大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

第五篇
光学
(Optics)

第4节　分振幅干涉

薄膜干涉

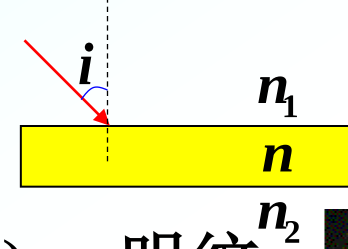
1. 等倾干涉　（厚度均匀的薄膜干涉）

2. 等厚干涉　（厚度不均匀的薄膜干涉）

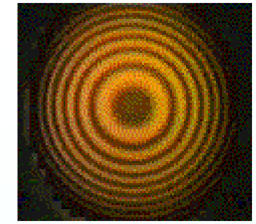
   1）劈尖干涉(空气隙劈尖)

   2）牛顿环

1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

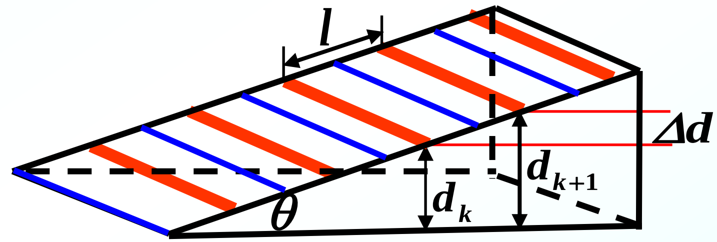


$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots 明纹 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots) \cdots 暗纹 \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)

1）劈尖干涉(空气隙劈尖)



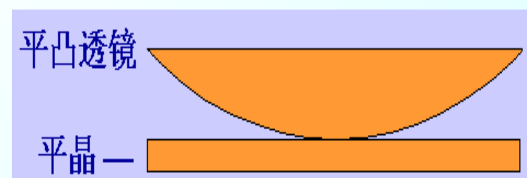
$$\boxed{\Delta d = \frac{\lambda}{2}}$$

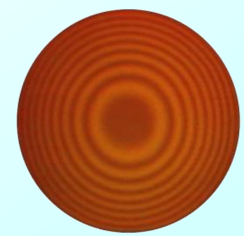
$$\boxed{l = \frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,\cdots) \cdots 明纹$$

$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2\cdots) \cdots 暗纹$$

2）牛顿环



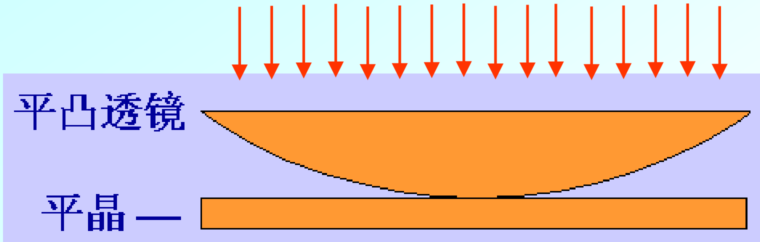


$$2d_k + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & k = 1,2\cdots 明 \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2\cdots 暗 \end{cases}$$

暗环半径:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots)$$

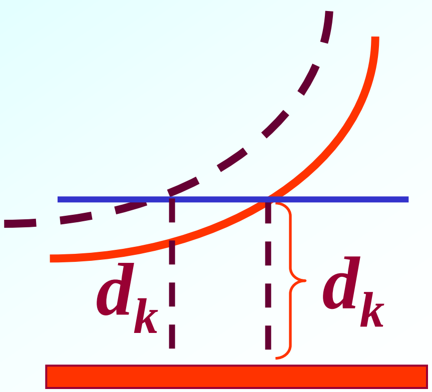
例: 如图，在空气中单色光**垂直**入射。当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，可观察到**环状**干涉条纹 [   ]



(A)向右平移　　(B)向左平移

(C) 静止不动　　(D) 向中心收缩

解: 考虑任意第k级明纹的变化情况。



设第k级明纹处空气膜厚为d_k，则光程差满足

$\delta_k=2d_k+\lambda/2=k\lambda$，所以, $d_k=(k-1/2)\lambda/2$.

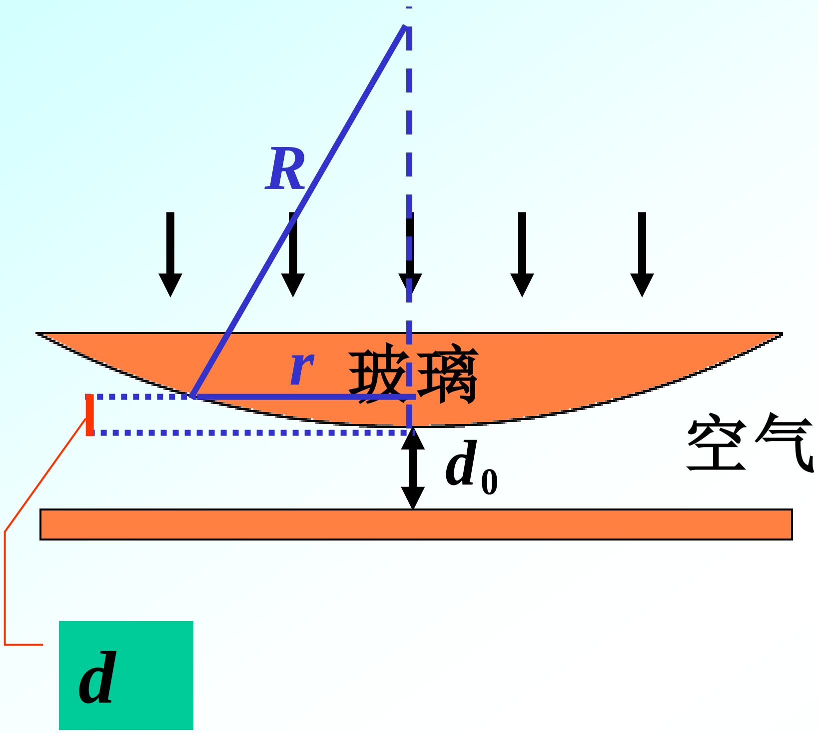
由上式可知，第k级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

找出平移后空气膜的厚度为d_k的地方，就知道了第k级明纹是怎么移动的。

可见，在平凸透镜垂直向上平移的过程中，第k级明纹向中心移动。

所以，当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，环状干涉条纹向中心收缩。

例: 如图，用波长为λ的单色光垂直入射，平凸透镜的曲率半径为R，平凸透镜与平板玻璃间有一小间距d_0，求牛顿环中各暗环的半径。



解: 设第 k 级暗环的半径为r.

光程差如何表达?

$$\delta_k=2(d+d_0)+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2 \quad (1)$$

由图可知:

$$r^2=R^2-(R-d)^2=d(2R-d)$$

$$\approx 2Rd\ (\because d<<R)\ \therefore d=\frac{r^2}{2R} \quad (2)$$

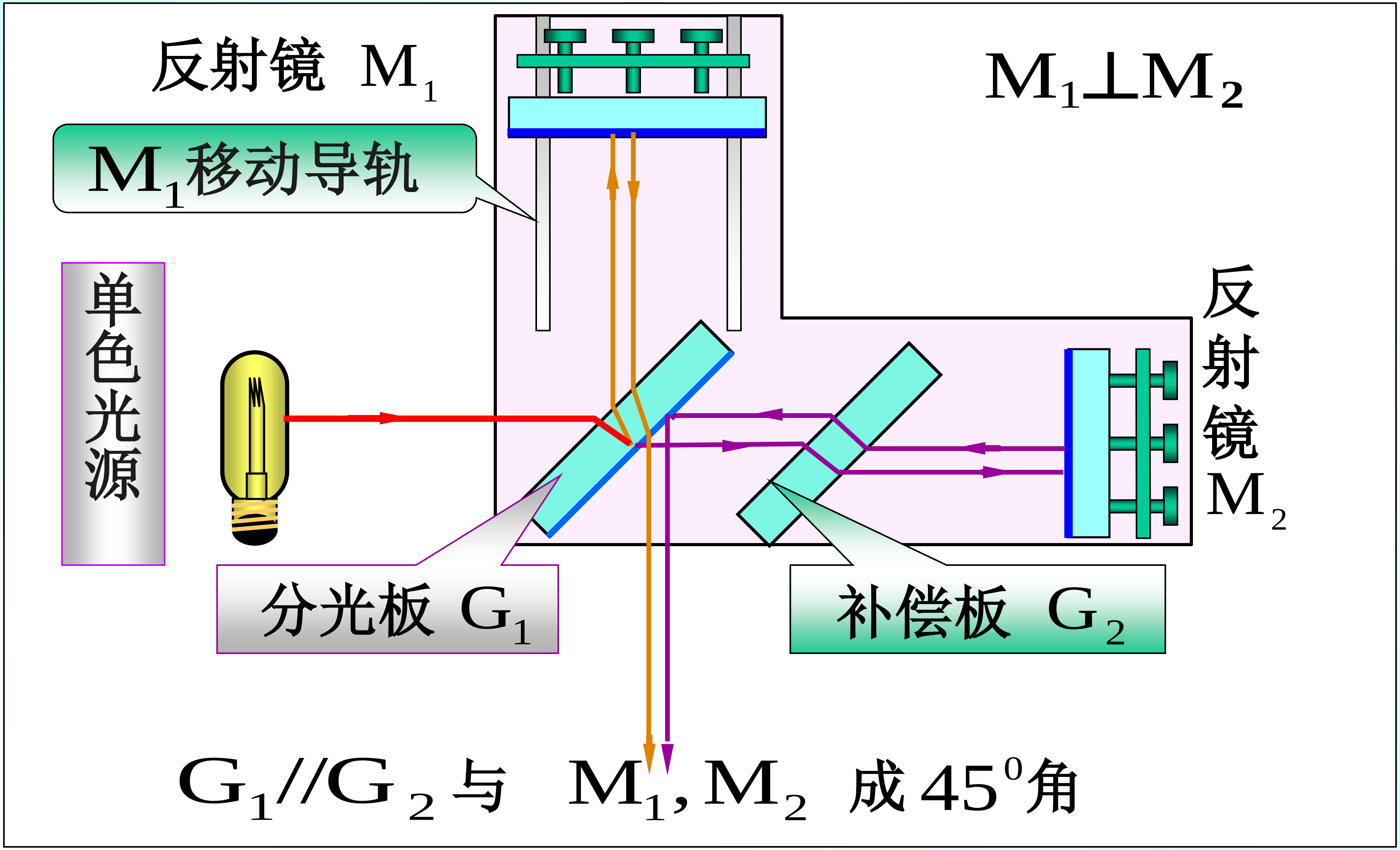
把(2)代入(1)得:

$$2\left(\frac{r^2}{2R}+d_0\right)+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

