大学物理(下)

华 中 科 技 大 学

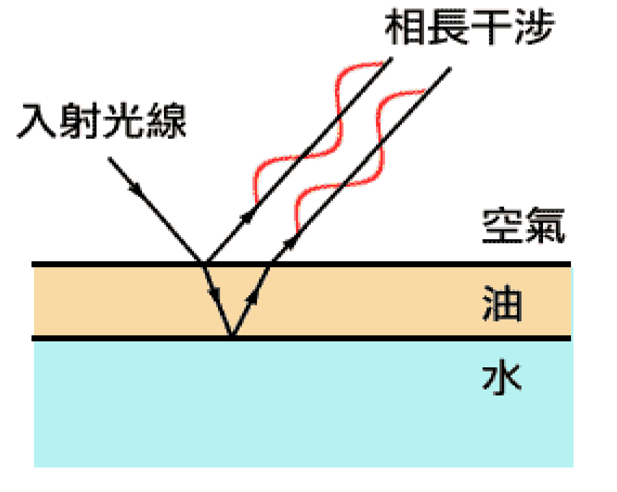
张智

zzhang@hust.edu.cn

第五篇
光学
(Optics)

第4节　分振幅干涉

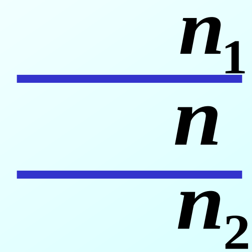
薄膜干涉



1.　等倾干涉　（厚度均匀的薄膜干涉）

2.　等厚干涉　（厚度不均匀的薄膜干涉）

◆ 明暗条件中是否考虑半波损失，要看 n_1, n, n_2 的关系。

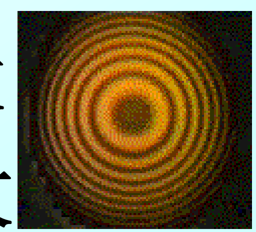


$$\left.\begin{array}{l} n_1 > n > n_2 \\ n_1 < n < n_2 \end{array}\right\}$$ 不考虑！

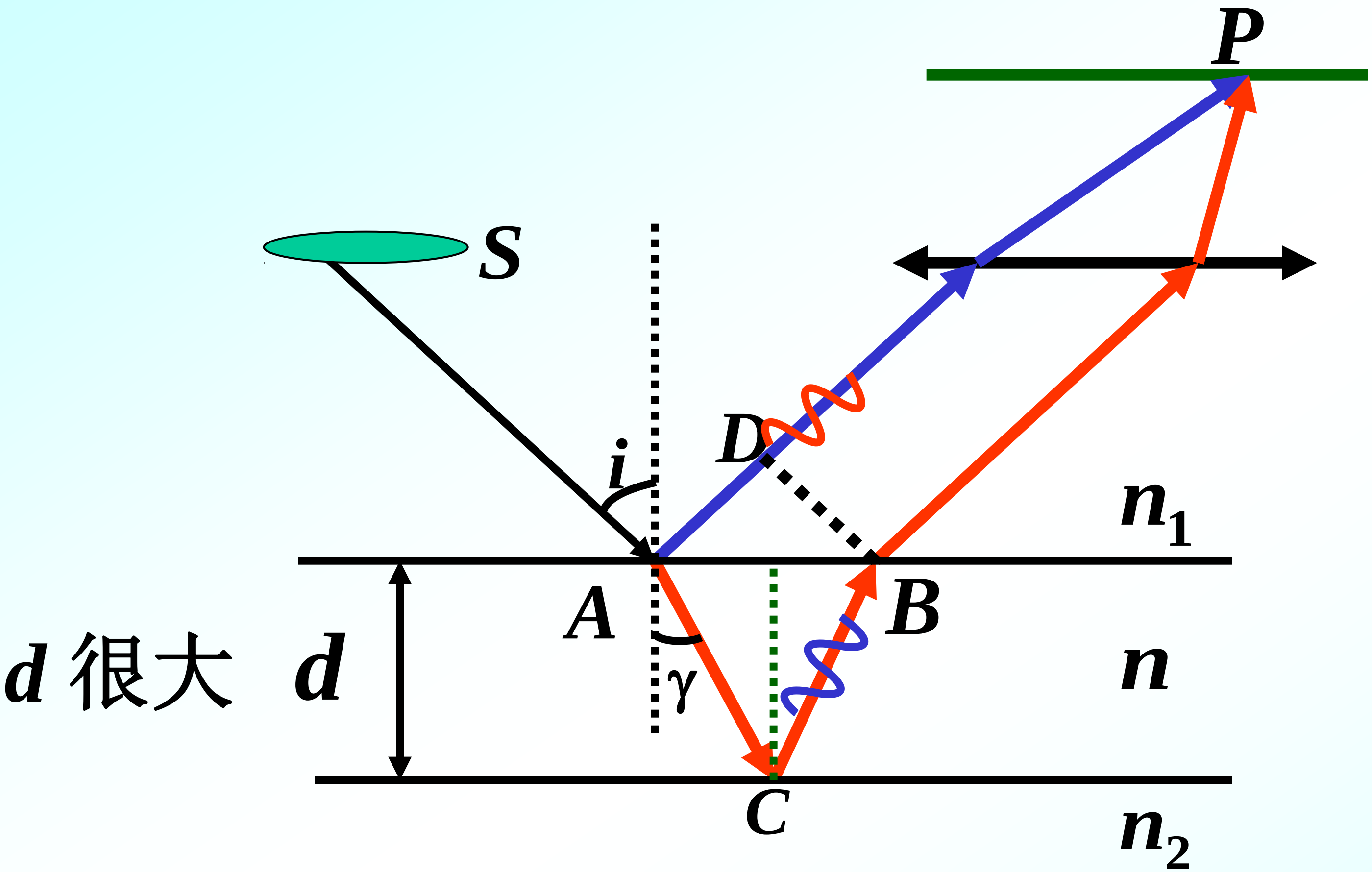
$$\left.\begin{array}{l} n_1 > n < n_2 \\ n_1 < n > n_2 \end{array}\right\}$$ 要加 $\frac{\lambda}{2}$ ！

(真空中的波长)

$$2d\sqrt{n^2 - n_1^2 \sin^2 i} \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots) \cdots \text{暗纹} \end{cases}$$



问题：为什么在玻璃板上看不到干涉现象？



答曰：时间相干性的限制。

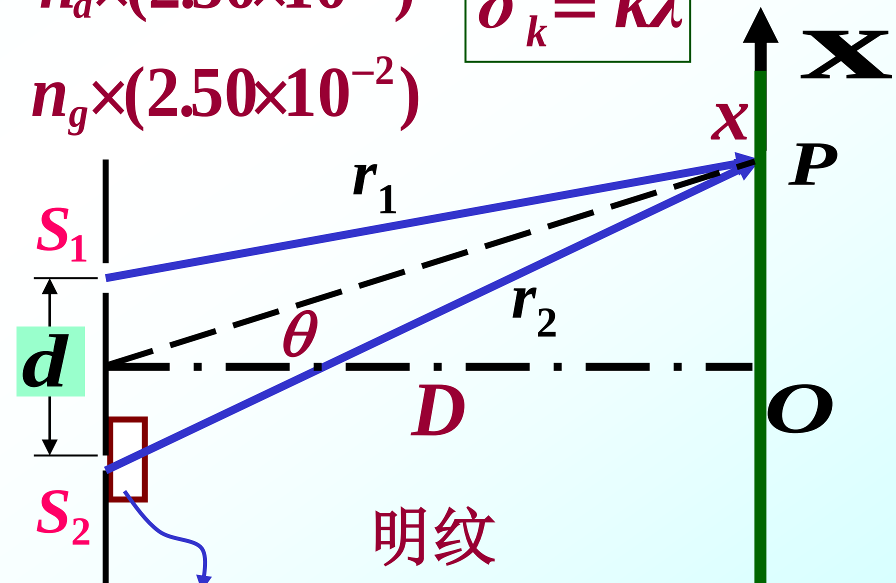
$n_a(r_2-r_1)=k'\lambda$ $(n_g-n_a)l+n_a(r_2-r_1)=k\lambda$ $k=k'\pm 21$

$(n_g-n_a)\,l=\pm 21\lambda$ $(n_g-n_a)\,l=21\lambda$

解：

容器中 { 充满空气时光程为 $n_a\times(2.50\times10^{-2})$；充满试验气体时光程为 $n_g\times(2.50\times10^{-2})$ }

