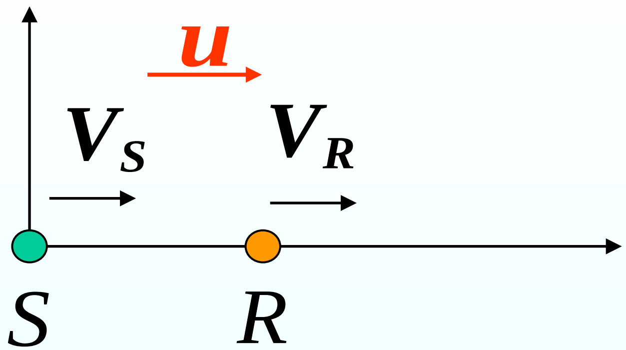
大学物理(下)

华 中 科 技 大 学

张智

zzhang@hust.edu.cn

波源的频率与观测频率的关系式



$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

以 u 的方向为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动，$\nu_R = \nu_S$ $\boxed{\lambda_R = \dfrac{u}{\nu_R}}$

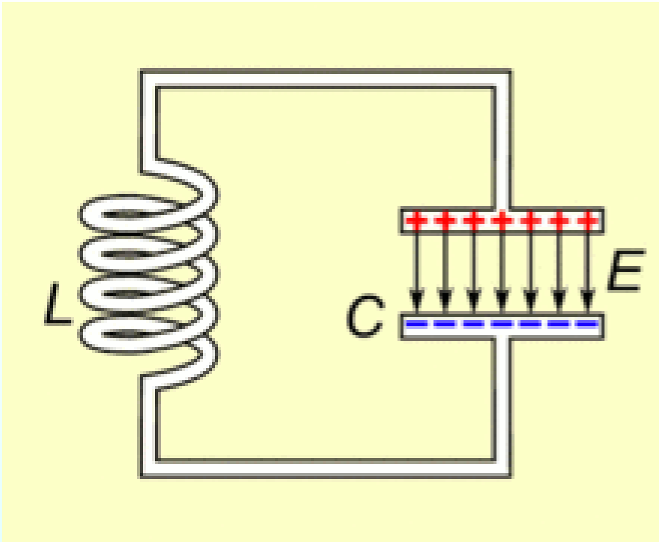
当 $V_S = 0$ 时，
若观察者向波源运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若观察者背离波源运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

当 $V_R = 0$ 时，
若波源向观察者运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若波源背离观察者运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

第9节　电磁振荡与电磁波

一、电磁振荡

1. LC无阻尼振荡（R=0）



(2) 振荡方程

LC电路中，任意 t 时刻都有 $\varepsilon_L = V$

即：$-L\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\dfrac{q}{C}$　　$\boxed{I=\dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{LC}q=0$$ 令：$\omega=\sqrt{\dfrac{1}{LC}}$

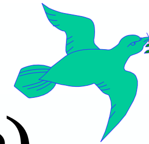
振荡方程：$\dfrac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2q=0$　（类似于 $\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$ ）

解为：$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

q_m、I_m、φ是常量。

2. *LC*振荡电路的能量



$$\boxed{q=q_m\cos(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{I=I_m\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$W_e=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2C}q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$\because\left\{\begin{array}{l}\omega^2=\dfrac{1}{LC}\\[2mm]\dfrac{1}{C}=L\omega^2\end{array}\right.$$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}Lq_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}\frac{1}{C}q_m^2$$ 电能极大值（常数）

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}LI_m^2$$ 磁能极大值（常数）

注意：

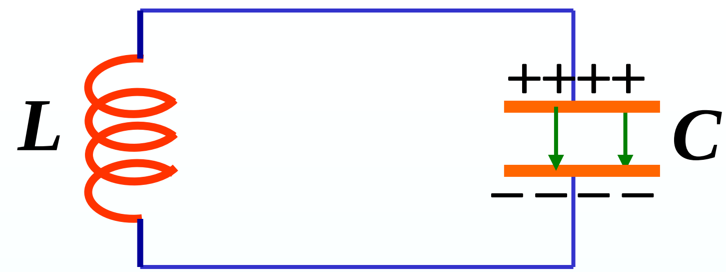
（1） $W_{总}\propto q_m^2$ (电荷振幅）

（2）能量变化的频率是振荡频率的 2 倍

（3） $\overline{W_e}=\overline{W_m}=\dfrac{1}{2}W_{总}$

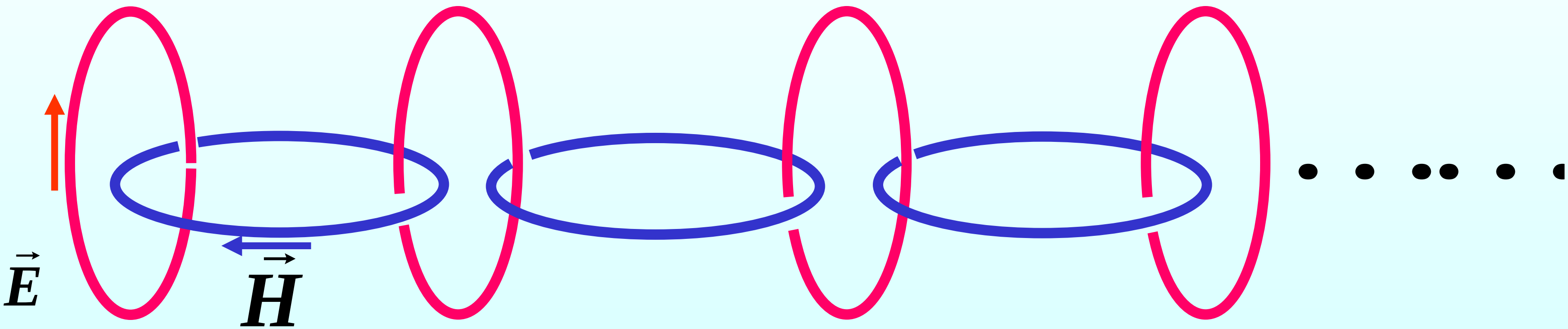
二、电磁波

1. 电磁波产生的条件



只要波源 ——电磁振荡源

根据麦克斯韦理论：变化的磁场与变化的电场互相激发形成电磁波



*LC*振荡电路理论上可以发射电磁波(实际上不能)。

原因：

- 电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中
- $I \propto \omega^4$ 　ω太小，辐射功率很低