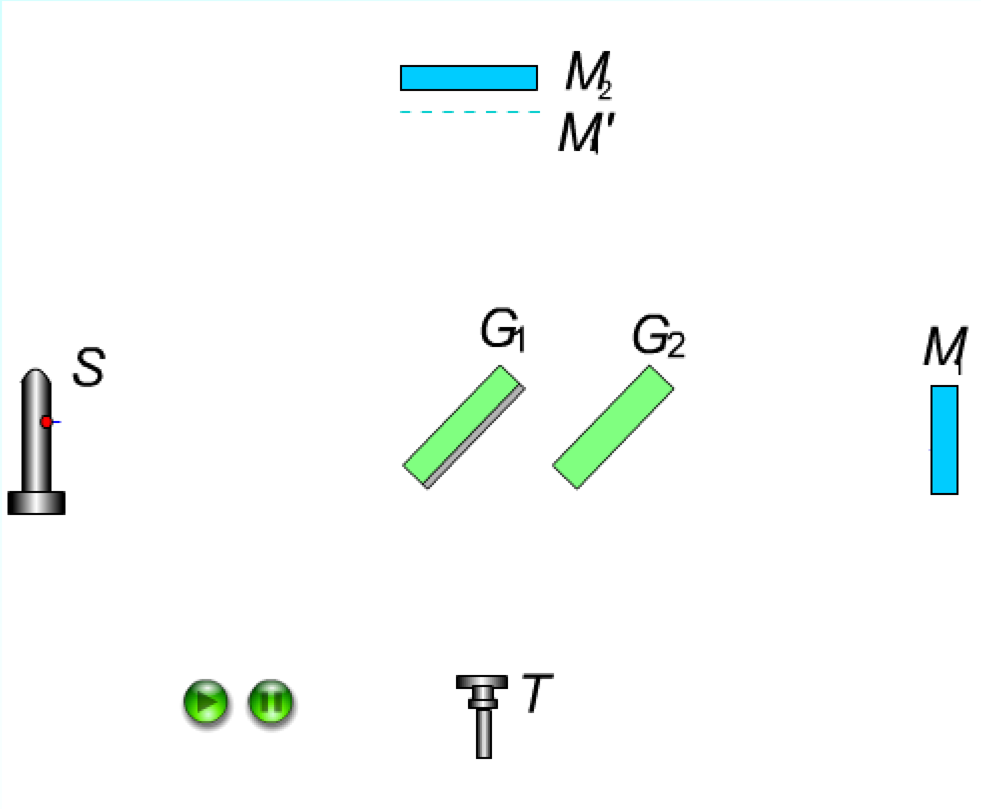
所以，第 k 级暗环的半径

$$r=\sqrt{R(k\lambda-2d_0)}$$

3) 迈克耳逊干涉仪


反射镜 M_1
M_1移动导轨
$M_1 \perp M_2$
单色光源
反射镜 M_2
分光板 G_1
补偿板 G_2
$G_1 // G_2$ 与 M_1, M_2 成 45^0角

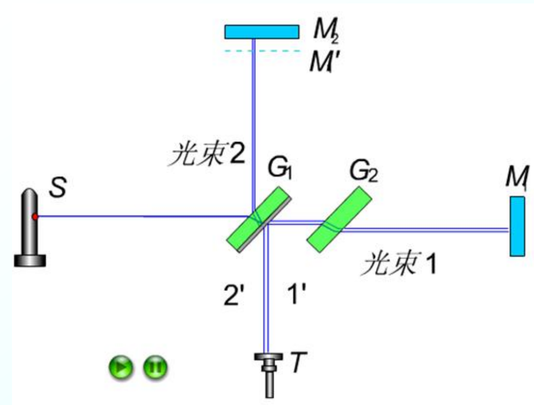
$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\boxed{+\frac{\lambda}{2}}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$

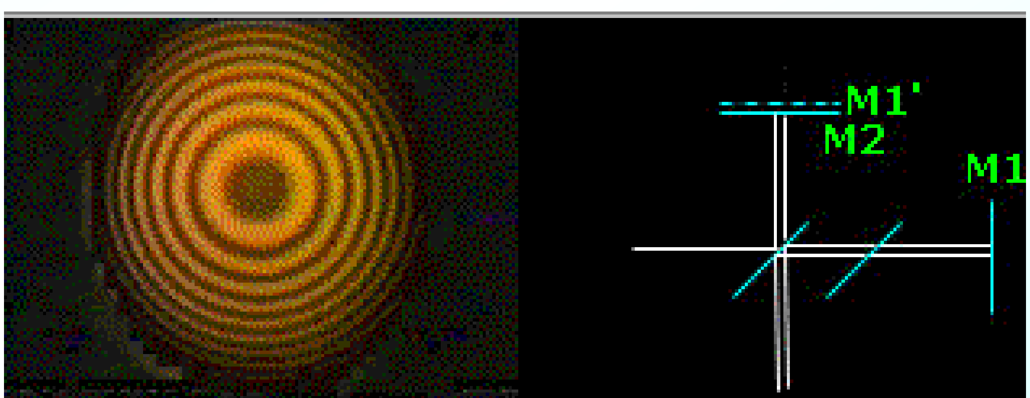


对中央明纹:

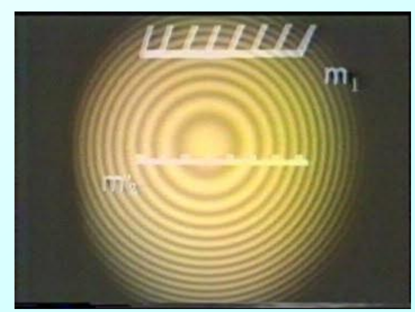
$$2d=k\lambda$$

d 每改变$\lambda/2$，中心就有一个亮斑冒出或缩进。



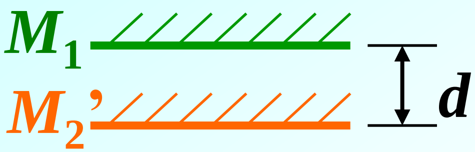


此动画有不准确处？



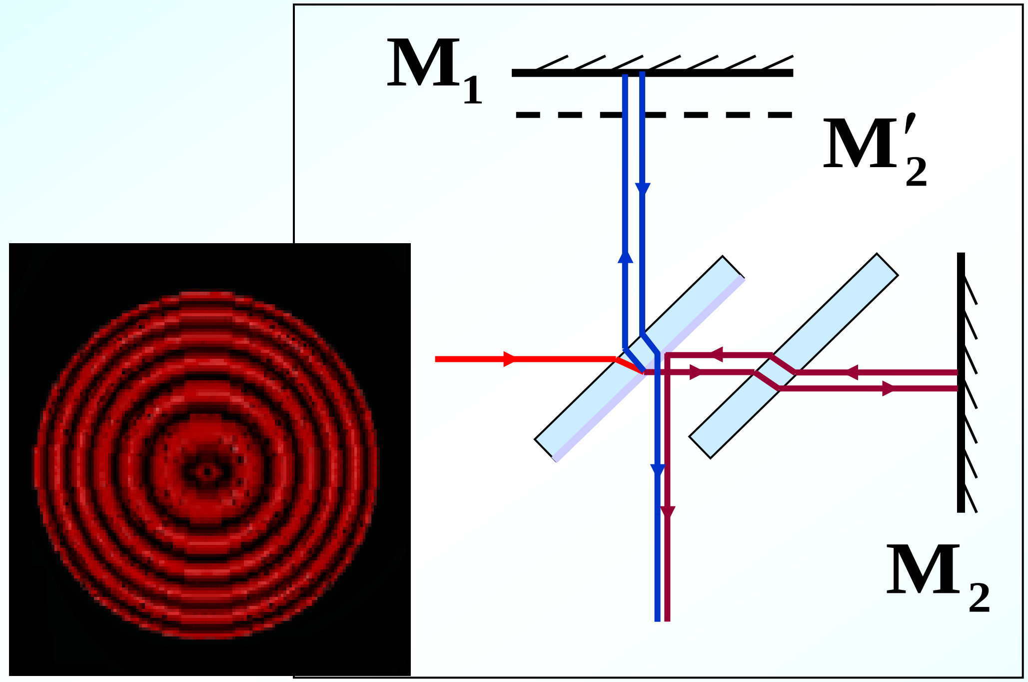
迈克耳逊干涉仪

当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜,

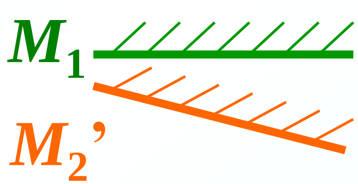
——等倾条纹



当 $M_1 \cancel{\perp} M_2$

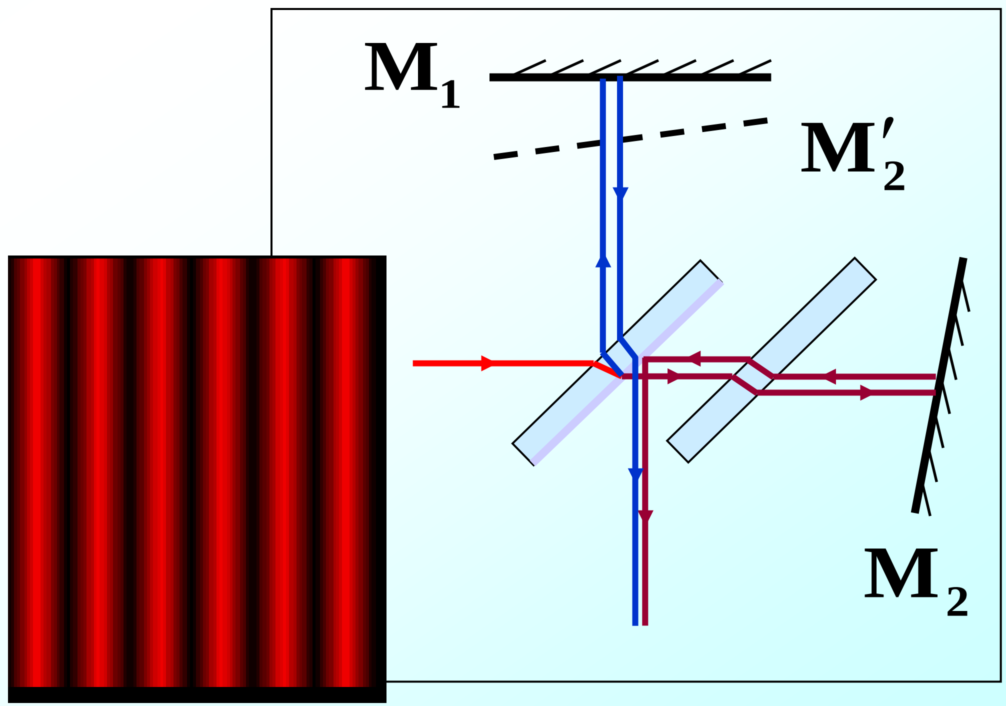
$\Downarrow$

$M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖,

——等厚条纹



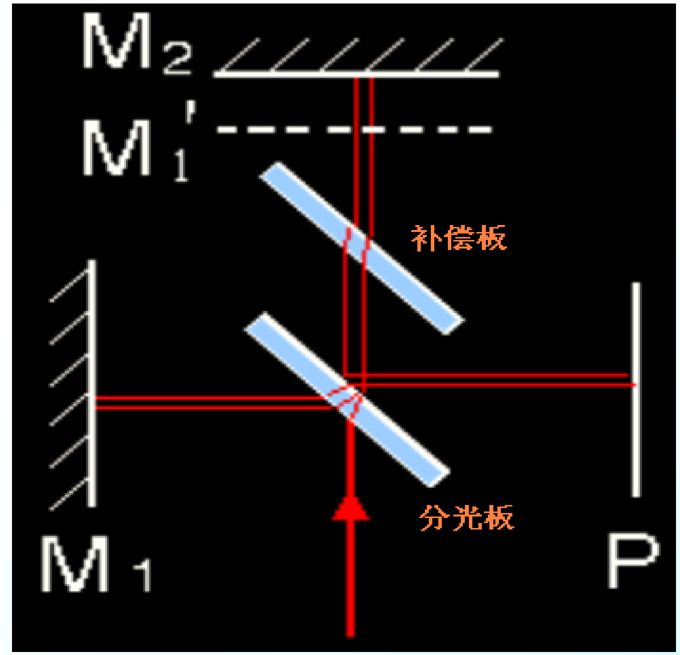
干涉条纹的位置取决于光程差， 只要光程差有微小的变化，干涉条纹就发生可鉴别的移动。

平移 M_2，由中央明纹满足的光程差:

$$\Delta r = 2d = k\lambda$$

知：Δr 改变‘λ’这么长，中心就有一个亮斑冒出或缩进，相当于

M_2平移 $\lambda/2$ → 中心有一个亮斑冒出或缩进



$M_1 \perp M_2$

中心冒出或缩进的亮斑数目 N → M_2平移的距离

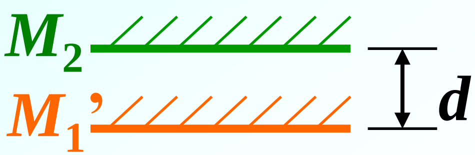
$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

