



第六章 压电式传感器



本章主要内容

- 0 引言
- 1 压电效应和材料及机电转换
- 2 压电传感器的测量电路
- 3 传感器系统的频率响应
- 4 压电传感器的误差分析
- 5 压电传感器的应用

0 引言

压电传感器的特点：

- 压电式传感器是一种典型的**有源传感器**（或**发电型传感器**）。
- 压电传感元件是**力敏感元件**-----能测量力、压力、加速度等。
- 具有响应**频带宽**、灵敏度高、信噪比大、结构简单、工作可靠、质量轻等优点。

思考问题：

- 何谓压电效应？
- 压电敏感元件特点？
- 传感器前置调理电路的特点？
- 如何确定压电传感器的动态响应？
- 误差产生原因及抑制措施
- 应用

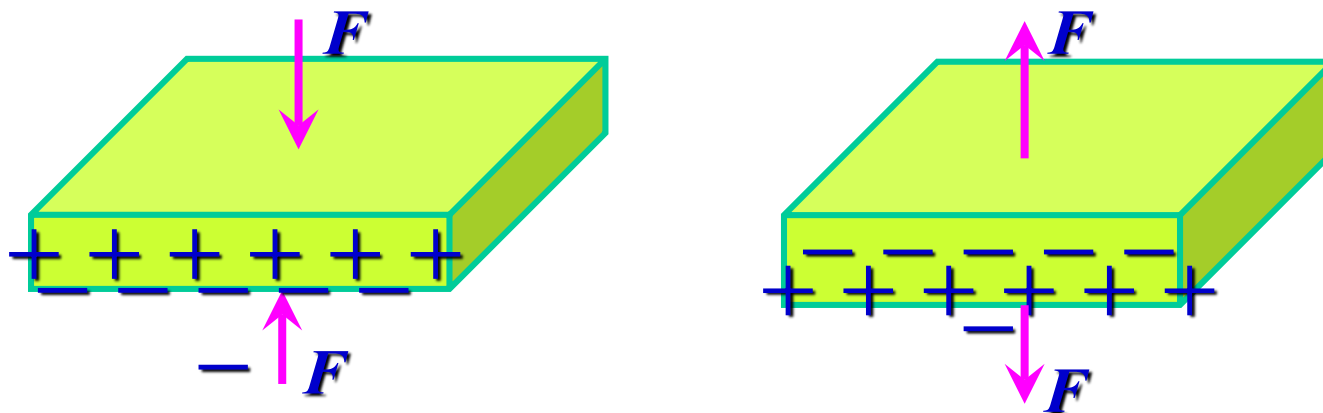
1 压电效应及压电材料

1.1 压电效应

1.1.1 定义

◆ 正压电效应

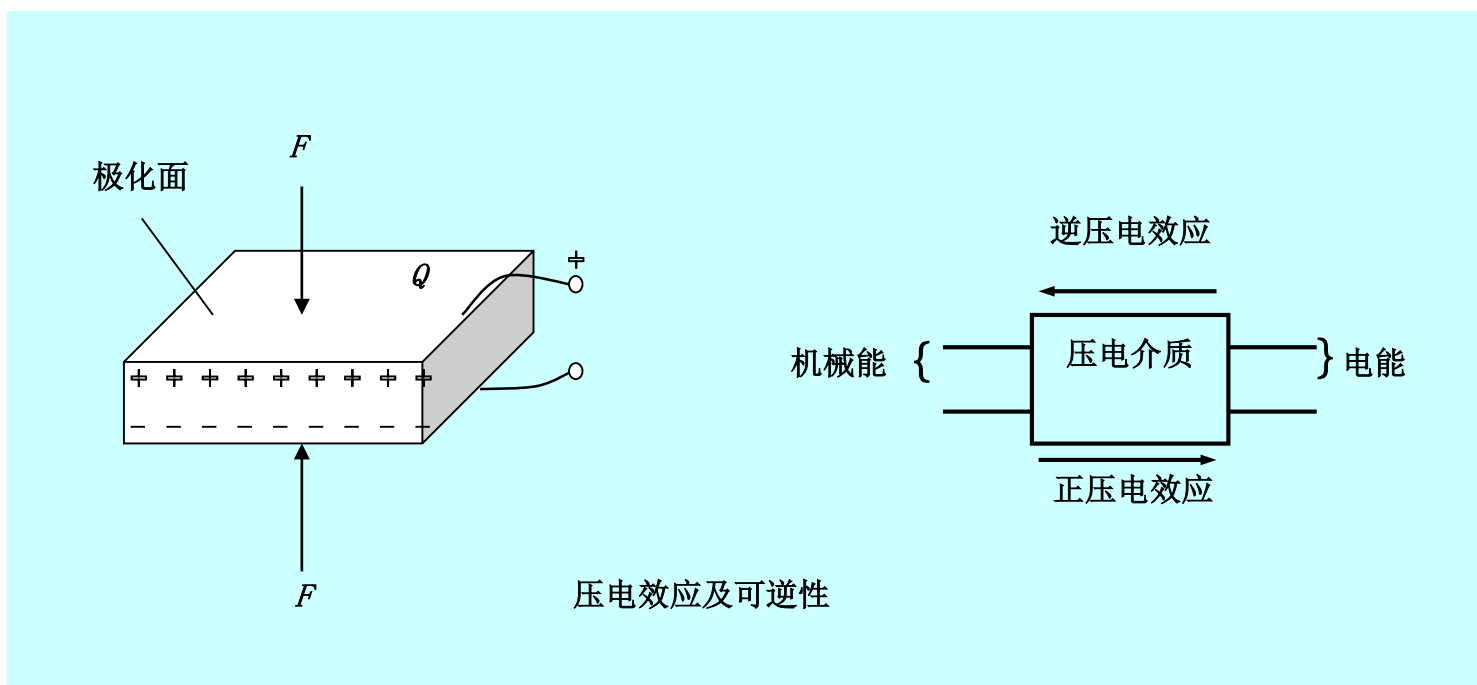
某些电介质，当沿着一定方向对其施力而使它变形时，内部就产生极化现象，同时在它的一定表面上产生电荷，当外力去掉后，又重新恢复不带电状态的现象。当作用力方向改变时，电荷极性也随着改变。

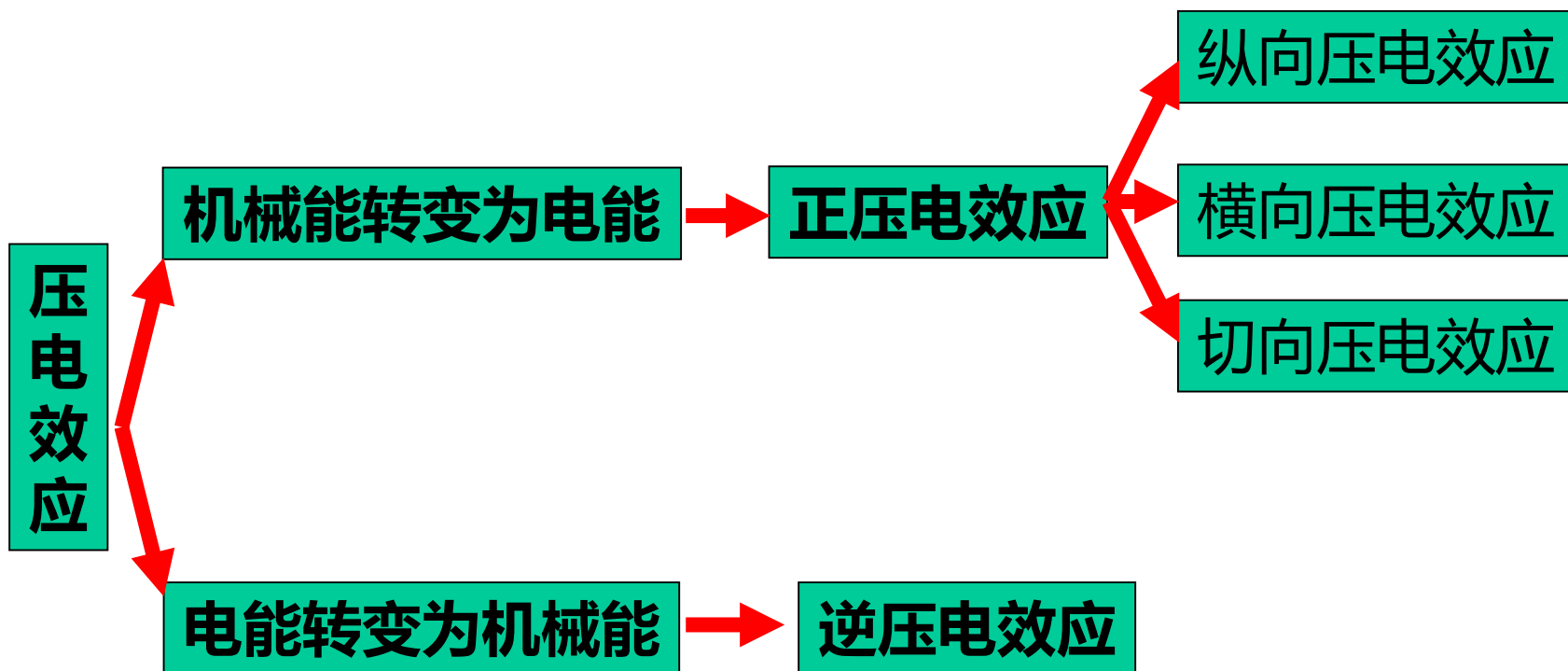


(正) 压电效应示意图

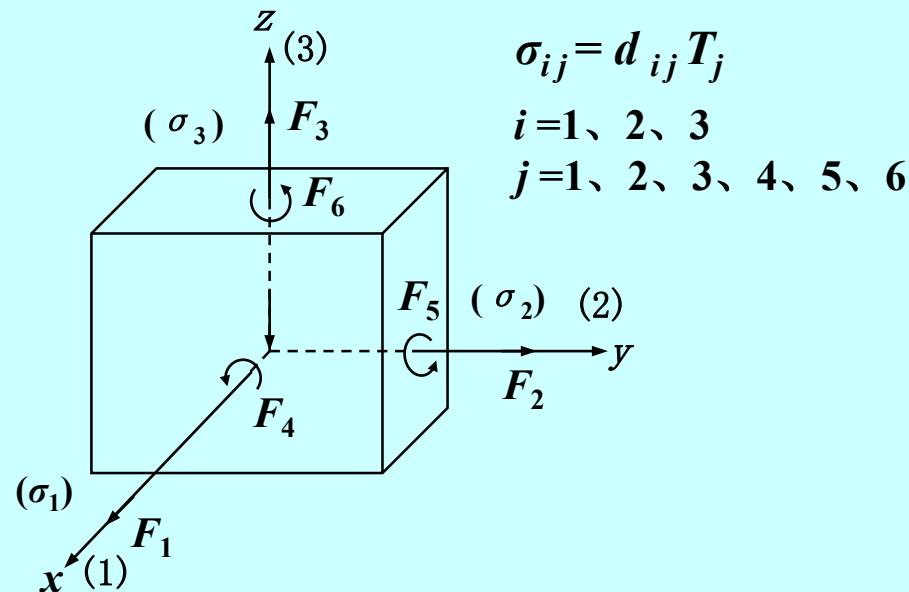
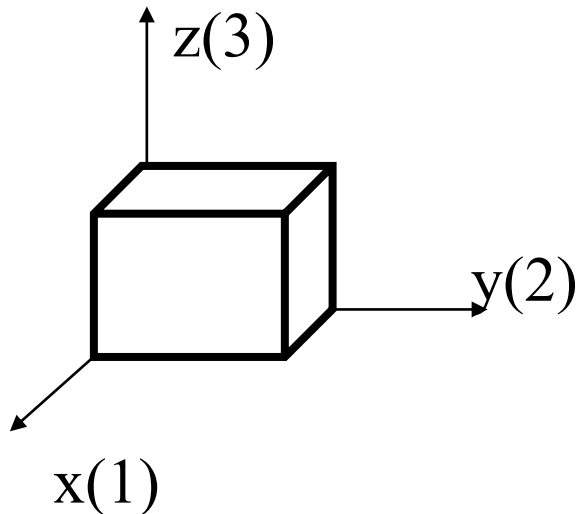
◆ 逆压电效应

当在电介质的极化方向施加电场，某些电介质在一定方向上将产生机械变形或机械应力，当外电场撤去后，变形或应力也随之消失，这种物理现象称为逆压电效应。





1.1.2 压电性能参数的一般描述



X0° 切型石英晶体切片的力 —— 电分布

- ❖ $i(i=1,2,3)$: 表示晶体的极化方向，即在 i 面上产生电荷。1、2、3 分别表示垂直于 x 、 y 、 z 轴的晶片表面
- ❖ $j(j=1,2,3,4,5,6)$: 1, 2, 3 表示沿 x, y, z 方向作用的单向应力；4, 5, 6 表示在 yz, zx, xy 平面上承受的剪切应力

➤ 压电效应的表达式:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$

压电常数矩阵

$$\sigma_{i,j} = d_{i,j} \cdot T_j$$

T_j : j方向的应力

d_{ij} : j方向的力使得i面产生电荷的压电常数

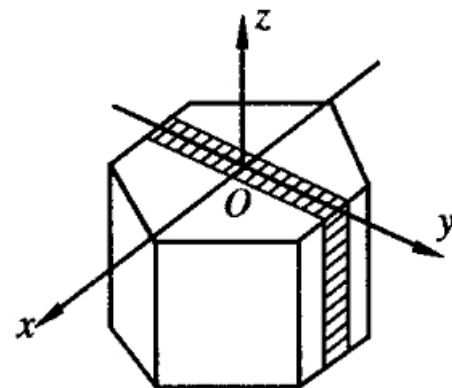
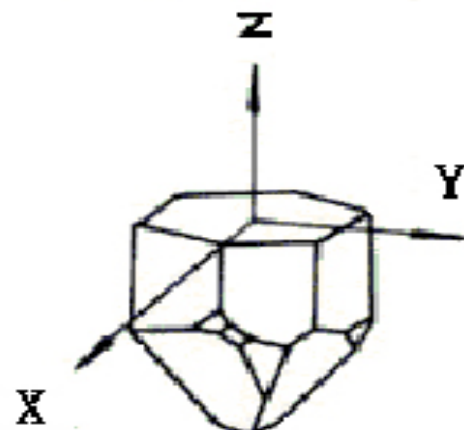
σ_{ij} : j方向的力在i面产生的电荷密度

