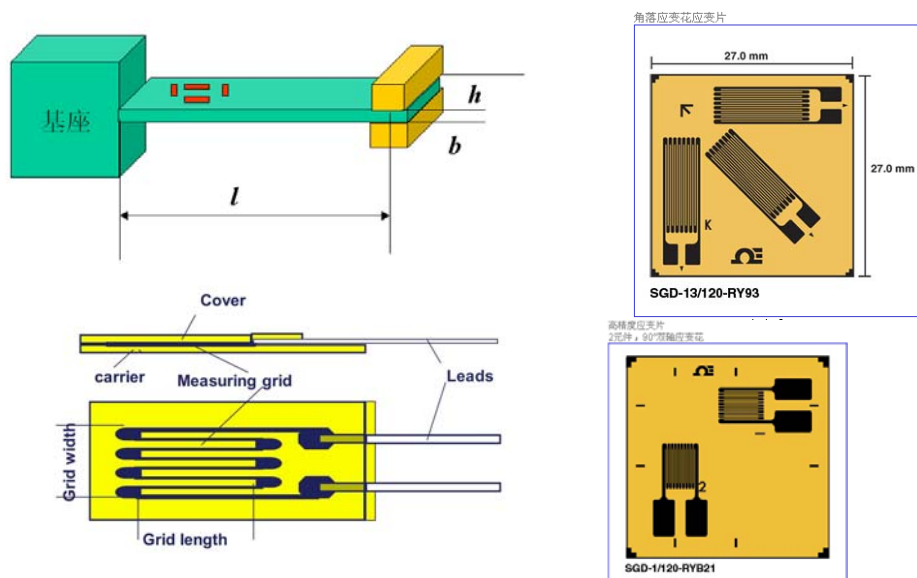


第三章 应变式传感器

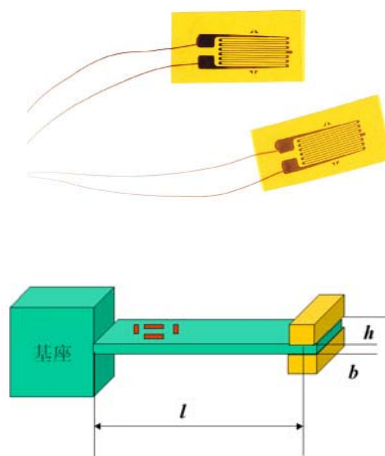


本章主要内容

- 3.1 应力应变基础
- 3.2 金属应变片式传感器
- 3.3 压阻传感器
- 3.4 测量电路
- 3.5 温度误差及补偿
- 3.6 相关应用

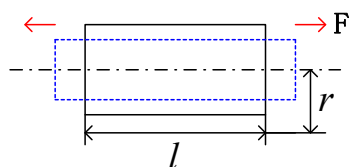
3.1 应变与应力基础

- 被测物理量→弹性元件→**敏感元件**阻值变化→电量输出
- 金属应变式传感器：敏感元件是**敏感栅**
- 压阻式应变传感器：敏感元件就是**半导体**
- 应力**：物体由于外因(受力、湿度变化等)而变形时，在所考察的截面某一点单位面积上的内力
- 按照应力和应变的方向关系：正应力 σ 和切应力 τ
- 正应力的方向与应变方向平行，而切应力的方向与应变垂直。



3

3.1 应变与应力基础



$$\begin{aligned} r &\rightarrow r + dr \\ l &\rightarrow l + dl \\ \rho &\rightarrow \rho + d\rho \end{aligned}$$

- 应变**：导体或者半导体在受到外力作用产生机械变形。

$$\text{轴向应变 } \varepsilon_r = \frac{dr}{r} \quad \text{径向应变 } \varepsilon = \frac{dl}{l}$$

- 弹性模量/杨氏模量**：理想材料有小形变时应力与相应的应变之比。 $(E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \text{ N/m}^2)$

