大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

题：容器内有11.00kg二氧化碳和2.00kg氢气（均视为刚性分子气体）。已知混合气体的内能为8.10×10⁶J。求（1）混合气体的温度；（2）两种气体分子各自的平均动能。

解：(1) 混合气体的内能 $E=\frac{i_1}{2}\frac{m_1}{\mu_1}RT+\frac{i_2}{2}\frac{m_2}{\mu_2}RT$

$$T=\frac{2E}{\frac{m_1}{\mu_1}i_1R+\frac{m_2}{\mu_2}i_2R}$$

$$=\frac{2\times 8.10\times 10^{6}}{(\frac{11}{44}\times 6+\frac{2}{2}\times 5)\times 10^{3}\times 8.31}$$

$$\approx 300\mathrm{K}$$

$\boxed{\mu_1=44.0\times 10^{-3}\mathrm{kg/mol},}$

$\boxed{\mu_2=2.0\times 10^{-3}\mathrm{kg/mol}}$

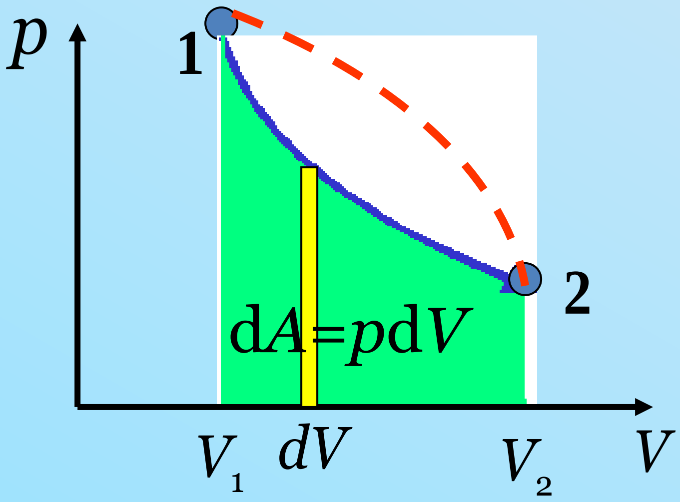
$i_1=6\quad i_2=5$

(2) $\bar{\varepsilon}_{k,1}=\frac{6}{2}kT=3kT=3\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=1.24\times 10^{-20}\mathrm{J}$

$\bar{\varepsilon}_{k,2}=\frac{5}{2}kT=\frac{5}{2}\times 1.38\times 10^{-23}\times 300=1.04\times 10^{-20}\mathrm{J}$

$$Q = \Delta E + A$$

注意：dQ 也是过程量



状态1-状态2：经历不同的过程

△E：相同

A：与过程有关,不同的过程做功不同

Q：也不一样

为此，通常将dQ改写成đQ。

热力学第一定律的微分形式通常写为：

$$đQ = \mathrm{d}E + đA$$

例. 1克纯水在一个大气压下从27^oC加热至全部成为100^oC的水蒸气，此时体积为$1.67\times10^{-3}m^3$。求对外做功及内能的增量。已知水的气化热为$\lambda=2.26\times10^6 J\cdot kg^{-1}$，摩尔定容热容为$C_V=74 J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$，定压体胀系数为$\beta=\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = 2\times10^{-4}K^{-1}$，水和水蒸气的摩尔质量为$18\times10^{-3}kg\cdot mol^{-1}$，1$m^3$水的质量为1000kg。

解：(1) 先求水从27^oC加热至全部成为100^oC的水这一阶段的功和内能的增量。

状态方程：$f(p, V, T)=0$ $V=V(T,p)$,这一阶段压强不发生变化，则：

$$dV=\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT=\beta V dT$$

$$C_{V,m}=\frac{1}{\nu}\left(\frac{dQ}{dT}\right)_V$$

$$A_1=\int_{V_1}^{V_2} p dV=\int_{T_1}^{T_2} p\beta V dT=p\beta V\Delta T\Big|_{300}^{373}$$

$$=1.013\times10^5\times2\times10^{-4}\times10^{-6}\times73=1.5\times10^{-3}(\mathrm{J})$$ 可忽略

$$Q_1=\nu C_{V,m}\int_{300}^{373} dT=\frac{1\times10^{-3}}{18\times10^{-3}}\times74\times73=300\ (\mathrm{J})$$

由热力学第一定律，得到内能增量为：$\Delta E_1=Q_1=300\ (\mathrm{J})$

例. 1克纯水在一个大气压下从27^{o}C加热至全部成为100^{o}C的水蒸气，此时体积为1.67×10^{-3}m^3。求对外做功及内能的增量。已知水的气化热为λ=2.26×10^{6}J·kg^{-1}，摩尔定容热容为C_V=74J·mol^{-1}·K^{-1}，定压体胀系数为β=2×10^{-4}K^{-1}，水和水蒸气的摩尔质量为18×10^{-3}kg·mol^{-1}，1m^{3}水的质量为1000kg。

解：(2) 再求1atm下由100^{o}C水全部变为100^{o}C水蒸气的这一阶段的功和内能的增量。

$$A_2=\int_{V_1}^{V_2} pdV=p(V_2-V_1)=1.013\times 10^5\times(1.67-0.001)\times 10^{-3}$$

$$=169\ \text{(J)}$$

$$Q_2=\lambda m=2.26\times 10^6\times 1\times 10^{-3}=2.26\times 10^3\text{(J)}$$