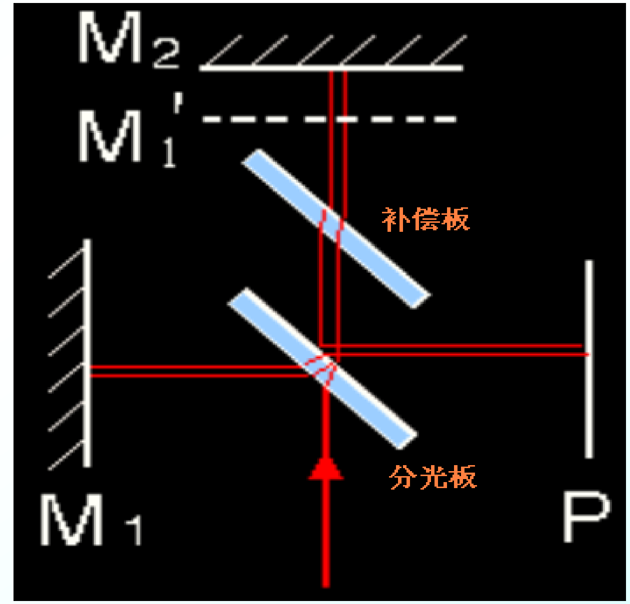
$$\boxed{\Delta d = N\frac{\lambda}{2}} \quad \begin{cases} 已知\ \lambda\ 可测\ \Delta d \\ 已知\ \Delta d\ 可测\ \lambda \end{cases}$$

◆ 用迈克耳逊干涉仪可以测量光的波长。

例:若测得可动反射镜移动距离为0.3220mm，等倾干涉条纹在中心处缩进1204个条纹, 求所用光的波长。

解: 当 $M_1 \perp M_2$ ⟹ $M_1' \parallel M_2$





M_1' 与 M_2 形成厚度均匀的薄膜, 出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

$\delta=2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}$

在中心处,且 $i=0$, 故有: $\delta_k=2d_k=k\lambda$

⟹ 中心处每缩进一个条纹, 移动的距离为 $\Delta d=\frac{\lambda}{2}$

$N\cdot\Delta d=\Delta L$

移动的总距离

$N\cdot\frac{\lambda}{2}=\Delta L$

$\lambda=2\cdot\Delta L/N=2\times0.3220/1204$

$=5.348837209\times10^{-4}\text{mm}$

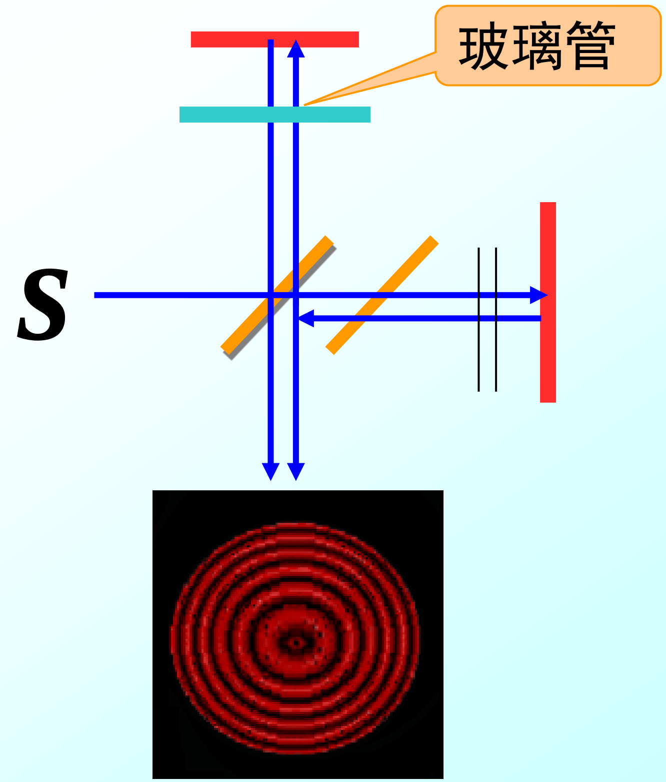
$\therefore\lambda=534.9\text{nm}$

例：在迈克耳孙干涉仪的两臂中，分别插入l=10.0cm长的玻璃管，其中一个抽成真空，另一个则储有压强为1.013×10^5Pa的空气，用以测量空气的折射率n．设所用光波波长为546nm，实验时，向真空玻璃管中逐渐充入空气，直至压强达到1.013×10^5Pa为止．在此过程中，观察到107.2条干涉条纹的移动，试求空气的折射率n.

解：$$\delta_1-\delta_2=2(n-1)l=107.2\lambda$$

$$n=1+\frac{107.2\lambda}{2l}=1+\frac{107.2\times546\times10^{-7}\,\text{cm}}{2\times10.0\,\text{cm}}$$

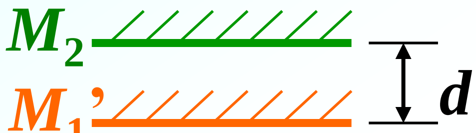
$$=1.00029$$

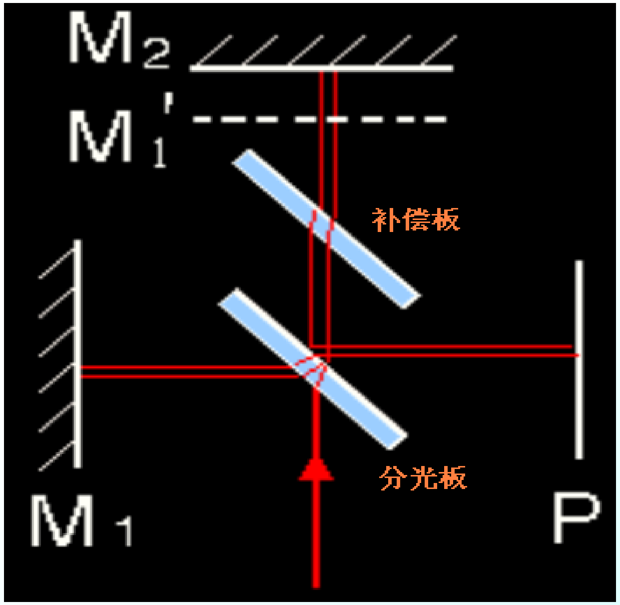


$\delta=N\lambda$ 知 ‘δ’ 改变 ‘λ’ 这么长，就有一条明纹移动。

例: 用迈克耳逊干涉仪做干涉实验, 入射光的波长为λ . 在转动反射镜M_2的过程中, 在总的干涉区域宽度L内 , 观察到的完整的直线状干涉条纹数从N_1开始减少, 而后突变为同心圆环状的等倾干涉条纹。若继续同方向转动M_2， 又会看到由疏变密的直线干涉条纹, 直到在宽度L内有N_2条完整的干涉条纹为止。在此过程中M_2转过的角度是多少？ 解:

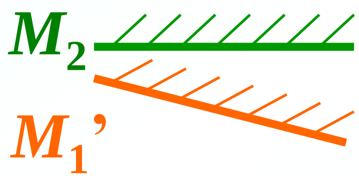
当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \parallel M_2'$



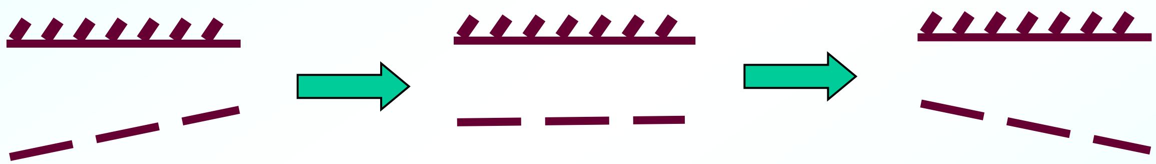


M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜, 出现同心圆环状的等倾干涉条纹。

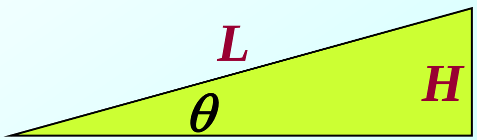
当 $M_1 \cancel{\perp} M_2 \longrightarrow M_1 \cancel{\parallel} M_2'$



M_2与 M_1'形成一空气劈尖,出现直线状的等厚干涉条纹。



$\delta_k = 2d_k = k\lambda \longrightarrow$ 相邻两明纹对应的厚度差为: $\Delta d = \dfrac{\lambda}{2}$

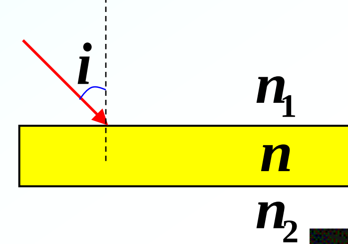


$$\theta_1 = H_1 / L = (N_1 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_1 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

$$\theta_2 = H_2 / L = (N_2 - 1)\cdot \Delta d / L = (N_2 - 1)\cdot \lambda/2 / L$$

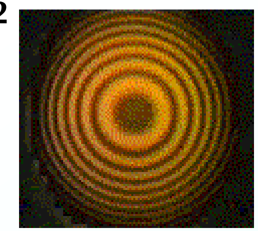
$$\boxed{\Delta\theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{(N_1 + N_2 - 2)\lambda}{2L}}$$

●分振幅干涉 (薄膜干涉)



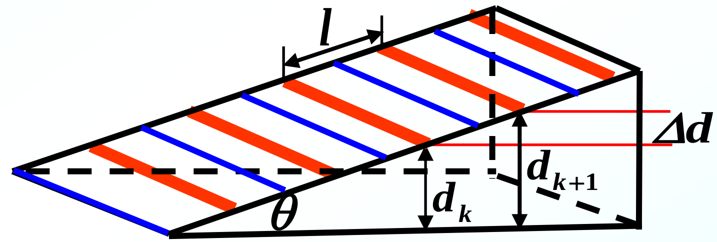
1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)

1）劈尖干涉(空气隙劈尖)



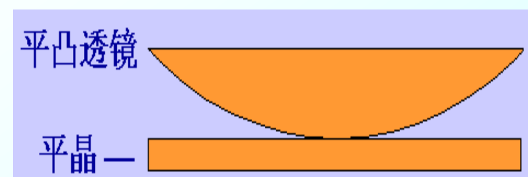
$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

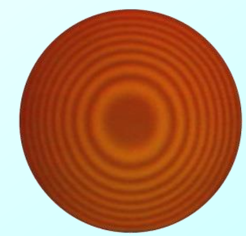
$$\boxed{l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda\quad (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}$$

$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}\quad (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}$$

2）牛顿环





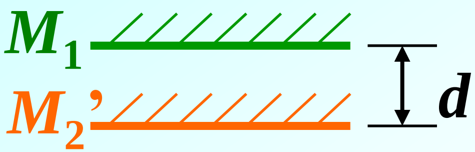
$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & k=1,2\cdots\text{明} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2\cdots\text{暗} \end{cases}$$

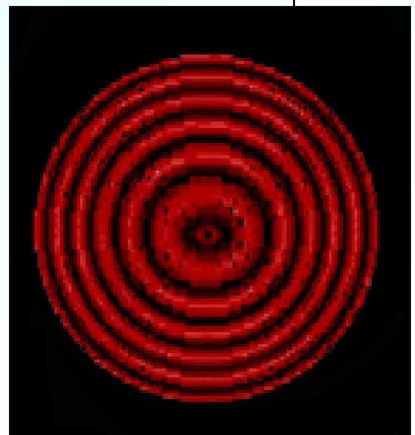
暗环半径:

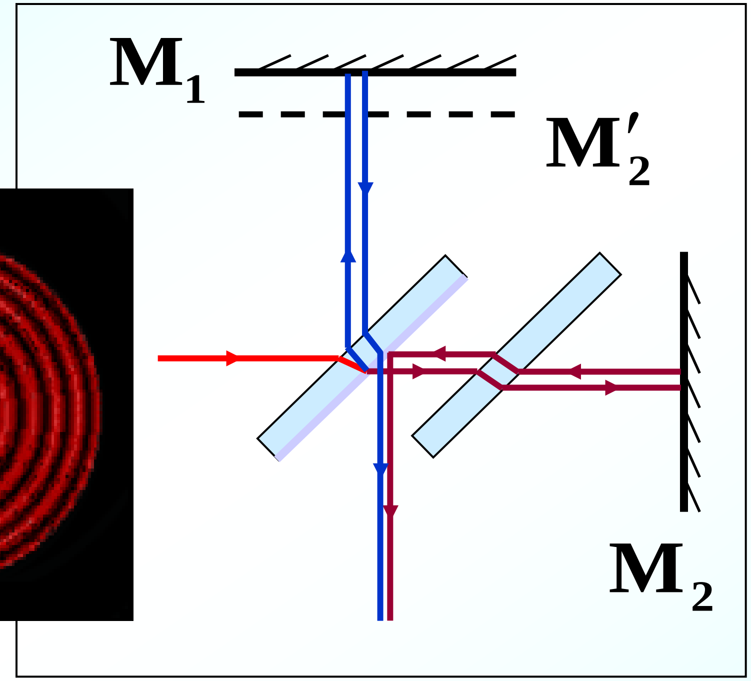
$$r_k=\sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots)$$