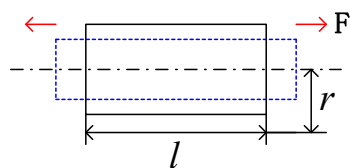
- 弹性材料的一种最重要、最具特征的力学性质，表征物体弹性变形的难易程度。

4

3.1 应变与应力基础

- **泊松比**：在材料的比例极限内，由均匀分布的纵向应力所引起的横向应变与相应的纵向应变之比的绝对值

• 金属应变片 $\mu = -\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon} \quad \varepsilon_r = \frac{dr}{r} \quad \varepsilon = \frac{dl}{l}$

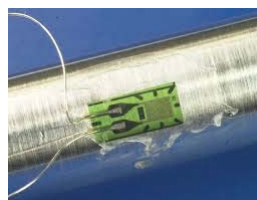


$$\begin{aligned} r &\rightarrow r + dr \\ l &\rightarrow l + dl \\ \rho &\rightarrow \rho + d\rho \end{aligned}$$

5

应变式传感器的优点

- 精度高，测量范围广
- 频率响应特性较好。
- 结构简单，尺寸小，质量轻。
- 可在高(低)温、高速、高压、强烈振动、强磁场及核辐射和化学辐射等恶劣条件下正常工作。
- 易于实现小型化、固态化。
- 价格低廉，品种多样，便于选择。



6

应变式传感器的缺点

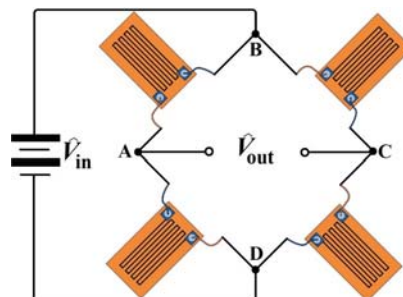
- 在**大应变状态**中具有较明显的**非线性**，半导体应变式传感器的非线性更为严重；
- 应变片式传感器**输出信号微弱**，故它的抗干扰能力较差，因此信号线需要采取屏蔽措施；
- 应变式传感器测出的只是一点或**应变栅范围内的平均应变**，不能显示应力场中应力梯度的变化等。

尽管应变式传感器存在上述缺点，但可采取一定补偿措施，因此它仍不失为非电量电测技术中应用最广和最有效的敏感元件。

7

3.2 金属应变式传感器

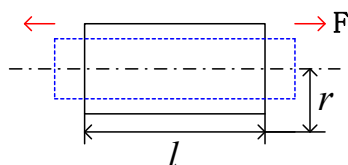
- 金属应变片：试件上的应变变化→电阻变化。
- 应用时将应变片粘贴在被测试件表面；
- 当试件受力变形时，应变片的**敏感栅**也随同变形，引起应变片的**阻值变化**，通过测量电路将其**转换为电压或电流**信号输出。



8

1 应变效应

金属丝的电阻随着它所受的机械形变（**拉伸或压缩**）的大小而发生相应变化的现象。



$$\begin{aligned} r &\rightarrow r + dr \\ l &\rightarrow l + dl \\ \rho &\rightarrow \rho + d\rho \end{aligned}$$

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad \longrightarrow \quad \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

$$\text{轴向应变: } \varepsilon = \frac{dl}{l} \quad \text{横向应变: } \varepsilon_r = \frac{dr}{r}$$

9

1 应变效应

弹性范围内：

泊松比

$$\varepsilon_r = -\mu \varepsilon$$

$$\text{而 } \frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V}$$

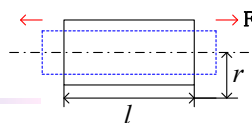
$$\frac{dV}{V} = \frac{dS}{S} + \frac{dl}{l} = 2\varepsilon_r + \varepsilon = -2\mu\varepsilon + \varepsilon = (1-2\mu)\varepsilon$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = C \frac{dV}{V} = C(1-2\mu)\varepsilon \quad + \quad \frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S}$$

$$\frac{dR}{R} = C(1-2\mu)\varepsilon + \varepsilon + 2\mu\varepsilon = [(1+2\mu) + C(1-2\mu)] \cdot \varepsilon = K_s \cdot \varepsilon$$