$\boxed{\delta_k=k\lambda}$



设$n_g>n_a$，则据题意光程的改变为，

$$(n_g-n_a)\times2.5\times10^{-2}=21\lambda$$

故 $n_g=1.000827$

若$n_g<n_a$，则据题意光程的改变为，

$$(n_g-n_a)\times2.5\times10^{-2}=-21\lambda$$

$\Downarrow$

$n_g<0$，无意义。

$n=c/u$

$$\delta_k=[n_gl+n_a(r_2-l)]-n_ar_1=k\lambda$$

$$(n_g-n_a)\,l+n_a(r_2-r_1)=k\lambda$$

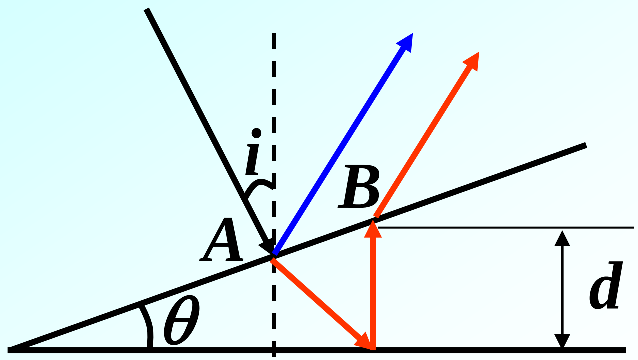
$$r_2-r_1=d\sin\theta=d\cdot x/D$$

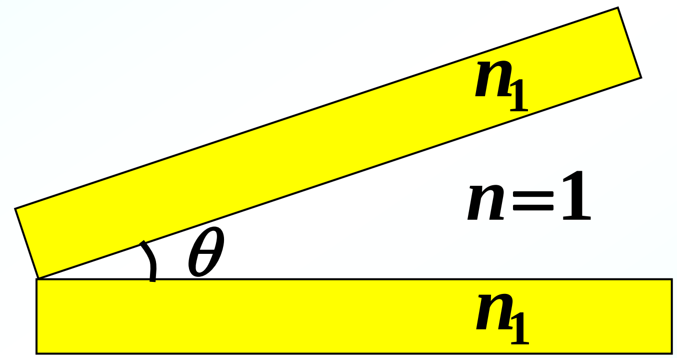
$$\boxed{x_k=k\frac{D}{n_ad}\lambda-\frac{D}{n_ad}(n_g-n_a)l}$$

2.等厚干涉（厚度不均匀的薄膜干涉）

$$\left.\begin{array}{l} n_1>n<n_2 \\ n_1<n>n_2 \end{array}\right\} \text{要加 } \frac{\lambda}{2}\text{！}$$

1）劈尖干涉 （空气隙劈尖）





B处（厚度为d）的明暗条件：

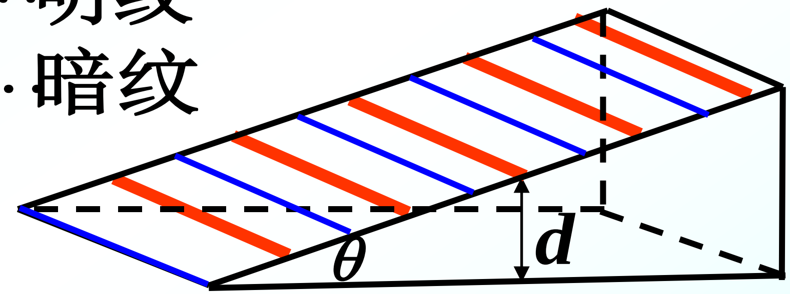
$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$

若 $i=0$，并注意到 $n=1$，代入上式得：

$$\boxed{\delta=\Delta r=2d+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}}$$

$$\boxed{\delta = \Delta r = 2d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}}$$

或
$$2nd = \begin{cases} (2k-1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=1,2,\cdots) \cdots \text{明纹} \\ k\lambda & (k=0,1,2\cdots)\cdots \text{暗纹} \end{cases}$$



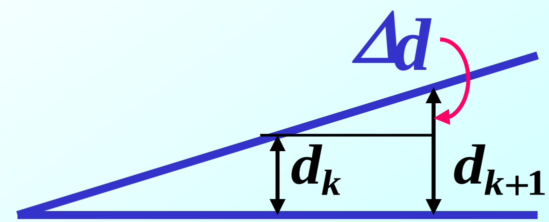
干涉条纹的分布特征:

(1)每一k 值对应劈尖某一确定厚度d

即同一级条纹对应同一厚度 ——等厚条纹

干涉条纹是一组与棱边平行的明暗相间的条纹

(2)棱边处 $d=0$
$$\begin{cases} n_1 = n_2 \neq n & \text{对应着暗纹} \\ n_1 < n < n_2 & \text{对应着亮纹} \end{cases}$$

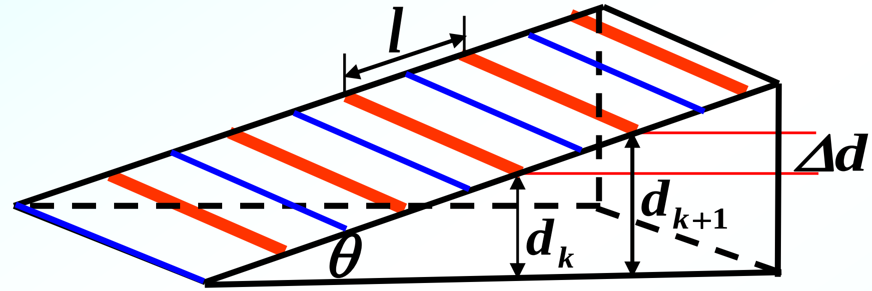


(3)相邻两明（暗）纹间对应的厚度差为:

$$\left.\begin{aligned} 2d + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2(d+\Delta d) + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned}\right\} \longrightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{2} \quad \left(\frac{\lambda}{2n}\right)$$

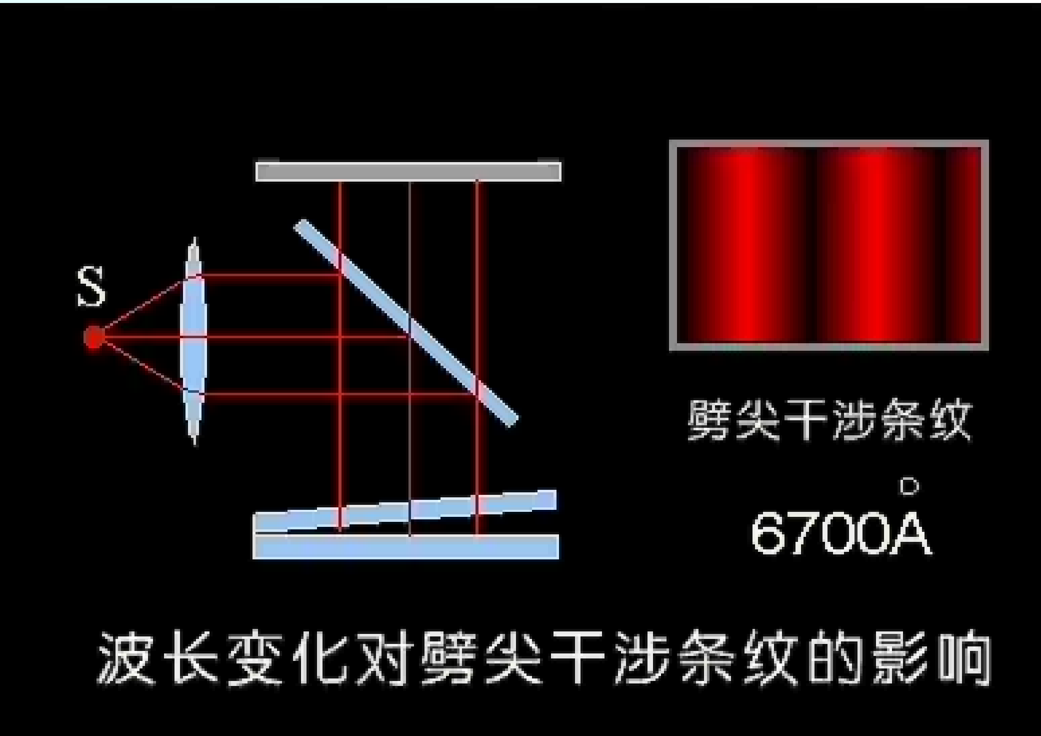
(4)明（暗）纹间距 l：

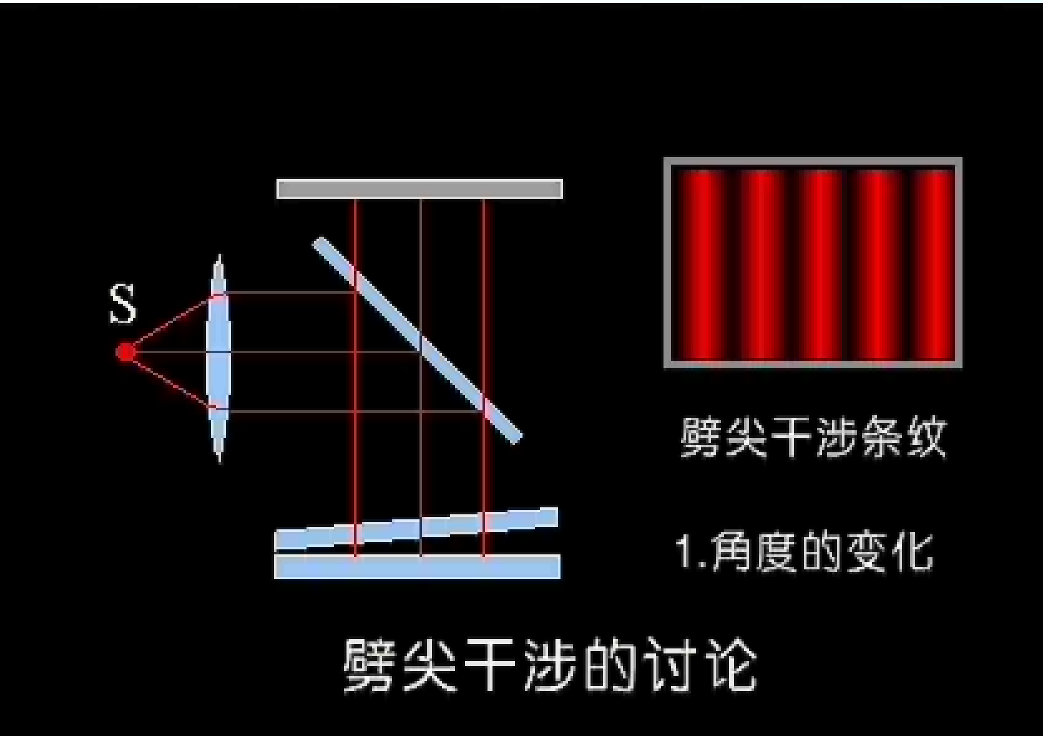
$$l\sin\theta=\Delta d=\frac{\lambda}{2}\quad\left(=\frac{\lambda}{2n}\right)$$