3）迈克耳逊干涉仪

当 $M_1 \perp M_2 \longrightarrow M_1 \| M_2'$







M_1与M_2'形成厚度均匀的薄膜，

——等倾条纹

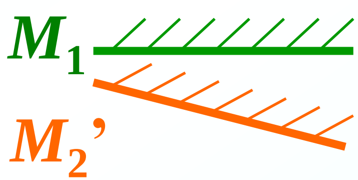
中心冒出或缩进的亮斑数目N与M_1平移的距离：

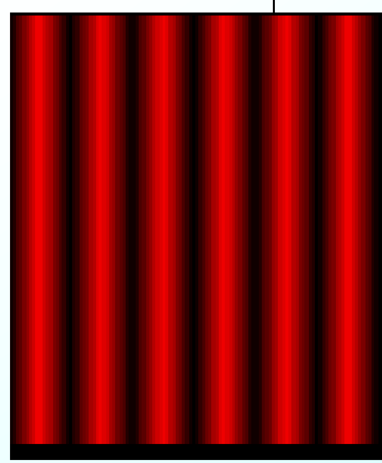
$$\Delta d = N\frac{\lambda}{2}$$

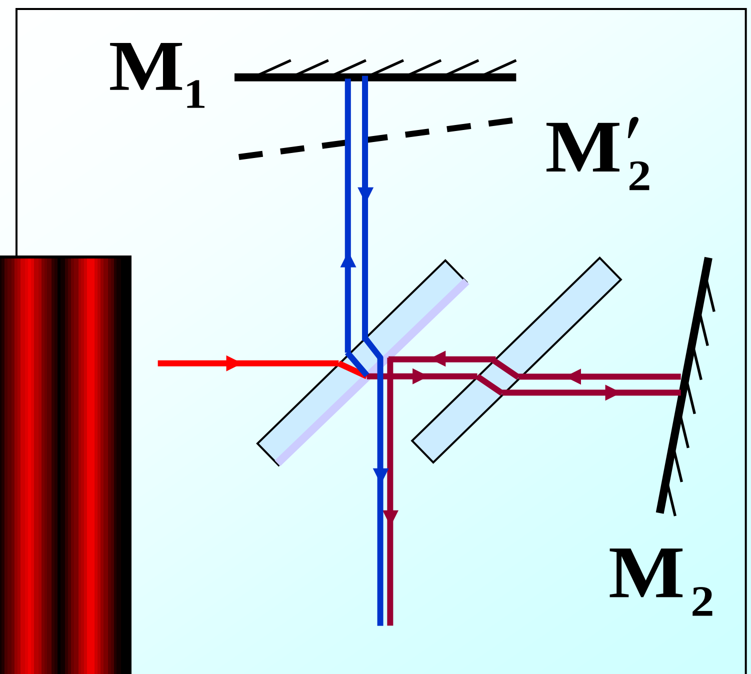
当 $M_1 \cancel{\perp} M_2$

$\Downarrow$

$M_1 \cancel{\|} M_2'$







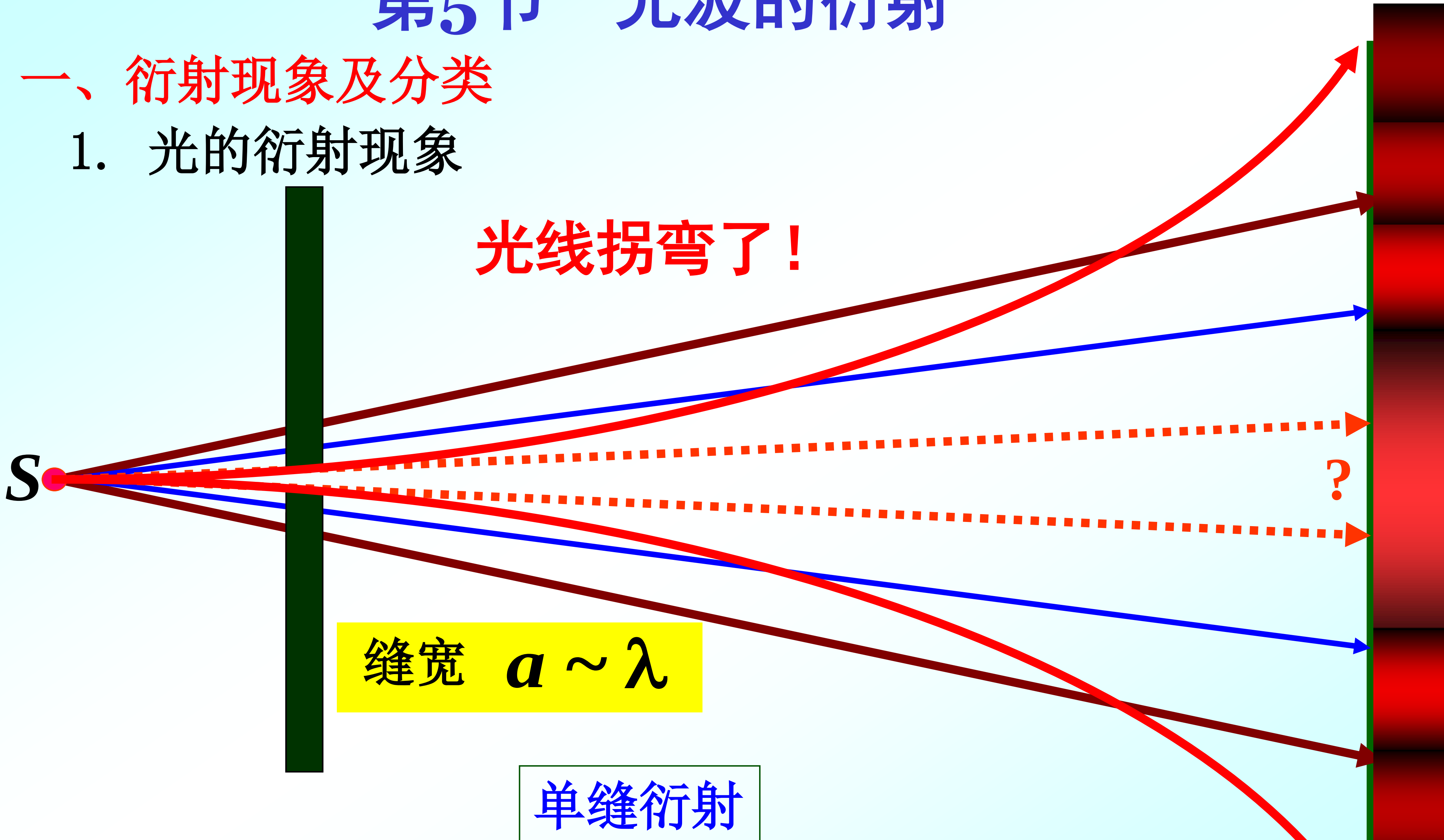
M_1与 M_2'形成一空气隙劈尖，

——等厚条纹

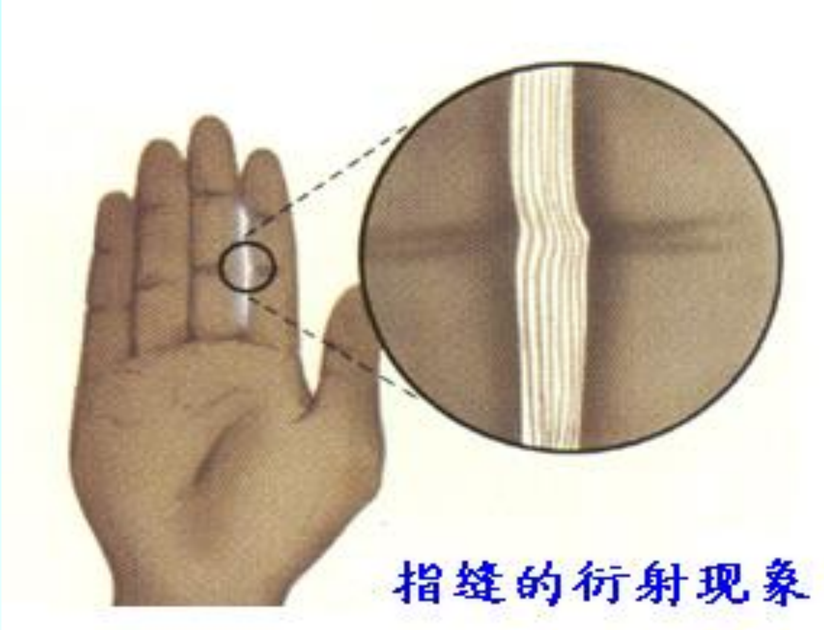
第5节　光波的衍射

一、衍射现象及分类

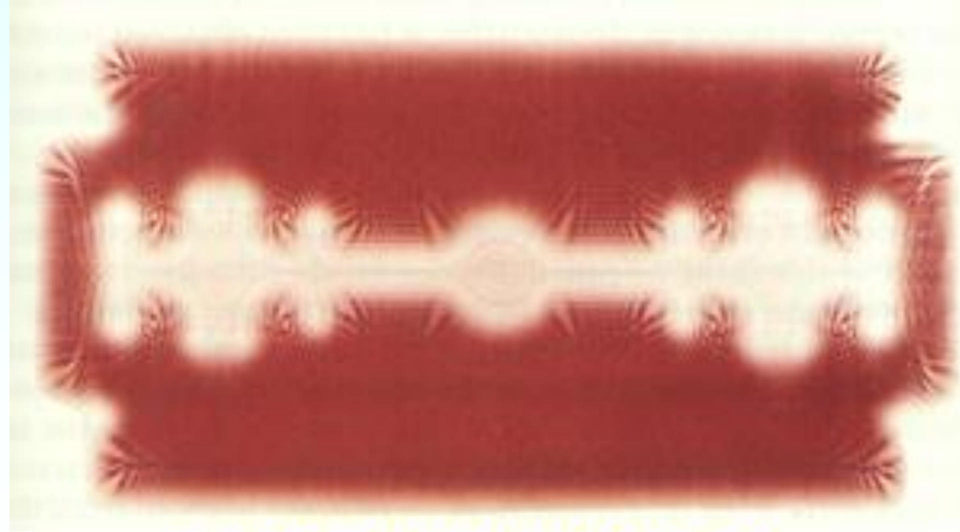
1.　光的衍射现象



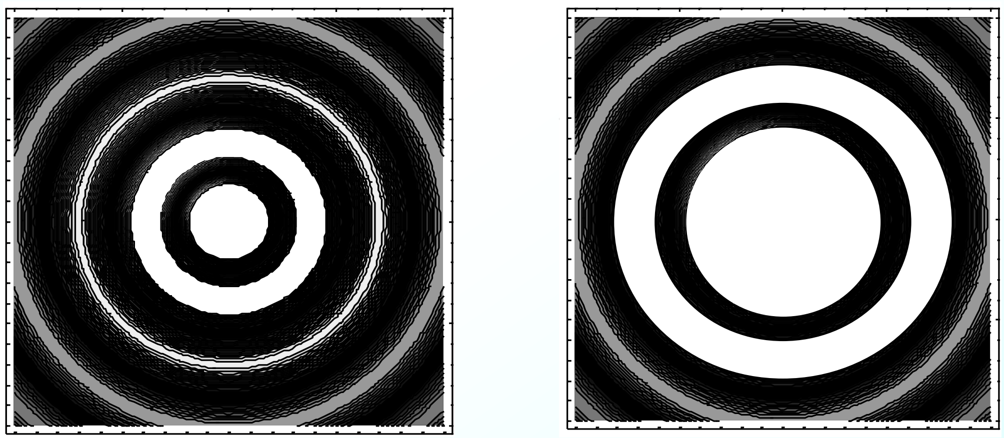
光的衍射：光绕过障碍物的边缘偏离直线传播的现象。



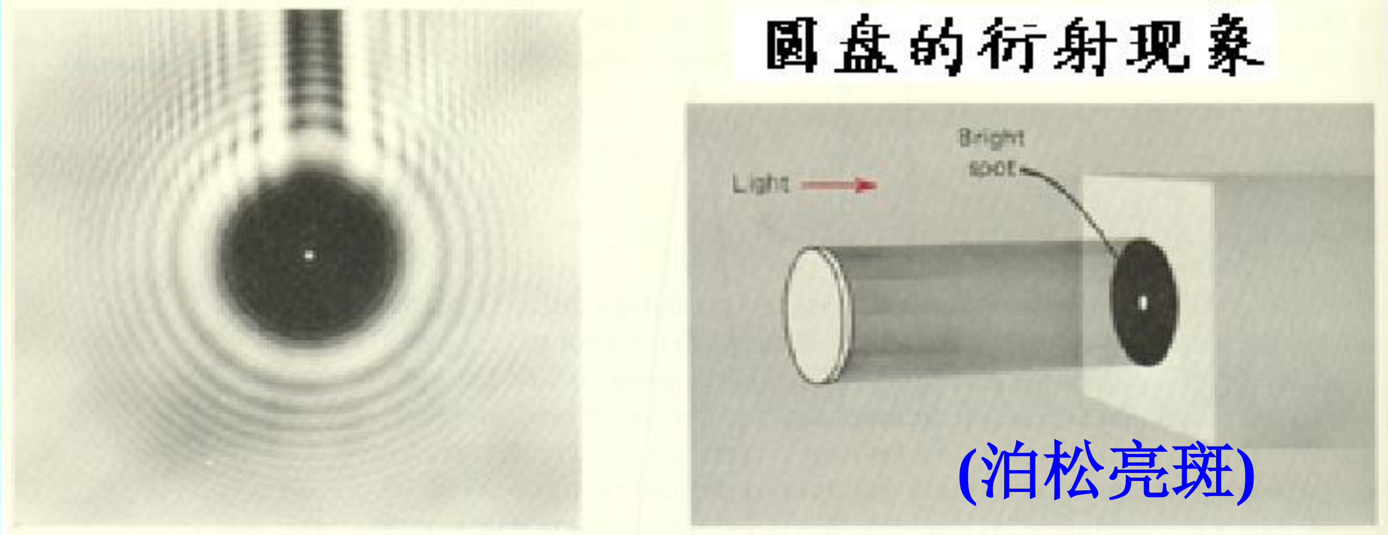
指缝的衍射现象



剃须刀片的衍射现象

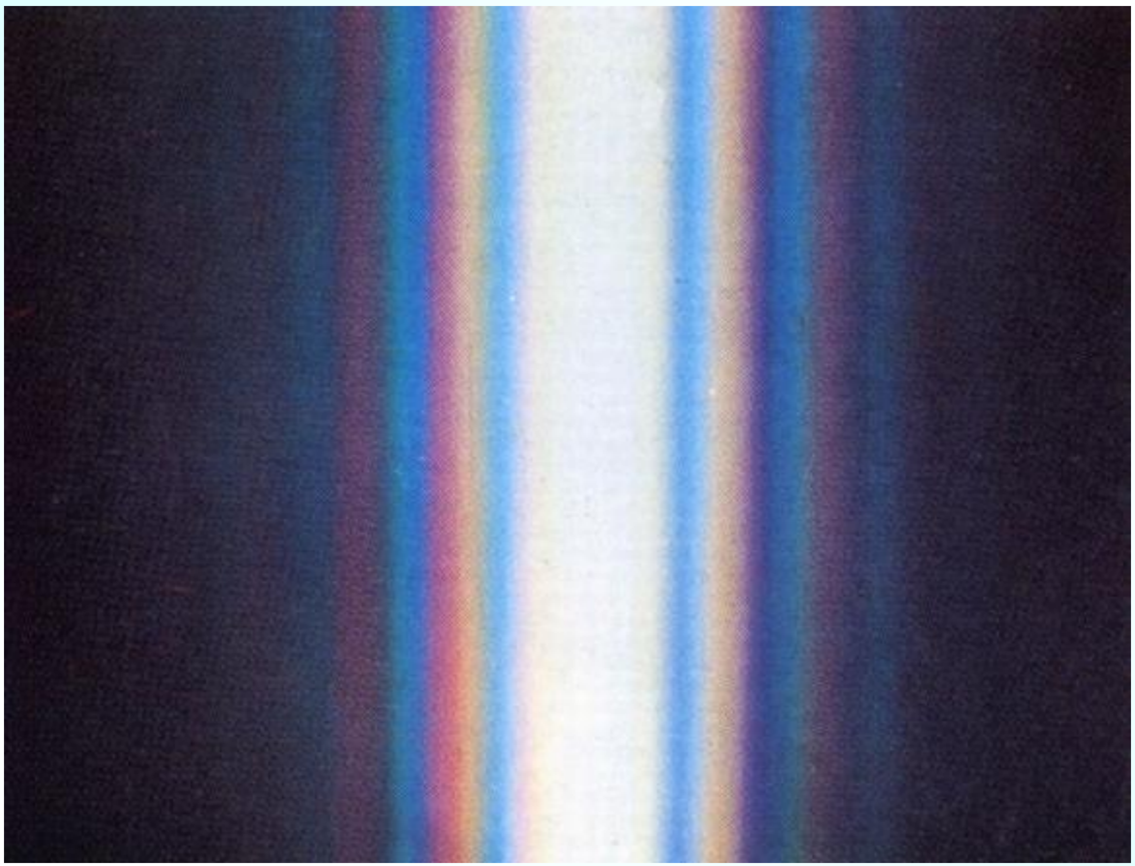


圆孔衍射现象



(泊松亮斑)

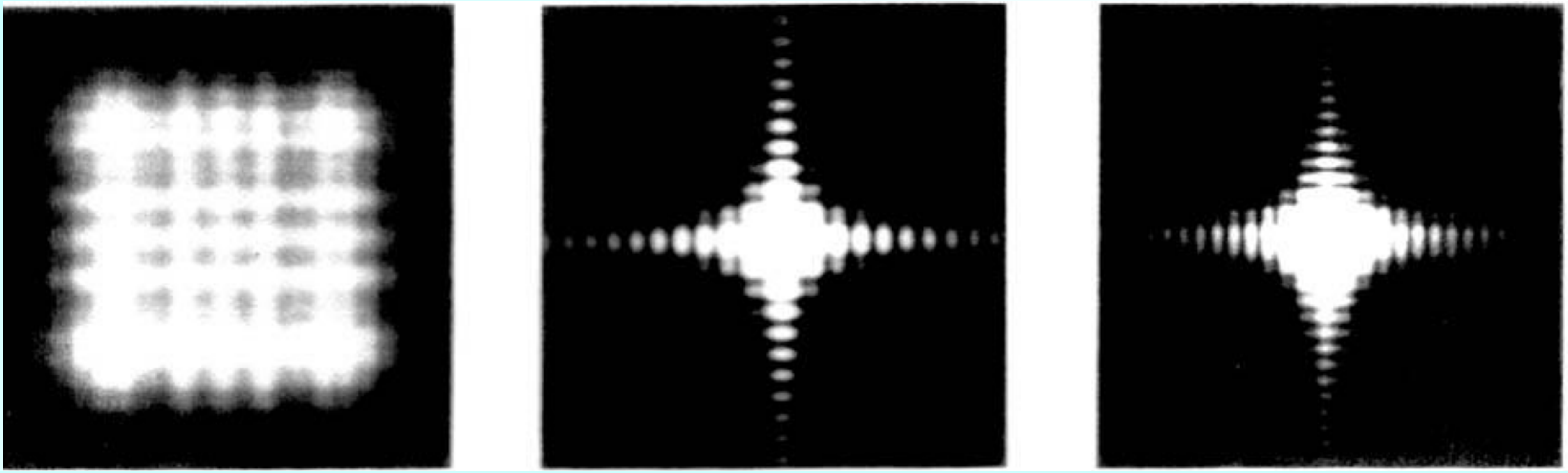
当单色光照射在直径恰当的小圆板时，会在之后的光屏上出现环状的互为同心圆的衍射条纹，并且在所有同心圆的圆心处会出现一个极小的亮斑，这个亮斑就被称为泊松亮斑。



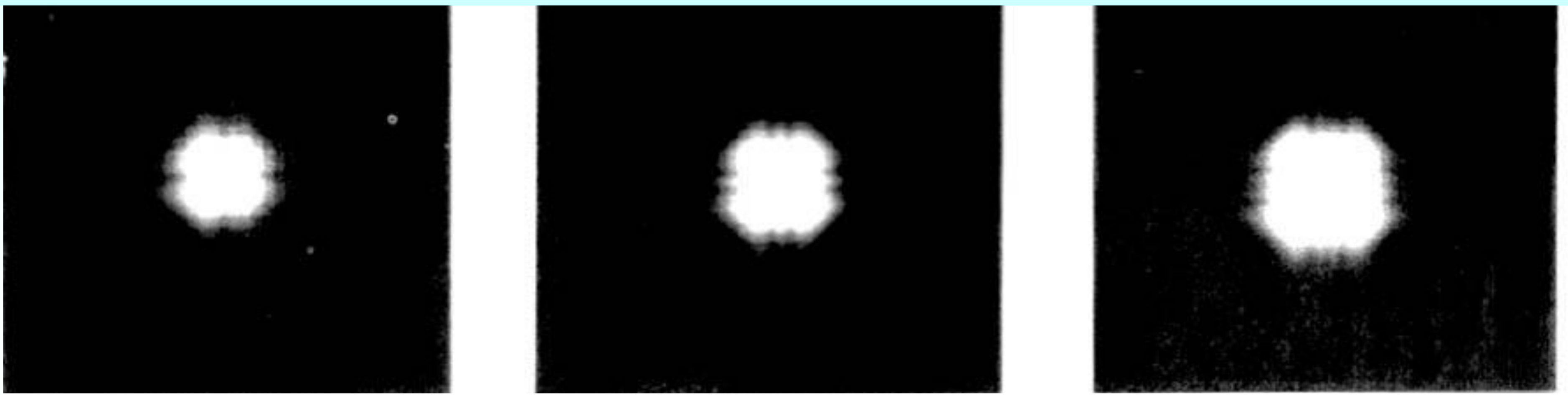
1818年，巴黎科学院举行以解释衍射现象为内容的有奖竞赛，年轻的菲涅耳提出了惠更斯-菲涅耳原理，并出人意料地取得了优胜，开始了光的波动说的兴旺时期。

杨氏双缝干涉(1801年)

单缝衍射(白光)



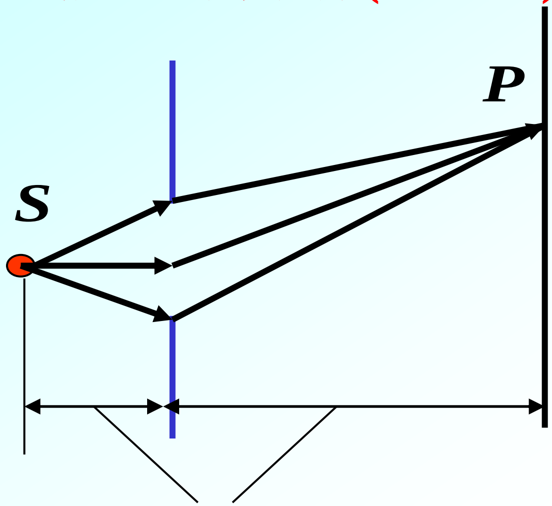
再比如：夜晚看远处的灯光不是一个点，而是光芒四射。原因是由于瞳孔边缘使光发生了衍射。