10

1 应变效应



$$\begin{aligned} r &\rightarrow r + dr \\ l &\rightarrow l + dl \\ \rho &\rightarrow \rho + d\rho \end{aligned}$$

$$\frac{dR}{R} = K_s \cdot \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta R}{R} = K_s \frac{\Delta l}{\Delta l} = K_s \cdot \varepsilon$$

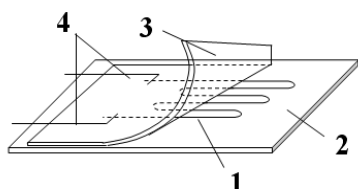
- 金属丝电阻的相对变化与金属丝的伸长或缩短之间存在比例关系。

灵敏度系数 K_s :

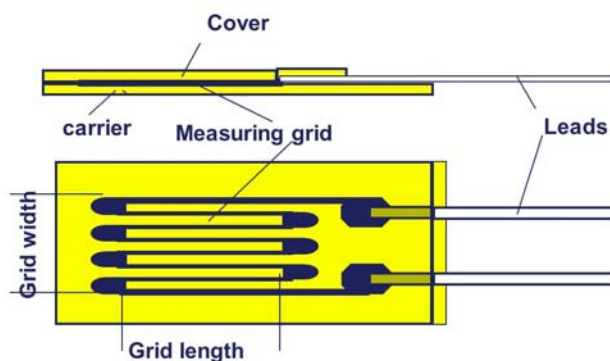
- 通常把单位应变所引起的电阻值相对变化量称为电阻丝的灵敏度系数，用 K_s 表示。
- K_s 与金属材料和电阻丝形状有关；
- K_s 值是一个无因次量，没有量纲。

11

2 应变片的结构



- 1 敏感栅
- 2 基底
- 3 盖片
- 4 引线



12

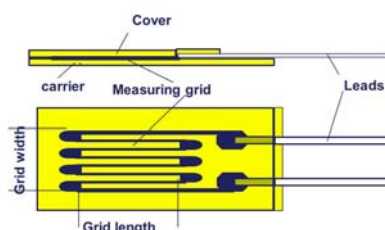
3 主要特性

(1) 灵敏度系数

- 金属丝的电阻相对变化-应变之间具有线性关系；
- 金属丝做成电阻应变片后，其电阻-应变特性与金属单丝时不同的，因此必须通过实验重新测定。
- 实验证明， $\Delta R / R$ 与 ε 的关系在很大范围内仍然有很好的线性关系。即

$$\frac{\Delta R}{R} = K \varepsilon$$

电阻应变片的灵敏系数

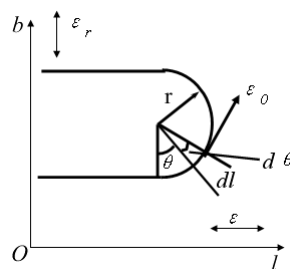
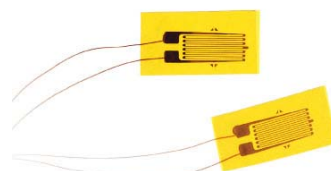


13

3 主要特性

(2) 横向效应

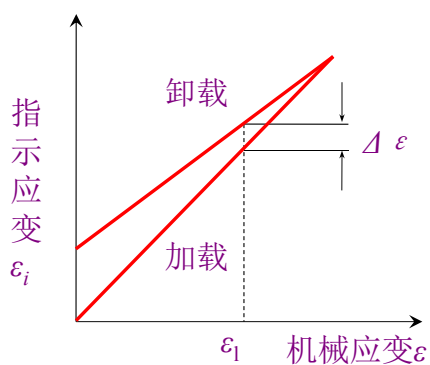
- 应变片由于两端有圆弧形或直线形的横栅，测量应变时，横栅既对应变片轴线方向的应变敏感，又对垂直于轴线方向的横向应变敏感。应变片的这种既受轴向应变影响，又受横向应变影响而引起电阻变化的现象称为横向效应。
- 横向效应给测量带来了误差，其大小与敏感栅的构造及尺寸有关。
- 敏感栅纵栅愈窄愈长，而横栅愈宽愈短，则横向效应的影响愈小。