$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

$$l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}\begin{cases}\theta、\lambda\text{一定，}l\text{确定，条纹等间距}\\ \theta\text{一定，}\lambda\uparrow、l\uparrow;\ \lambda\downarrow、l\downarrow\\ \theta\uparrow\ l\downarrow\ \text{条纹变密，}\theta\downarrow\ l\uparrow\ \text{条纹变疏}\end{cases}$$



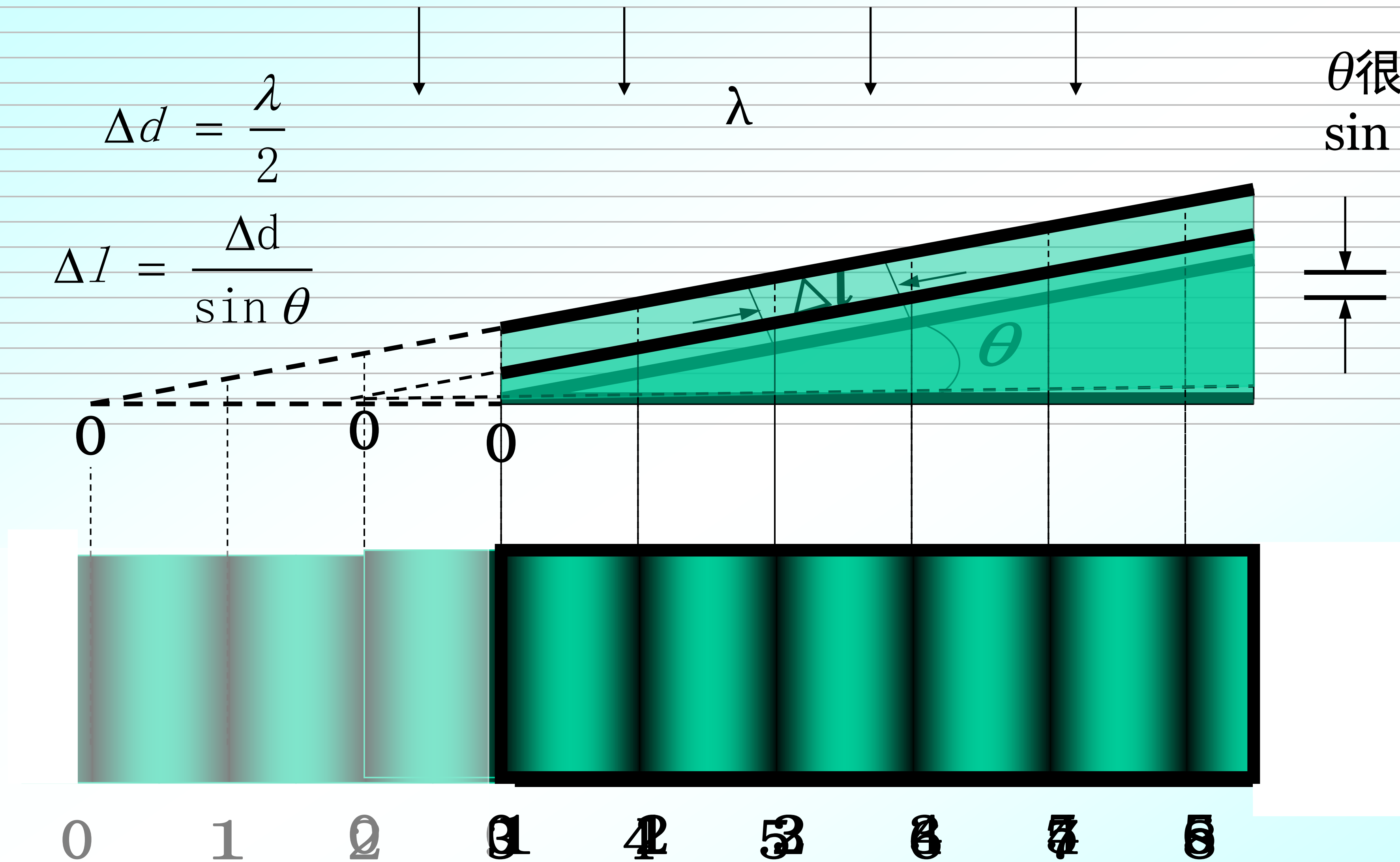


θ不变，改变厚度，条纹整体随交棱平移

$$\Delta d=\frac{\lambda}{2}$$

$$\Delta l=\frac{\Delta d}{\sin\theta}$$

θ很小时，
$\sin\theta = \mathrm{tg}\,\theta$

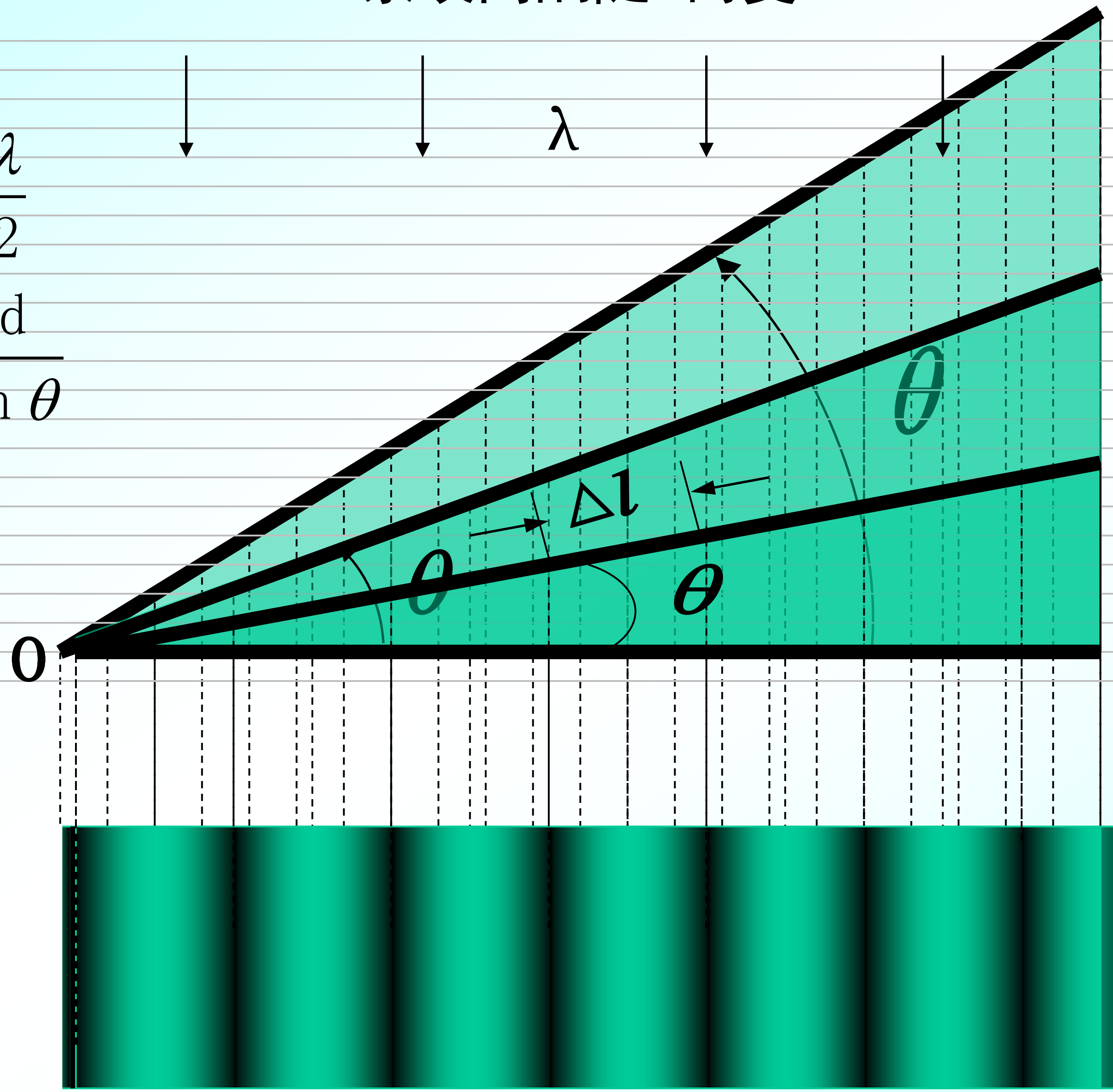


$$\boxed{\delta=\Delta r=2d+\frac{\lambda}{2}=\begin{cases}k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}\\(2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}\end{cases}}$$

