$$
J

负号表示在从C到A的过程中,系统是放热的。



- **10-4.1**mol氢,在压强为**1.0**×**10**⁵Pa,温度为**20**°C时,其体积为 V_0 。今使它经以下两种过程达同一状态:
- (1) 先保持体积不变,加热使其温度升高到80°C,然后令它作等温膨胀,体积变为原体积的2倍。
- (2) 先使它作等温膨胀至原体积的2倍,然后保持体积不变,加热到80°C。

试分别计算以上两种过程中吸收的热量,气体对外作的功和内能的增量,并作出p-V图。

解: (1) 设等容为过程1, 等温为过程2:

$$\Delta E = \Delta E_1 = C_{V,m} \Delta T = \frac{5}{2} R \Delta T = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 60 = 1246 \text{J}$$

$$A = A_2 = RT \ln \frac{V}{V_0} = 8.31 \times (273 + 80) \ln 2 = 2033 \text{J}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = \Delta E_1 + A_2 = 1246 + 2033 = 3279$$
J



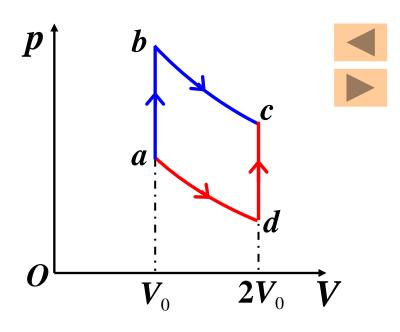
(2) 先使它作等温膨胀至原体积的2倍,然后保持体积不变,加热到80°C。

设等温为过程1,等容为过程2

$$A = A_1 = RT_0 \ln \frac{V}{V_0} = 8.31 \times (273 + 20) \ln 2 = 1687 \text{J}$$

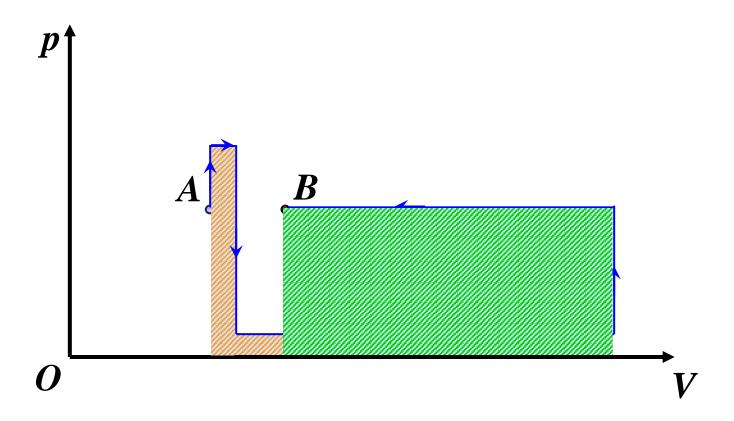
$$\Delta E = \Delta E_2 = C_{V,m} \Delta T = \frac{5}{2} R \Delta T = \frac{5}{2} \times 8.31 \times 60 = 1246 \text{J}$$

$$Q = \Delta E_2 + A_1 = 1246 + 1687 = 2933$$
J



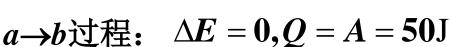
10-5.

- (1) **B**
- (2) **B**



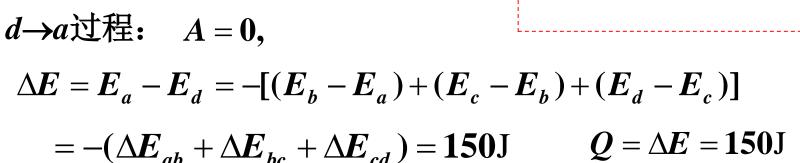
10-6.一定量的理想气体经历如图所示循环过程,请填写表格中的空格,并给出计算过程。