14

3 主要特性

(3) 机械滞后



应变片的机械滞后

- 由于敏感栅材料、基底和粘合剂在承受机械应变以后会有部分残余变形；
- 机械滞后：对于已经安装好的应变片，在一定温度下，其指示应变与真实应变的加载特性和卸载特性不重合。

15

3 主要特性

(4) 时间稳定性：零点漂移和蠕变

■ 零漂(zero shift)

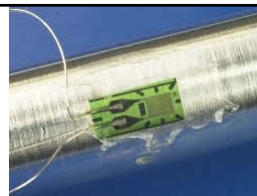
对于已安装好的应变片，在一定温度下，不承受机械应变时，其指示应变随时间而变化的特性

➢ 原因：通以工作电流后的温度效应；应变片的内应力变化；粘结剂固化不充分等。

■ 蠕变(creep)

在一定温度下，使其承受一恒定的机械应变时，指示应变随时间变化的特性。

➢ 原因：胶层之间发生“滑动”所致。

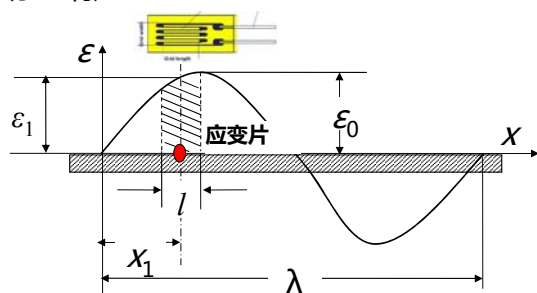


16

3 主要特性

(5) 动态特性

- 当被测应变值随时间变化的频率很高时，需考虑应变片的动态特性；
- 因应变片基底和粘贴胶层很薄，构件的应变波传到应变片的时间很短(估计约 $0.2\mu\text{s}$)，故只需考虑应变沿应变片轴向传播时的动态响应。



- 设一频率为 f 的正弦应变波在构件中以速度 v 沿应变片栅长方向传播，在某一瞬时 t ，应变沿构件的分布

应变栅长与应变波长之比越小，平均应变与中点应变的误差越小

17

2.3 主要特性

相关计算：

应变栅长为 l ；

应变波波长为 λ ，则有 $\lambda = \frac{v}{f}$ ；

应变波沿构件分布为 $\varepsilon(x) = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x$ 应变片中点的应变为 $\varepsilon_t = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_t$ x_t 为中点坐标。

应变片测得的应变为栅长 l 范围内的平均应变 ε_m ，其数值为应变波曲线下的面积除以栅长。

$$\varepsilon_m = \frac{1}{l} \int_{x_t - \frac{l}{2}}^{x_t + \frac{l}{2}} \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x dx = \varepsilon_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x_t \cdot \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$$

$$\text{平均应变和中点应变得相对误差为 } \delta = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_m}{\varepsilon_t} = 1 - \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$$

结论：应变栅长与应变波的波长之比越小，相对误差越小。

18

2.3 主要特性

平均应变和中点应变得相对误差为 $\delta = \frac{\varepsilon_t - \varepsilon_m}{\varepsilon_t} = 1 - \frac{\sin \frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}$

$\frac{l}{\lambda}$	δ
0.1	1.62%
0.04	0.51%

结论：应变栅长与应变波的波长之比越小，相对误差越小。

19

3.3 压阻式传感器

- 优点：压阻式传感器的灵敏度高、动态响应好、精度高、易于微型化和集成化。
- 缺点：半导体材料对温度很敏感 → 压阻传感器的温度误差较大，必须要有温度补偿。



20

1 压阻效应

单晶硅材料在受到应力作用后，其电阻率发生明显变化，这种现象被称为压阻效应。

对于条形半导体材料，其电阻变化量为：

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1+2\mu)\varepsilon$$

金属材料： $\frac{dR}{R} = (1+2\mu)\varepsilon$

$$\frac{dR}{R} = \pi\sigma + (1+2\mu)\varepsilon = (\pi E + 1 + 2\mu)\varepsilon$$