1.2 压电材料

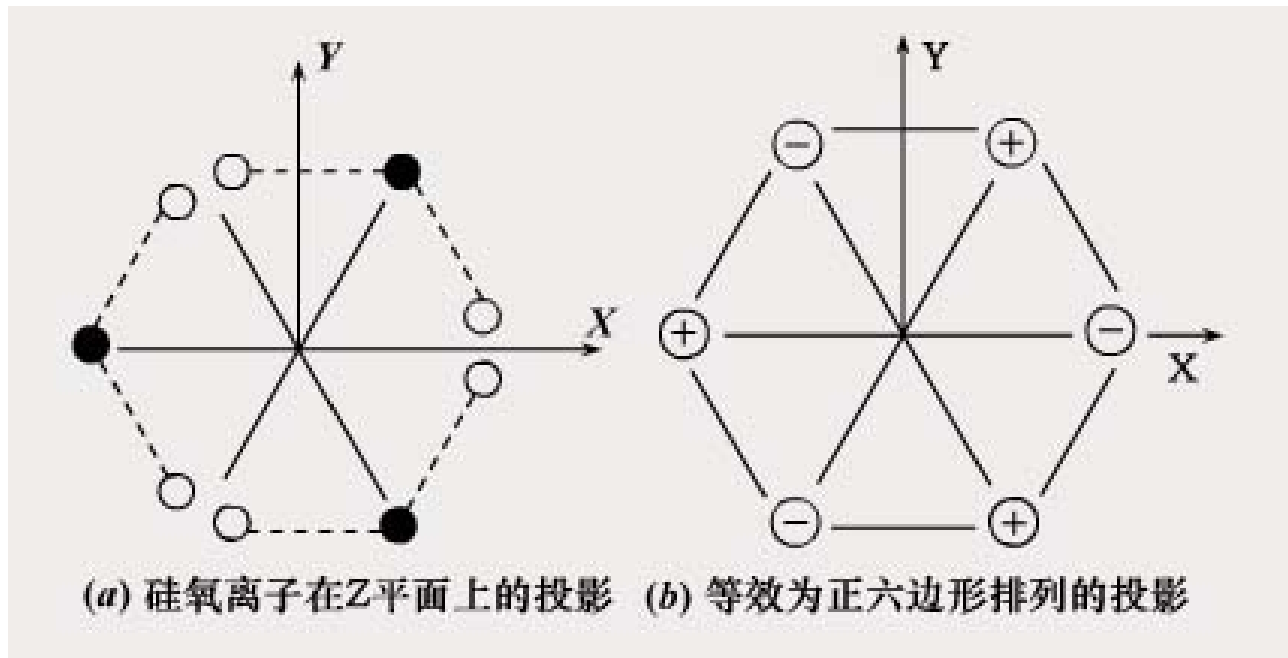
- 自然界中大多数晶体具有压电效应, 但压电效应十分微弱。
- 性能优良的压电材料
(转换性能、机械性能、电性能、环境适应性、时间稳定性)
- 实际应用的压电材料
 - (1) 压电晶体 (单晶体) : 石英; 铌酸锂等。
 - (2) 压电陶瓷: 钛酸钡; 锆钛酸铅系列 (PZT系列) 等。
 - (3) 压电半导体和高分子压电材料 (含压电薄膜) 等。

1.2.1 单（石英）晶体材料

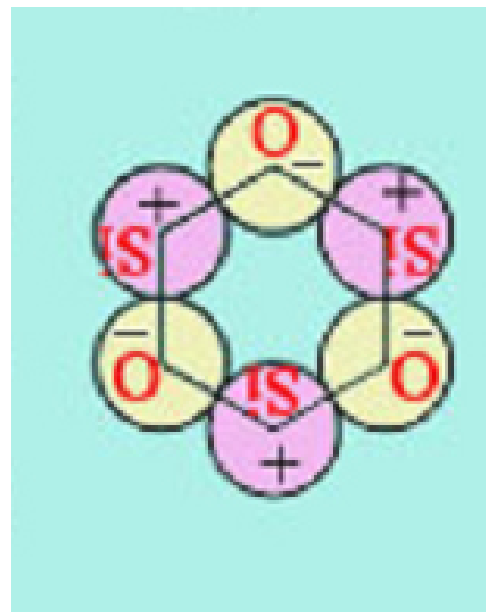
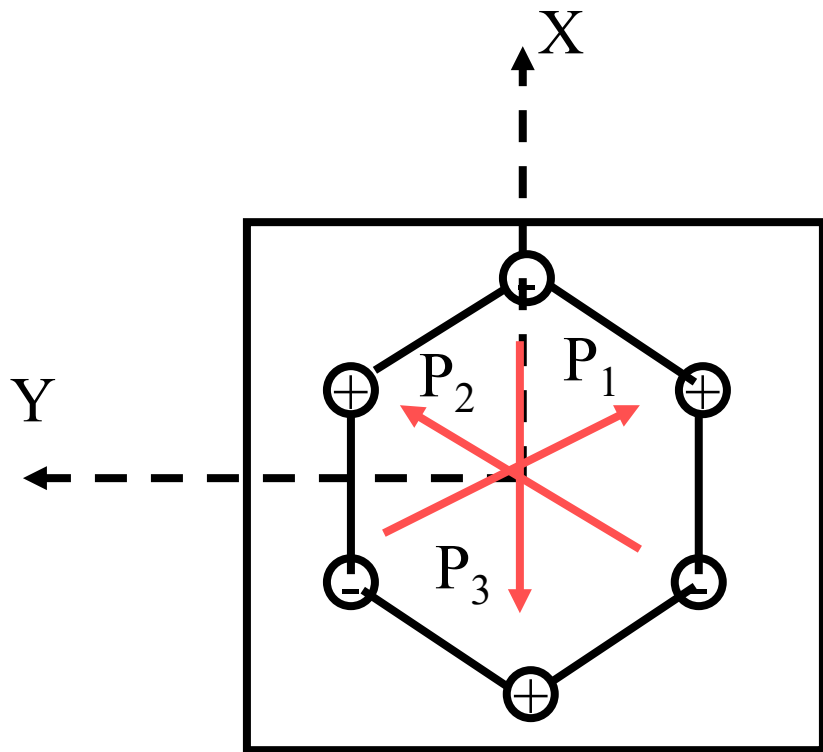
- **光学轴**（基准轴，Z轴）：光沿该方向通过没有双折射现象，
- **电轴**（X轴）：经过晶体棱线，垂直于该轴的表面上压电效应最强。
- **机械轴**（Y轴）：垂直xz面，在电场作用下，该轴方向的机械变形最明显。



➤ 石英晶体压电效应机理



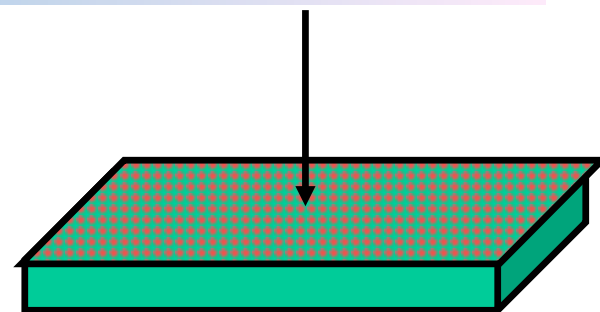
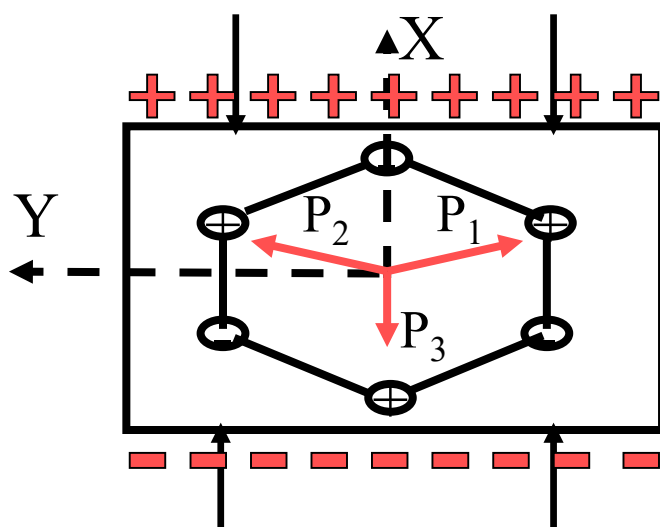
电偶极矩 $P=qL$, q 为电荷量, L 为正负电荷之间距离。



$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = 0$$

当石英晶体未受外力作用时, 正、负离子正好分布在正六边形的顶角上, 形成三个互成 120° 夹角的电偶极矩 P_1 、 P_2 、 P_3 。此时正负电荷重心重合, 电偶极矩的矢量和等于零, 即 $P_1 + P_2 + P_3 = 0$, 所以晶体表面不产生电荷, 即呈中性。

受到X方向的力—**纵向压电效应**



厚度受压型

$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_x > 0$ ✓ 晶体沿x方向将产生压缩变形, 正负离子的相对位置也随之变动。此时正负电荷重心不再重合。

$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_y = 0$ ✓ 电偶极矩在x方向上的分量由于 P_3 的减小和 P_1 、 P_2 的增加而不等于零, 在x轴的正方向出现正电荷, 电偶极矩在y方向上的分量仍为零, 不出现电荷。

$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_z = 0$ ✓ 当作用力方向相反时, 电荷的极性也随之改变。

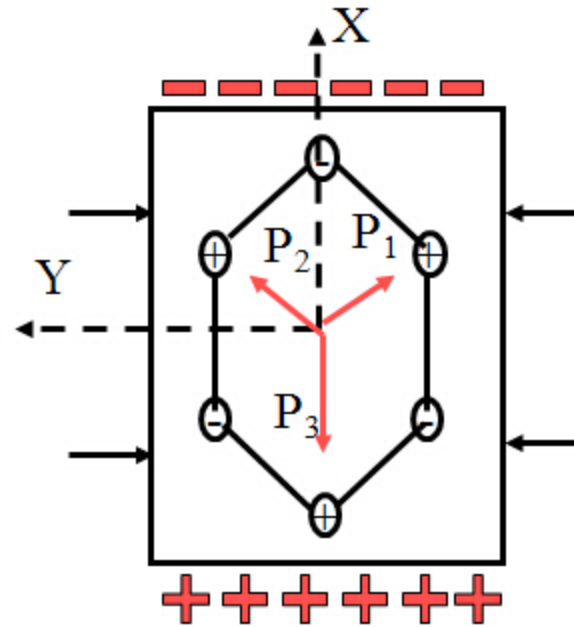
受到Y方向的力—**横向压电效应**

$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_x < 0$$

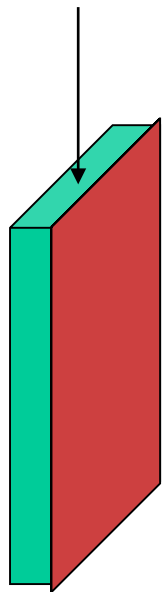
$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_y = 0$$

$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3)_z = 0$$

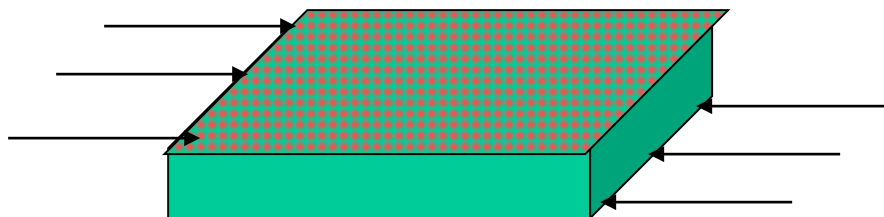
- ✓当晶体受到沿y轴方向的压力作用时， P_3 增大， P_1 、 P_2 减小。
- ✓在垂直x轴表面上出现电荷，它的极性为x轴正向为负电荷。在y轴方向上不出现电荷。
- ✓当作用力方向相反时，电荷的极性也随之改变。



长度受压型



受到平面切向力—**剪切压电效应**



厚度切变型

石英晶体压电常数矩阵:

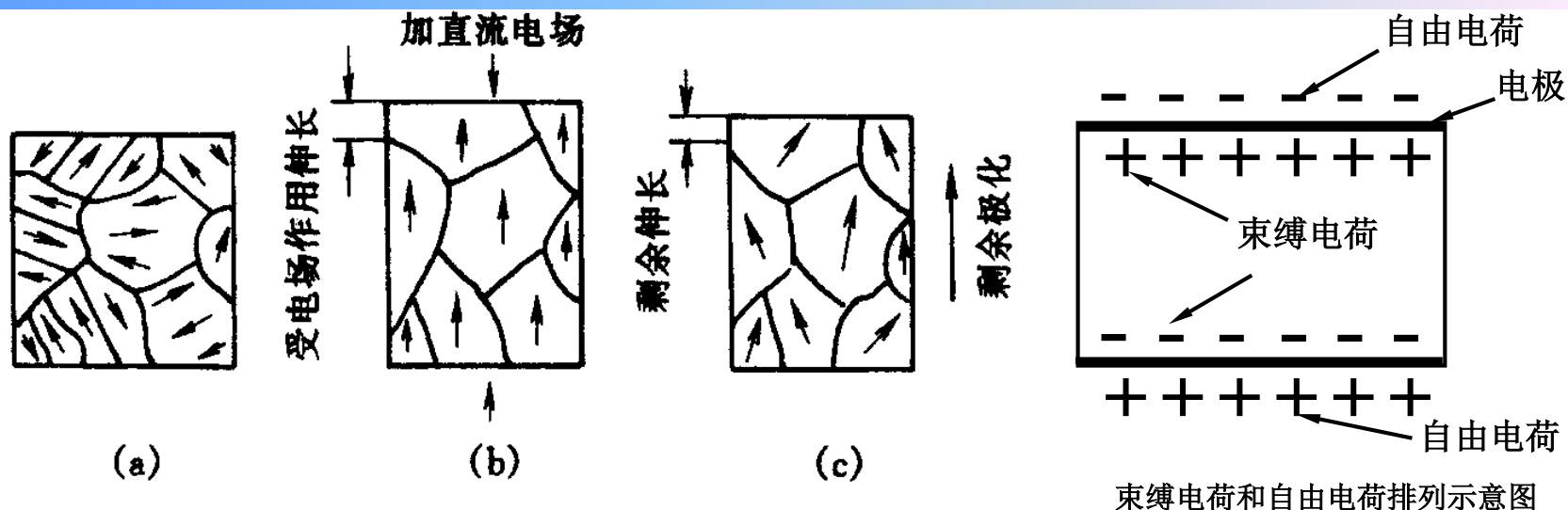
$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & -d_{11} & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -d_{14} & -2d_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$