平均能流密度

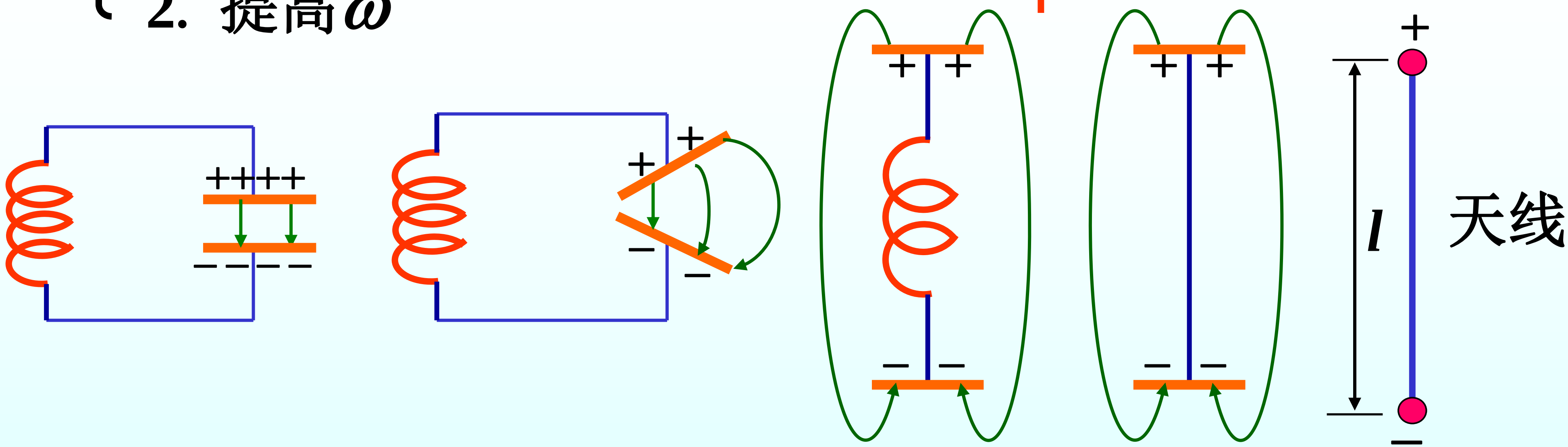
$L = \frac{\psi}{i} = \mu n^2 V$

1. 开放电路
2. 提高ω

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$C = \frac{\varepsilon S}{d}$$

$$L \propto N^2$$



发射天线上电流在往复振荡，两端出现正、负交替等量异号电荷 $q = q_0 \cos \omega t$

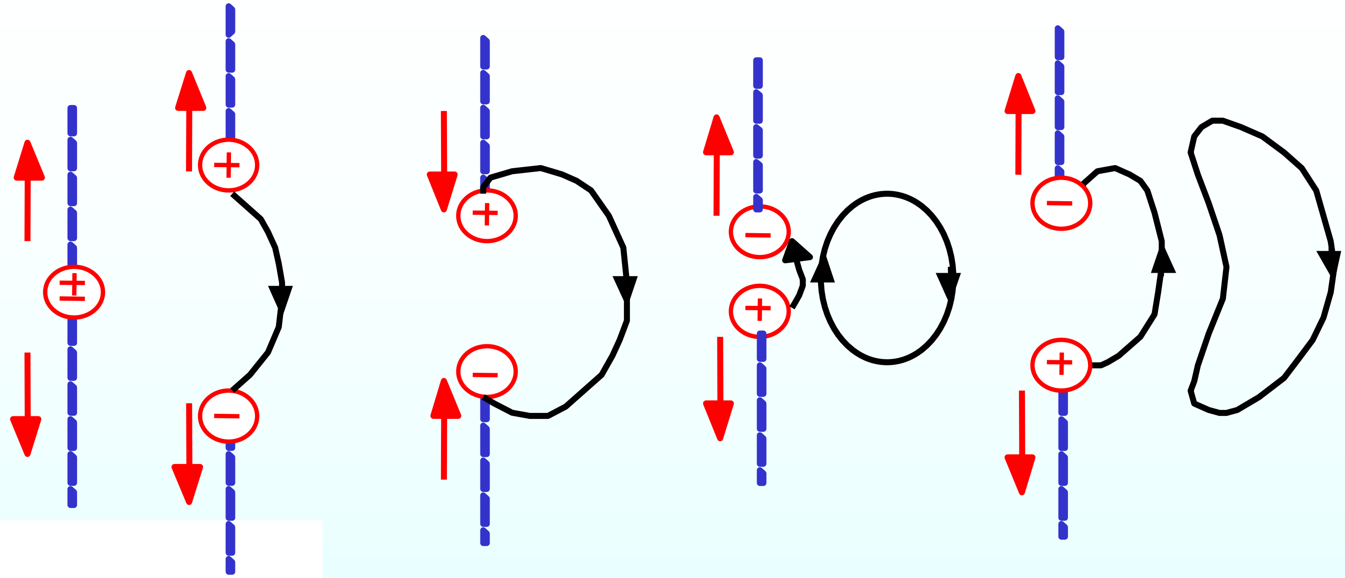
天线上存在振荡的电偶极子：$p = ql = q_0 l \cos \omega t$

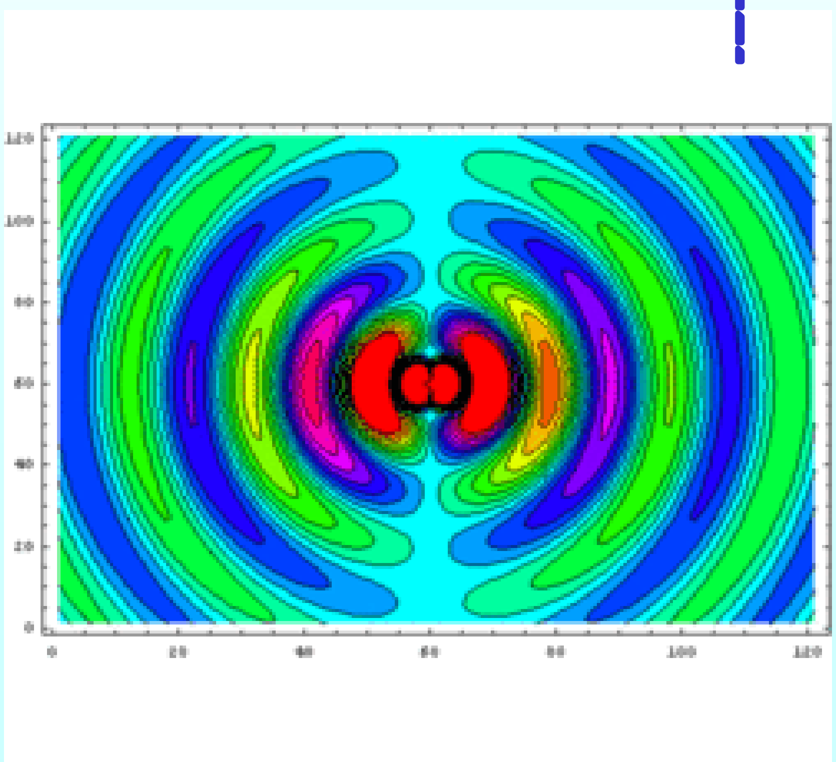
$$p = p_0 \cos \omega t$$

发射天线 = 振荡的电偶极子(产生电磁振荡，发射电磁波)