应力 σ

弹性模量 E

$\frac{d\rho}{\rho} = \pi\sigma = \pi E\varepsilon$

21

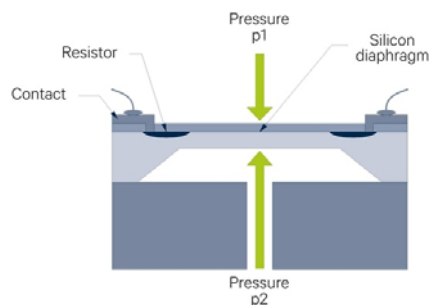
1 压阻效应

半导体： $\frac{dR}{R} = \pi\sigma + (1+2\mu)\varepsilon = (\pi E + 1 + 2\mu)\varepsilon$

$\pi E \gg (1+2\mu)$

$$\frac{dR}{R} = \pi E\varepsilon$$

- 压阻传感器的工作原理是基于压阻效应；
- 扩散硅压阻式传感器的基片是半导体单晶硅；
- 单晶硅是各向异性材料，取向不同其特性不一样；
- 取向是用晶向表示的，所谓**晶向**就是晶面的法线方向。



22

2 晶向和晶面的表示

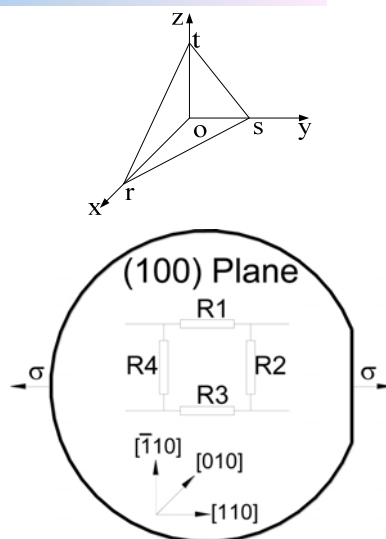
晶面(截距式): $\frac{x}{r} + \frac{y}{s} + \frac{z}{t} = 1$

法线式:

$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = p$$

晶向(向量 p): 晶面的法线方向。

- ❖ 晶向 $[a \ b \ c]$
- ❖ 晶面 $(a \ b \ c)$
- ❖ 晶面族 $\{a \ b \ c\}$



23

3.2 晶向和晶面的表示

- 方向余弦

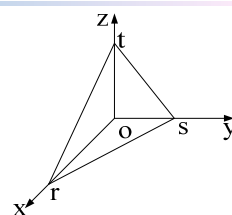
某晶向 $[a \ b \ c]$ 的方向余弦为:

$$l = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \alpha$$

$$m = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \beta$$

$$n = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \cos \gamma$$

$$\cos \alpha : \cos \beta : \cos \gamma = \frac{1}{r} : \frac{1}{s} : \frac{1}{t} = a : b : c$$



$$\frac{x}{r} + \frac{y}{s} + \frac{z}{t} = 1$$

+

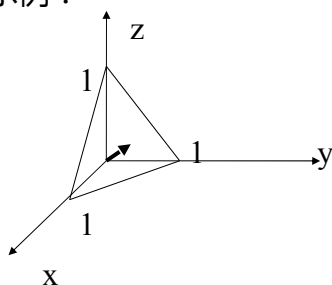
$$x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = p$$



24

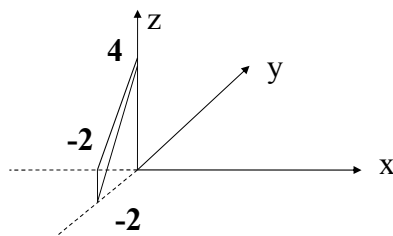
2 晶向和晶面的表示

• 示例：



❖ 晶向、晶面、晶面族分别为：

$$\begin{aligned} &[1\ 1\ 1] \\ &(\bar{1}\ \bar{1}\ \bar{1}) \\ &\{1\ 1\ 1\} \end{aligned}$$