独立压电常数: $d_{11} = \pm 2.31 \times 10^{-12} \text{ C/N}$

$$d_{14} = \pm 0.73 \times 10^{-12} \text{ C/N}$$

- ① 压电系数的**温度稳定性好**。在20℃至200℃温度范围内，温度每升高1℃，压电系数仅减少0.016%，当温度达到573℃时（居里点），石英晶体丧失压电特性。
- ② 各向异性的晶体，按不同方向切割的晶片，其物理性质相差很大。

1.2.2 压电陶瓷材料



BaTiO_3 压电陶瓷的极化

(a) 极化前；(b) 极化；(c) 极化后

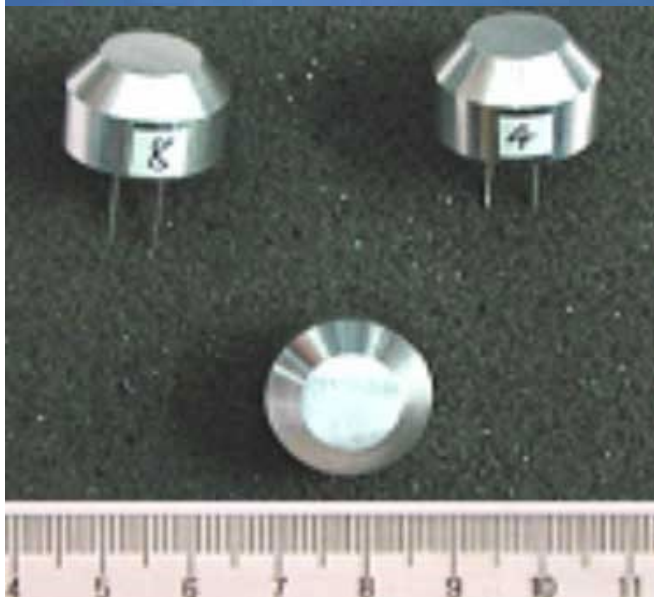
- **极化前**，各个电畴在晶体上杂乱分布，极化效应被相互抵消，原始的压电陶瓷内**极化强度为零**；
- 在外电场作用下，电畴的极化方向趋向于按外电场的方向；
- **极化处理后**，陶瓷内部仍存在有很强的**剩余极化强度**。
- 受到压力后，自由电荷过剩出现放电现象。受到拉力，出现充电现象。

压电陶瓷变形形式：

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix}$$
$$d_{33} = 190 \times 10^{-12} (c / N)$$
$$d_{31} = d_{32} = -0.41 d_{33}$$
$$d_{15} = -d_{24} = 250 \times 10^{-12} (c / N)$$

- 厚度变形： d_{33}
- 长度变形： d_{31} 、 d_{32}
- 厚度剪切变形： d_{24} 、 d_{15}
- 体积变形： d_{31} 、 d_{32} 、 d_{33}

压电陶瓷外形



压电陶瓷的性能:

- ①很高的压电系数;
- ②居里点温度低;
- ③有热释电现象;
- ④稳定性不如石英晶体;
- ⑤人工制造, 成本低。



无铅压电陶瓷及其换能器外形

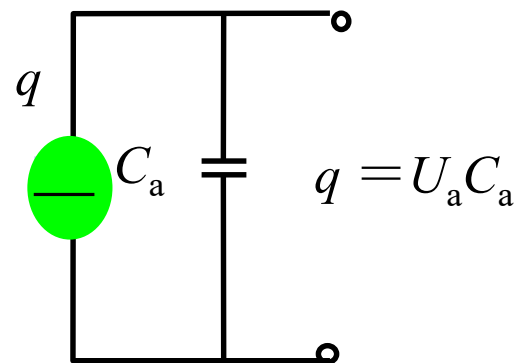
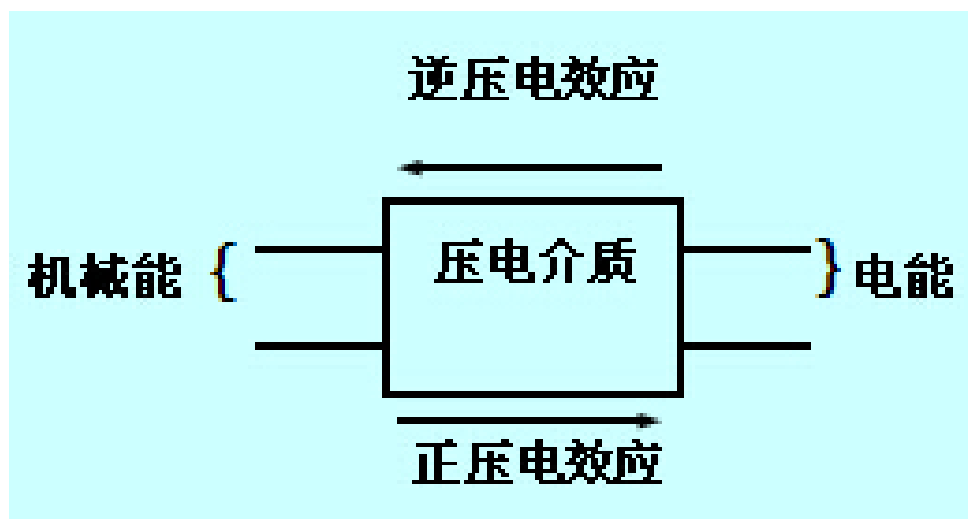
表 6-1 常用压电材料性能

性 能 \ 压电材料	石 英	钛 酸 钡	锆钛酸铅 PZT-4	锆钛酸铅 PZT-5	锆钛酸铅 PZT-8
压电系数/(pC/N)	$d_{11}=2.31$ $d_{14}=0.73$	$d_{15}=260$ $d_{31}=-78$ $d_{33}=190$	$d_{15}\approx 410$ $d_{31}=-100$ $d_{33}=230$	$d_{15}\approx 670$ $d_{31}=-185$ $d_{33}=600$	$d_{15}\approx 330$ $d_{31}=-90$ $d_{33}=200$
相对介电常数/ ϵ_r	4.5	1200	1050	2100	1000
居里点温度/ $^{\circ}\text{C}$	573	115	310	260	300
密度/(10^3 kg/m^3)	2.65	5.5	7.45	7.5	7.45
弹性模量/(10^3 N/m^2)	80	110	83.3	117	123
机械品质因数	$10^5 \sim 10^6$		≥ 500	80	≥ 800
最大安全应力/(10^5 N/m^2)	95~100	81	76	76	83
体积电阻率/ $\Omega \cdot \text{m}$	$>10^{12}$	$10^{10} (25^{\circ}\text{C})$	$>10^{10}$	$10^{11} (25^{\circ}\text{C})$	
最高允许温度/ $^{\circ}\text{C}$	550	80	250	250	
最高允许湿度/%	100	100	100	100	

压电晶体

压电陶瓷

1.3 压电元件的机电转换模型



$$C_a = \frac{\varepsilon S}{t} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{t}$$

1.2 压电元件的机电转换模型 (续)

电边界为短路状态:

①应力 T_1 与形变 t 关系为: $t = C_{11}T_1$

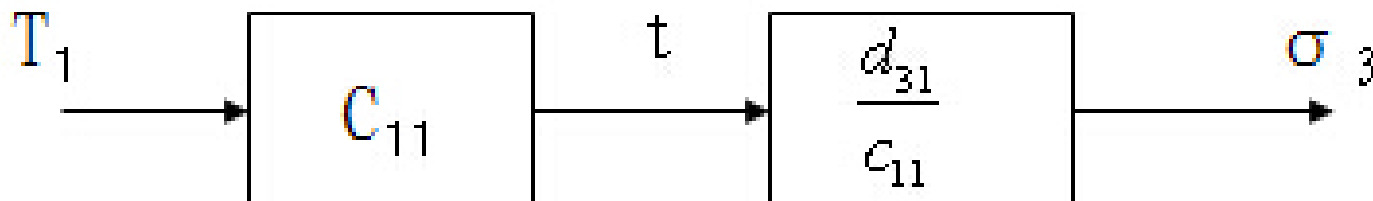
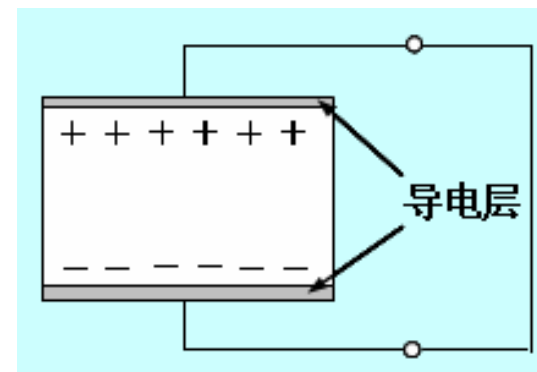
式中: C_{11} 为压电陶瓷固有的柔度系数;

②与 T_1 作用下产生的变形对应束缚电荷 $\sigma_3 = d_{31}T_1$;

所以有: $t = c_{11}T_1$;

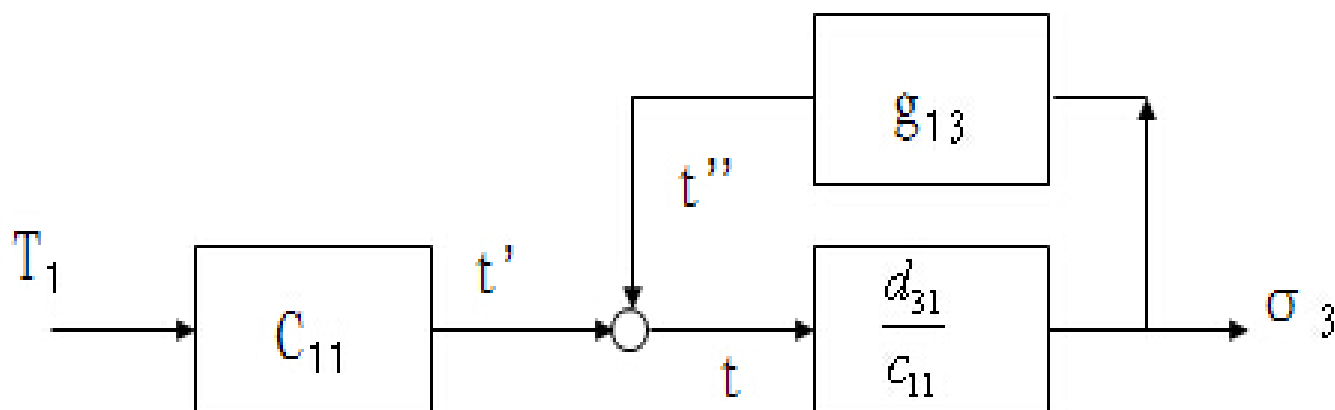
$$\sigma_3 = d_{31}T_1 = \frac{d_{31}}{C_{11}}t$$

特点: 信号流是单向的。



1.2 压电元件的机电转换模型（续）

电边界为开路状态:



$$\sigma_3 = \frac{d_{31}}{1 + g_{13} \times \frac{d_{31}}{c_{11}}} T_1 = d_{ef} T_1$$

特点：信号流有环路。

2 压电式传感器的测量电路

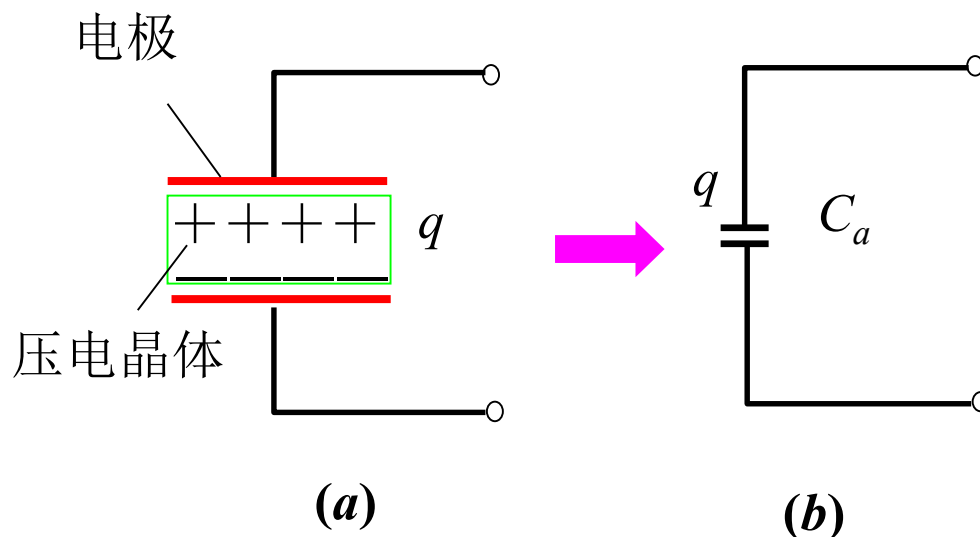
2.1 传感器的等效电路

当压电传感器承受机械应力作用时，在它两极板上出现极性相反的等量电荷。因此可以把压电传感器看成一**静电发生器**，也可看成两极板充有电荷的电容器。

其电容量为：

$$C_a = \frac{\varepsilon S}{t} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_0 S}{t}$$

t : 晶体厚度 (m)