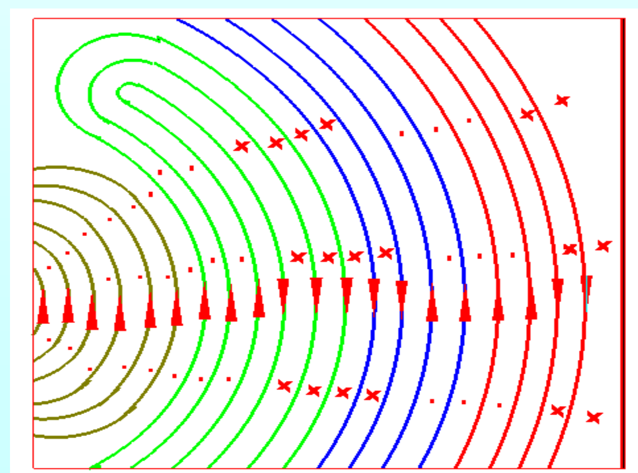
2. 振荡电偶极子辐射的电磁波

一条闭合电场线的形成过程

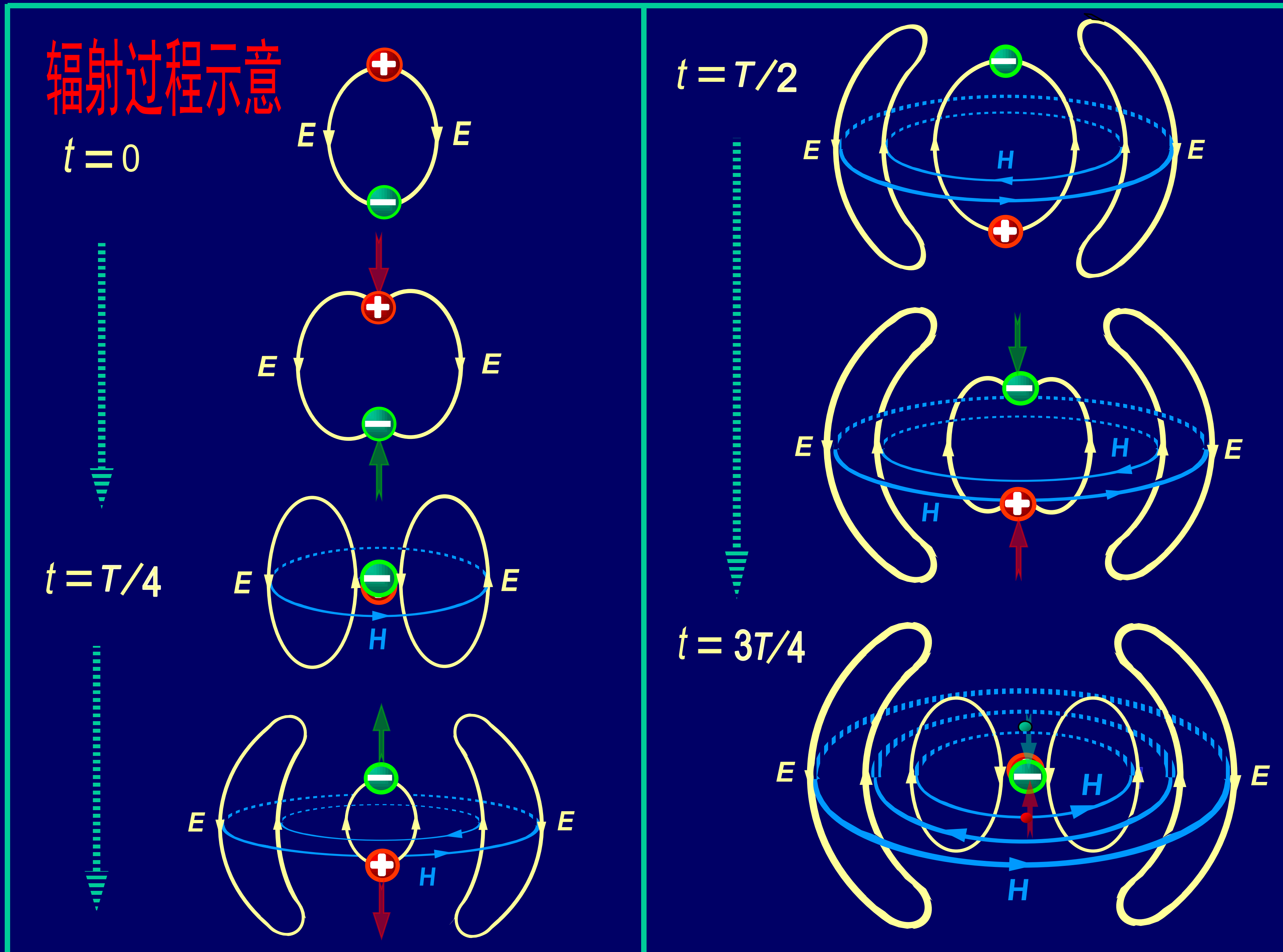


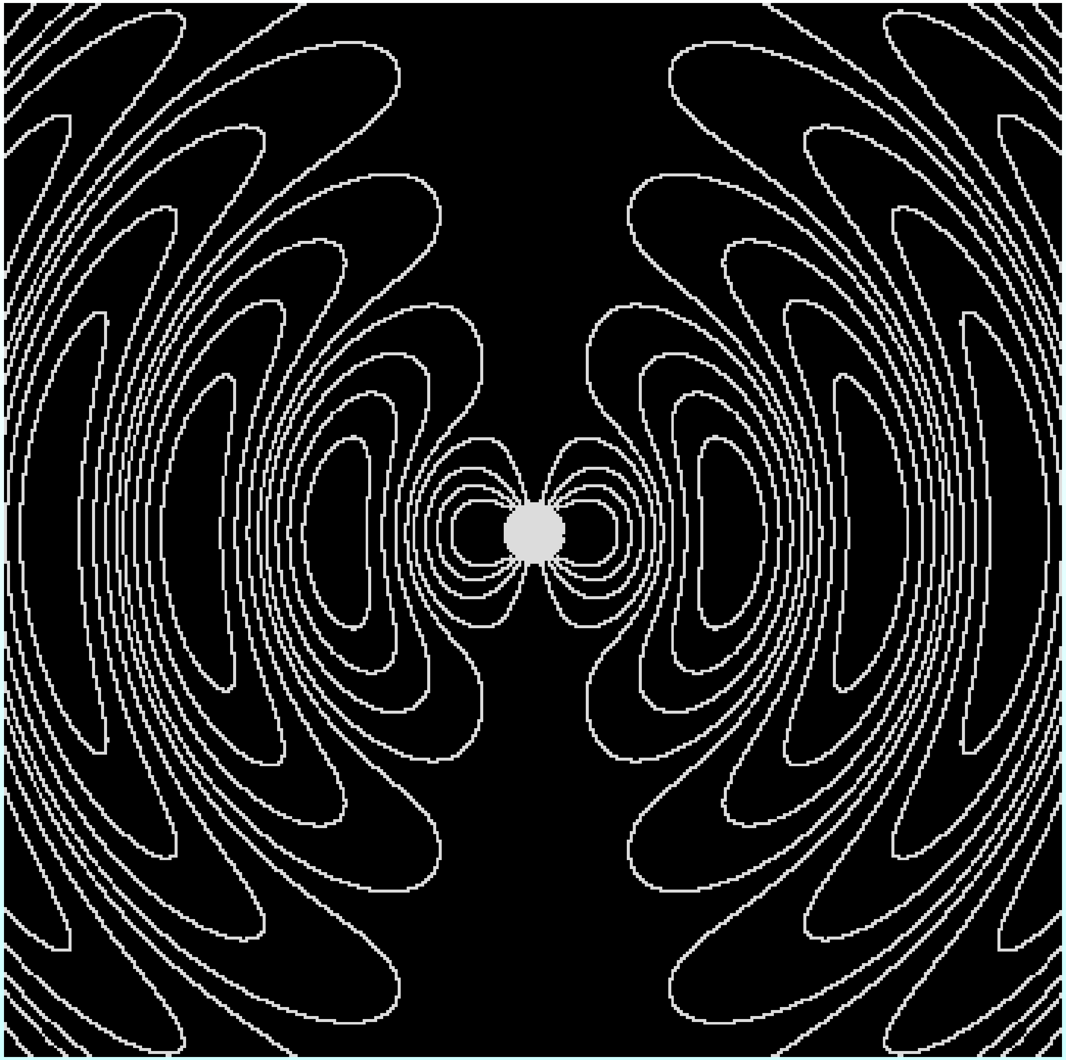


沿偶极子方向辐射为零，
垂直于偶极子方向辐射最强。



辐射过程示意





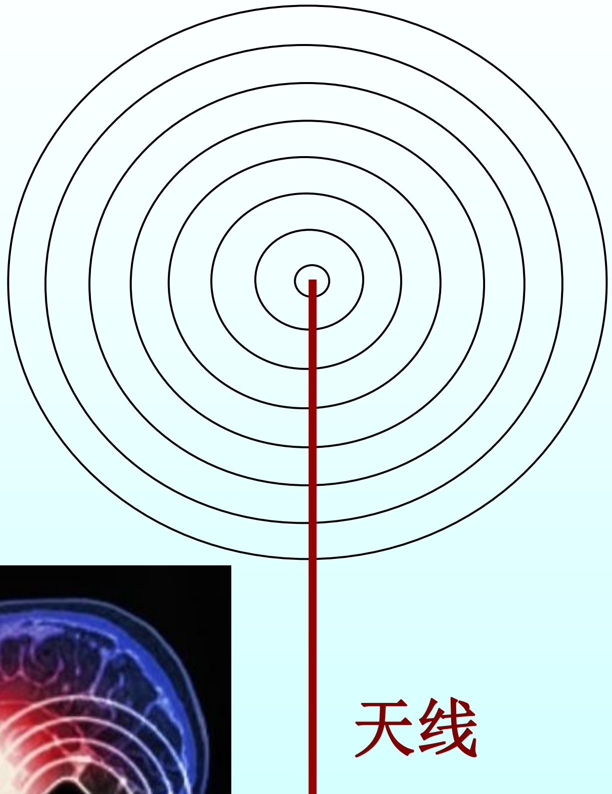
(电场线)

沿电偶极子方向辐射为零;

垂直于电偶极子方向辐射最强。

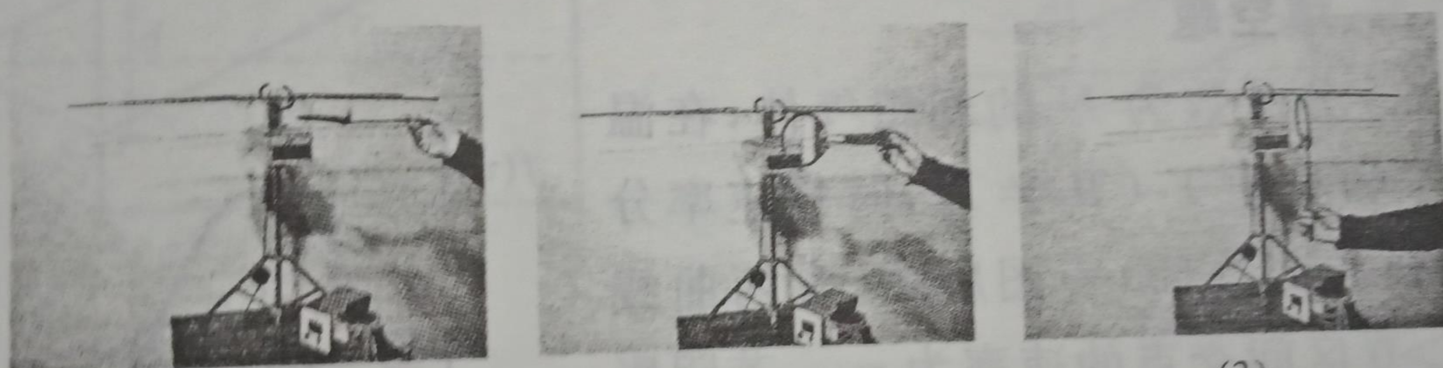
讨论：

手机天线的方向