❖ 晶向、晶面、晶面族分别为：

$$\begin{aligned} &[\bar{2}\ \bar{2}\ 1] \\ &(\bar{2}\ \bar{2}\ 1) \\ &\{\bar{2}\ \bar{2}\ 1\} \end{aligned}$$

25

3 压阻系数

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \pi \cdot \sigma = \delta \approx \frac{\Delta R}{R}$$

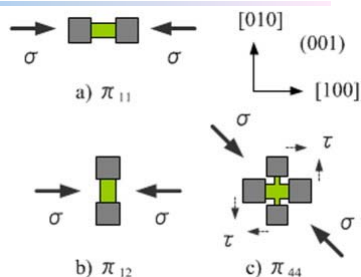
❖ 六个独立的应力分量：

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6$$

❖ 六个独立的电阻率的变化率：

$$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6 \longrightarrow \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

26



3.3 压阻系数

电阻率的变化与应力分量之间的关系:

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

27

3 压阻系数

- 正向压阻系数相等
- 横向压阻系数相等
- 剪切压阻系数相等
- 切应力不可能产生正向压阻效应
- 正向应力不可能产生剪切压阻效应
- 剪切应力只能在剪切应力平面内产生压阻效应

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{13} & \pi_{14} & \pi_{15} & \pi_{16} \\ \pi_{21} & \pi_{22} & \pi_{23} & \pi_{24} & \pi_{25} & \pi_{26} \\ \pi_{31} & \pi_{32} & \pi_{33} & \pi_{34} & \pi_{35} & \pi_{36} \\ \pi_{41} & \pi_{42} & \pi_{43} & \pi_{44} & \pi_{45} & \pi_{46} \\ \pi_{51} & \pi_{52} & \pi_{53} & \pi_{54} & \pi_{55} & \pi_{56} \\ \pi_{61} & \pi_{62} & \pi_{63} & \pi_{64} & \pi_{65} & \pi_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

28

独立的压阻系数分量

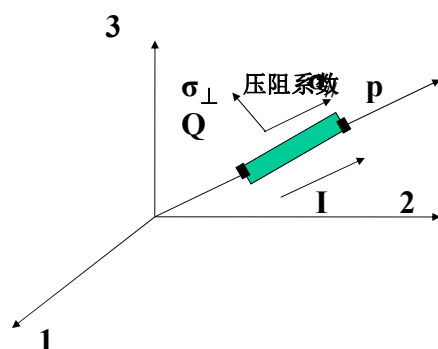
$$\begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{11} & \pi_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \pi_{12} & \pi_{12} & \pi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi_{44} \end{bmatrix}$$

相对于晶轴坐标系三个晶轴方向的三个独立分量：纵向压阻系数 π_{11} 、横向压阻系数 π_{12} 、剪切压阻系数 π_{44}

29

3.3 压阻系数

以任意方向为例（P方向）推导电阻变化：



30

3.3 压阻系数

$$\frac{\Delta R}{R} = \pi_{//} \sigma_{//} + \pi_{\perp} \sigma_{\perp}$$

P方向余弦： (l_1, m_1, n_1)

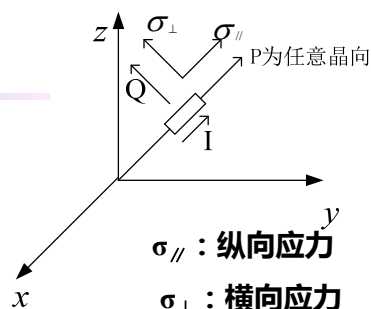
Q方向余弦： (l_2, m_2, n_2) ：

$$\pi_{//} = \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 m_1^2 + m_1^2 n_1^2 + l_1^2 n_1^2)$$

$$\pi_{\perp} = \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44})(l_1^2 l_2^2 + m_1^2 m_2^2 + n_1^2 n_2^2)$$