压电传感器的等效电路

2.1 传感器的等效电路（续）

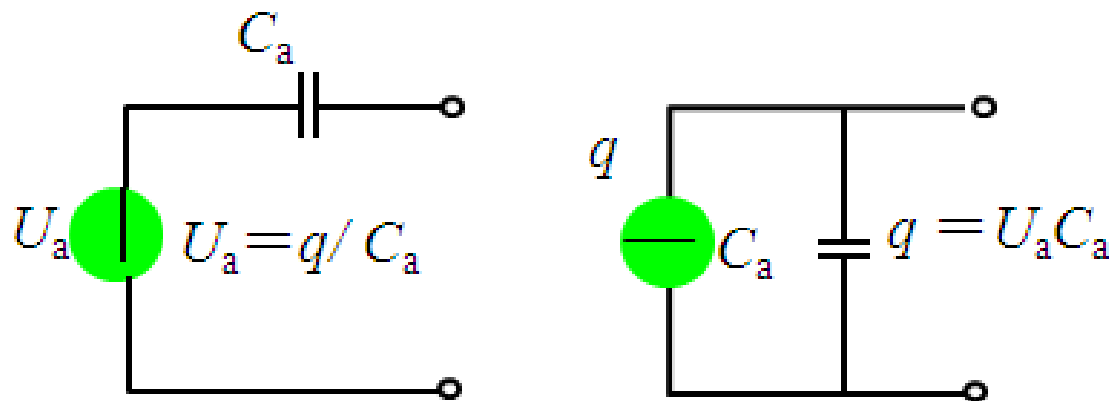


图 压电传感器等效电路

(a) 电压等效电路 (b) 电荷等效电路

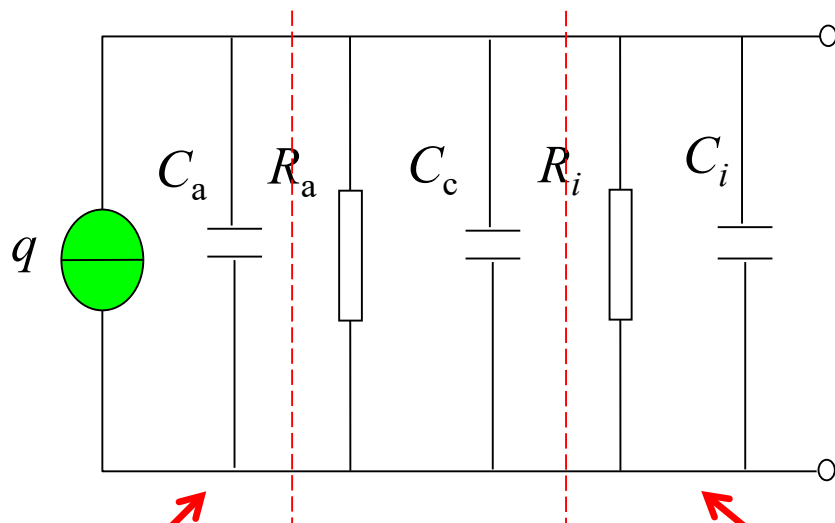
由等效电路可知，只有传感器内部信号电荷无“漏损”，外电路负载为无穷大时，传感器产生的电压或电荷才能长期保存，否则电路将以某时间常数按指数规律放电。

◆ 不适合于静态测量

2.2 压电传感器的前置测量电路

➤ 压电传感器的实际等效电路

压电传感器在实际使用时总要与测量仪器或测量电路相连接, 因此还须考虑连接电缆的等效电容 C_c , 放大器的输入电阻 R_i , 输入电容 C_i 以及压电传感器的泄漏电阻 R_a ,



C_a —传感器的固有电容;

R_a —包括连接导线在内的传感器绝缘电阻;

C_c —连接导线对地电容;

R_i —前置放大器输入电阻;

C_i —前置放大器输入电容。

① 电荷等效电路

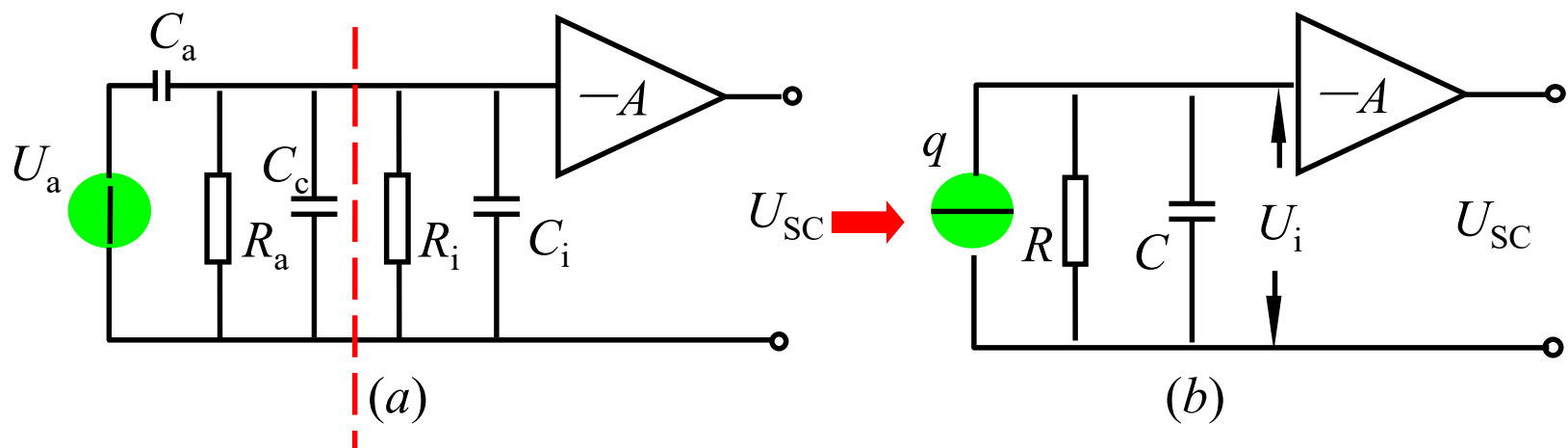
② 电压等效电路

前置放大电路输入

2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

➤ 电压放大器_阻抗变化器

压电传感器连接电压放大器：



$$U_a = \frac{q}{C_a}$$

等效电阻 R :
$$R = \frac{R_a R_i}{R_a + R_i}$$

等效电容:
$$C = C_a + C_c + C_i$$
 28

压电材料所受作用力F为

$$\dot{F} = F_m \sin \omega t$$

若压电材料为压电陶瓷，其压电系数为 d_{33} ，则在外力作用下，压电元件产生的电压值为

$$\dot{U}_a = \frac{\dot{q}}{C_a} = \frac{d_{33} F_m}{C_a} \sin \omega t \text{ 或 } \dot{U}_a = U_m \sin \omega t$$

由图 (b) 可得送入放大器输入端的电压 U_i ，将其写为复数形式，为

$$\dot{U}_i = d_{33} \dot{F} \frac{j\omega R}{1 + j\omega RC}$$

U_i 的幅值 U_{im} 为

$$U_{im} = \frac{d_{33} \omega R}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 (C_a + C_c + C_i)^2}} F_m$$

输入电压与作用力之间的相位差 φ 为

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan[\omega R(C_a + C_c + C_i)]$$

令 $\tau = R(C_a + C_c + C_i)$, τ 为测量回路的时间常数, 则可得

$$U_{sc} \approx U_{im} = \frac{d_{33} F_m \omega R}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}} \approx \frac{d_{33}}{C_a + C_c + C_i} F_m$$

电压灵敏度为: $|K_u(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_i}{\dot{F}} \right| = \frac{d_{33} \omega R}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}$

$$|K_u(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_i}{\dot{F}} \right| = \frac{d_{33}\omega R}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

当 $\omega\tau \ll 1$ 时

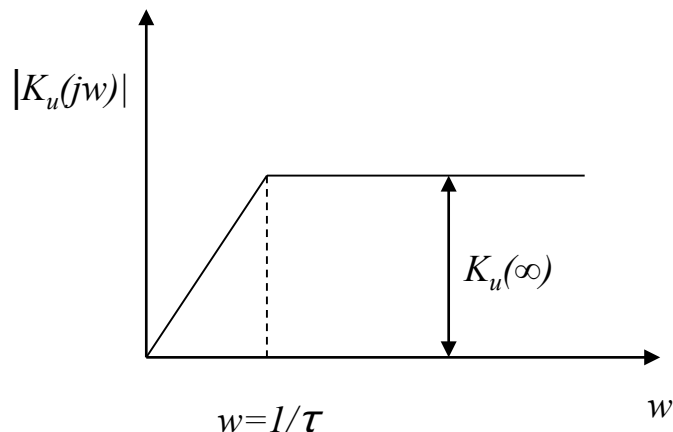
$$|K_u(j\omega)| \approx d_{33}\omega R$$

当 $\omega\tau \gg 1$ 时

$$|K_u(j\omega)| \approx \frac{d_{33}}{C} = \frac{d_{33}}{C_a + C_c + C_i} = |K_u(j\infty)|$$

$$\therefore \omega_L = 2\pi f_L = \frac{1}{\tau}$$

$$\therefore f_L = \frac{1}{2\pi RC}$$



理想输出: $U_0 = \frac{d_{33}}{C} F$

$$C = C_a + C_c + C_i$$

实际输出: $U'_0 = \frac{d_{33} \omega R}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}} F$

$$\frac{U'_0}{U_0} = \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + (\omega \tau)^2}}$$

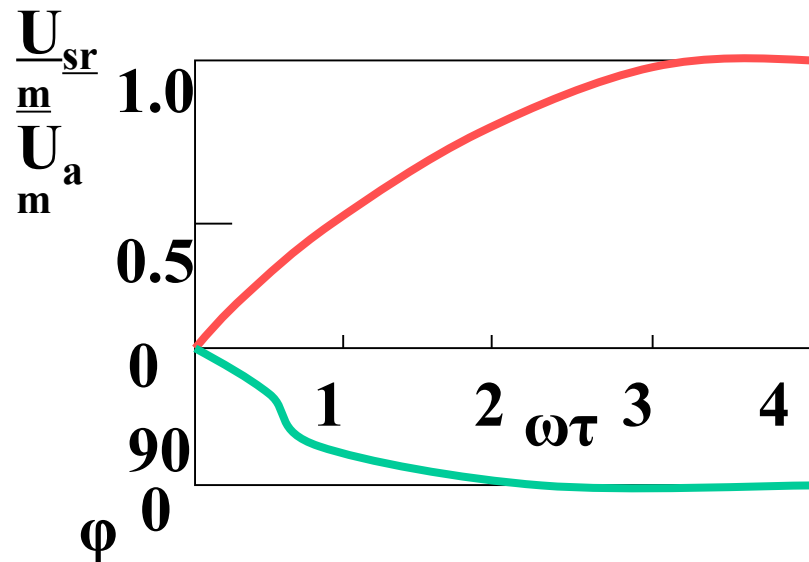
$$|K_u(j\omega)| \approx \frac{d_{33}}{c} = |K_u(j\infty)|$$

分析：

(1) 当 $\omega\tau=0$ （静态力）时，

(2) 当 $\omega\tau > 3$ 时

改善低频响应 $\rightarrow \downarrow \omega_0 = \frac{1}{\tau} \rightarrow \uparrow \tau \rightarrow \begin{cases} R \uparrow \\ C \uparrow \rightarrow K_u \downarrow \end{cases}$



$$\tau = RC$$

R_i 越大，时间常数越大，则低频响应也越好。

(3) K_u 受电缆分布电容的影响较大，改变电缆长度 C_c 将改变，须重新校准灵敏度值。

2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

➤ 电荷放大器

电荷放大器是一个具有深度负反馈的高增益放大器，其等效电路如图5-19所示。若开环增益 A_0 足够大，并且输入阻抗很高，则放大器输入端几乎没有分流，电流仅流入反馈回路 C_F 与 R_F 。由图可知 i 的表达式为：

$$\begin{aligned} i &= (\dot{U}_\Sigma - \dot{U}_{SC}) / (R_F // \frac{1}{j\omega C_F}) \\ &= [\dot{U}_\Sigma - (-A_0)\dot{U}_\Sigma] \left(j\omega C_F + \frac{1}{R_F} \right) \\ &= \dot{U}_\Sigma \left[\underbrace{j\omega(A_0 + 1)C_F}_{C'_F} + \underbrace{(A_0 + 1)\frac{1}{R_F}}_{1/R'} \right] \end{aligned}$$

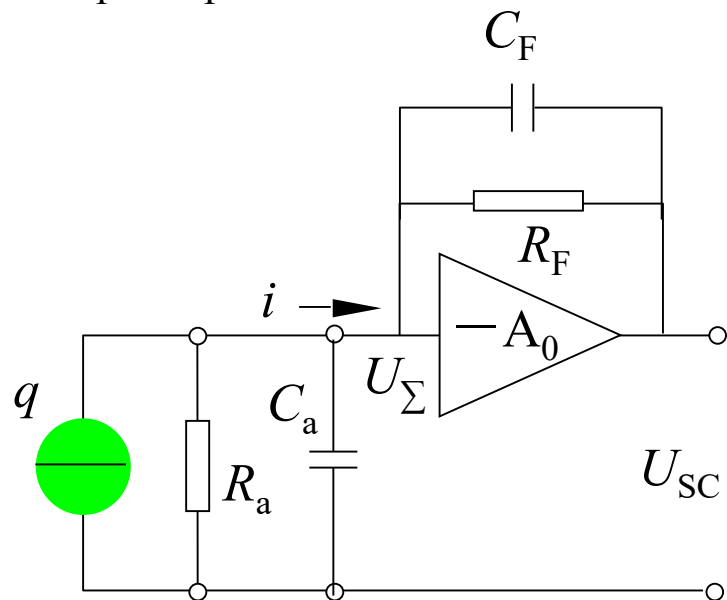


图5-19 电荷放大器原理电路图

2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

等效电路：

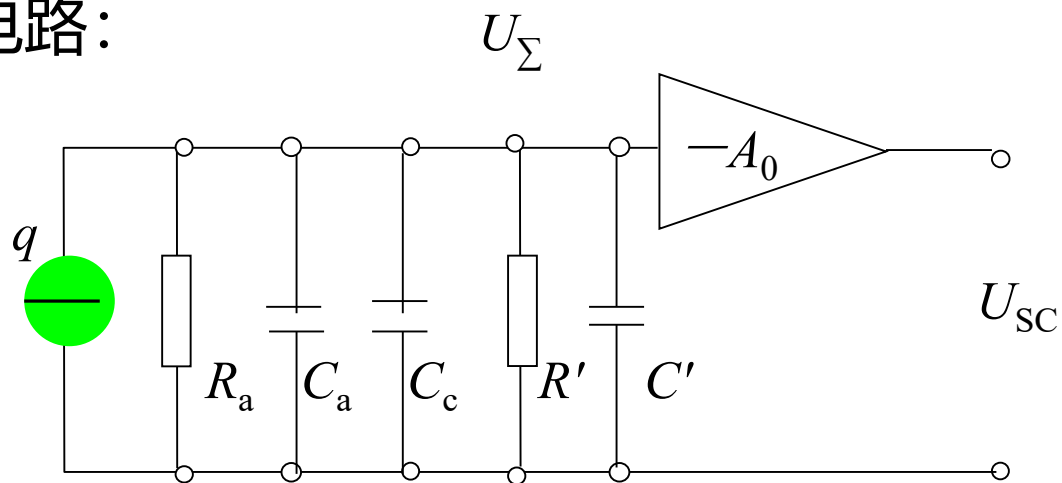


图5-20 压电传感器接至电荷放大器的等效电路图

“密勒效应”

$$C' = (1 + A_0)C_F$$

$$1/R' = (1 + A_0)/R_F$$

2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

运放输入电压为

$$\dot{U}_{\Sigma} = \frac{j\omega\dot{q}}{\left[\frac{1}{R_a} + (1 + A_0) \frac{1}{R_F} \right] + j\omega [C_a + C_c + (1 + A_0) C_F]}$$