方孔菲涅耳衍射

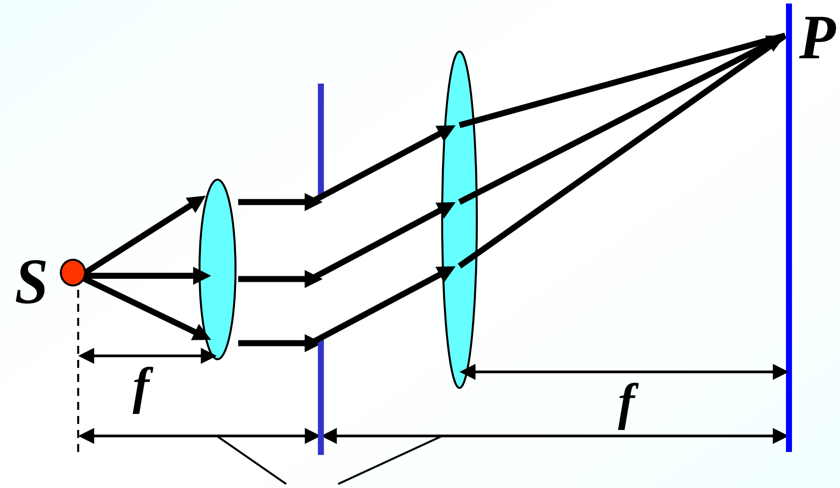
2. 两类衍射（衍射的分类）

菲涅耳衍射(1818年)



入射光为非平行光
衍射光为非平行光

夫朗和费衍射(1821-1822年)



入射光为平行光
衍射光为平行光
（可利用透镜达到此要求）

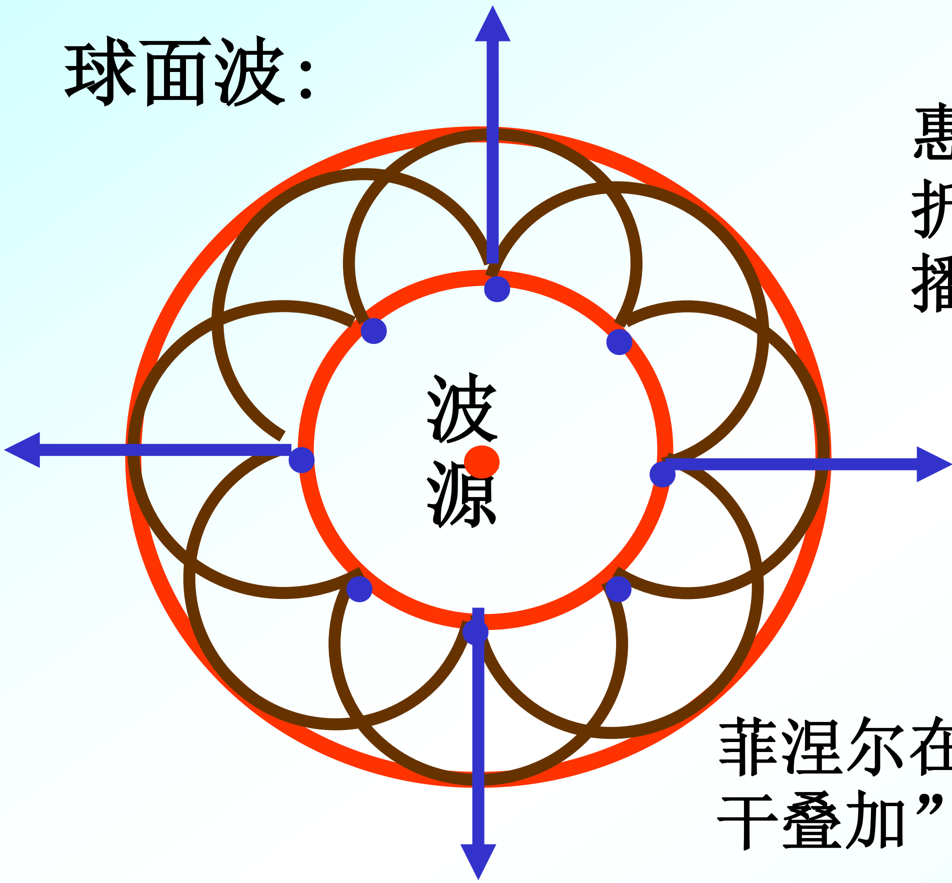
◆ 显然，夫朗和费衍射是菲涅尔衍射的一个特例。

本章只研究夫朗和费衍射。

●惠更斯原理（回顾）

媒质中任一波阵面上的各点，都可以看作是发射球面子波的波源，其后任一时刻，这些子波的包迹就是新的波阵面.

球面波：



惠更斯原理定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，解决了波的传播方向问题。

惠更斯原理的不足：

1）不能给出各子波的强度分布

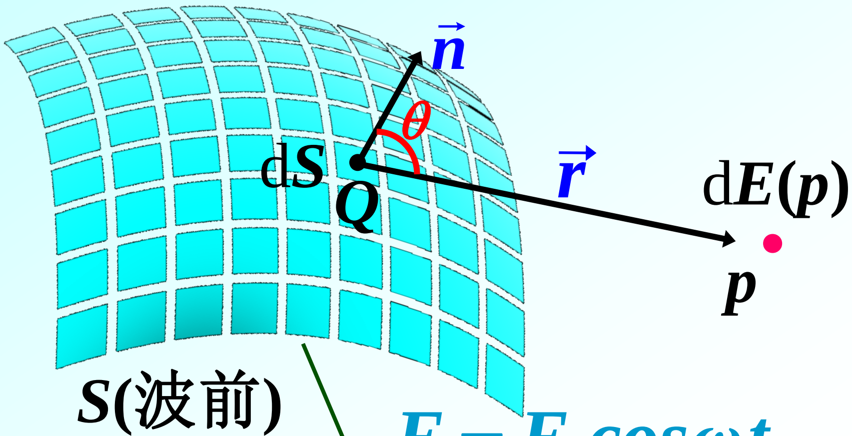
2）不能解释为什么不存在退行波

菲涅尔在次级子波的基础上，提出了“子波相干叠加”理论，又称为“惠更斯-菲涅尔原理”。

- 同一波面上的每一个微小面元都可以看作是新的振动中心，它们发出次级子波。这些次级子波经传播而在空间某点相遇，该点的振动是所有这些次级波在该点的相干叠加。

二、惠更斯——菲涅耳原理（处理衍射问题的理论基础）

◆ 波阵面Σ上各面元所发出的球面子波在观察点p 的相干叠加决定了p 点的合振动及光强。



$$\mathrm{d}E_{(p)} \propto \frac{A(Q)\, f(\theta)}{r}\mathrm{d}S \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

$E = E_0 \cos\omega t$

设初位相为零

方向因子$f(\theta)$: $\begin{cases} \theta = 0, \quad f = f_{\max} \\ \theta \uparrow \quad \Rightarrow \quad f(\theta)\downarrow \\ \theta \geq \dfrac{\pi}{2}, \ f = 0 \end{cases}$

不存在退行子波

$A(Q)$取决于波前上Q点处的强度。

$$\mathrm{d}E_{(p)} = C\frac{A(Q) \cdot f(\theta)}{r}\mathrm{d}S \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right)$$

（C——比例系数）

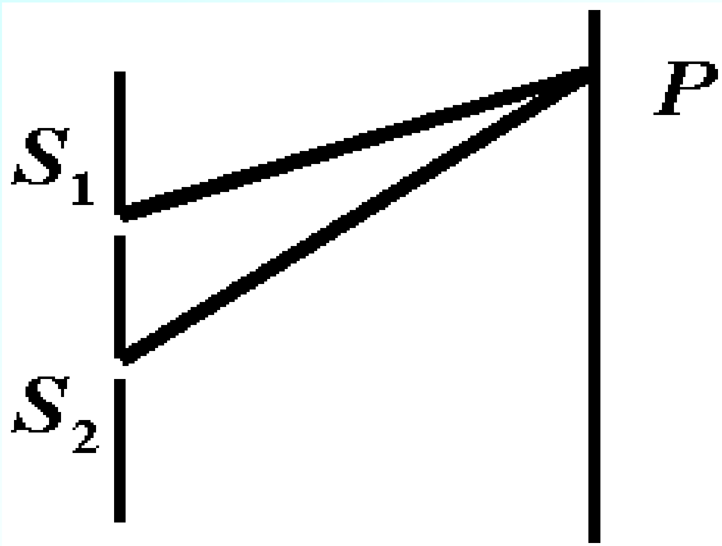
$$E_{(p)} = C\iint_s \frac{A(Q) \cdot f(\theta)}{r} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda}\right) \cdot \mathrm{d}S$$

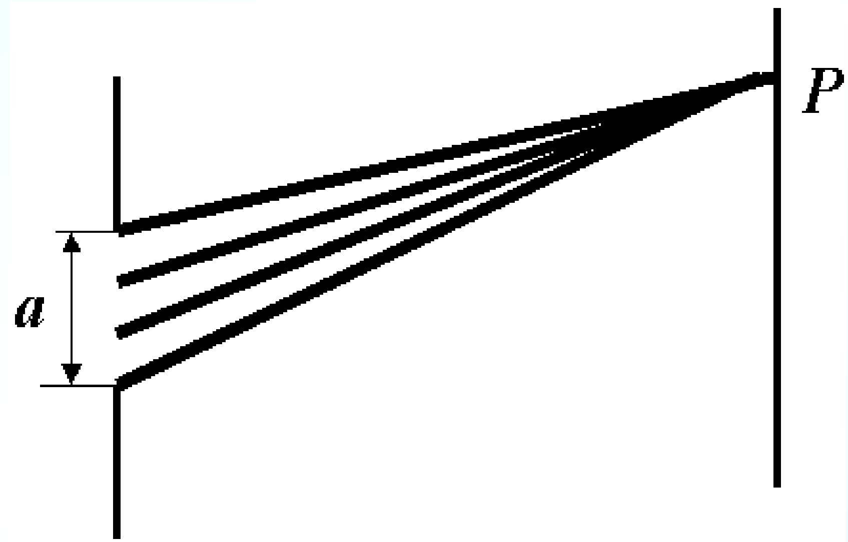
$$= E_{0(p)} \cdot \cos(\omega t + \varphi_p)$$