教学视频-电磁波

工作时，对如试卷(8)-3 图(1)、(2)、(3)所示的三种操作方式，接在铜环中的小灯泡最亮的是 [ ]



(1) (2) (3)

试卷(8)-3 图

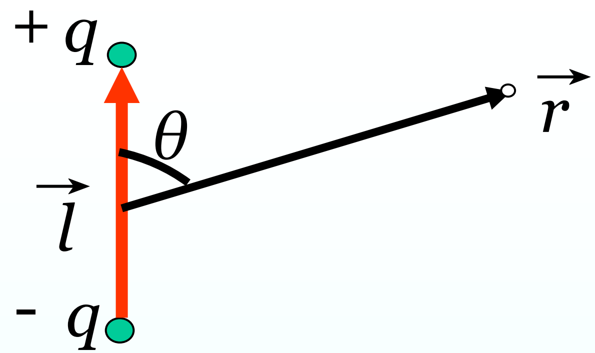
(A) (1) (B) (2) (C) (3) (D) 不能判定

3. 平面电磁波

(1)　球面波

电场和磁场的波动方程：

$$\begin{cases} E = E_m \cos\omega\left(t - \dfrac{r}{u}\right) \\ H = H_m \cos\omega\left(t - \dfrac{r}{u}\right) \end{cases}$$