条纹间隔随θ而变

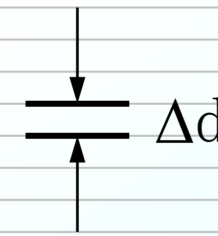
$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$$

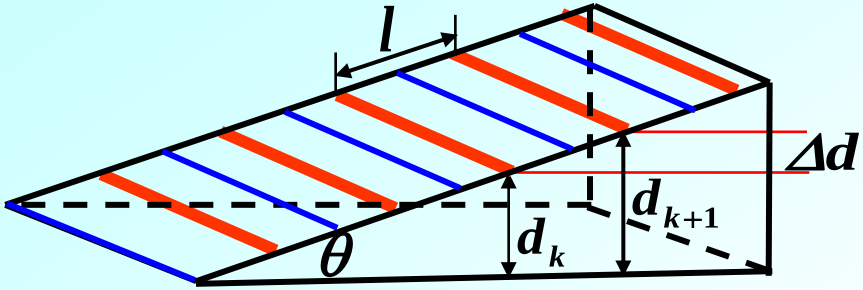
$$\Delta l = \frac{\Delta d}{\sin\theta}$$



θ很小时，

$\sin\theta = \mathrm{tg}\,\theta$



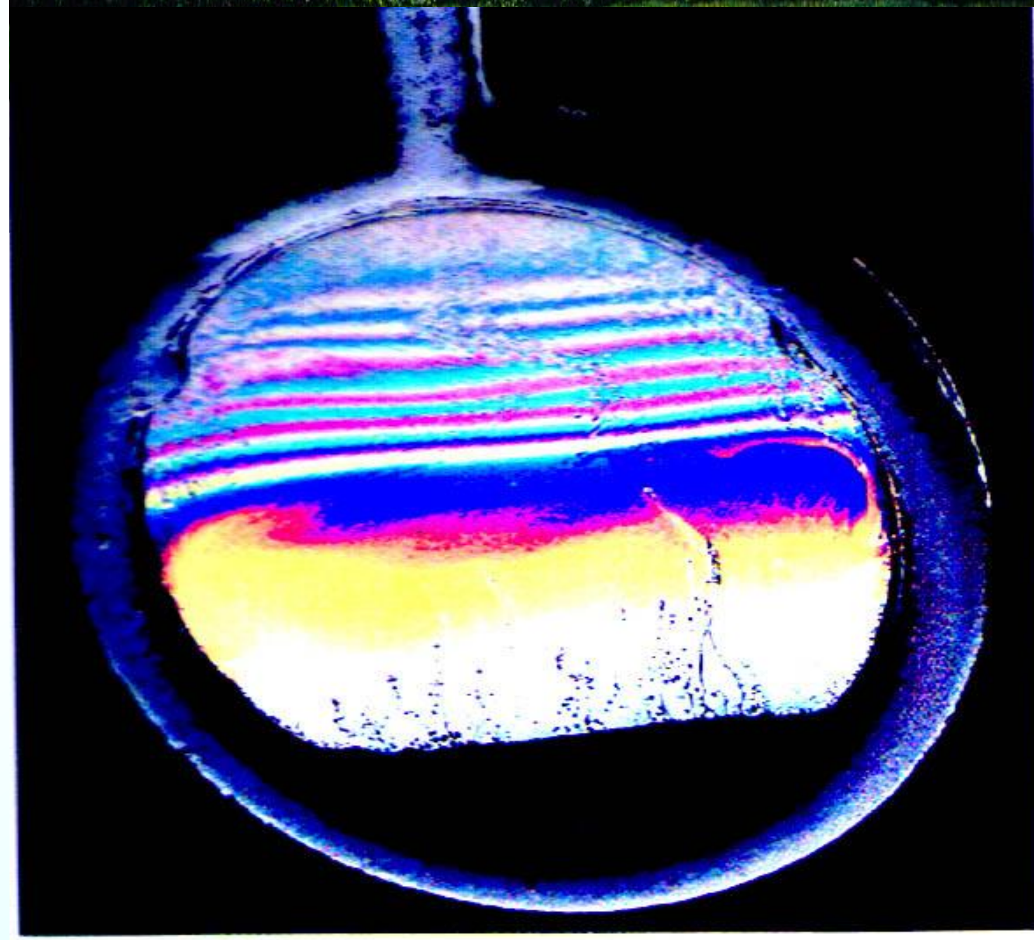


第k级明纹：

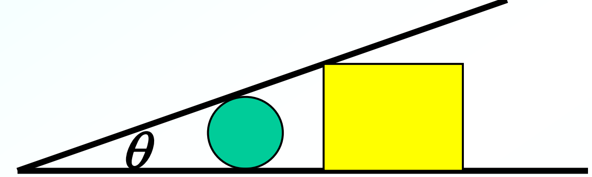
$$\boxed{2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \ \ (k=1,2,\cdots)}$$

(5)复色光入射得彩色条纹

肥皂膜

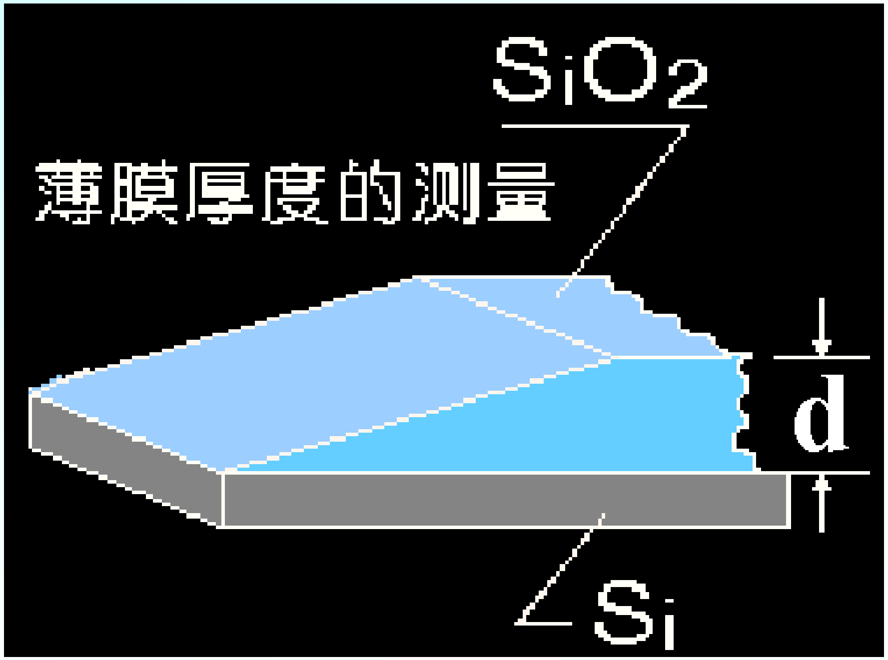


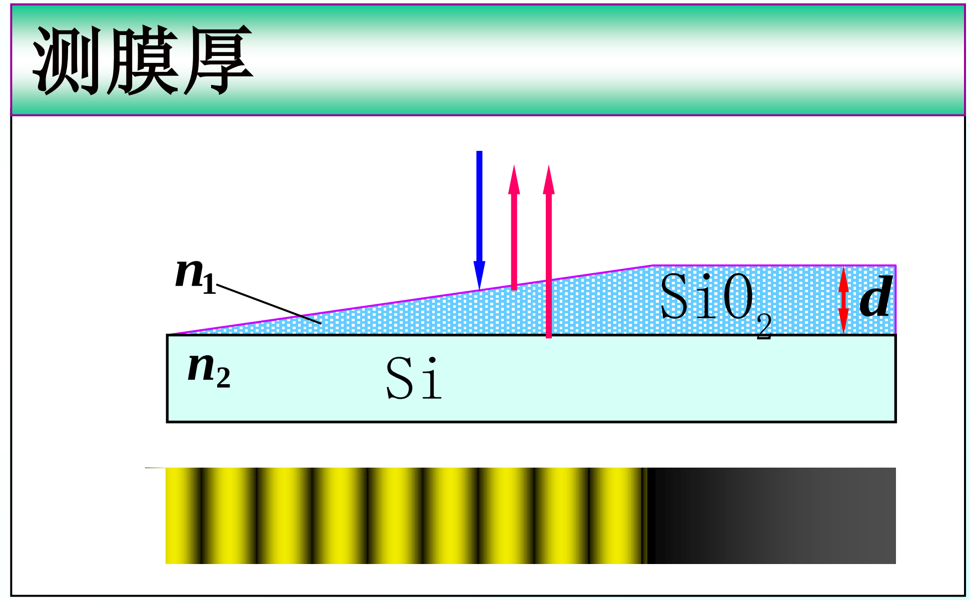
劈尖干涉的几个应用:



▲可通过已知λ，测θ可求得金属丝直径、薄膜厚度。

例：利用劈尖干涉判断薄膜（SiO_2）的生长情况



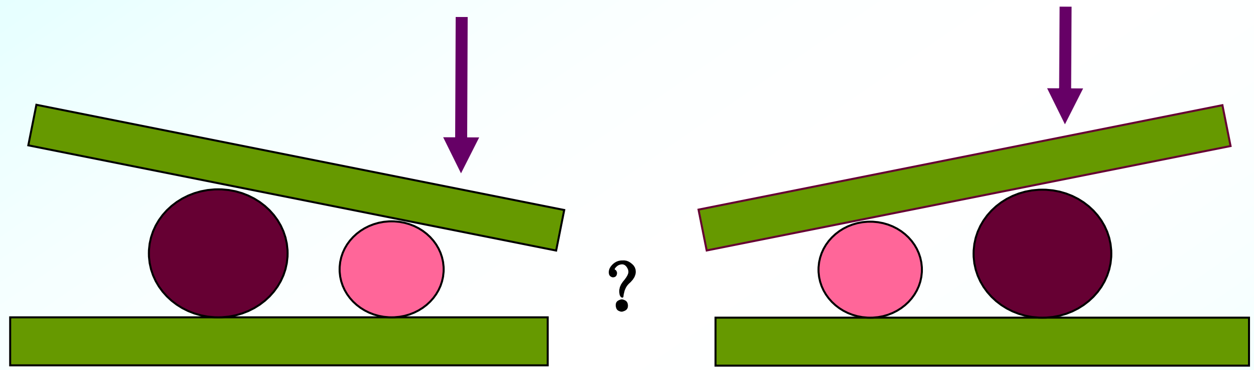


$$d = N\frac{\lambda}{2n_1}$$

$$\left.\begin{aligned} 2n_1 d_k + \frac{\lambda}{2} &= k\lambda \\ 2n_1 d_{k+1} + \frac{\lambda}{2} &= (k+1)\lambda \end{aligned}\right\} \longrightarrow \Delta d = d_{k+1} - d_k = \frac{\lambda}{2n_1}$$

▲用两块平面玻璃板能否判别两个直径相差很小的钢珠？

解：如图，构成劈尖，通过观察干涉条纹来判别。钢珠的排列有右边两种可能。



条纹间距为 $l=\dfrac{\lambda}{2n\sin\theta}$　　所以通过改变θ可以改变条纹间距.

在右边那颗上方端轻轻地压一下：

- 若右边的小，则压后θ增大，条纹间距变小，等厚干涉条纹变密；
- 若右边的大，则压后θ减小，条纹间距变大，等厚干涉条纹变疏。

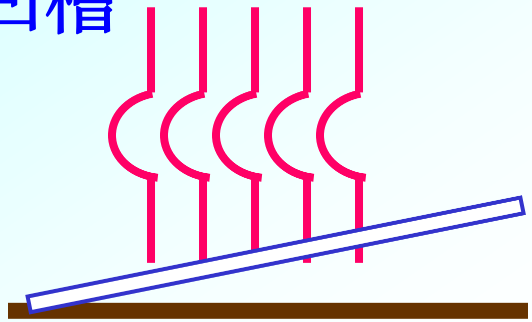
据此即可判别。

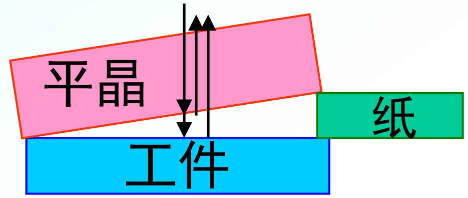
另：用白光入射。　$2nd_k+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda$

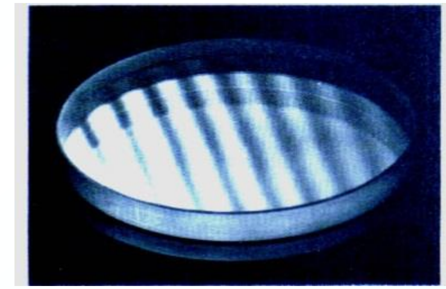
◆对同一级条纹，形成彩带，波长大(红色)的d_k大，故靠近红色一端的直径钢珠大。

▲可检测工件的平整度

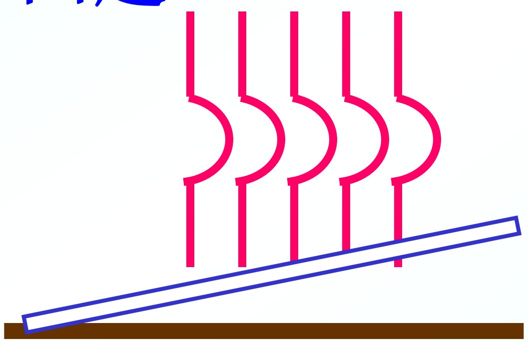
有“凹槽”

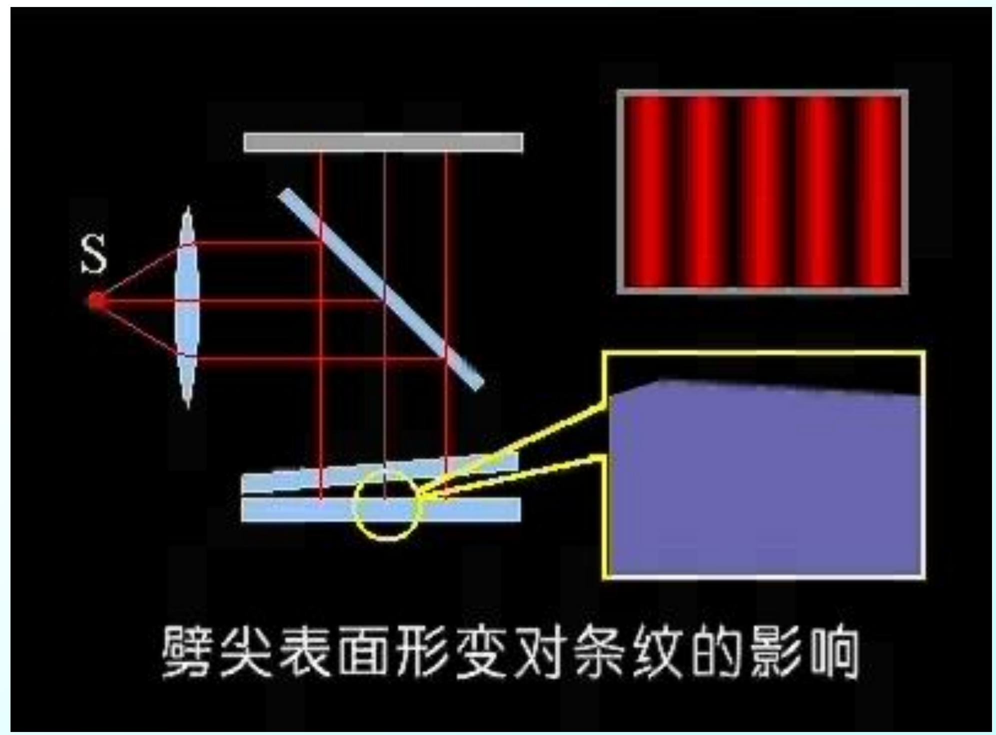






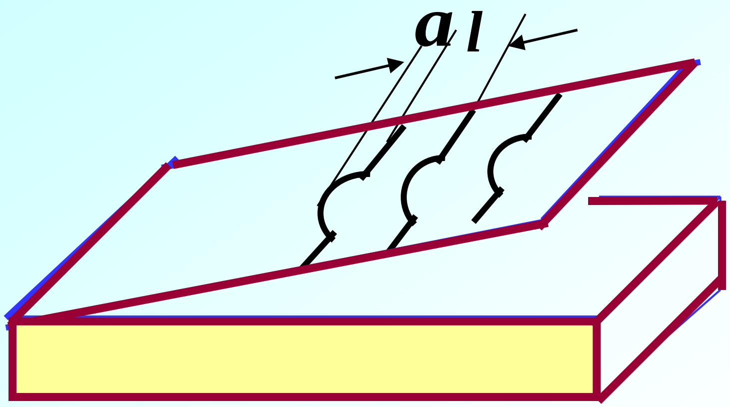
有“凸起”