p处波的强度：$I_{(p)} \propto (E_{0(p)})^2$

衍射现象:实为无限多个无限小的子波的干涉效应。

干涉与衍射的区别

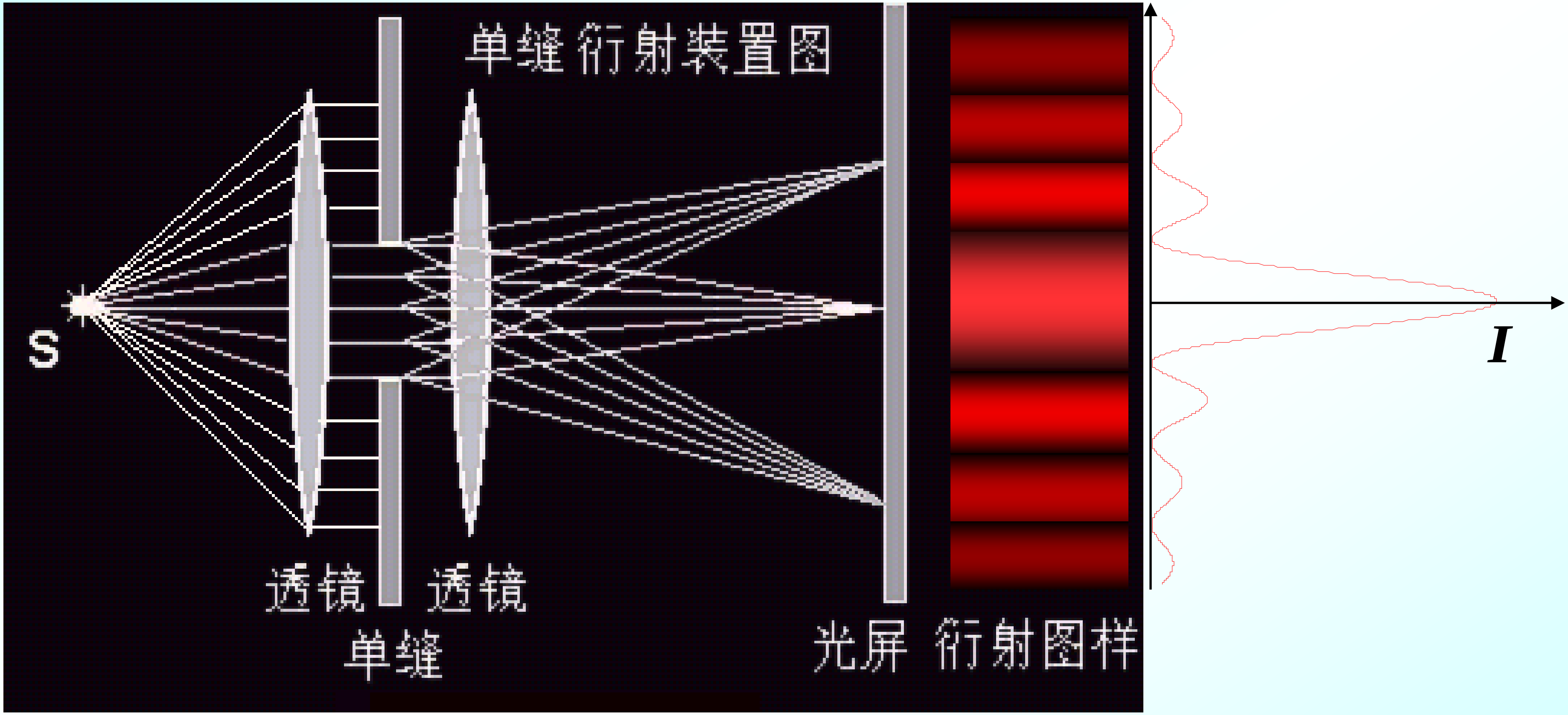




干涉:有限子波迭加干涉

衍射:无限子波迭加干涉

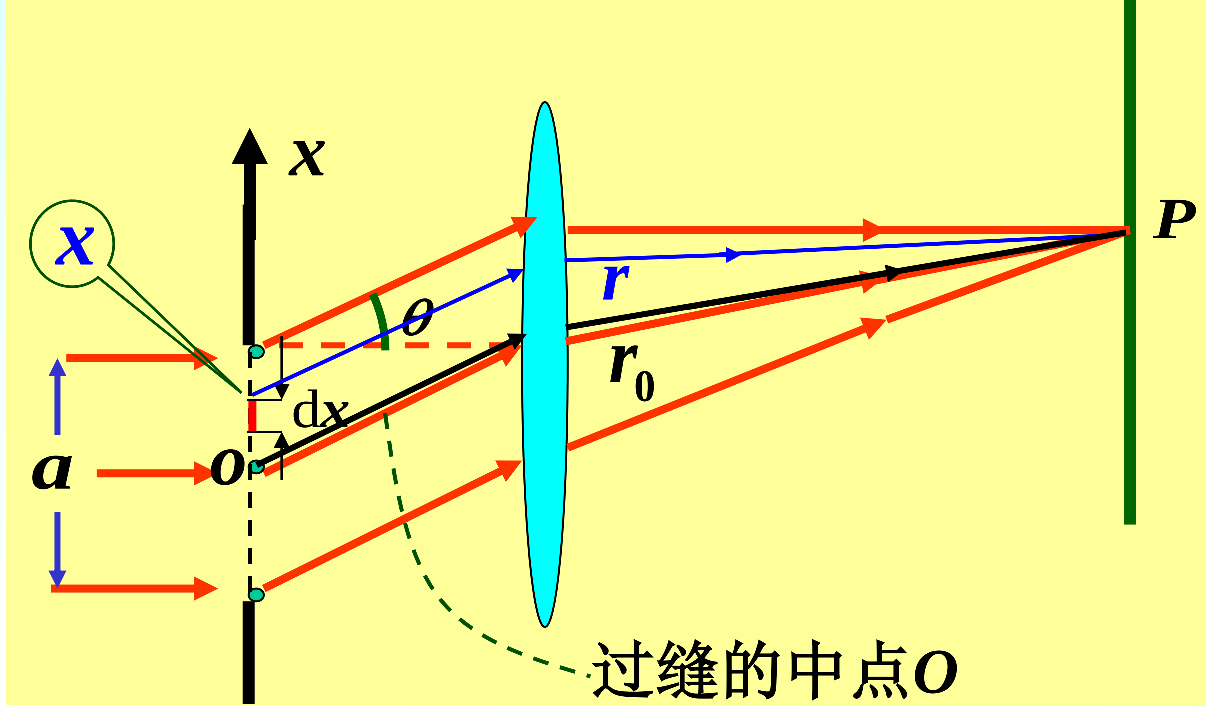
三. 单缝夫朗和费衍射



要研究的问题 $\begin{cases} \text{明暗条纹位置分布} \\ \text{条纹强度分布} \end{cases}$

3.1 衍射光强的计算

(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)



S：单色光源

θ：衍射角

$\overline{AB} = a$（缝宽）$<< f$

$$C\frac{A(Q)f(\theta)}{r} \approx C'$$

$$E_{(p)} = C\iint_S \frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})\cdot \mathrm{d}S$$

$$= C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t - \frac{2\pi r}{\lambda})\cdot \mathrm{d}x \qquad \mathrm{d}S = l\,\mathrm{d}x \qquad r = r_0 - x\sin\theta$$

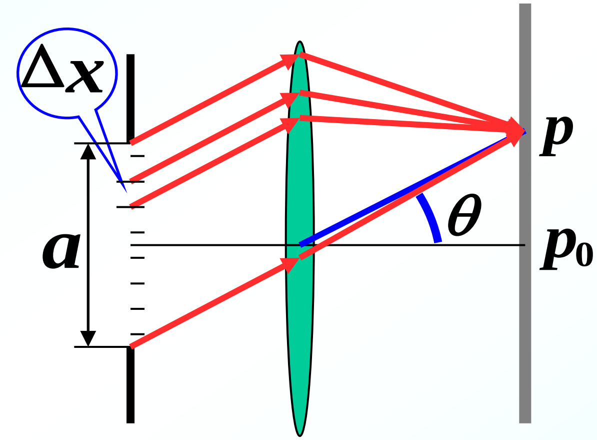
$$= E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{r_0}{\lambda})$$ 其中：$E_0 = C''a$ $\quad \alpha = \frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

单缝衍射因子

p点的合振幅为：$E_{p_\theta} = E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ p点的光强为：$I_\theta = I_0\boxed{(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2}$

3.2 衍射光强的计算

(方法二:振幅矢量叠加法)



将缝分成N个等宽窄条，宽度 $\Delta x=\dfrac{a}{N}$

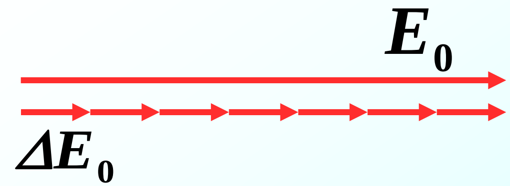
每窄条视为子波波源，在P点光振动

振幅为 ΔE_0 (每个窄条的近似视为相等）

相邻两窄条引起的位相差为 $\Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\theta$

$p_0 \longrightarrow \sin\theta=0 \quad \Delta\varphi=0$

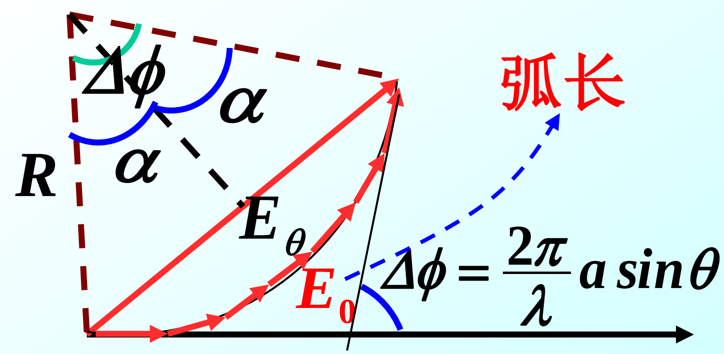
$p \longrightarrow \Delta\varphi=\dfrac{2\pi}{\lambda}\Delta x\sin\theta\neq 0$



$N\rightarrow\infty$ 振幅链条变成圆弧

$\because \dfrac{E_0}{R}=\Delta\phi=2\alpha \qquad \therefore R=\dfrac{E_0}{2\alpha}$

$E_\theta=2R\sin\alpha \;=E_0\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}$



$\because I_\theta\propto E_\theta^2$ $\therefore I_\theta=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$ 其中 $\alpha=\dfrac{\Delta\phi}{2}=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

对于任意点P： $\Delta\varphi=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$

合振幅可用复数形式表示：

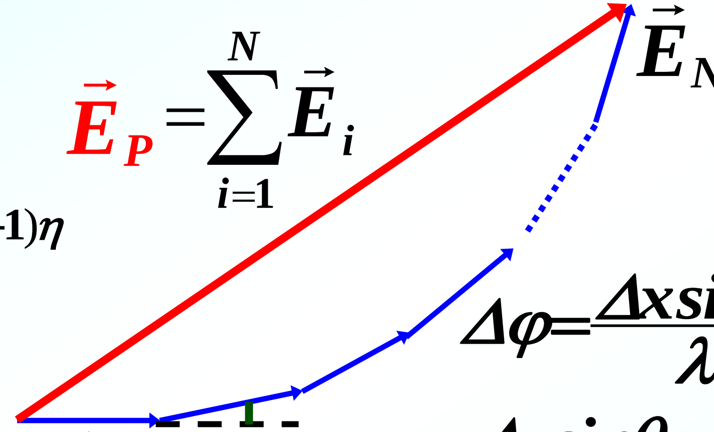
$$E_p=E_1+E_1e^{i\eta}+E_1e^{i2\eta}+\cdots\cdots+E_1e^{i(N-1)\eta}$$

$$=E_1[1+e^{i\eta}+e^{i2\eta}+\cdots\cdots+e^{i(N-1)\eta}]$$

$$=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}$$

$\boxed{\xi=\dfrac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}}$ $\boxed{\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$

$\vec{E}_P=\sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i$



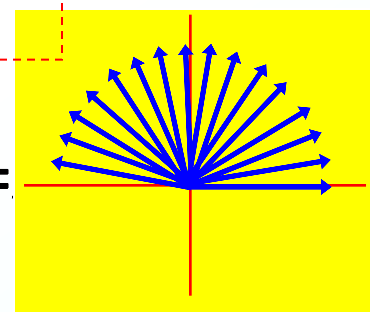
$\Delta\varphi=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi$

$\Delta\varphi=\eta=\dfrac{\Delta x\sin\theta}{\lambda}2\pi=2\xi$

$\boxed{\eta=2\xi}$

P点的光强：

$$I=E_p\cdot E_P^*=E_1\frac{e^{iN\eta}-1}{e^{i\eta}-1}\cdot E_1\frac{e^{-iN\eta}-1}{e^{-i\eta}-1}=$$

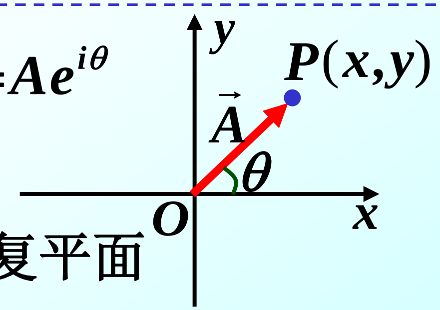


$$=E_1^2\left(\frac{\sin N\xi}{\sin\xi}\right)^2=E_1^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{N\lambda}}\right)^2 \quad (N\to\infty)$$

$$=E_1^2N^2\left(\frac{\sin\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}{\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}\right)^2$$