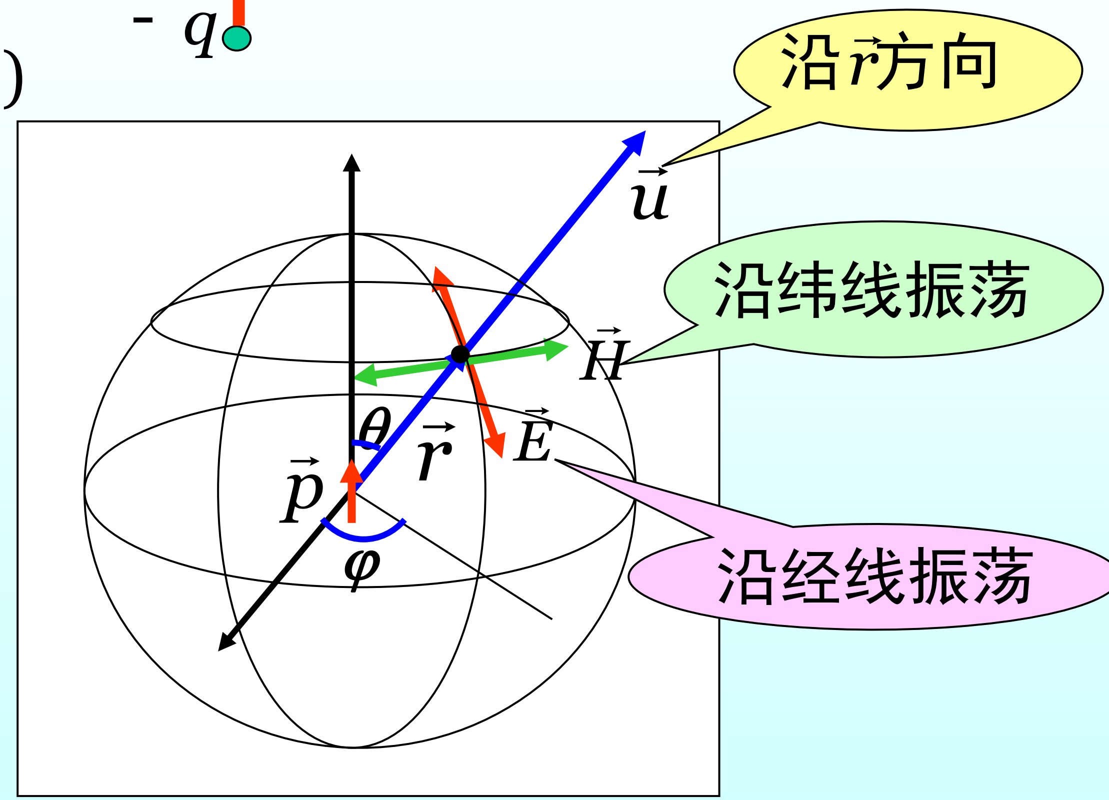


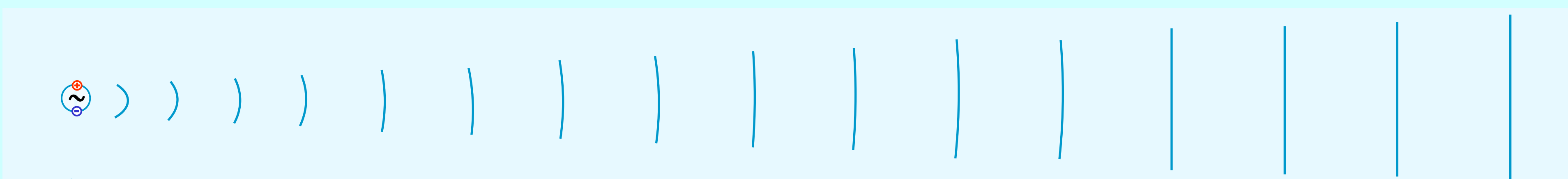
可以证明：

$$E_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi\varepsilon u^2 r}$$

$$H_m = \frac{\omega^2 p_m \sin\theta}{4\pi u r}$$

$$p_m = q_m l$$

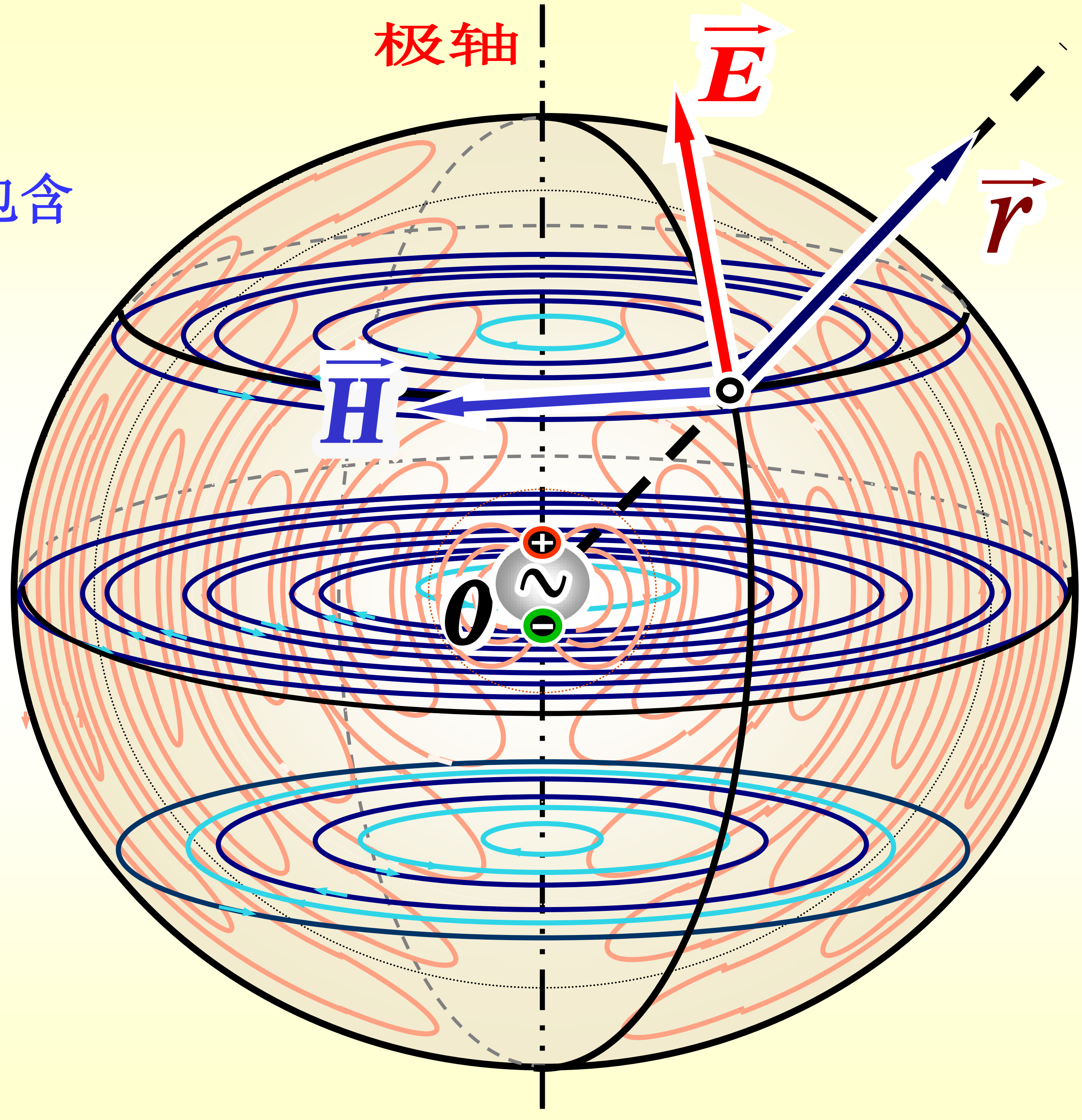




波源

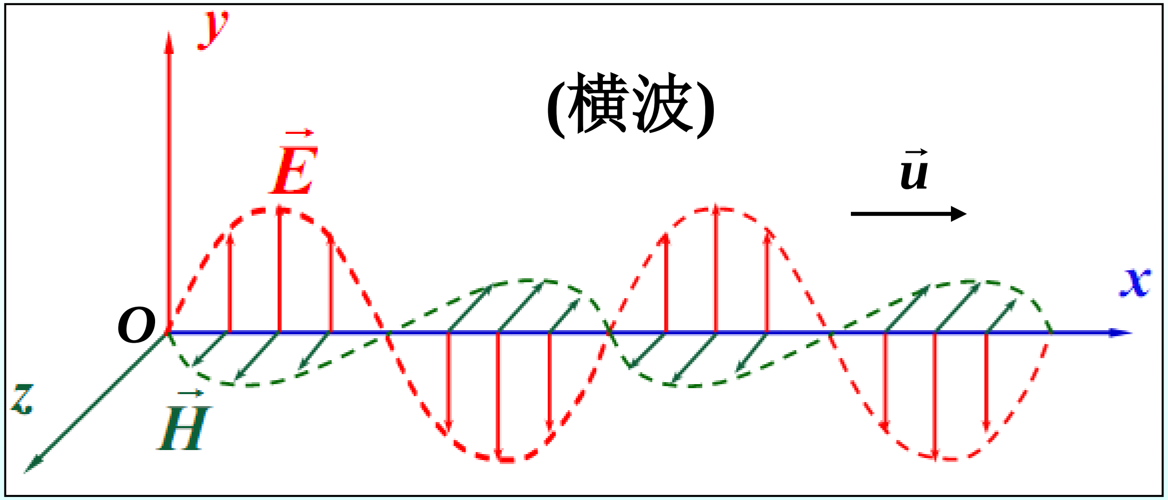
远离波源处的波面近似于平面

- $\vec{E}$在子午面(一系列包含极轴的平面)内。
- $\vec{H}$在与赤道面平行的平面内。
- 任意点的 $\vec{H}$ 与 $\vec{E}$ 相互垂直。
- 电磁波的传播方向 $\vec{r}$ 沿$\vec{E}\times\vec{H}$的方向。



（2）平面电磁波的波函数：

理论和实践都证明：若电场 $\vec{E}$ 在 Y 方向振动，磁场 $\vec{H}$ 在 Z 方向振动，则电磁波在 X 方向传播。

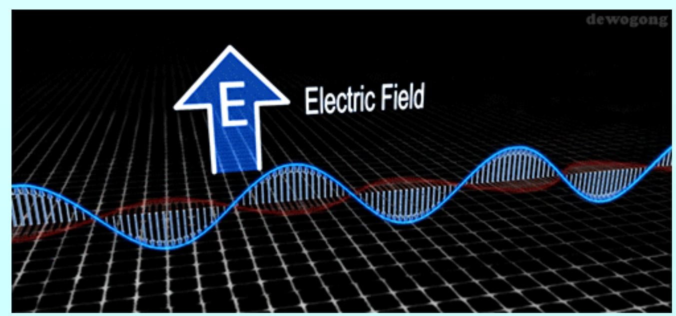


$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是电磁波的传播方向

$\vec{u} \mathbin{/\mkern-6mu/} \vec{E}\times\vec{H}$

波函数：$E_y = E_{ym}\cos\omega\left(t - \dfrac{x}{u}\right)$

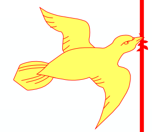
$$H_z = H_{zm}\cos\omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$



其中：$u^2 = \dfrac{1}{\varepsilon\mu}$

波速 方向？

（3）平面电磁波的性质：



$$E_y = E_{ym}\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$$
$$H_z = H_{zm}\cos\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)$$

1. 电磁波的速度：$u=1/\sqrt{\varepsilon\mu}$

电磁波在真空中的速度：$u_0=1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=3\times10^8 m\cdot s^{-1}$

$\sqrt{E_x^2+E_y^2+E_z^2}$　　$\sqrt{H_x^2+H_y^2+H_z^2}$

2. $\vec{E}$ 和 $\vec{H}$ 的变化是同步的，位相相同，并有数值关系：

$$\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H \qquad H=\frac{B}{\mu} \Rightarrow E=\frac{B}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=uB$$