由热力学第一定律，得到：$\Delta E_2=Q_2-A_2=2.09\times 10^3\text{(J)}$

热力学第一定律:

$$\boxed{Q=\Delta E+A} \qquad \boxed{\text{đ}Q=\mathrm{d}E+\text{đ}A}$$ （微分形式）

对理想气体:

$$\begin{cases} \text{đ}A=P\mathrm{d}V \rightarrow A=\int_{V_1}^{V_2}P\mathrm{d}V \\ \mathrm{d}E=\dfrac{i}{2}\nu R\mathrm{d}T \rightarrow \Delta E=\dfrac{i}{2}\nu R\Delta T \\ \text{đ}Q=C\mathrm{d}T \rightarrow Q=\int_{T_1}^{T_2}C\mathrm{d}T \end{cases}$$

$$C=\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}$$

$$\begin{cases} C_V=\dfrac{i}{2}R \\ C_P=C_V+R \end{cases} \qquad \begin{cases} C=\nu C_V \\ C=\nu C_P \end{cases}$$

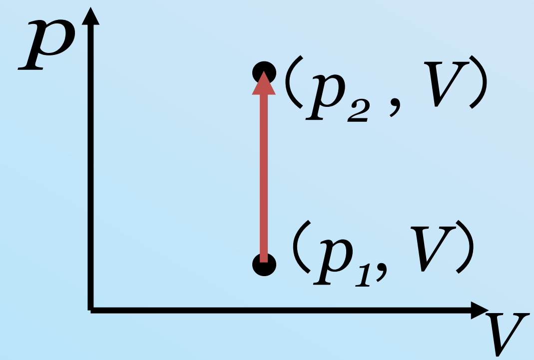
$\cdots$

$$\gamma=\frac{C_P}{C_V}$$

第3节　热力学第一定律对理想气体的应用

$$Q=\Delta E+A$$

1. 等容过程



特征　$dV=0$ 或 $\text{đ}A=0$

过程方程　$V=C_1$ 或 $\dfrac{p}{T}=C_2$

热量　$(\text{đ}Q)_V=dE$

内能改变　$\Delta E=\dfrac{i}{2}\nu R\Delta T=\nu C_V(T_2-T_1)$

$$C_V=\frac{i}{2}R$$

则　$Q=\Delta E=\nu C_V(T_2-T_1)$

或　$Q=\int \text{đ}Q=\int_{T_1}^{T_2}\nu C_V dT=\nu C_V(T_2-T_1)$

$$C=\frac{\text{đ}Q}{\mathrm{d}T}$$

对外做功　$A=0$

$$\boxed{\Delta E=Q=\nu C_V\Delta T}$$

结论：等容过程,系统中吸收的热量全部用来增加内能。

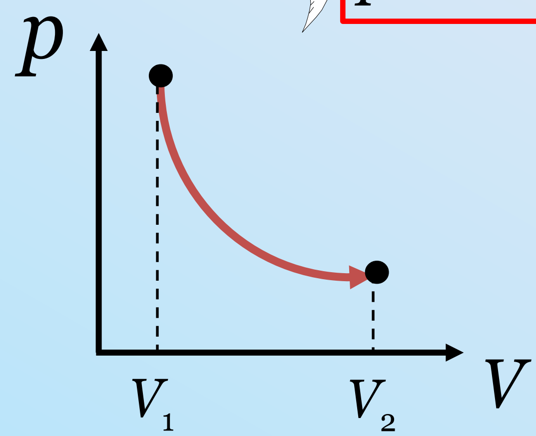
$$Q = \Delta E + A$$

$$pV = \nu RT$$

2. 等温过程

特征 $dT = 0$

过程方程 $T = C_1$ 或 $pV = C_2$



内能改变 $\Delta E = 0$

热量 $\text{đ}Q = \text{đ}A$

$$Q = A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{1}{V}\nu RT\right) dV = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\because \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad \therefore \quad A = \nu RT \ln \frac{p_1}{p_2}$$

结论：系统吸收的热量全部用来对外做功。

3. 等压过程

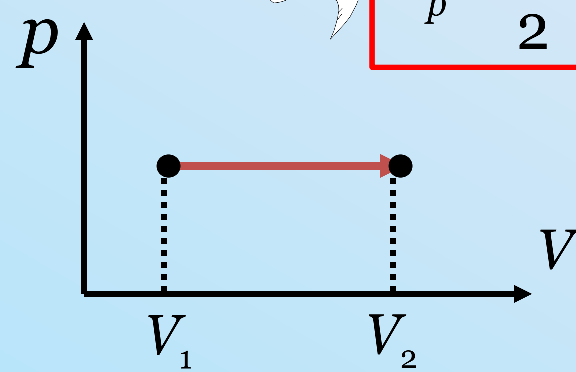
$$Q=\Delta E+A$$

设ν摩尔理想气体经历等压过程

$$C_p=\frac{i}{2}R+R$$

特征 $dP=0$

过程方程 $p=C_1$ 或 $\frac{V}{T}=C_2$



过程中热量

$$Q=\int_{T_1}^{T_2}\nu C_p dT=\nu C_p(T_2-T_1)=\frac{i+2}{2}\nu R\Delta T$$

过程中做功

$$pV=\nu RT$$

$$A=\int_{V_1}^{V_2}pdV=p(V_2-V_1)=\nu R(T_2-T_1)=\nu R\Delta T$$

内能改变

$$\Delta E=Q-A=\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1)=\nu C_V\Delta T$$

$$C_V=\frac{i}{2}R$$

等容

$$\boxed{Q=\Delta E=\nu C_V\Delta T}$$

等温

$$\boxed{Q=A=\nu RT\ln\frac{p_1}{p_2}}$$

等压

$$\boxed{\begin{aligned}&Q=\frac{i+2}{2}\nu R\Delta T\\&\Delta E=\nu C_V\Delta T\\&A=\nu R\Delta T\end{aligned}}$$