运放输出电压为

$$\dot{U}_{SC} = -A_0 \dot{U}_{\Sigma} = \frac{-j\omega\dot{q}A_0}{\left[\frac{1}{R_a} + (1 + A_0) \frac{1}{R_F} \right] + j\omega [C_a + C_c + (1 + A_0) C_F]}$$

2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

$$\left| \frac{\dot{U}_{sc}}{\dot{q}} \right| = \left| \frac{-j\omega A_0}{(1 + A_0)(1/R_F + j\omega C_F)} \right|$$

当 A_0 足够大时,

$$\left| \frac{\dot{U}_{sc}}{\dot{q}} \right| \approx \left| \frac{-j\omega}{(1/R_F + j\omega C_F)} \right|$$

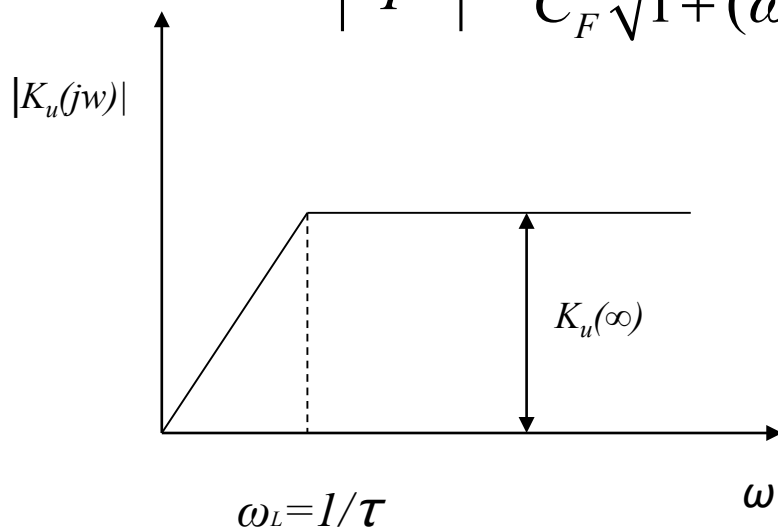
若 $q = d_{33}F$, 则

$$|K(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_{sc}}{\dot{F}} \right| \approx \frac{d_{33}\omega\tau}{C_F \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \quad \tau = R_F C_F$$

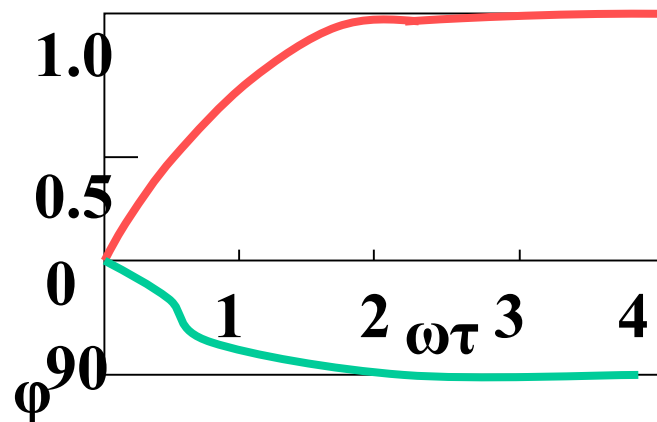
2.2 压电传感器的前置测量电路（续）

$$|K(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_{SC}}{\dot{F}} \right| \approx \frac{d_{33}\omega\tau}{C_F \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$\tau = R_F C_F$$



$$f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = \frac{1}{2\pi R_F C_F}$$



$$\omega R_F C_F \gg 1 \text{ 时, } |K(j\omega)| = \left| \frac{\dot{U}_{SC}}{F} \right| \approx \frac{d_{33}}{C_F}$$

$$\text{理论值: } |K(j\omega)| = \frac{d_{33}}{C_F}$$

分析_开环放大倍数 A_0 对精度的影响

$$\dot{U}_{SC} \approx \frac{-A_0 \dot{q}}{C_a + C_c + (1 + A_0) C_F} \quad \dot{U}'_{SC} \approx -\frac{\dot{q}}{C_F}$$

则误差为 $\delta = \frac{\dot{U}'_{SC} - \dot{U}_{SC}}{\dot{U}'_{SC}} \approx \frac{C_a + C_c}{(1 + A_0) C_F}$

若 $C_a = 1000\text{pF}$, $C_F = 100\text{pF}$, $C_c = (100\text{pF/m}) \times 100\text{m} = 10^4 \text{ pF}$

当要求 $\delta \leq 1\%$, 则有

$$\delta = 0.01 = \frac{1000 + 10^4}{(1 + A_0) \times 100} \quad \text{得 } A_0 \geq 10^4$$

$$\text{若 } \delta = 0.0001 = \frac{1000 + 10^4}{(1 + A_0) \times 100} \quad \text{得 } A_0 \geq 10^6$$

对线性集成运算放大器来说, 这些要求是不难达到的, 因此
放大倍数 A_0 对测量精度通常无影响。

前置电路接电荷放大器的特点:

- 用高增益的运算放大器形成电短路的边界条件;
- 更换电缆无需重新校准灵敏度;
- 灵敏度取决于已知的、固定的 R_F 和 C_F , 有利于灵敏度的稳定和调整;
- 电荷放大器时间常数相当大, 可用于准静态测量。

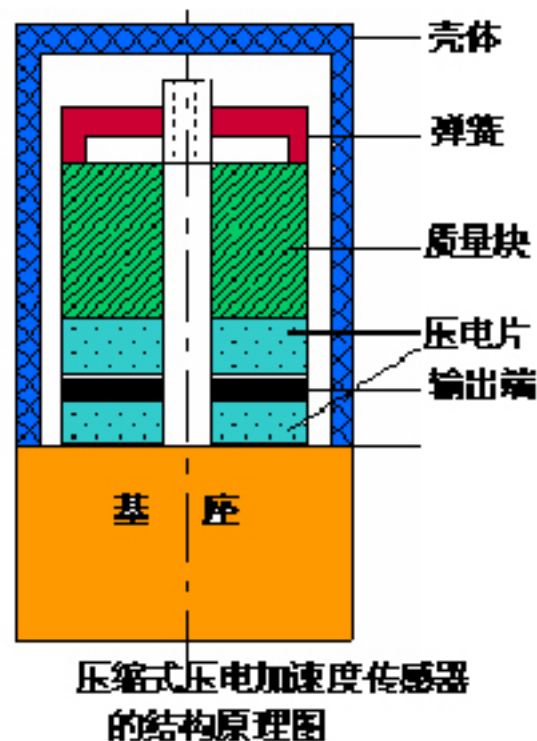
3 传感器系统的频响分析

3.1 结构及工作原理

——以纵向压缩型加速度计为例

结构：一般有纵向效应型、横向效应型和剪切效应型三种，纵向效应型最常见。

压电陶瓷片和质量块为环型，通过螺母弹簧对质量块预先加载，使之压紧在压电陶瓷片上。测量时将传感器基座与被测对象牢牢紧固在一起。输出信号由电极引出。



3 传感器系统的频响分析（续）

3.2 灵敏度

质量块感受的惯性力 $F = ma$

$$q = d_{33}F = d_{33}ma \quad \left\{ \begin{array}{l} k_u = \frac{u_a}{a} = \frac{d_{33}m}{c_a} \\ k_q = \frac{q}{a} = d_{33}m \end{array} \right.$$

分析:

- (1) 为了提高传感器的灵敏度，一般选择压电系数大的压电陶瓷片。
- (2) 灵敏度虽然正比于质量块的质量，但会影响被测振动，同时会降低振动系统的固有频率，因此一般不用增加质量的方法来提高传感器灵敏度。

3 传感器系统的频响分析（续）

根据被测对象及测量要求选择不同质量的传感器。

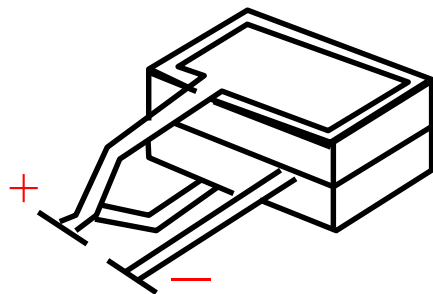
质量范围： $0.x \text{ g} \sim x \text{ kg}$



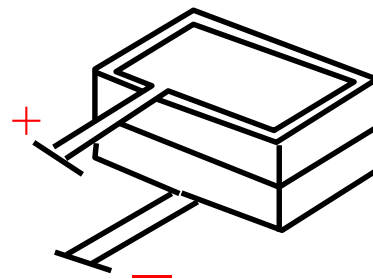
3 传感器系统的频响分析（续）

(3) 增加压电片数目来提高灵敏度

连接方式：并联形式和串联形式



(a) 并联



(b) 串联

图 叠层式压电元件的串联和并联

3 传感器系统的频响分析（续）

并联形式：

$$q' = 2q, U' = U_a, C' = 2C_a \longrightarrow \begin{cases} k_u' = \frac{u'}{a} = k_u \\ k_q' = \frac{q'}{a} = 2k_q \end{cases}$$

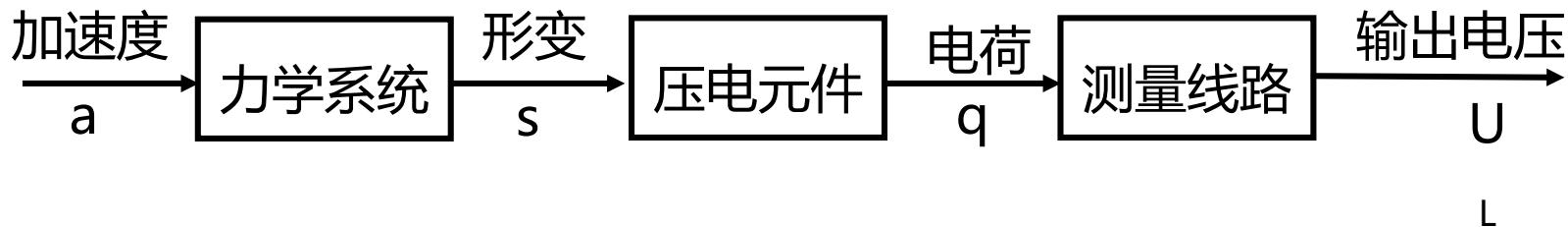
串联形式：

$$q' = q, U' = 2U_a, C' = \frac{1}{2}C_a \longrightarrow \begin{cases} k_u' = \frac{u'}{a} = 2k_u \\ k_q' = \frac{q'}{a} = k_q \end{cases}$$

- **并联接法** 输出电荷大，时间常数大，宜用于测量缓变信号，并且适用于以电荷为输出量的场合。
- **串联接法** 输出电压大，本身电容小，适用于以电压作为输出信号，且测量电路输入阻抗很高的场合。

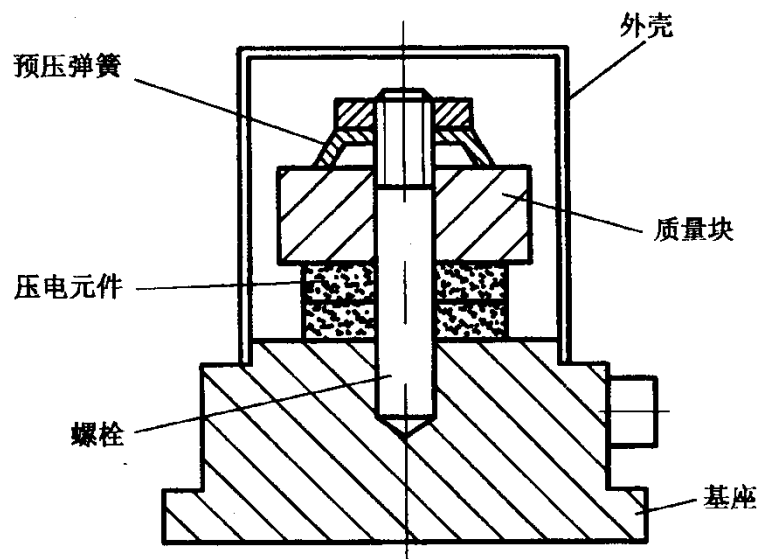
3 传感器系统的频响分析（续）

3.3 系统响应（动态响应）



- 测量线路的频率响应决定系统的低频性能;
- 系统的高频部分受到力学系统的固有频率限制;
- 压电元件的性能则对系统的灵敏度起重要作用。

(1) 力学系统:



压电式加速度传感器结构图

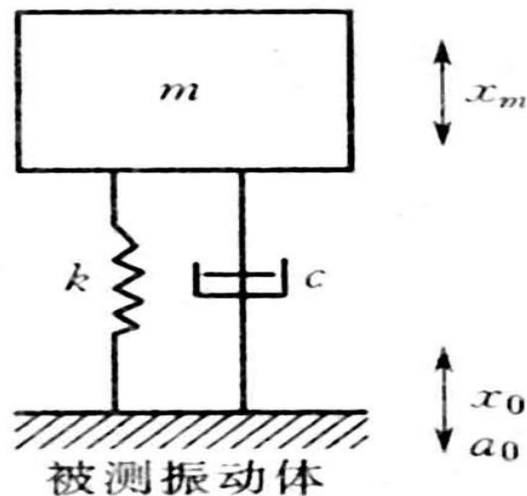


图5-23 二阶系统模拟

则

$$m \frac{d^2 x_m}{dt^2} = -c \frac{dx_i}{dt} - kx_i$$

$$m \frac{d^2 x_m}{dt^2} = -c \frac{d(x_m - x_0)}{dt} - k(x_m - x_0)$$

设被测振动体位移 x_0 , 质量块相对位移 x_m , 则质量块与被测振动体的相对位移为 x_i ,

即

$$x_i = x_m - x_0$$

将上式改写为

$$\frac{d^2(x_m - x_0)}{dt^2} + \frac{c}{m} \frac{d(x_m - x_0)}{dt} + \frac{k}{m}(x_m - x_0) = -\frac{d^2 x_0}{dt^2}$$

设加速度 $a_0 = \frac{d^2 x_0}{dt^2}$ ，输出为 $(x_m - x_0)$ ，并引入算子 $D = \frac{d}{dt}$ ，则

$$\frac{x_m - x_0}{a_0} = \frac{-1}{D^2 + 2\xi\omega_0 D + \omega_0^2}$$

式中 ξ ——相对阻尼系数， $\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}$ ω_0 ——固有频率， $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

将上式写为频率传递函数，则有

$$\frac{x_m - x_0}{a_0}(j\omega) = \frac{-(1/\omega_0)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)j}$$

其幅频特性为

$$\left| \frac{x_m - x_0}{a_0} (j\omega) \right| = \frac{(1/\omega_0)^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right]^2 + \left[2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right) \right]^2}} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$= \left| \frac{S}{a_0} (j\omega) \right|$$

相频特性

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} - 180^\circ$$

(2) 压电元件:

由于质量块与被测振动体相对位移 s ，也就是压电元件受力后产生的变形量，于是压电元件所受力为

$$F = k_y s \quad k_y \text{——压电元件弹性系数}$$

则产生的电荷为:

$$q = d_{33} F = d_{33} k_y s$$

则压电元件与力学系统的动态特性为：

$$\frac{q}{a} = \frac{d_{33}k_y / \omega_0^2}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right]^2}}$$

$\omega \ll \omega_0$ 时,

$$\frac{q}{a} \approx \frac{d_{33}k_y}{\omega_0^2}$$

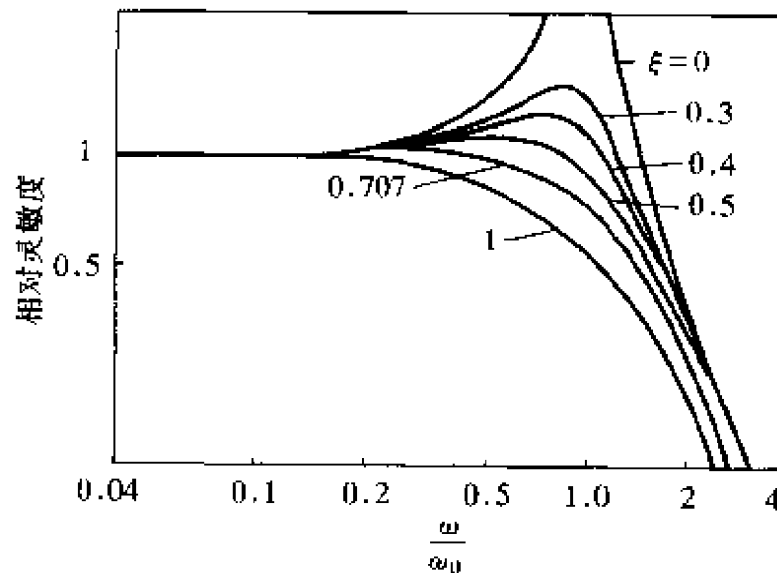


图5-24 加速度传感器的频响特性

3 传感器系统的频响分析（续）

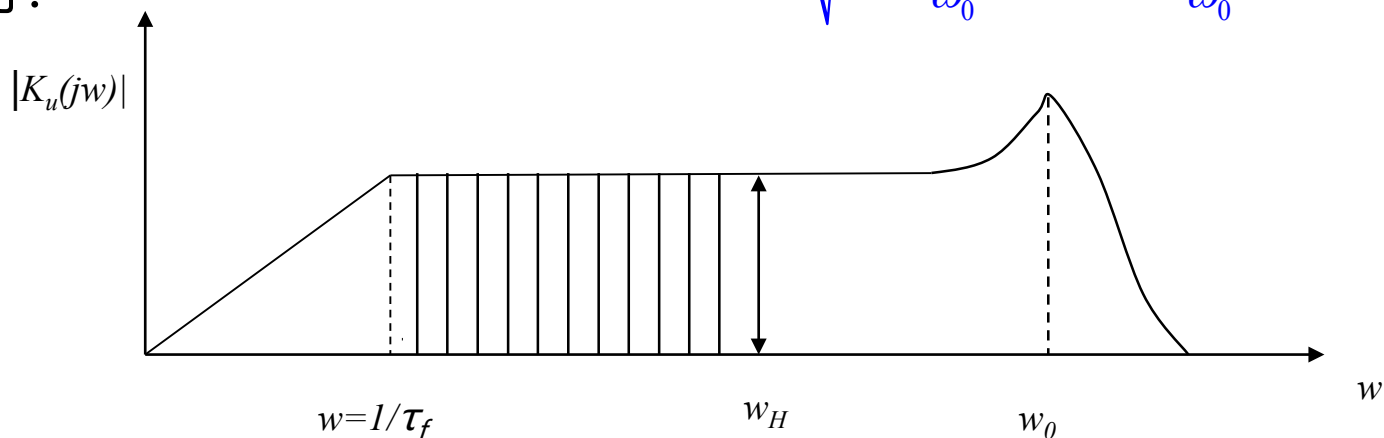
(3) 系统输出电压和加速度的关系

系统的幅频特性 $|\Phi(j\omega)| = \left| \frac{S(j\omega)}{a(j\omega)} \right| \cdot \left| \frac{Q(j\omega)}{S(j\omega)} \right| \cdot \left| \frac{U_0(j\omega)}{Q(j\omega)} \right| = \left| \frac{U_0(j\omega)}{a(j\omega)} \right|$

$$= \frac{1}{\omega_0^2 \sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + 4\xi^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} kd_{33} \frac{\omega\tau}{C_f \sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

以 $\omega_0^2 = k/m$ 代入上式 得：

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{d_{33}m}{C_f} \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + 4\xi^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$



4 压电式传感器的误差分析

4.1 频率响应误差

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{d_{33}m}{C_f} \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + 4\xi^2(\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

理想条件下：

$$|\Phi(j\omega)| = \frac{|u_o|}{|a|} = \frac{d_{33}m}{C_f} \quad u_o = \frac{d_{33}m}{C_f} a$$

4.1 频率响应误差 (续)

低频:
$$u_o' = \frac{d_{33}m}{C} \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} a$$

$$\delta_L = \frac{|u_o - u_o'|}{u_o} = \left| 1 - \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} \right|$$

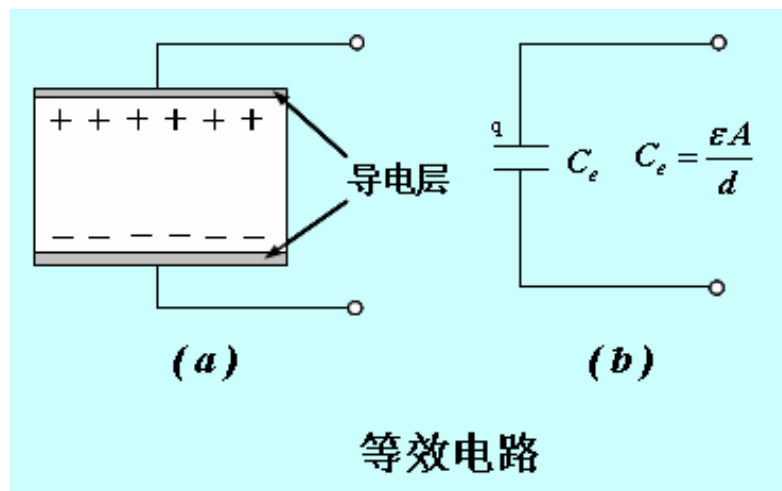
高频:
$$(\approx \frac{1}{2(\omega\tau)^2})$$

$$\delta_H = \left| \frac{u_o - u_o'}{u_o} \right| = \left| 1 - \frac{1}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + 4\xi^2 (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \right|$$

4.2 温度的影响

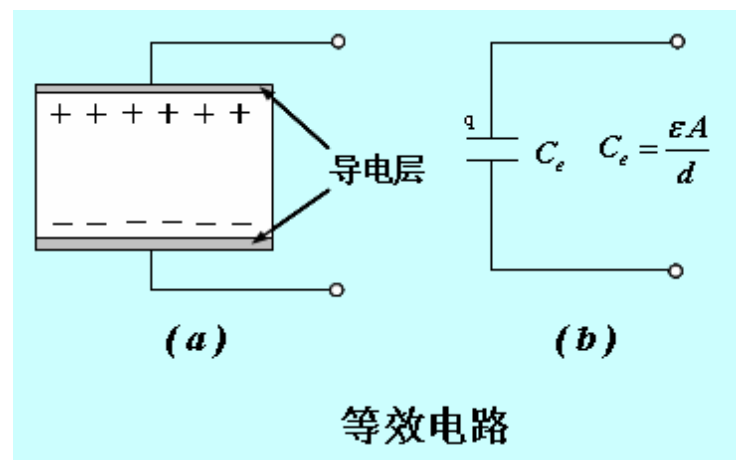
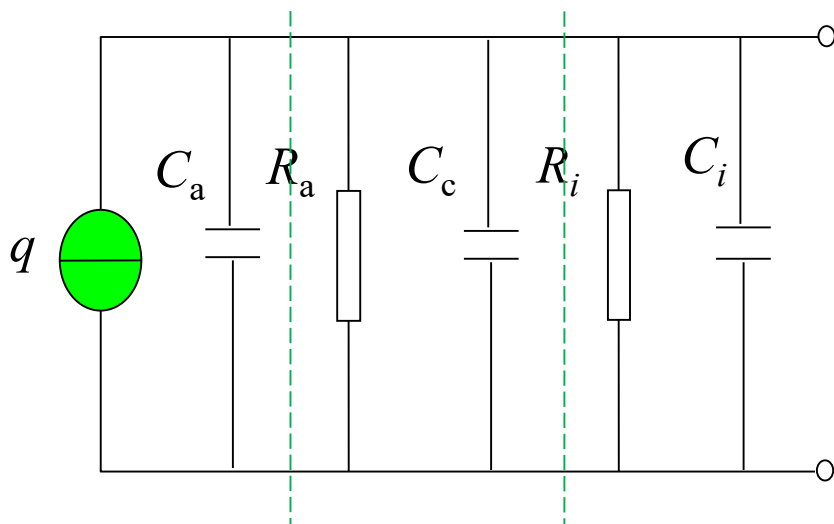
外界温度变化将影响压电传感器的灵敏度。