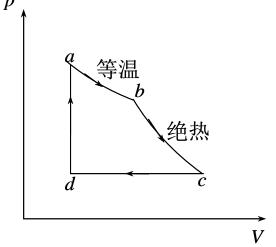
过程	内能增量ΔE/J	作功A/J	吸热Q/J
$a \rightarrow b$	0	50	50
$b \rightarrow c$	-50	50	0
$c \rightarrow d$	— 100	-50	-150
$d \rightarrow a$	150	0	150
abcda	效率η=25%		



$$b \rightarrow c$$
过程: $Q = 0, A = -\Delta E = 50$ J

$$c \rightarrow d$$
过程: $\Delta E = Q - A = -100$ J







循环abcda的效率

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{cd}|}{Q_{ab} + Q_{da}} = 25\%$$

10-7.一定量的理想气体经历循环过程: A-B和C-D

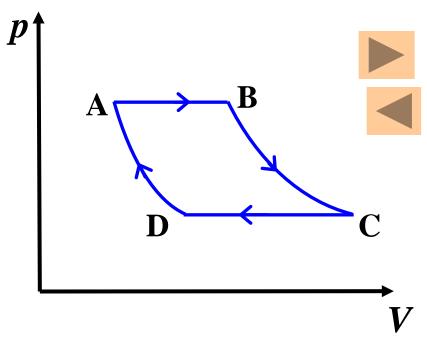
是等压过程,B-C和D-A是绝热过程, $T_C=300~K$,

$$T_{\rm B}$$
=400 K, 求循环的效率。

解:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_{CD}|}{Q_{AB}} = 1 - \frac{vC_{p,m}(T_C - T_D)}{vC_{p,m}(T_B - T_A)}$$

$$= 1 - \frac{T_C - T_D}{T_B - T_A}$$



$$\frac{T_C}{T_R} = \frac{T_D}{T_A} = \frac{T_C - T_D}{T_R - T_A}$$
 得: $\eta = 1 - \frac{T_C}{T_R} = 25\%$

得:
$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_R} = 25\%$$

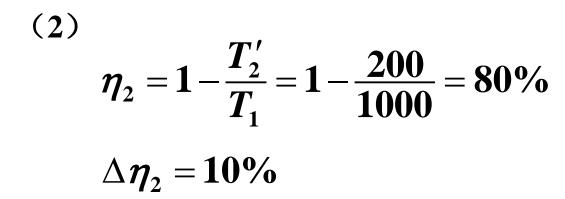
注意:不是 卡诺循环!

10-8.一热机在1000K和300K的两热源之间工作。如果(1)高温热源温度提高到1100K,(2)低温热源温度降到200K,求理论上的热机效率各增加多少?

#:
$$\eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{300}{1000} = 70\%$$

(1)
$$\eta_1 = 1 - \frac{T_2}{T_1'} = 1 - \frac{300}{1100} = 72.7\%$$

$$\Delta \eta_1 = 2.7\%$$



10-9.一制冷机的马达具有200W的输出功率,如果冷凝室的温度为270.0K,而冷凝室外的气温为300.0K,假设它的效率为理想效率,问在10.0min内从冷凝室中取出的热量为多少?

解:
$$\frac{\mathbf{A}}{t} = 200 \mathrm{W}$$
 $T_1 = 300.0 \mathrm{K}$ $T_2 = 270.0 \mathrm{K}$ 制冷系数

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{270.0}{300.0 - 270.0} = \frac{270.0}{30.0} = 9.0$$

又由
$$w = \frac{Q_2}{A}$$
 得:

$$Q_2 = wA = w \times 200t = 9.0 \times 200 \times 600 = 1.08 \times 10^6 \,\mathrm{J}$$

10-10.2mol的理想气体在温度为300K时经历一可逆的等温过程,其体积从0.02m³膨胀到0.04m³,试求气体在此过程中的熵变。

$$AS = \int_{A}^{B} \frac{dQ}{T} = \int_{A}^{B} \frac{p dV}{T} = vR \int_{V_{A}}^{V_{B}} \frac{dV}{V} = vR \ln \frac{V_{B}}{V_{A}} = 11.5 \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$$