结论：

(1) 等容过程中，系统吸的热量全部用来增加内能。

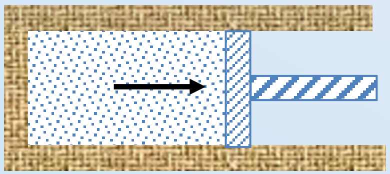
(2) 等温过程中，系统吸的热量全部用来对外做功。

(3) 等压过程中，系统吸的热量一部分用来增加内能，一部分用来对外做功。

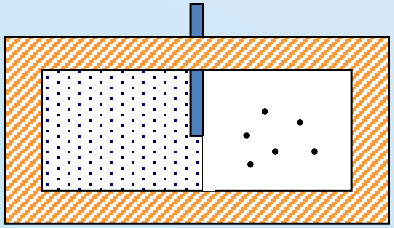
(4) 在等容和等压两个等值过程中，均有$\Delta E=\nu C_V\Delta T$，ΔE与过程无关。

$$\boxed{C_V=\frac{i}{2}R}$$

4. 绝热过程　　----系统与外界无热交换的过程



缓慢膨胀



自由膨胀

绝热过程：$\begin{cases} \text{准静态绝热过程} \\ \text{非准静态绝热过程} \end{cases}$

1) 准静态绝热过程

特征　$\text{đ}Q = 0$　　$dE + \text{đ}A = 0$　　$\text{đ}A = -dE$

内能改变　$\Delta E = \dfrac{i}{2}\nu R \Delta T = \nu C_V \Delta T$

做功　$A = -\Delta E = -\nu C_V \Delta T$

热量　$Q = 0$

结论： 当气体绝热膨胀对外做功时,气体内能减少。

2) 理想气体准静态绝热过程的过程方程

$$dE = \frac{i}{2}\nu R dT = \nu C_V dT \qquad \text{đ}A = pdV$$

$$\because dE + \text{đ}A = 0 \quad \therefore \nu C_V dT + pdV = 0 \qquad (1)$$

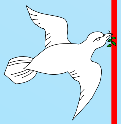
在过程中任一时刻理想气体的状态满足：

$$pV = \nu RT$$

则有 $$pdV + Vdp = \nu R dT \qquad (2)$$

从(1), (2)中消去dT，得：

$$(C_V + R)pdV + C_V V dp = 0$$



$$\boxed{\begin{aligned} &C_V + R = C_p \\ &\gamma = \frac{C_P}{C_V} \end{aligned}}$$

即 $$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0$$

积分可得 $\ln p + \gamma \ln V = C$ 或 $\boxed{pV^{\gamma} = C}$ 泊松方程

理想气体准静态绝热过程的过程方程

$$pV = \nu RT$$

同理还可得：

$$\left.\begin{aligned} pV^{\gamma} &= C_1 \\ V^{\gamma-1}T &= C_2 \\ p^{\gamma-1}T^{-\gamma} &= C_3 \end{aligned}\right\} \text{过程方程}$$

$$\text{即}\left\{\begin{aligned} p_1V_1^{\gamma} &= p_2V_2^{\gamma} \\ V_1^{\gamma-1}T_1 &= V_2^{\gamma-1}T_2 \\ p_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma} &= p_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma} \end{aligned}\right.$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV = \int_{V_1}^{V_2} C_1 \frac{dV}{V^{\gamma}} = \int_{V_1}^{V_2} p_1V_1^{\gamma} \frac{dV}{V^{\gamma}} = p_1V_1^{\gamma}\left(\frac{V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right) = \frac{p_2V_2 - p_1V_1}{1-\gamma}$$