- 压电系数、等效电容量发生变化;
- 缓变温度的影响：热释电效应(压电陶瓷)，影响低频测量
- 瞬变温度的影响：导致传感器中晶体元件受力状态的变化，需补偿。



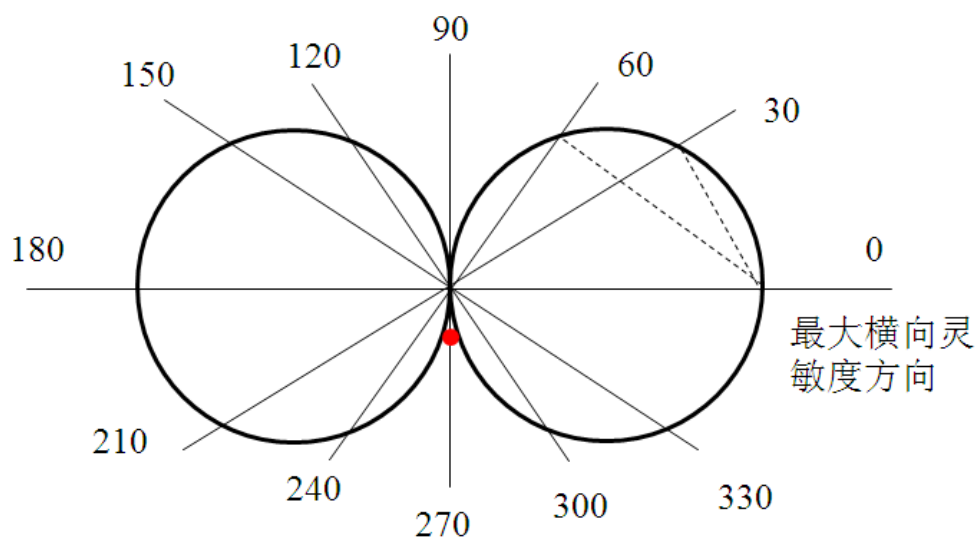
4.3 环境湿度的影响

外界湿度变化将影响压电传感器的绝缘电阻。

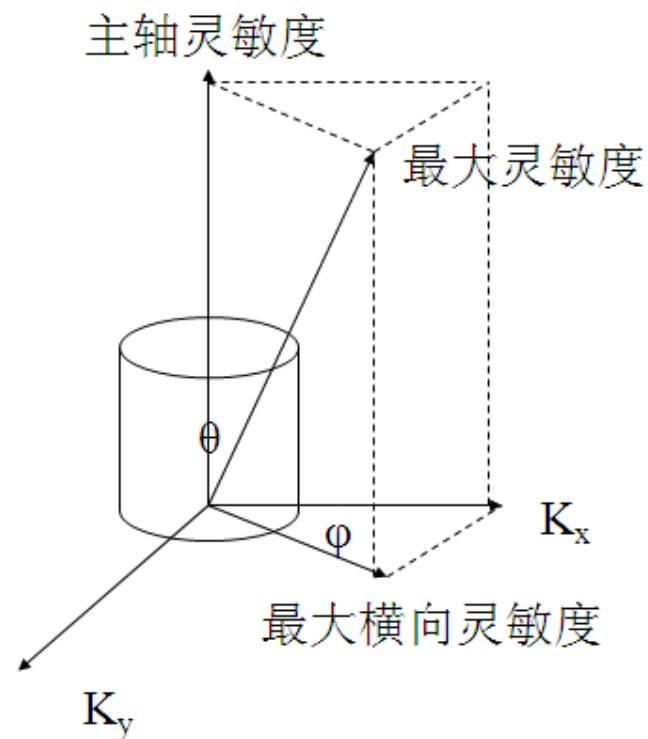


4.4 横向灵敏度

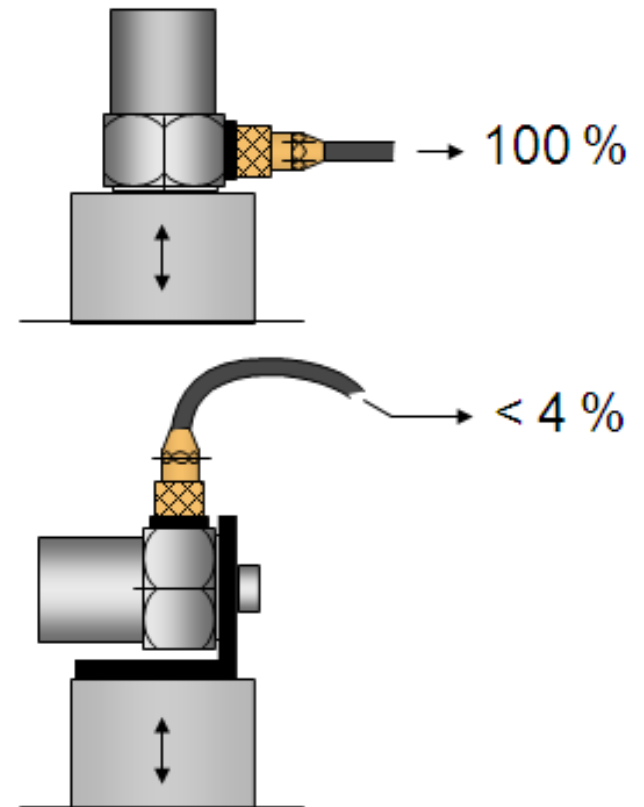
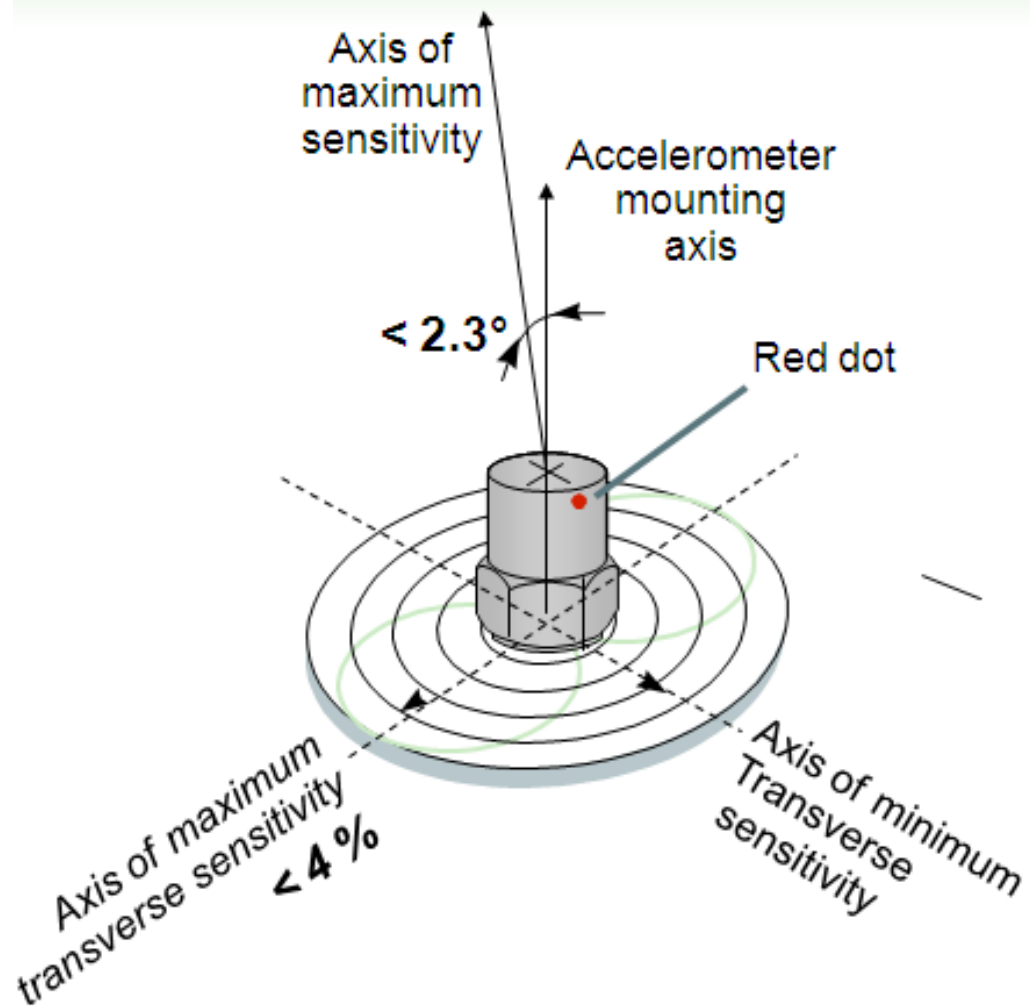
传感器最大灵敏度
方向与主轴不重合。



横向灵敏度与加速度方向的关系图



Transverse Sensitivity



Max. transverse
sensitivity $< 4\%$

4.5 电缆及器件噪声

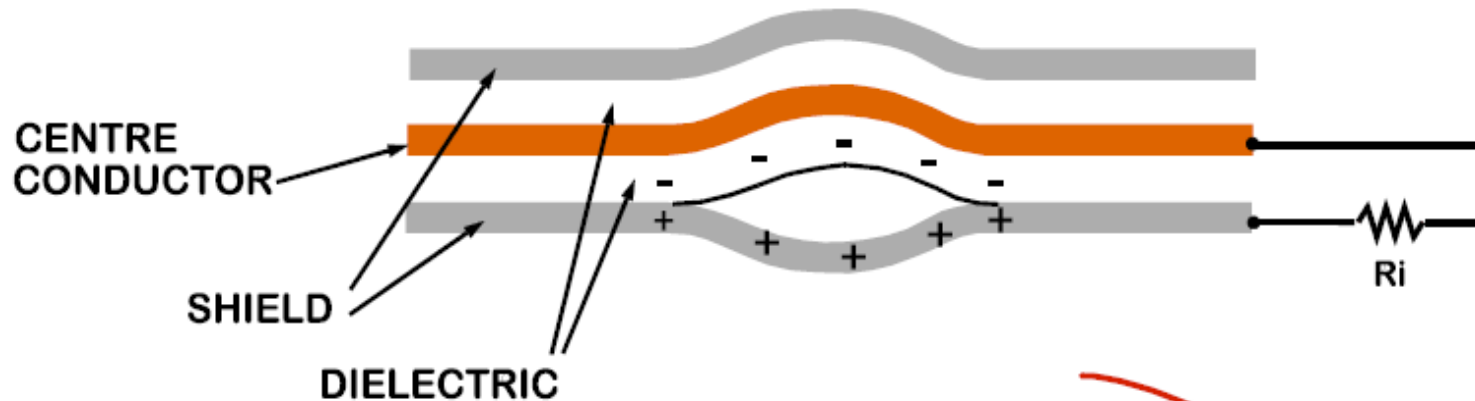
①问题：

- 压电传感器的内阻很大→任何微小的干扰→产生较大的误差
- 为屏蔽掉外部干扰→采用屏蔽电缆
- 传感器电缆承受机械振动和弯曲变形→屏蔽层与绝缘层分离
- 摩擦生电→分离部分的内表面上将产生电荷
- 感生电荷叠加在压电元件输出的电荷上→形成噪声电荷输出

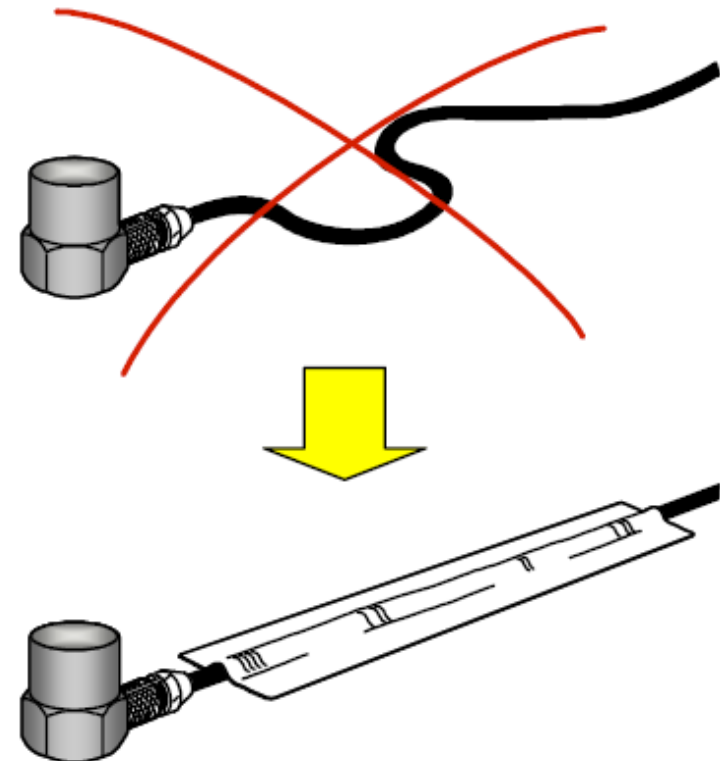
②解决办法

- 将屏蔽线固定；
- 采用特制低噪声同轴射频电缆。这种电缆的内绝织层和屏蔽层之间涂有减摩材料硅油和导电石墨层，它可以有效地防止电缆振动和弯曲而产生的摩擦生电效应，从而减少电缆噪声。

Triboelectric effect



- Charge error signal caused by cable motion
- Tie down cable
- It is essential to use good quality low-noise cable with piezoelectric accelerometers
- Alternatively use IEPE, PR or VC accelerometers.