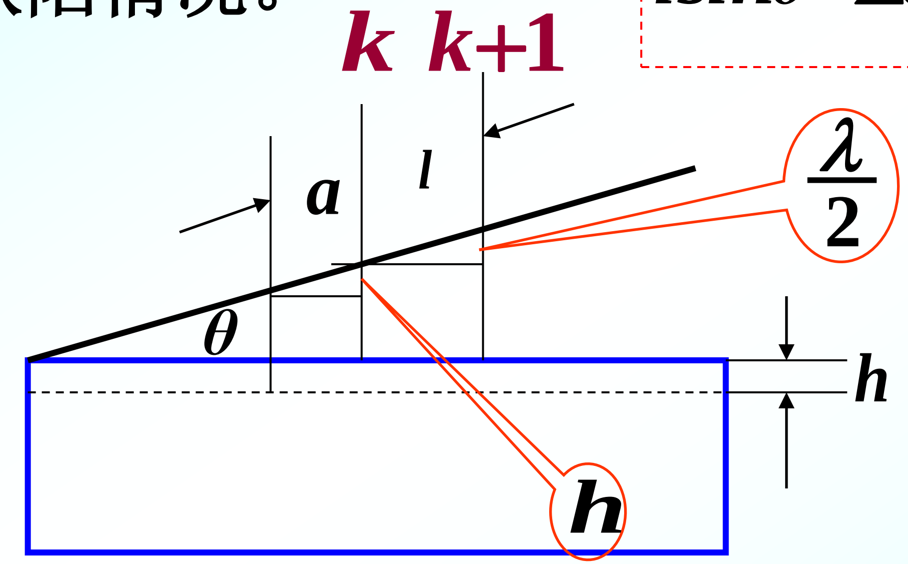




例：分析下图中工件表面的缺陷情况。

$$l\sin\theta=\Delta d=\frac{\lambda}{2n}$$





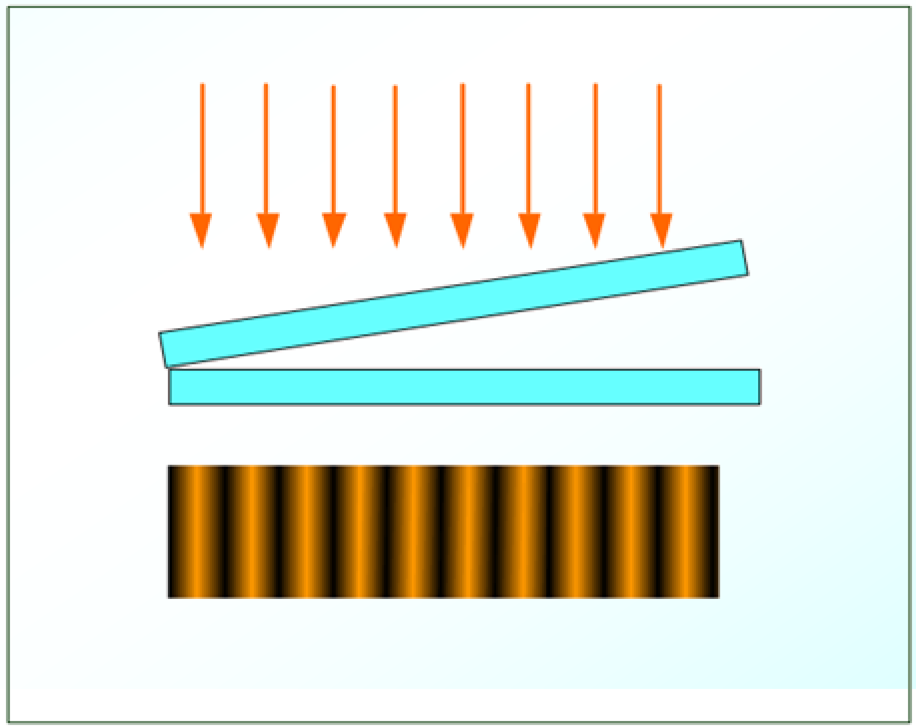
解： $2nd+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$ $\qquad l\sin\theta=\Delta d=\frac{\lambda}{2n}$ $\qquad$ 这里$n=1$.

分析可知缺陷为坑或槽。 那么，坑或槽的深度$h=?$

$$\sin\theta=\frac{h}{a}=\frac{\lambda/2}{l} \quad \Longrightarrow \quad h=\frac{a\lambda}{2l}$$

▲劈尖干涉条纹的移动

每个条纹对应劈尖内的一个确定的厚度，当此厚度对应的位置改变时，对应的条纹随之移动。



注意:

1^{o} **以上讨论的是空气隙劈尖，若是其它情况相应公式另写。**

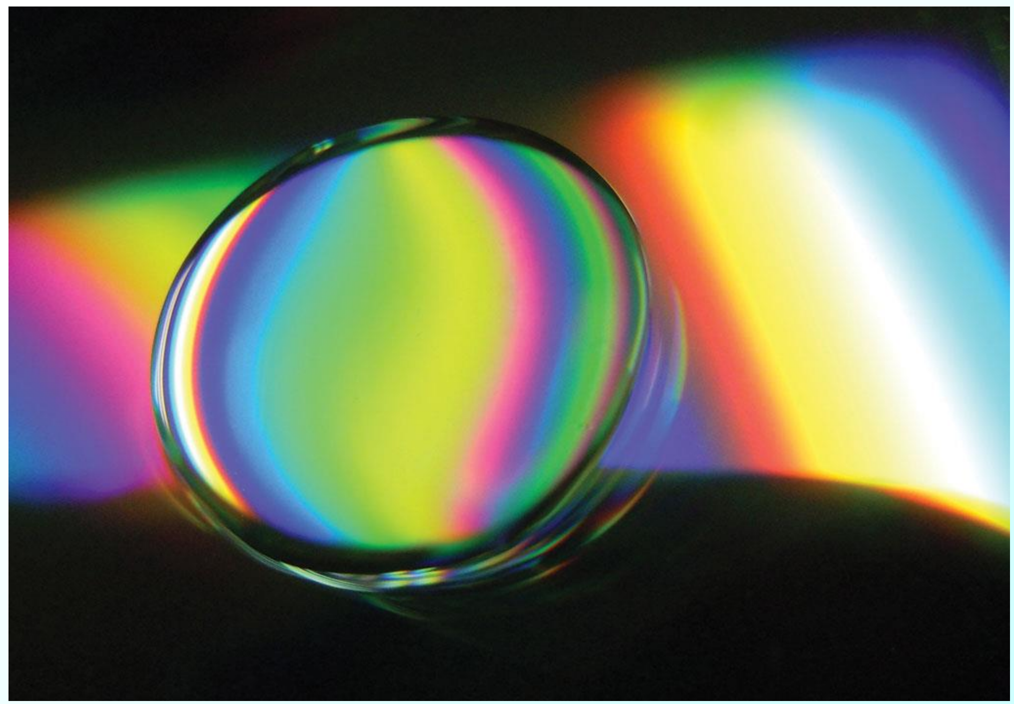
* $$\delta = 2nd(+\frac{\lambda}{2}) = \begin{cases} k\lambda & k = 1, 2, 3 \ldots\ldots \quad \text{最大，明纹} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2 \ldots\ldots \quad \text{最小，暗纹} \end{cases}$$

* $$\Delta d = \lambda / 2n$$

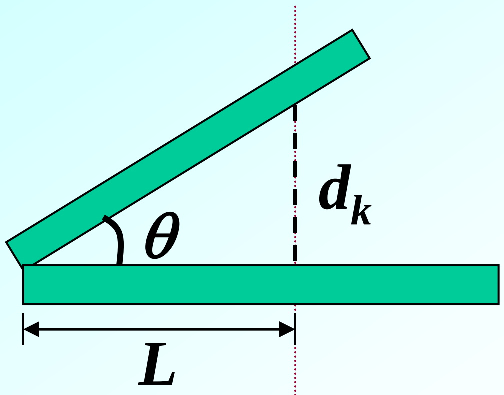
* $$L = \frac{\lambda}{2n\sin\theta}$$

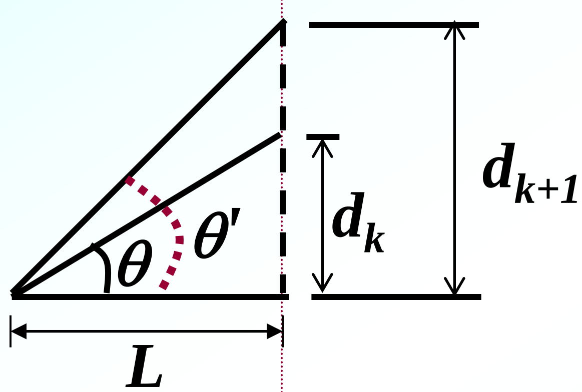
* d=0处不一定是暗纹

2^{o} **复色光入射得彩色条纹。**



例: 用波长为λ的单色光垂直照射到空气劈尖上，从反射光中观察干涉条纹，距顶点L处是暗条纹。使劈尖角θ连续变大，直到该点再次出现暗条纹为止。则劈尖角的改变量$\Delta\theta$是多少？





解: 设L处是第k级暗纹,空气膜厚为d_k，则光程差满足　$\delta_k=2nd_k+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2$，$n=1$

所以, $d_k=k\lambda/2$　　从而, $d_{k+1}=(k+1)\lambda/2$

故，第$k+1$级暗纹在第k级暗纹的右侧。

在劈尖角θ连续变大的过程中，条纹向左平移。

L处再次出现暗条纹，表明第$(k+1)$暗纹移到了L处。设此时劈尖角为θ'。

而　$\Delta\theta=\theta'-\theta$

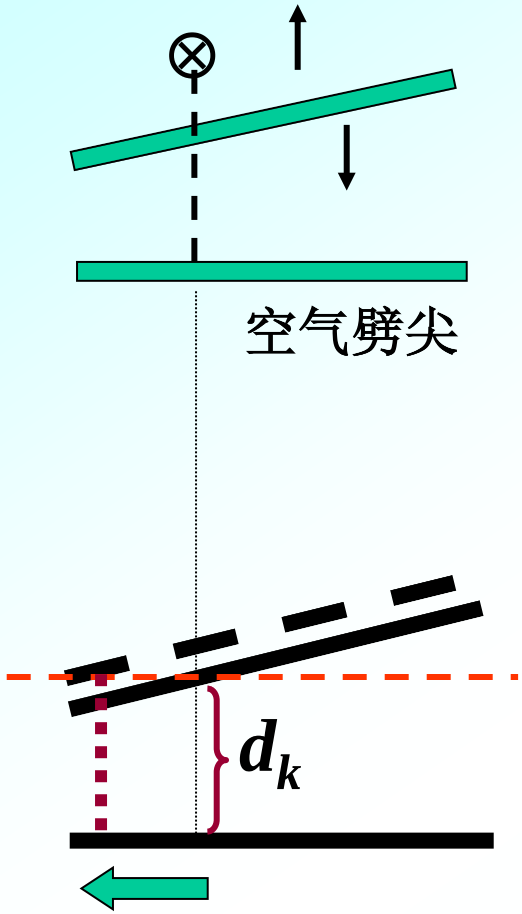
在实际上劈尖角很小，于是

$$\theta=tg\,\theta=d_k/L=k\lambda/(2L)$$

$$\theta'=tg\,\theta'=d_{k+1}/L=(k+1)\lambda/(2L)$$

故　$\Delta\theta=\theta'-\theta=\lambda/(2L)$.