$$\boxed{A = -\Delta E = -\nu C_V \Delta T}$$

3) 等温线与绝热线的比较

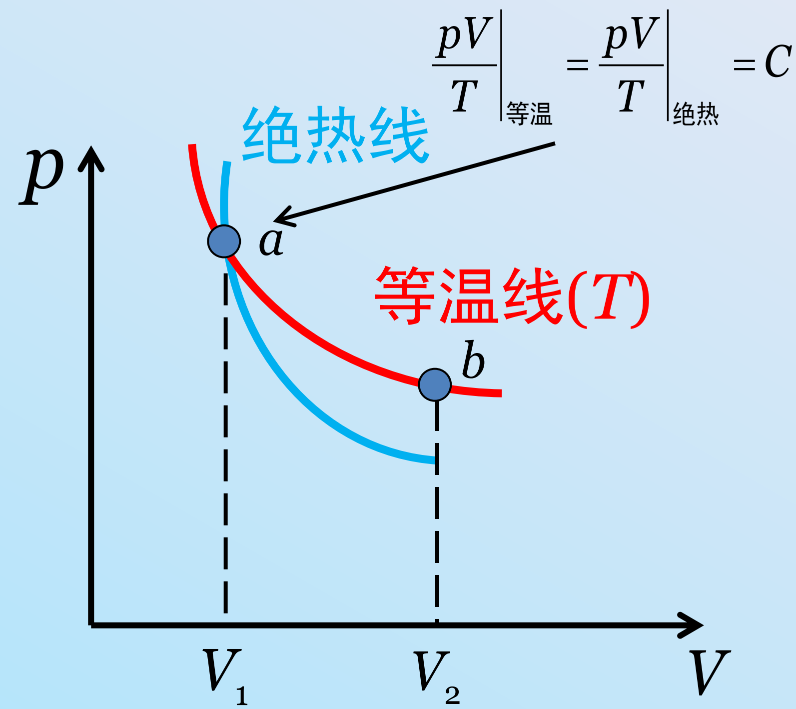
考虑从V_1膨胀到V_2的准静态过程：

等温过程：温度T不变

绝热过程：$Q = \Delta E + A = 0$

$$A = -\Delta E = -\nu C_V \Delta T$$

对外做功，温度降低。



体积膨胀到V_2时：

考虑状态方程 $\left.\frac{p_2 V_2}{T}\right|_{等温} = C_1$ $\left.\frac{p'_2 V_2}{T_2}\right|_{绝热} = C_2$