$$\sqrt{\varepsilon}E_x\neq\sqrt{\mu}H_x$$

在真空中：　$E=cB$　　$B<<E$

3. $\vec{E}\perp\vec{H}\perp\vec{u}$　　$\vec{E}\times\vec{H}$ 的方向就是$\vec{u}$的方向

$\vec{E}$ $\vec{H}$在各自的平面上振动，是横波。

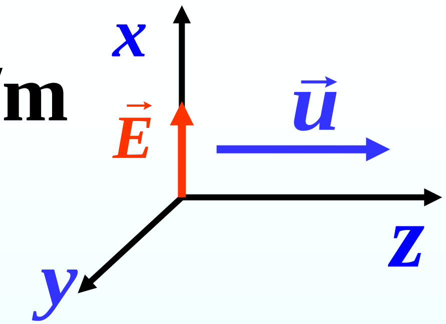
4. 电磁波的频率，等于偶极子的振动频率。

5. 电磁波具有反射、折射、干涉、衍射、偏振等特性。

例: 已知真空中电磁波的电场表达式:

$$E_x = 0.5\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \text{V/m}$$

$$E_y = 0 \qquad E_z = 0$$



求:（1）$\vec{E}$的振幅、频率、波长、波速、传播方向?

（2）$\vec{H}$的表达式?

解:（1） $E_m = 0.5\ \text{V/m}$

$$\nu = 10^8\text{Hz}$$

$$u = c = 3\times10^8\text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 3\text{m}$$

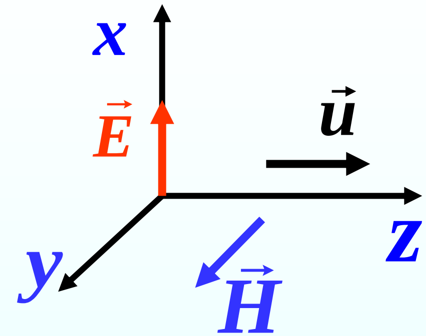
沿 z 正向传播

$$\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}H_m$$

（2）$\vec{H}$的表达式

$\because \vec{H} \perp \vec{E}$ 且 $\vec{E}\times\vec{H}$ 沿 $\vec{u}$

$\therefore \vec{H}$ 沿 y 轴振动 $H_x=H_z=0$



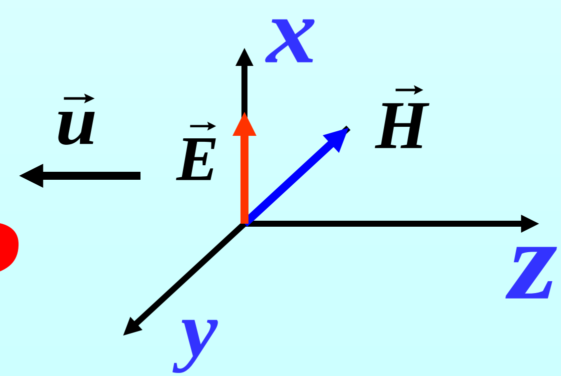
$$H_y=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]$$

$$=1\cdot32\times10^{-3}\cos[2\pi\times10^8(t-\frac{z}{3\times10^8})]\ \mathrm{A/m}$$

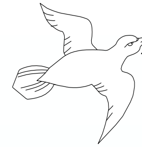
问：若波沿 z 轴反方向传播，方程如何写？

$$E=E_x=E_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})$$

$$H=H_y=\ \ H_m\cos\omega(t+\frac{z}{u})\ ?$$



（4） 电磁波的能量



$$\boxed{\sqrt{\varepsilon}E_m = \sqrt{\mu}H_m}$$

a) 能量密度

$$w = w_e + w_m = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \varepsilon E^2 = \mu H^2 = \sqrt{\varepsilon\mu}EH = \frac{1}{u}EH$$