10-11.使4.00mol的理想气体由体积 V_1 膨胀到体积 V_2 (V_2 =2 V_1)。(1)如果膨胀是在400K的温度下等温进行的,求膨胀过程中气体所作的功。(2)求上述等温膨胀过程的熵变。(3)如果气体的膨胀不是等温膨胀而是可逆的绝热膨胀,

解: (1) 等温过程 $A = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1} = 4.00 \times 8.31 \times 400 \times \ln 2 = 9216$ 了

(2) 对等温过程有Q = A ,所以得 $\Delta S = \frac{Q}{T}$

则熵变值是多少?

$$\Delta S = \frac{A}{T} = \frac{9216}{400} = 23.04 \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$$
 (3) $\Delta S = 0$

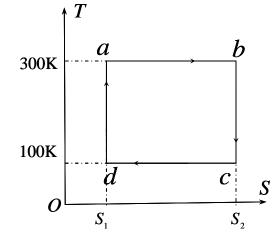
10-12. 一卡诺热机做正循环,工作在温度分别为 T_1 =300K和 T_2 =100K的热源之间,每次循环中对外做功6000J,(1)在 T_2 -S图中将此循环画出;在每次循环过程中(2)从高温热源吸收多少热量?(3)向低温热源放出多少热量?(4)此循环的效率为多少?

解: (2) 闭合曲线中的面积为一次循环过程系统对外所做的功

$$A = \Delta T \cdot \Delta S = 6000 J$$

从a到b过程中的熵增加为

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \frac{A}{\Delta T} = \frac{6000}{200} = 30 \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$$



吸热即直线 \overline{ab} 下的面积: $Q_1 = T_1 \Delta S = 300 \times 30 = 9000 \text{J}$

- (3) 放热为直线 \overline{cd} 下的面积: $Q_2 = T_2 \mid \Delta S \mid = 100 \times 30 = 3000 \text{J}$
- (4) 此卡诺循环的效率为 $\eta = 1 \frac{T_2}{T_1} = 1 \frac{100}{300} = 67\%$

10-13.把0.5kg、0°C的冰放在质量非常大的20°C的热源中,使冰全部熔化成20°C的水,计算(1)冰化成水的熵变。 **10-14.** (3) 热源的熵变。(4)总熵变。(冰在0°C时的融化热 $\lambda=335\times10^3 \text{J/kg}$,水的比热C=4.18×10³J/kg·K)

 \mathbf{m} :(1) 假设冰和一个0°C的恒温热源接触缓慢吸热等温融化成0°C的水: \mathbf{n} : \mathbf{n} :

成0°C的水: $\Delta S_{\pm 1} = \frac{Q_1}{T_{\pm}} = \frac{m\lambda}{T_{\pm}} = \frac{0.5 \times 3.35 \times 10^5}{273} = 614 \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$

然后再假设水依次与一系列温度逐渐升高彼此温差相差无限小量的热源接触,从而逐个吸热 \mathbf{dQ} 达到热平衡。即假设水经历可逆加热过程最后达20°C: $\Delta S_{\pi} = \Delta S_{\pi} + \Delta S_{\pi}$

$$\Delta S_{1/2} = \int \frac{mC dT}{T} = mC \ln \frac{293}{273} = 147.3 \text{J/K}$$
 = 761.3 J/K

(3) 假设恒温20°C的大热源,缓慢放热,放出的热量正好是 冰在融化过程中吸收的热量 $\Delta S_{\text{d}} = \Delta S_{\text{x}} + \Delta S_{\text{x}} = 47 \text{J/K} > 0$

$$\Delta S_{ij} = \frac{-Q_1}{T_{ij}} + \frac{-Q_2}{T_{ij}} = \frac{-0.5 \times 3.35 \times 10^5}{293} + \frac{-0.5 \times 4.18 \times 10^3 \times 20}{293} = -714.2 \text{J/K}$$