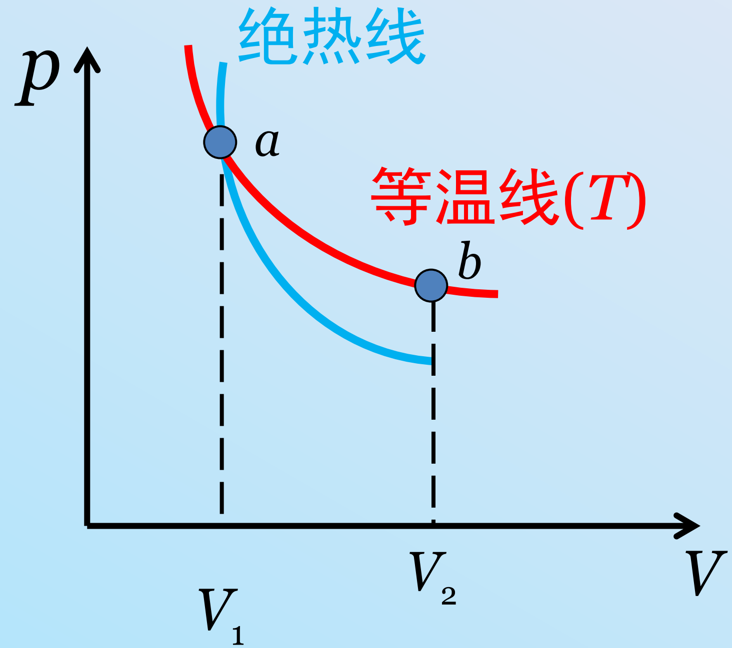
$pV = \nu RT$

系统经绝热过程到V_2时的温度比经等温过程的小，故p也小。所以，可如图所示划绝热线。

由上图知,从相同的初态a作同样的体积膨胀到末态b时，绝热过程的压强比等温过程的压强减少得多些。

（即：**系统作等温膨胀所做的功比绝热膨胀的功要多**）

3) 等温线与绝热线的比较



◆ 物理解释（物理意义）：

$$P=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_t}$$

体积增量均为： △V=V2-V1

分子数密度n减小量相同

$$\overline{\varepsilon_t}=\frac{3}{2}kT$$

等温过程：温度T不变

分子数密度n减小

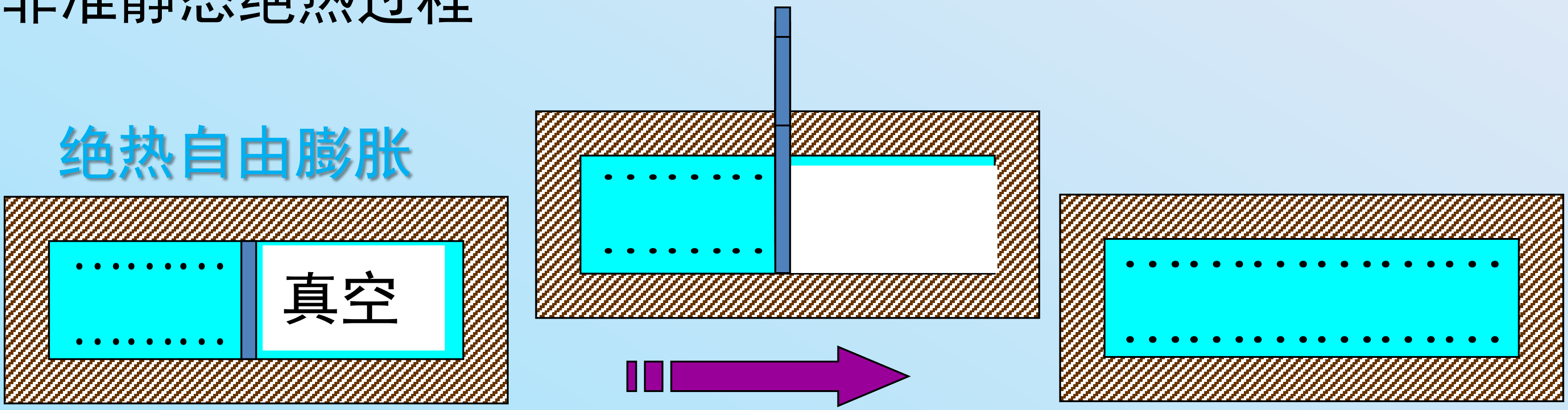
绝热过程：$Q=\Delta E+A=0$

◆ 对外做功，温度降低

◆ 分子数密度n减小

4) 非准静态绝热过程

绝热自由膨胀



$1(V_1, p_1, T_1)$ $2(V_2, p_2, T_2)$

自由膨胀过程中每个时刻都不是平衡态，但过程中：

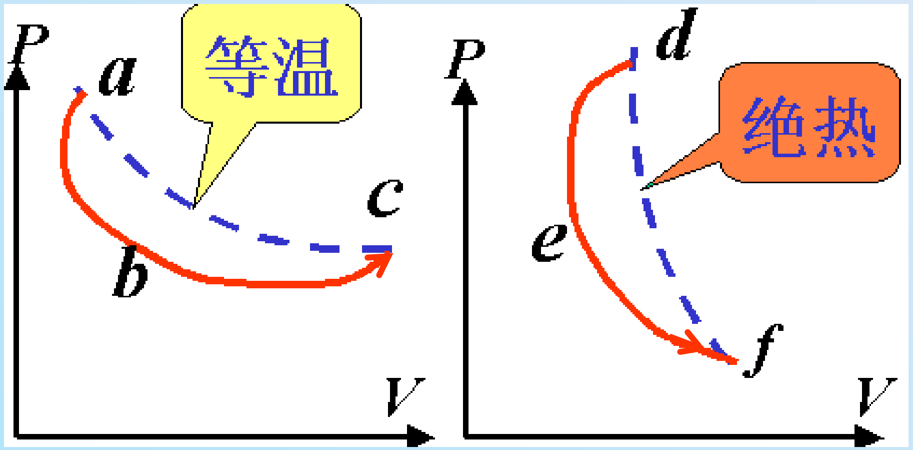
$$A = 0 \quad Q = 0 \quad \therefore \Delta E = 0 \quad \therefore T_1 = T_2$$

$$\left.\begin{array}{l} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = \nu R T_2 \end{array}\right\} p_1 V_1 = p_2 V_2 \xrightarrow{V_2 = 2V_1} p_2 = \frac{1}{2} p_1$$

注意：(1) 尽管$T_2 = T_1$, 但此过程不是等温过程。

(2) 由于是非准静态过程, 所以绝热过程方程不适用。

例. 一定量的理想气体, 分别经历abc，def 过程。作为比较的等温与绝热曲线如图所示，这两过程是吸热还是放热？



解：abc过程　$Q = \Delta E + A$

ac过程：　(+)　　o　　(+)

abc过程：　(+)　　o　　(+)

∴ 在abc过程　Q >o，系统吸热。

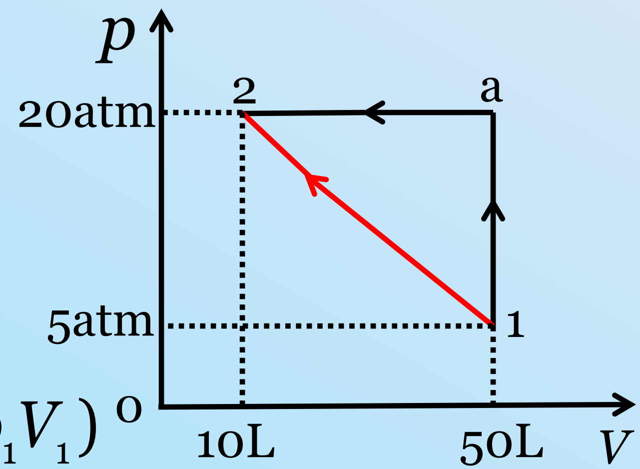
def 过程：　$Q = \Delta E + A$

df 过程：　o　　(–)　　(+)

def 过程：　(–)　　(–)　　(+)　　　$|\Delta E| > A$

∴ 在def过程　Q <o，系统放热。

例. 20mol氧由状态1变化到状态2所经历的过程如图所示。(1) 沿1→a→2路径；(2) 沿1→2直线。试分别求出这两个过程中气体对外界的功A、吸收的热量Q以及内能的变化ΔE（视氧分子为刚性分子）。



解：(1) 1→a过程，等容过程： $A_{1a}=0$

$$\Delta E = Q = \nu C_V \Delta T \qquad \boxed{C_V = \frac{i}{2}R}$$

$$\Delta E_{1a} = Q_{1a} = \frac{i}{2}\nu R(T_a - T_1) = \frac{i}{2}(p_2V_1 - p_1V_1)$$

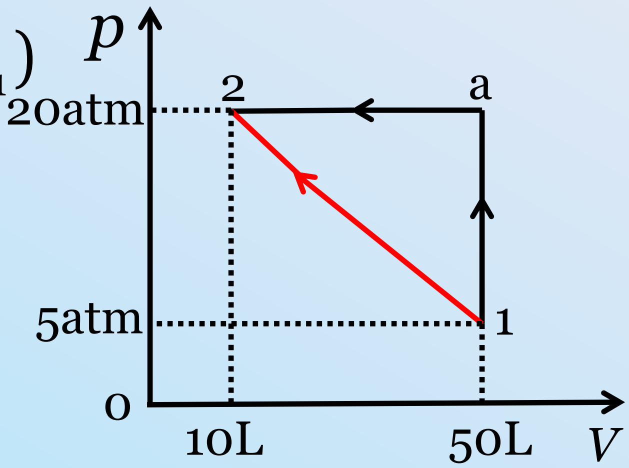
$$= \frac{5}{2}(20-5)\times 1.013\times 10^5 \times 50\times 1\times 10^{-3} = 1.90\times 10^5 \text{ J}$$