总能量 $w = \int_V w dV$

b) 能流密度 （坡印廷矢量）

定义：单位时间内通过与传播方向垂直的单位面积的能量，指向能量传播的方向。

$$S = wu = EH \qquad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

$$E = E_m \cos\omega(t - \frac{x}{u}) \qquad H = H_m \cos\omega(t - \frac{x}{u})$$

平均能流密度： $\overline{S} = \frac{1}{2}E_m H_m$

即波强，正比于振幅的平方

$$\overline{S} \propto E_m^2, \quad \overline{S} \propto H_m^2$$

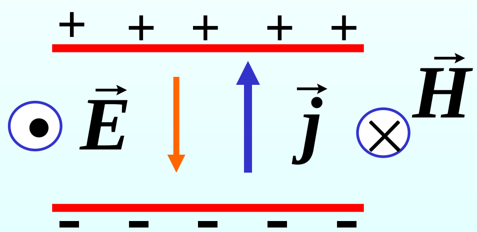
$$\boxed{\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}}$$

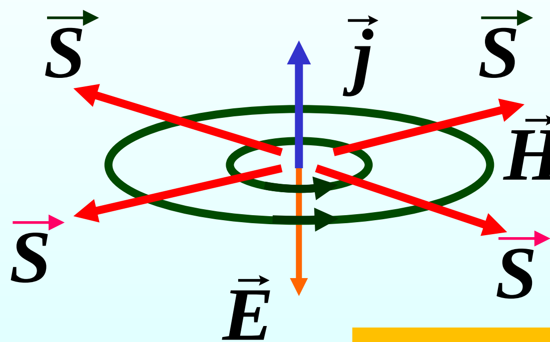
注：$\vec{S}$不仅适用于变化的电磁场，也适用于稳恒场。

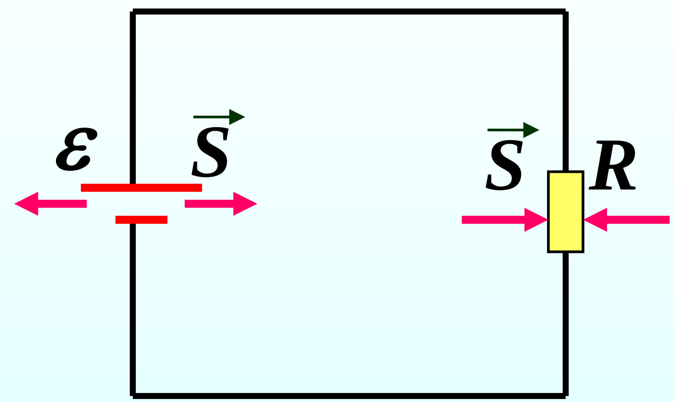
在稳恒场中，电磁能也是场传播的。

例：直流电路中的能量传递。

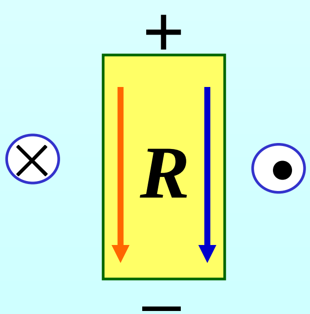
电源：

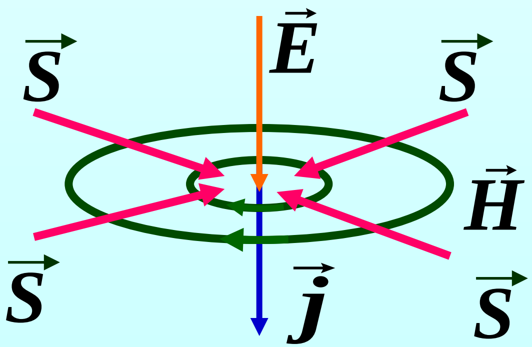






负载：





结论：

(1)电源的能量是通过电磁场从电源的侧面传出。

(2)电阻消耗的能量是通过电磁场从电阻的侧面传入。

导线起引导场能的作用。

例： 在地面上测得太阳光的平均能流密度约为1.4kW/m²。

（1）求E和B的最大值；

（2）从地球到太阳的距离约为1.5×10^{11}m，试求太阳的总辐射功率。

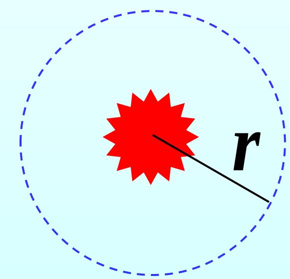
$$\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}H_m$$

$$H_m=\frac{B_m}{\mu_0} \qquad c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

解： (1) $\bar{S}=\frac{1}{2}E_mH_m=\frac{1}{2}E_m\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_m$

$$E_m^2=2\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\bar{S}=2c\mu_0\bar{S}$$

$$E_m=\sqrt{2c\mu_0\bar{S}}=1.03\times10^3\,\mathrm{V/m}$$



$$\sqrt{\varepsilon_0}E_m=\sqrt{\mu_0}\frac{B_m}{\mu_0} \qquad B_m=\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}E_m=\frac{E_m}{c}=3.43\times10^{-6}\,\mathrm{T}$$

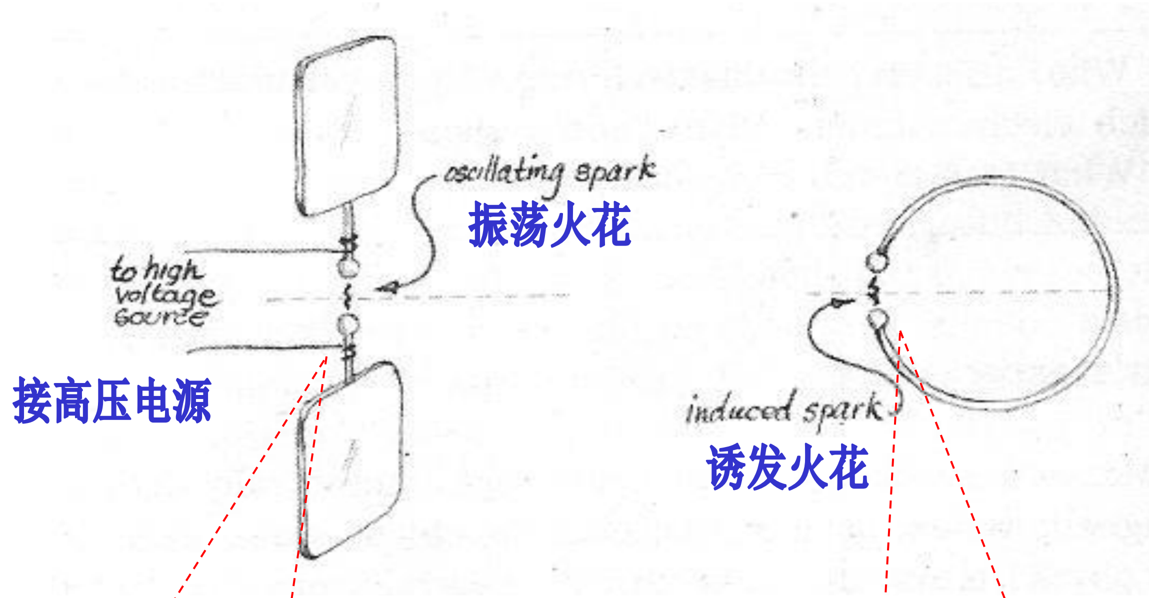
(2) $P=\bar{S}\cdot4\pi r^2=3.96\times10^{26}\,\mathrm{W}$ （约1.42×10^{27}度）。