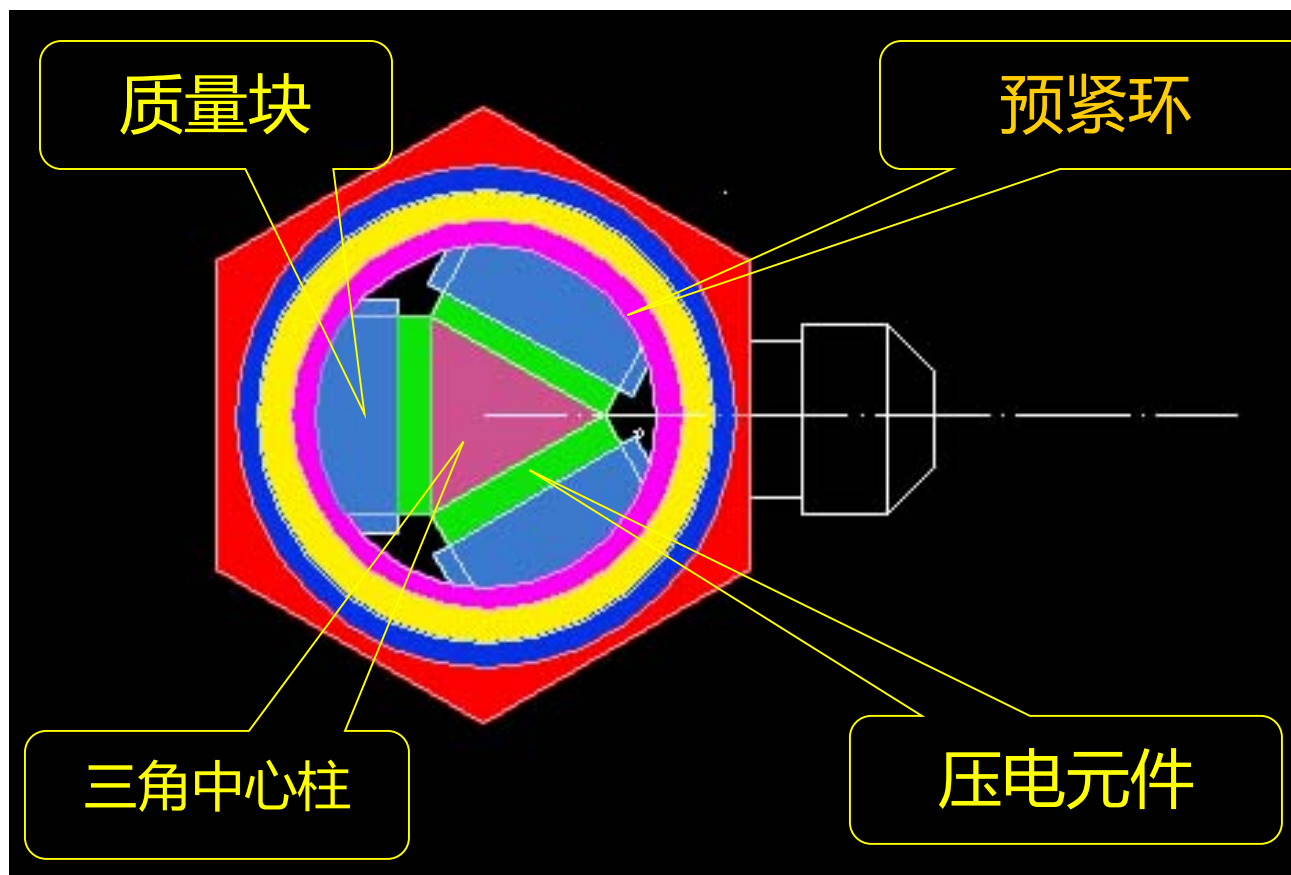


5 压电式传感器的应用

5.1 压电式加速度传感器_结构与工作原理

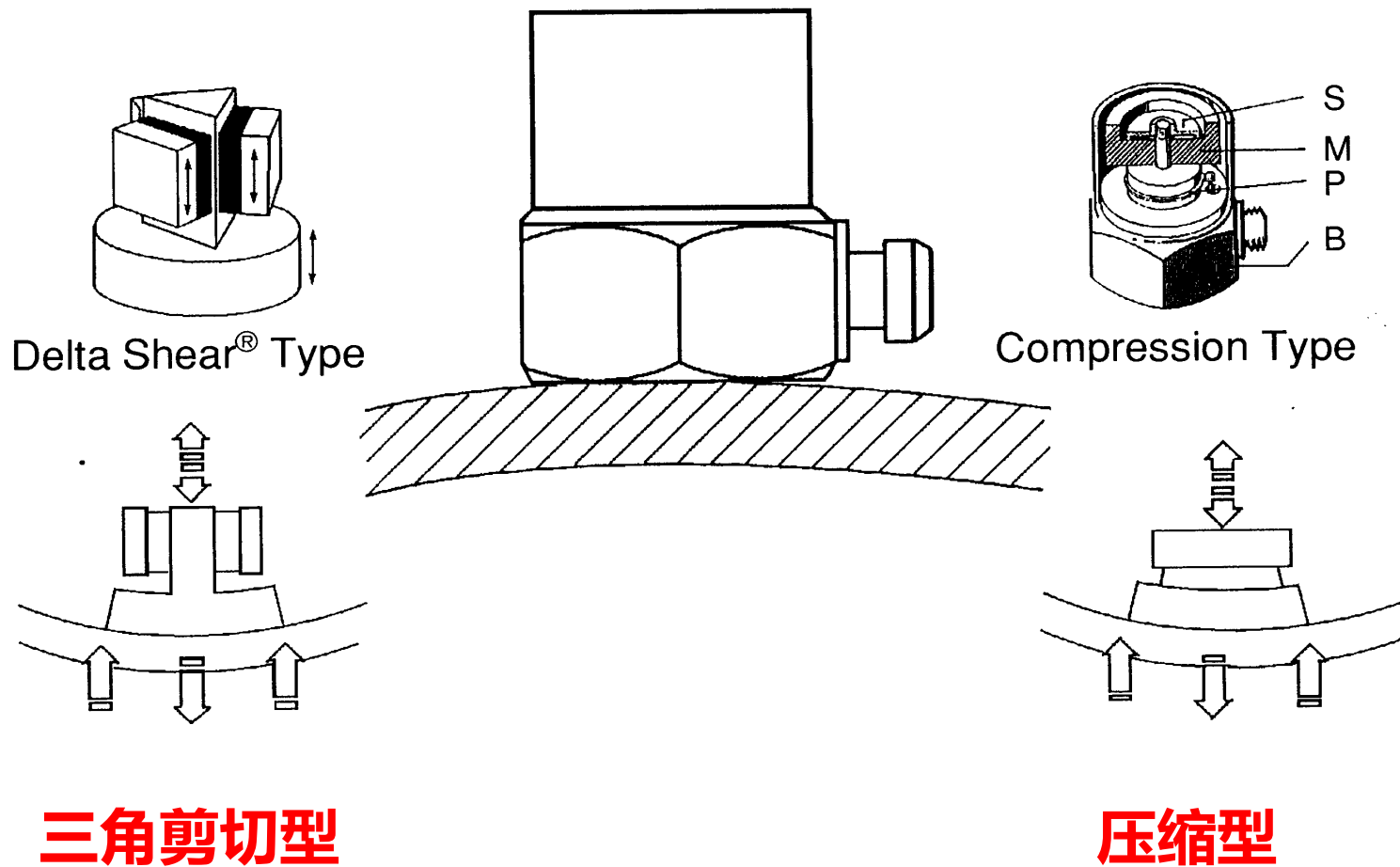
- (1) 压缩型
- (2) 剪切型

三角剪切型



5.1 压电式加速度传感器应用（续）

结构特点与分析



5.2 压电式压力传感器

图5-25是压电式测压传感器的原理简图。它由引线1、壳体2、基座3、压电晶体4、受压膜片5及导电片6组成。

当膜片5受到压力 P 作用后，在一片压电元件上产生的电荷 q 为

$$q = d_{11}F = d_{11}SP$$

式中 F ——作用于压电片上的力；

d_{11} ——压电系数；

P ——压强， $P = \frac{F}{S}$ ；

S ——膜片的有效面积。

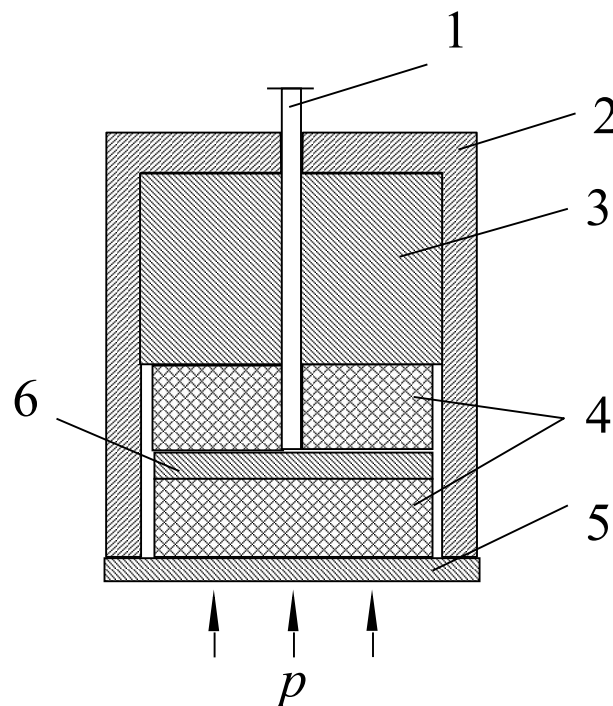


图5-25 压电式测压传感器原理图

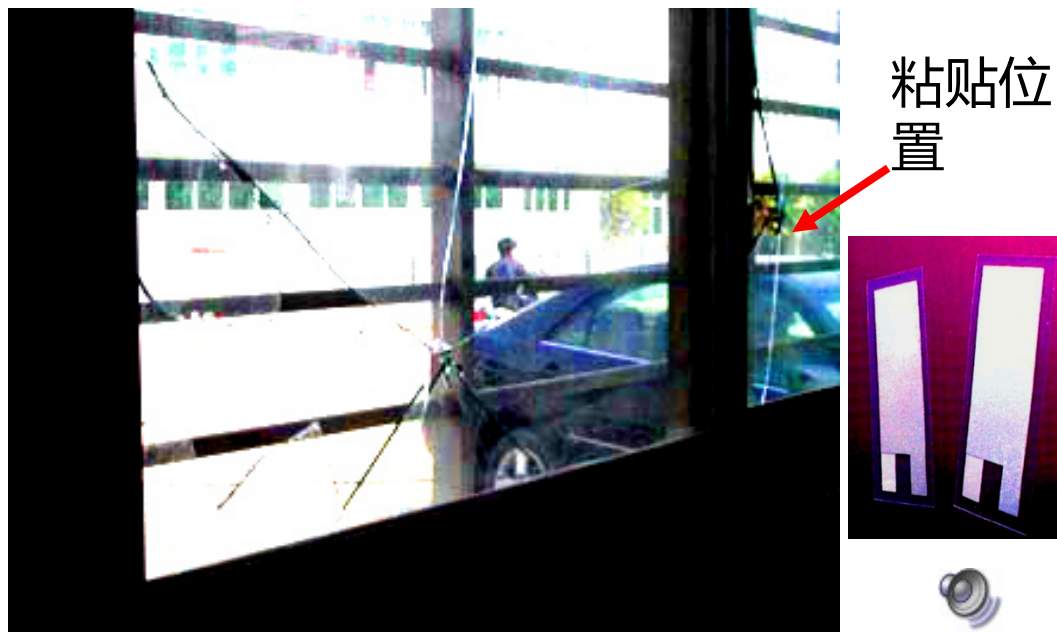
5.3 玻璃打破报警装置

玻璃打破报警装置①

将高分子压电测振薄膜粘贴在玻璃上，可以感受到玻璃破碎时会发出的振动，并将电压信号传送给集中报警系统。

问题：

灵敏度调节问题。

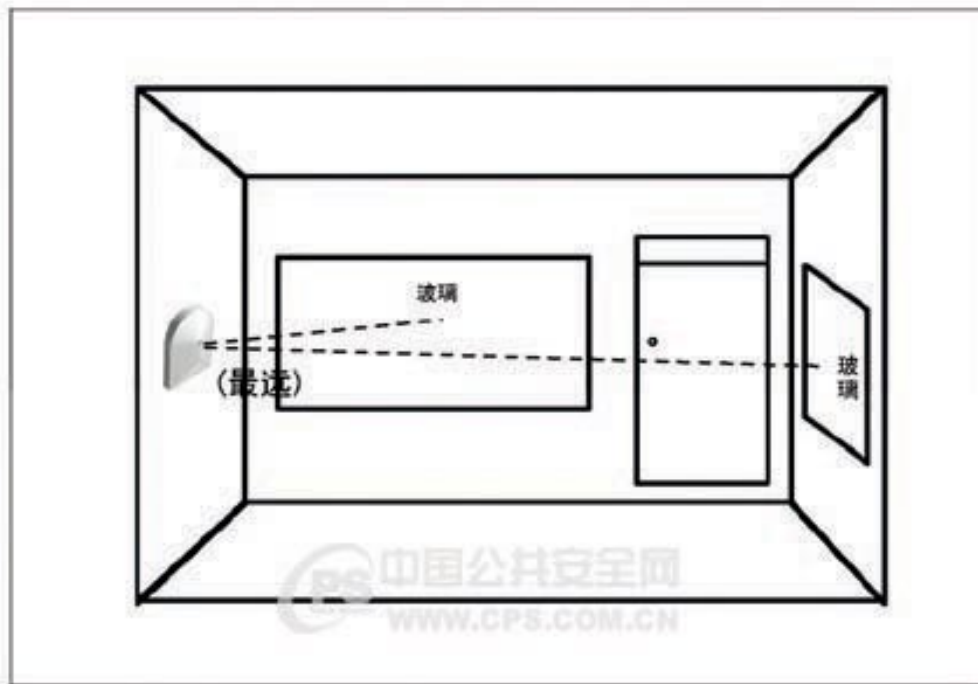


5.3 玻璃打破报警装置（续）

②改进--基于破碎声音测量的玻璃破碎传感器

原理：

- 破碎时发出的响亮刺耳的声音频率：处于大约10~15kHz的高频段。
- 带通放大器的带宽选在10~15KHz的范围内，取出玻璃破碎所产生高频声音。
- 优点：对人的脚步声、说话声、雷雨声等却具有较强的抑制作用，以降低误报率。
- 另一类是双技术玻璃破碎探测器，其中包括声控-震动型和次声波-玻璃破碎高频声响型。



5.3 玻璃打碎报警装置（续）

③次声波—玻璃破碎高频声响双技术玻璃破碎探测器

- 次声波： 频率低于20Hz的声波，属于不可闻声波。

- 发生时刻：

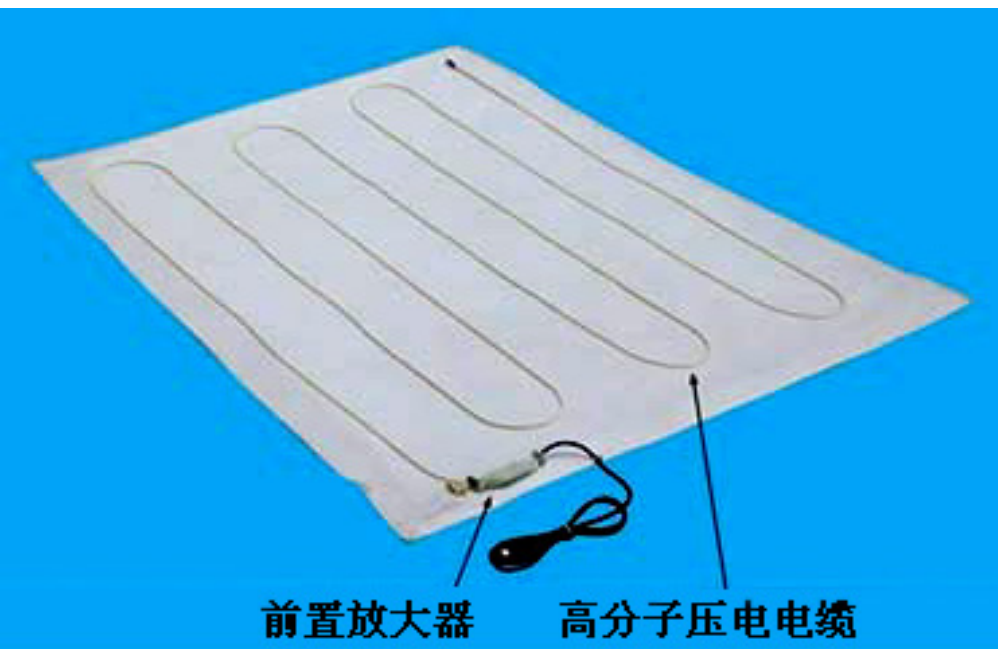
A：玻璃破碎前，会产生一个属于次声波超低频的弹性振动波。当玻璃破碎时，才会发出一高频的声音。

B：入侵者入室时，必打开一个通道。由于室内外环境不同所造成的气压、气流差，会产生超低频的次声波，其频率甚至可低于10Hz以下。

- 当入侵者在打碎玻璃强行人室作案的瞬间，不仅会产生玻璃破碎时的可闻声波和相关物体(如窗框、墙壁等)的振动，还会产生次声波，并在短时间充满室内空间。

5.4 压电踏板

- 根据需要制成薄膜或电缆套管等形状。
- 不易破碎，具有防水性，可以制成较大面积或较长的尺度。



压电式脚踏报警器

作业：

6-1, 6-3, 6-7, 6-8

需要认真看的例题：

例6-5, 例6-7