a→2过程，等压过程：

$$A_{a2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_2(V_2 - V_1)$$

$$= 20\times 1.013\times 10^5 \times (10-50)\times 10^{-3} = -0.81\times 10^5 \text{ J}$$

$$Q_{a2}=\nu C_p\Delta T=\frac{i+2}{2}\nu R(T_2-T_a)=\frac{i+2}{2}p_2(V_2-V_1)$$
$$=\frac{5+2}{2}\times20\times1.013\times10^5\times(10-50)\times10^{-3}$$
$$=-2.84\times10^5\ \text{J}$$



$$\Delta E_{a2}=\nu C_V\Delta T=\frac{i}{2}\nu R(T_2-T_a)=\frac{i}{2}p_2(V_2-V_1)$$
$$=\frac{5}{2}\times20\times1.013\times10^5\times(10-50)\times10^{-3}=-2.03\times10^5\ \text{J}$$

$$\boldsymbol{Q=\Delta E+A}$$

对于整个1→a→2过程：

$$A_{1a2}=A_{1a}+A_{a2}=-0.81\times10^5\ \text{J}$$

气体对外界做负功
外界对气体做功

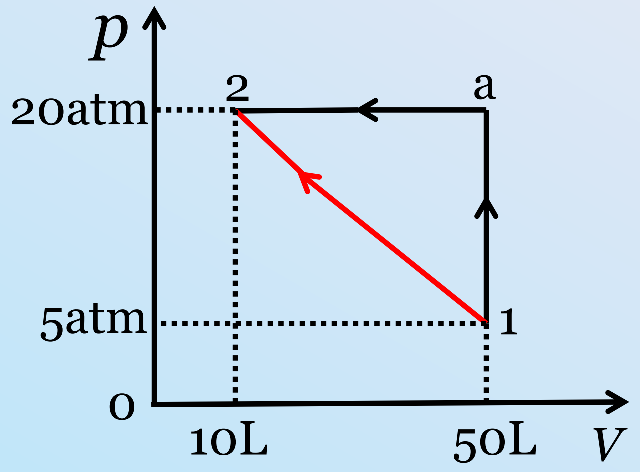
$$Q_{1a2}=Q_{1a}+Q_{a2}=-0.94\times10^5\ \text{J}$$

气体对外界放热

$$\Delta E_{1a2}=\Delta E_{1a}+\Delta E_{a2}=-0.13\times10^5\ \text{J}$$

气体内能减小

（2）1→2过程：



$$A=\int pdV=-\frac{p_1+p_2}{2}(V_1-V_2)$$

$$=-\frac{5+20}{2}\times1.013\times10^5\times(50-10)\times10^{-3}$$

$$=-0.51\times10^5\ \text{J}$$

$$\Delta E_{12}=\Delta E_{1a2}=-0.13\times10^5\ \text{J}$$

$$\boxed{\Delta E=\frac{i}{2}\nu R\Delta T}$$

由热力学第一定律，得：

$$Q_{12}=\Delta E_{12}+A_{12}=-0.64\times10^5\ \text{J}$$

外界对气体做功，气体向外界放热，气体内能减小。

5) 多方过程

理想气体在等温过程中进行着完全的功、热之间的转换，这时满足过程方程：

$$pV = 常量$$

而在绝热过程中,气体与外界完全没有热交换，过程方程为:

$$pV^{\gamma} = 常量$$

实际上，在压缩或膨胀时，气体所经历的过程常常是一个介于等温和绝热之间的过程，过程方程可写为:

$$pV^{n} = 常量$$

这种过程称为**多方过程**，其中的常数n称为**多方指数**。

$PV = \nu RT$

多方过程: $PV^n = $ 常量

$n=0$ ——等压过程

$n=1$ ——等温过程

$n=\gamma$ ——绝热过程 $(\gamma = \dfrac{C_P}{C_V})$

$n=\infty$ ——等容过程

若$n=\infty$，只有V=1时过程方程才成立，所以是V=1的等容过程。

其实：

$$PV^n = C \longrightarrow V = \left(\frac{C}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \xrightarrow{n=\infty} 1$$

注意：常数n取以上4种情况以外的其它值时为多方过程。

例. 一理想气体在某过程中压强与体积满足关系pV^2=常量。求此过程中气体的摩尔热容量C_n。

$$\boxed{E=\frac{i}{2}\nu RT}$$

$$\boxed{pV=\nu RT}$$

解： $C_n=\dfrac{1}{\nu}\dfrac{\text{đ}Q}{dT}$ $\qquad \text{đ}Q=dE+pdV$

$$\because dE=\frac{i}{2}\nu RdT \qquad \therefore \text{đ}Q=\frac{i}{2}\nu RdT+pdV$$

对过程方程求微分， 得 $\quad V^2dp+2pVdV=0$

化简 $\quad Vdp+2pdV=0$

再对状态方程求微分， 得 $\quad pdV+Vdp=\nu RdT$

以上两式相减，得 $\quad pdV=-\nu RdT$

故 $\quad \text{đ}Q=\left(\dfrac{i}{2}-1\right)\nu RdT$

代入第一个式子，得 $\quad \boxed{C_n=\left(\dfrac{i}{2}-1\right)R}$

作业：10 —T1 –T4

课后教案将发到公共邮箱phys109@126.com , 不在课间拷贝。

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周四交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。