即P点处： $\boxed{I=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$

$a=Ae^{i\theta}$



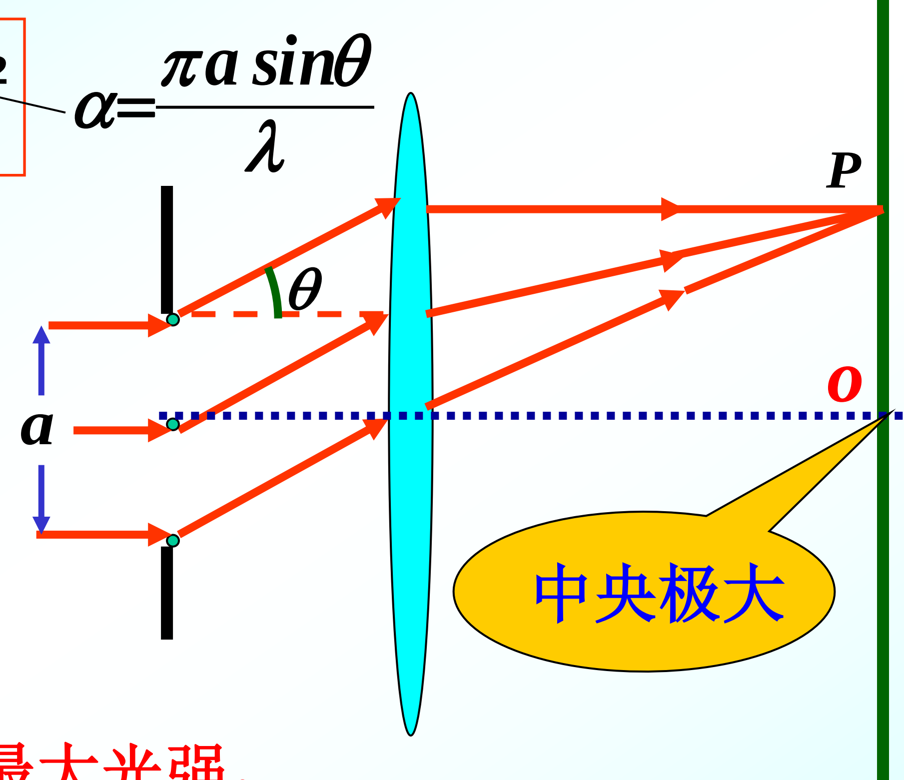
$\vec{A}\leftrightarrow a=A\cos\theta+iA\sin\theta$

$\vec{A}+\vec{B}=Ae^{i\theta}+Be^{i\beta}$

$e^{i\theta}=\cos\theta+i\sin\theta$

3.3 光强分布：

$$I_\theta = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$



1）在屏上θ角相同处光强相同

即：相同光强的点分布在

一条与缝平行的直线上

2）当$\theta=0$，$\alpha=0$　则：$\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1$

$$I_{\theta=0} = I_o = I_{Max}$$

即：透镜L的主光轴与屏的交点处有最大光强，

又称为主极大或零级衍射斑。

3）当　$\alpha \neq 0$　$\sin\alpha = 0$　则：$\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = \pm k\pi$　　$k \neq 0$

即：$\boxed{a\sin\theta = \pm k\lambda}$　　$k = 1, 2, \cdots$　——衍射极小条件

$I_\theta = 0$　此θ角处出现光强极小的暗条纹

$$\boxed{I_\theta = I_o\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2} \qquad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

✓ 除了主极大外，屏上光强分布还有次极大存在。次极大的位置可以计算得到。

4）当 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\alpha}\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0$ ⟶ $tg\alpha = \alpha$ 光强有极大值

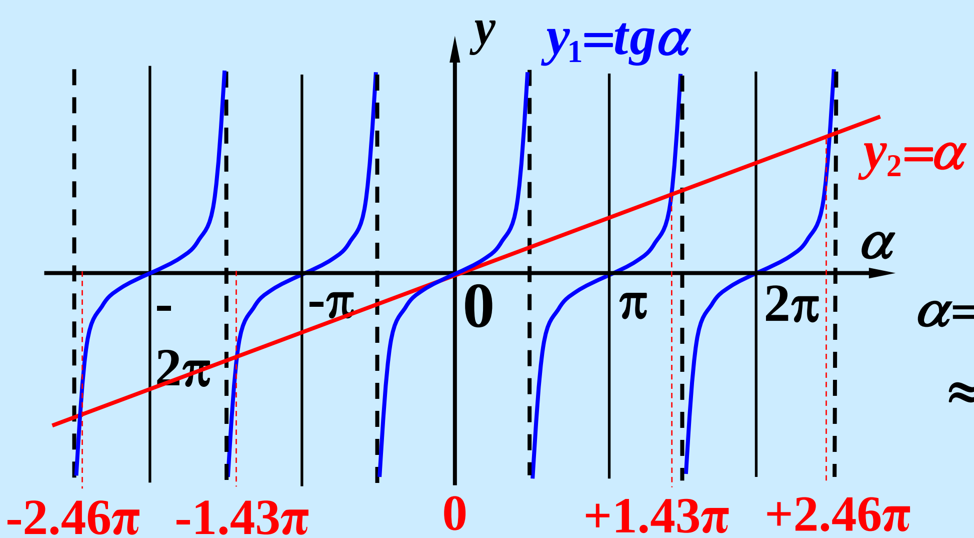
解得 ： $\alpha = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \cdots$

相应 ： $a\sin\theta = \pm 1.43\lambda, \pm 2.46\lambda, \pm 3.47\lambda, \cdots$

近似表示为

$$a\sin\theta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 1, 2, \cdots$$

衍射次极大
又称高级衍射斑



$\alpha = 0, \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \cdots$

$\approx 0, \pm\frac{3}{2}\pi, \pm\frac{5}{2}\pi, \cdots$

超越方程 $tg\alpha = \alpha$ 图解法

主极大： $a\sin\theta=0$ 衍射次极大： $a\sin\theta=\pm(2k+1)\dfrac{\lambda}{2}$

$\boxed{I_\theta=I_0\left(\dfrac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2}$

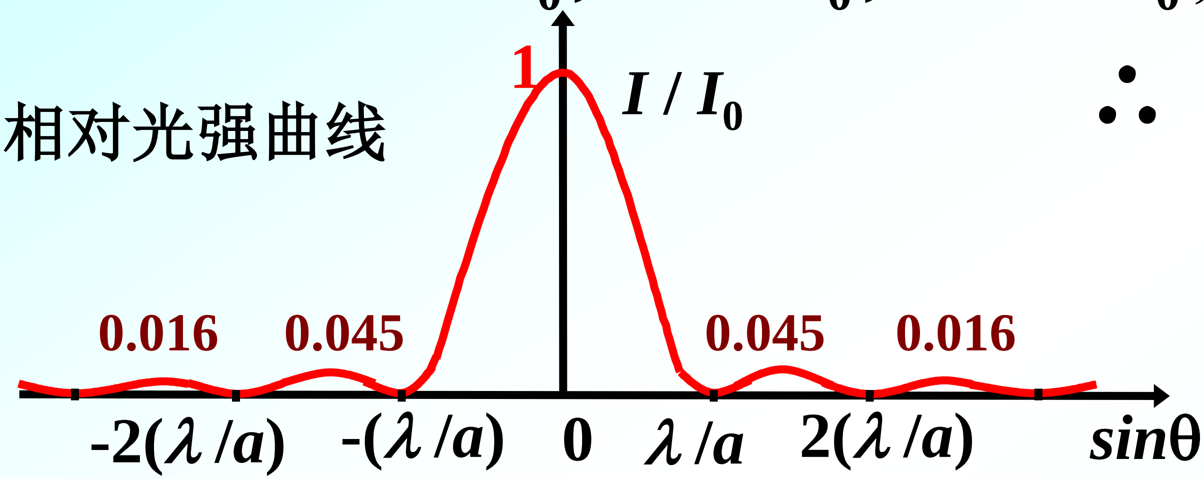
$\boxed{\alpha=\dfrac{\pi a\sin\theta}{\lambda}}$

5)光强 □ 中央主极大的光强： $I_{Max}=I_0\propto(C''a)^2$

□ 次极大的光强：计算可得各次极大的光强依次为：

$0.045I_0$，$0.016I_0$，$0.0083I_0$，…

相对光强曲线



$\therefore\quad I_{次极大} \ll I_{主极大}$

$\boxed{a\sin\theta=\pm k\lambda}$

暗条纹位置

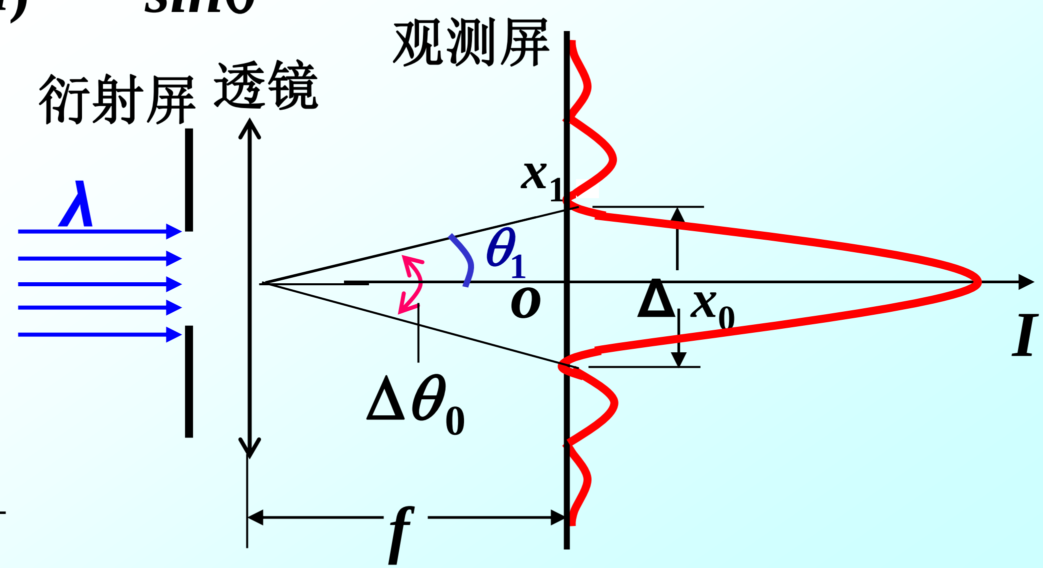
6) 条纹宽度

中央明纹： $a\gg\lambda$ 时，$\sin\theta_1\approx\theta_1$

角宽度 $\Delta\theta_0=2\theta_1\approx2\dfrac{\lambda}{a}$

线宽度 $\Delta x_0=2f\cdot tg\theta_1$

$$=2f\theta_1=2f\frac{\lambda}{a}\propto\frac{\lambda}{a}$$



(方法一：惠更斯——菲涅耳原理)——推导过程说明

$$E_{(p)}=C\iint_{s}\frac{A(Q)\cdot f(\theta)}{r}\cdot\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dS$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\omega t-\frac{2\pi r}{\lambda})\cdot dx \qquad r=r_0-x\sin\theta$$

$$=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda})\cdot dx=C''\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot dx$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\int_{-a/2}^{a/2}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})\cdot d[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]$$

$$=C''\frac{\lambda}{2\pi\sin\theta}\cdot\sin[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0-x\sin\theta}{\lambda})]\Big|_{-a/2}^{a/2}$$

$$=C''a\frac{\lambda}{2\pi a\sin\theta}\cdot2\sin(\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda})\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

$$=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}\cos2\pi(\frac{t}{T}-\frac{r_0}{\lambda})$$

记：$E_0=C''a$ $\quad \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}$

$$E_{p_\theta}=E_0\frac{\sin\alpha}{\alpha}$$

$$I_\theta=I_0(\frac{\sin\alpha}{\alpha})^2$$