例：如图，显微镜的叉丝正对着一条暗纹，当劈尖的上表面向上平移时，观察到的干涉条纹会发生怎样的变化？若向下平移呢？



解：先考虑向上平移的情况。

设此处是第k级暗纹，且此处空气膜厚为d_k，则光程差满足 $\delta_k=2nd_k+\lambda/2=(2k+1)\lambda/2$, $n=1$

所以, $d_k=k\lambda/2$.

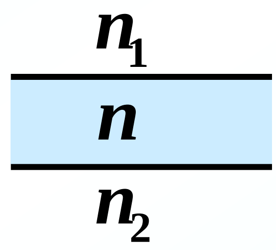
由上式可知，第k级暗纹所对应的空气膜的厚度是确定的。

在上表面向上平移的过程中，第k级暗纹向左移。

所以，在上表面向上平移的过程中，全部条纹整体向左平移。

◆ 向下平移时可作类似分析，条纹整体向右平移。

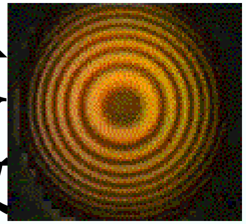
●分振幅干涉 (薄膜干涉)



1.等倾干涉 (薄膜厚度均匀)

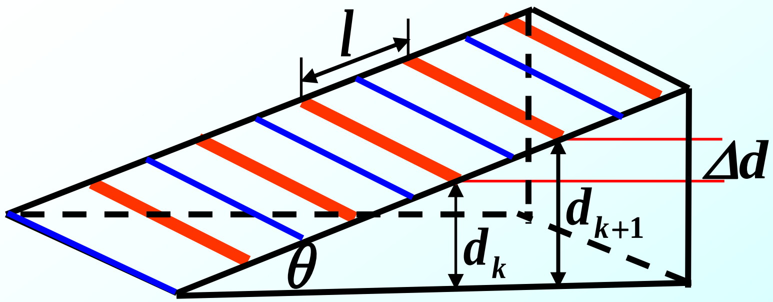
(真空中的波长)

$$2d\sqrt{n^2-n_1^2\sin^2 i}\ \boxed{+\frac{\lambda}{2}} = \begin{cases} k\lambda & (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹} \\ (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹} \end{cases}$$



2.等厚干涉(薄膜厚度不匀)

1）劈尖干涉(空气隙劈尖)



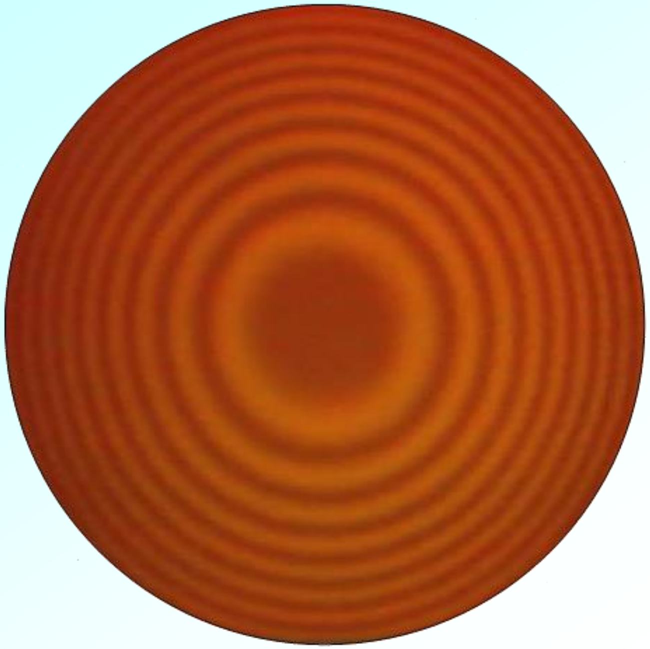
$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=k\lambda \quad (k=1,2,\cdots)\ \cdots\text{明纹}$$

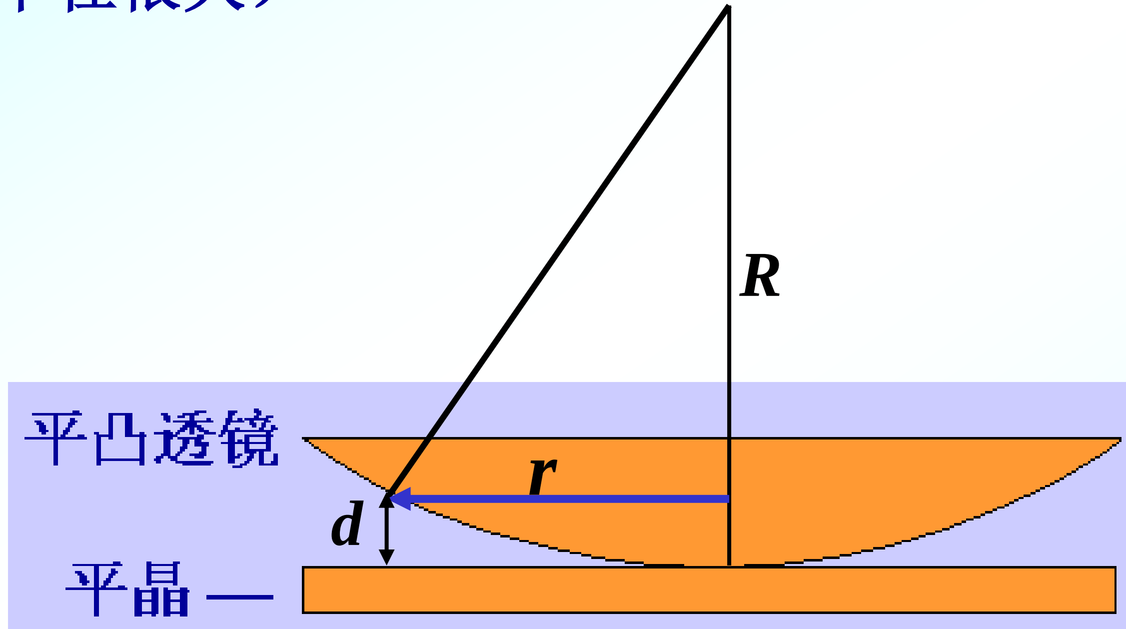
$$2d_k+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2\cdots)\cdots\text{暗纹}$$

$$\boxed{\Delta d=\frac{\lambda}{2}}$$

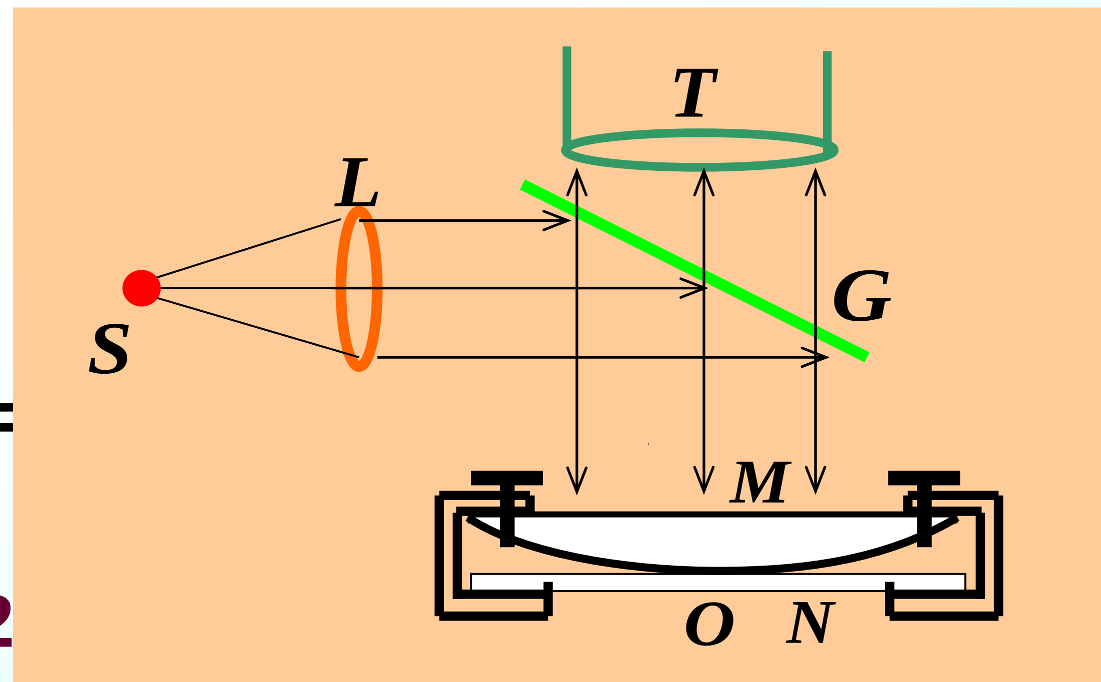
$$\boxed{l=\frac{\lambda}{2\sin\theta}}$$