武汉市2010年夏季日用电量峰值不到1.5亿千瓦时(1.5×10^8度)。

麦克斯韦于1865年预言电磁波的存在。

1888年，赫兹首次用电磁振荡实验证实了电磁波的存在。

赫兹(1857–1894)



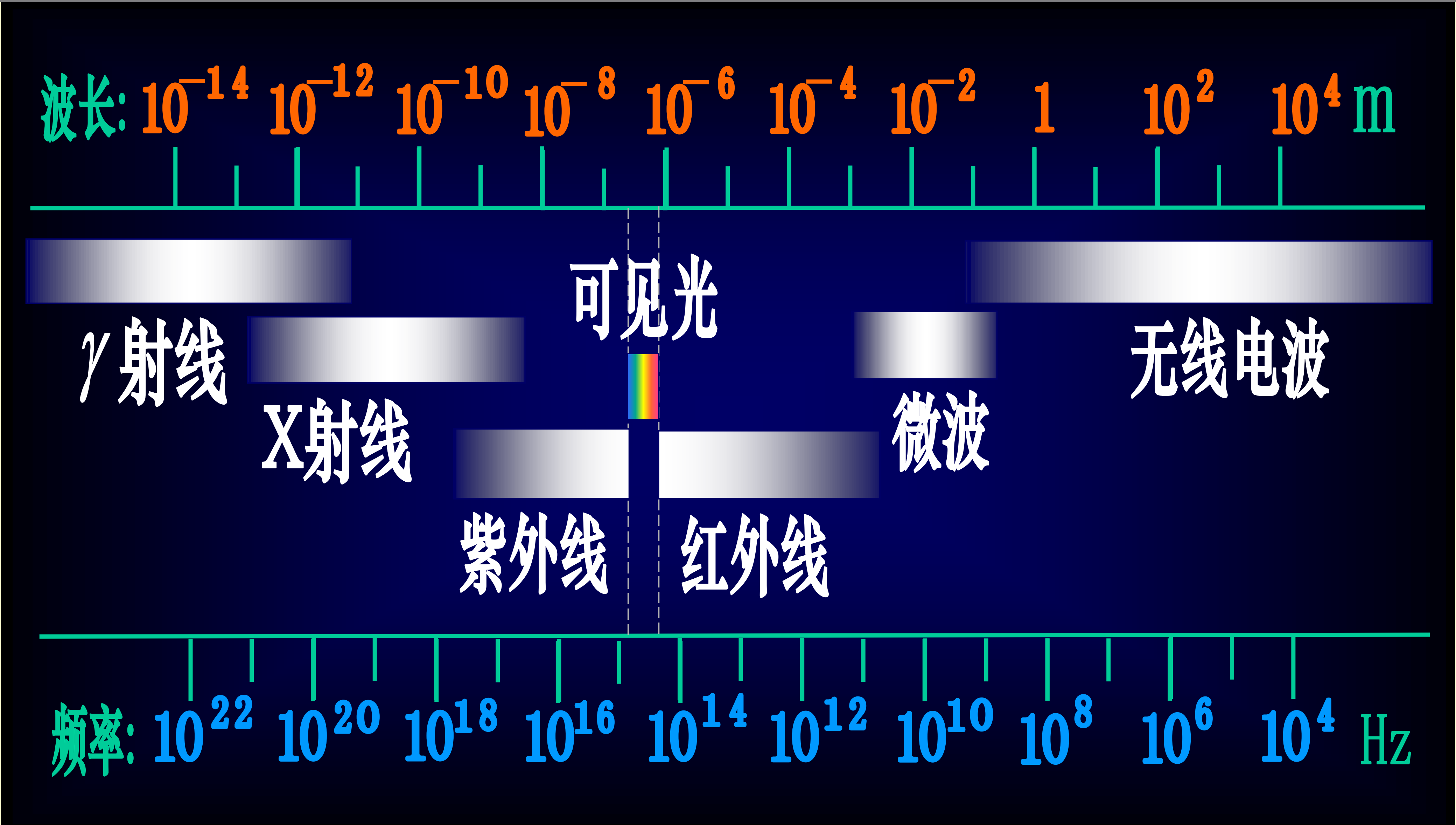
发射

将感应线圈电极产生的振荡高压，接至带有铜球和锌板的导体棒，两铜球之间产生振荡火花，发射电磁波。

接收

弯成圆弧形的铜线两端接有铜球，调节铜球间的距离，能产生诱发火花，表明接收到电磁波。

电磁波谱

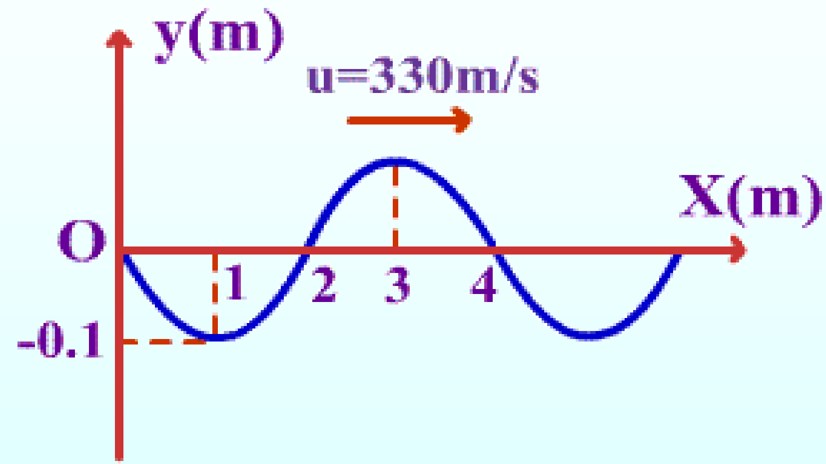


波长: 10^{-14} 10^{-12} 10^{-10} 10^{-8} 10^{-6} 10^{-4} 10^{-2} 1 10^{2} 10^{4} m
可见光
γ射线
X射线
微波
无线电波
紫外线
红外线
频率: 10^{22} 10^{20} 10^{18} 10^{16} 10^{14} 10^{12} 10^{10} 10^{8} 10^{6} 10^{4} Hz

小测验

1. 平面简谐波 $y = A\cos(\omega t - k\,x)$, 在$x_o$=4λ处(固定端）反射, 求驻波的波函数.

2. 图为一平面简谐波在t=T/4时的波形曲线。求波动方程。



3. 两相干波源振幅相等，相距1/4个波长。欲使两波源连线的一侧延长线上各点干涉相长，而另一侧延长线上各点干涉相消，两波源的初位相差应满足什么条件才行?