第4节　循环过程 卡诺循环

1.热机和循环过程

1) 热机和循环过程

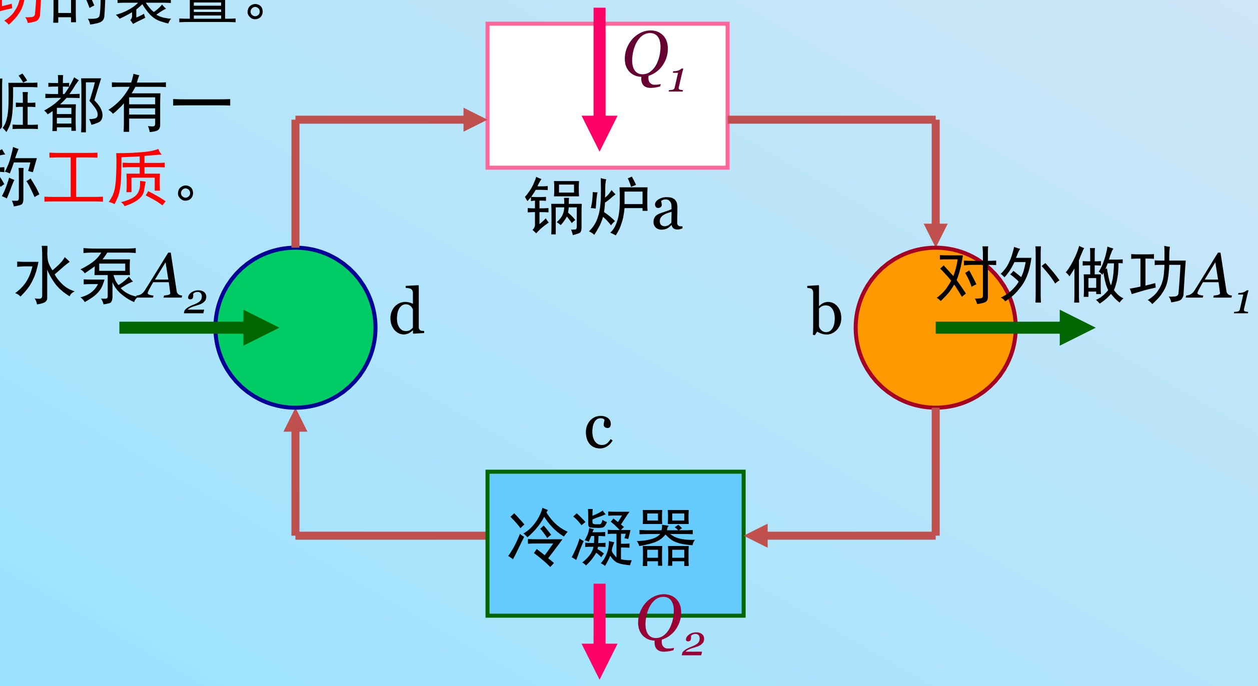
一台热发动机，简称**热机**。它是一种从外界以热能形式吸收能量并做有用功的装置。