2）牛顿环（平凸透镜的曲率半径很大）





明暗条件： $2d+\frac{\lambda}{2}=$

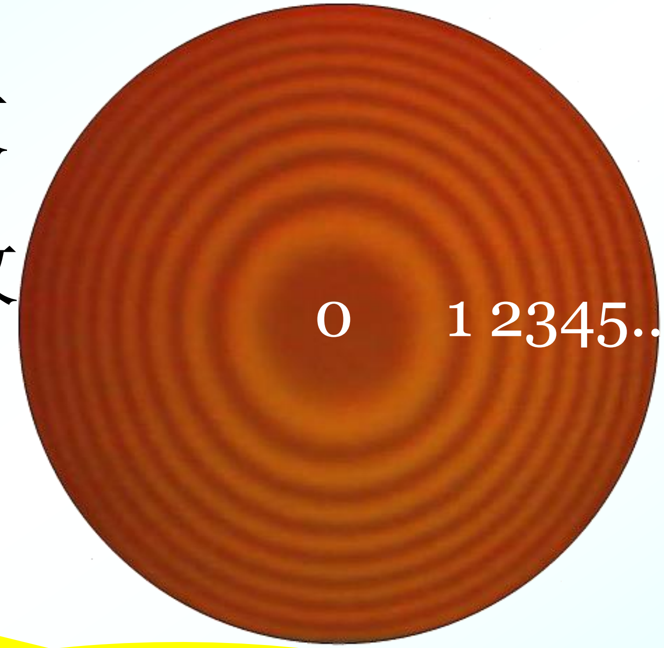


干涉环半径： $r=$

$r^2=R^2-(R-d)^2=2$

干涉环半径：

$$r=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{(2k-1)R\lambda}{2}}\,(k=1,2\cdots) & \text{明纹}\\ \sqrt{kR\lambda}\,(k=0,1\cdots) & \text{暗纹}\end{cases}$$



讨论：

（1） $2d+\dfrac{\lambda}{2}=k\lambda \longrightarrow d\uparrow,\ k\uparrow$

愈往边缘，条纹级别愈高。

与等倾干涉不同

（2） $r_k=\sqrt{kR\lambda}\quad k=0,1,2\cdots$

牛顿环的中心一定是暗点。

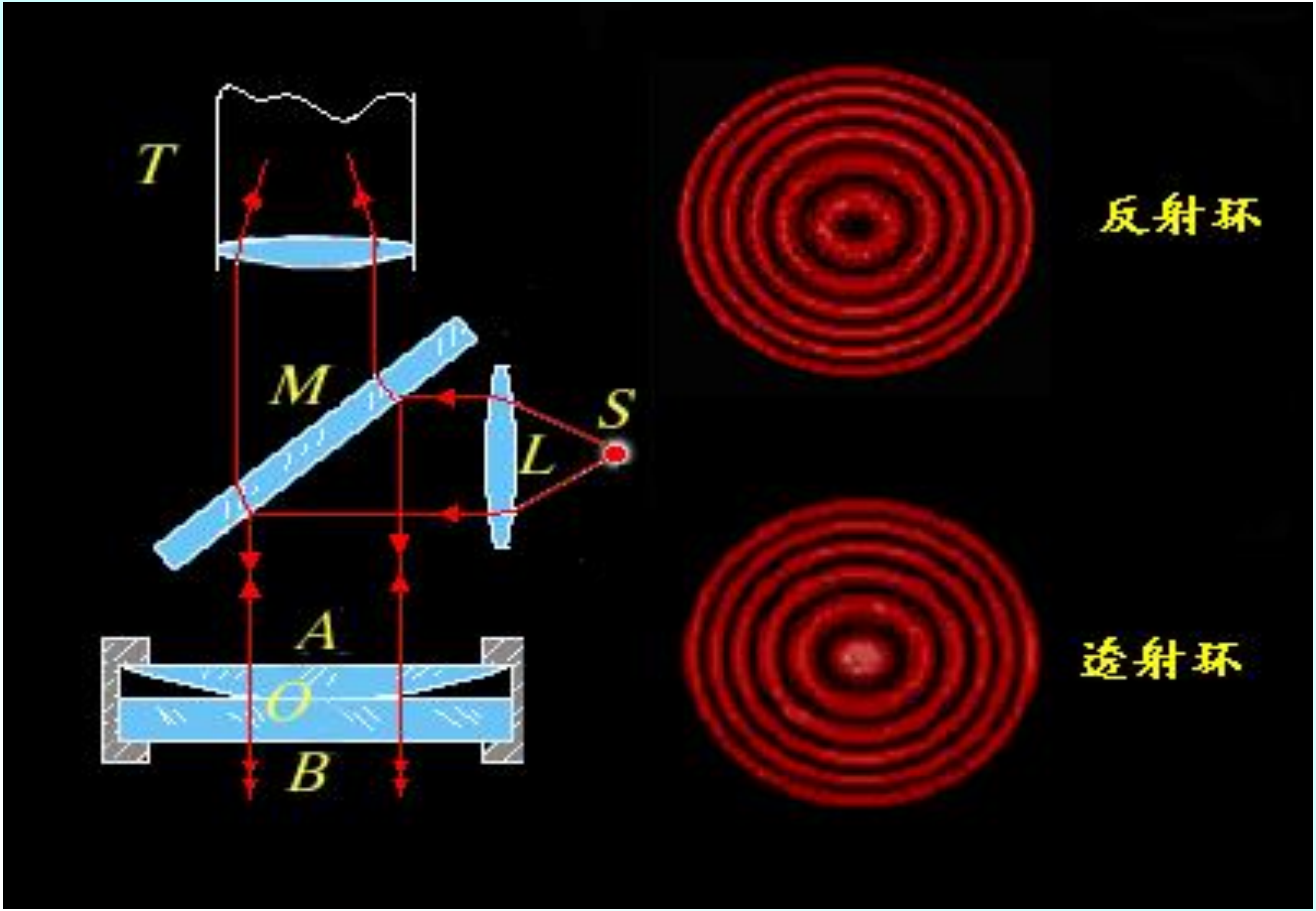
（3）相邻两暗环的间隔 $\Delta r_k=r_{k+1}-r_k\approx\sqrt{\dfrac{R\lambda}{4k}}\,(k>1)$

可见，环中心疏，旁边密。

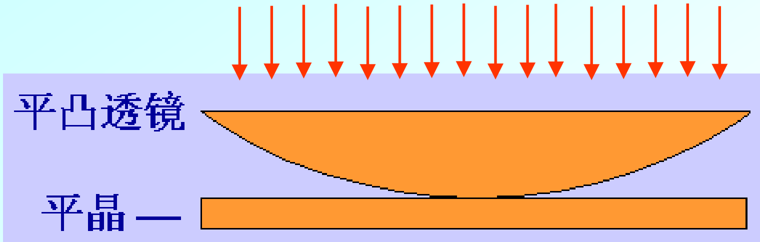
（4）可求出 R： $R=\dfrac{r_{k+m}^2-r_k^2}{m\lambda}$

（5）已知R可求λ

（6）透射光与之互补


T
M
S
L
A
O
B
反射环
透射环

例: 如图，在空气中单色光垂直入射。当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，可观察到环状干涉条纹 [   ]



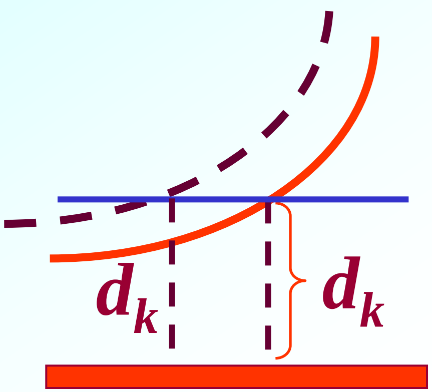
(A)向右平移　　(B)向左平移

(C) 静止不动　　(D) 向中心收缩

解: 考虑任意第k级明纹的变化情况。

设第k级明纹处空气膜厚为d_k，则光程差满足

$\delta_k=2d_k+\lambda/2=k\lambda$，所以, $d_k=(k-1/2)\lambda/2$.



由上式可知，第k级明纹所对应的空气膜的厚度是确定不变的。

找出平移后空气膜的厚度为d_k的地方，就知道了第k级明纹是怎么移动的。

可见，在平凸透镜垂直向上平移的过程中，第k级明纹向中心移动。

所以，当平凸透镜垂直向上缓慢平移时，环状干涉条纹向中心收缩。