每一部热机的心脏都有一种工作物质，简称工质。

以蒸汽机为例：

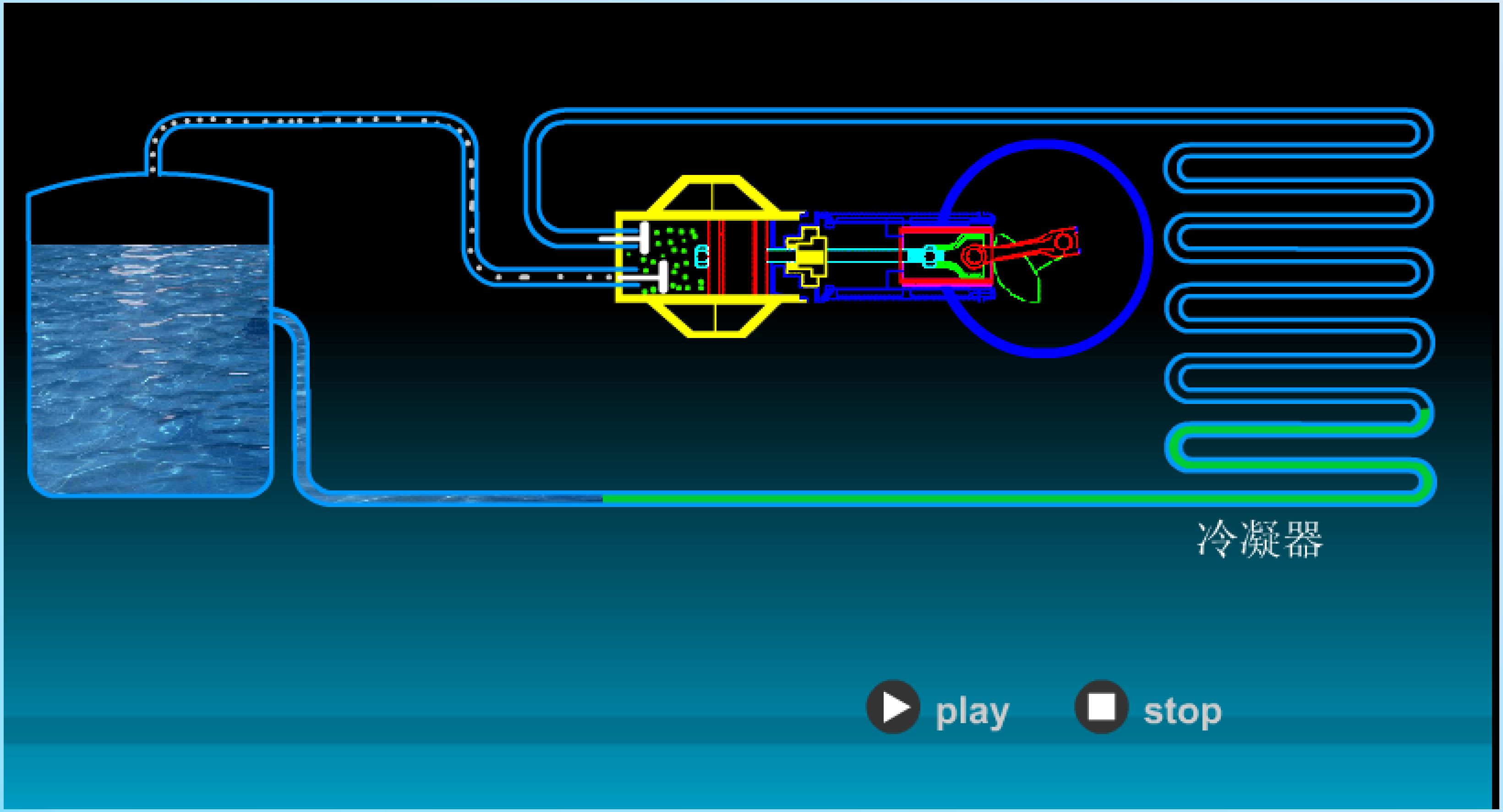
蒸汽机的工质

-----水



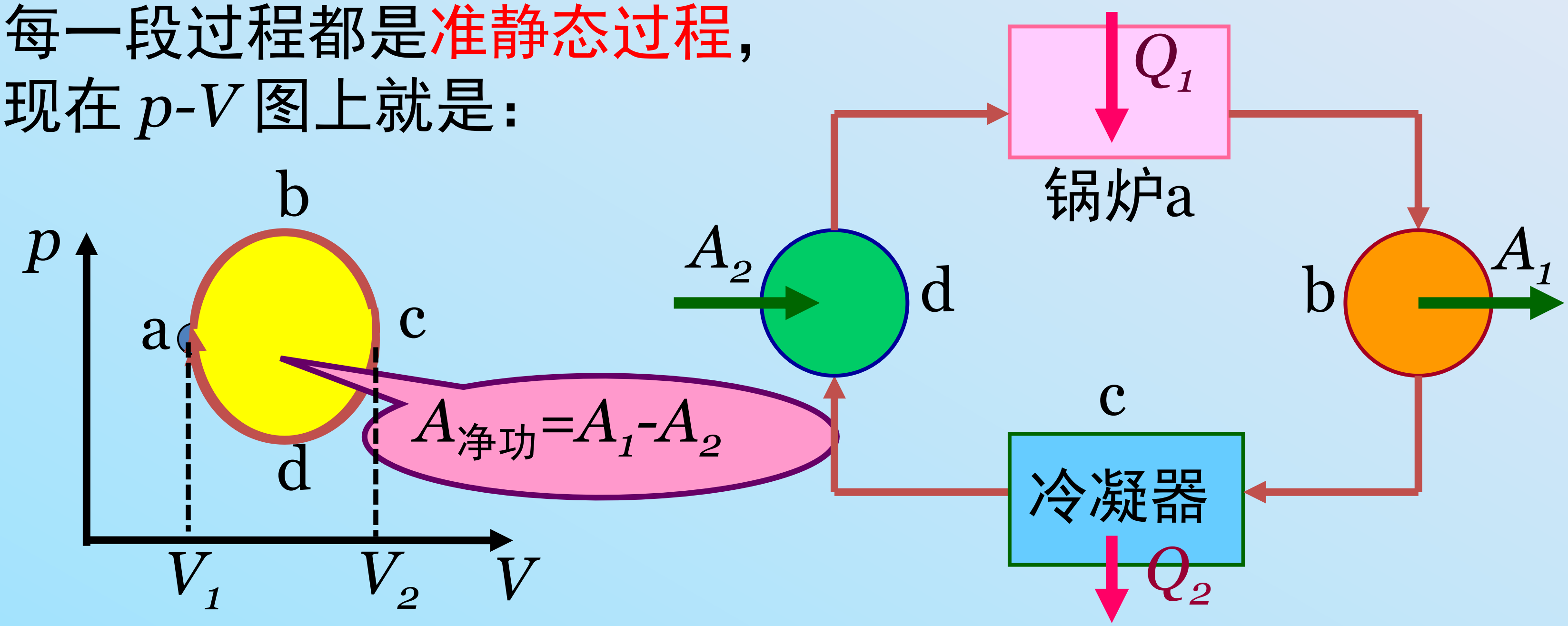
系统的工质，经一系列变化又回到了初始状态的整个过程，称为**循环过程**。

热机：持续地将热量转变为功的机器.



工作物质（工质）：热机中被利用来吸收热量并对外做功的物质。

若每一段过程都是准静态过程，
表现在 p-V 图上就是：



注意：

过程按顺时针进行：正循环。逆时针：逆循环

(1) 循环过程的特征：$\Delta E = 0$；

(2) 正循环对外做功：$Q_1>Q_2$；

(3) 通过各种平衡(或准静态)过程组合起来实现；

(4) 热、功计算：按各不同的分过程进行，总合起来求得整个循环过程的**净热量、净功。**

$$\boxed{Q=\Delta E+A}$$