- 对P型硅： π_{11} 、 $\pi_{12} \approx 0$ ，只考虑 π_{44} ；

- 对N型硅： $\pi_{44} \approx 0$ ， $\pi_{12} \approx -1/2 \pi_{11}$ ；



$\sigma_{//}$ ：纵向应力

σ_{\perp} ：横向应力

$\pi_{//}$ ：纵向压阻系数

π_{\perp} ：横向压阻系数

☀ 影响压阻系数大小的因素主要是扩散杂质的表面浓度和温度

31

3.3 压阻系数

简化分析：

- 对P型硅(掺杂三价元素)：

— π_{11} 、 $\pi_{12} \approx 0$ ，只考虑 π_{44} ：

- 对N型硅(掺杂五价元素)：

— $\pi_{44} \approx 0$ ， $\pi_{12} \approx -1/2 \pi_{11}$ ，

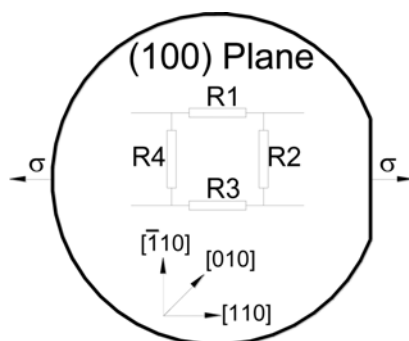
(参见第38页)

通常P-Si的 $E = 1.87 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$

32

计算压阻系数

例1：计算P型硅（100）晶面内[011]晶向的纵向与横向压阻系数



- （100）晶面内[011]晶向的横向为[0 $\bar{1}$ 1]晶向

33

压阻系数的计算

设[011]与[011]晶向的方向余弦：

$$l_1 = 0 \quad m_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$n_1 = \frac{1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$l_2 = 0 \quad m_2 = \frac{-1}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

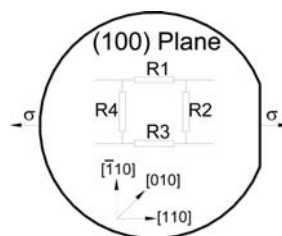
$$n_2 = \frac{1}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\pi_{//} = \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})$$

$$\pi_{\perp} = \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44})$$



34

3.3 压阻系数

$$\begin{aligned}
 \pi_{//} &= \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44}) \\
 \pi_{\perp} &= \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44})
 \end{aligned}$$

35

3.3 压阻系数

$$\begin{aligned}
 \pi_{//} &= \pi_{11} - 2(\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} + \pi_{44})
 \end{aligned}$$

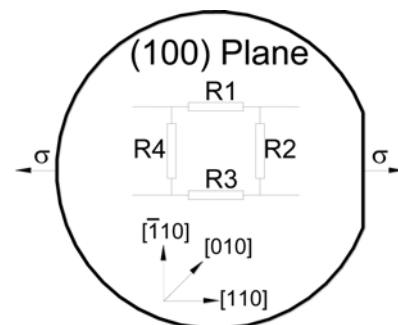
$$\begin{aligned}
 \pi_{\perp} &= \pi_{12} + (\pi_{11} - \pi_{12} - \pi_{44}) \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right) \\
 &= \frac{1}{2}(\pi_{11} + \pi_{12} - \pi_{44})
 \end{aligned}$$

对P型硅: $\pi_{11} \approx \pi_{12} \approx 0$

$$\pi_{//} = \frac{1}{2} \pi_{44} \quad \pi_{\perp} = -\frac{1}{2} \pi_{44}$$

对N型硅: $\pi_{44} \approx 0, \pi_{12} \approx -\frac{1}{2} \pi_{11}$

$$\pi_{//} = \frac{1}{4} \pi_{11} \quad \pi_{\perp} = \frac{1}{4} \pi_{11}$$



36

小结（主要特点比较）

$$\frac{\Delta R}{R} = K \varepsilon$$

1 传感原理

金属应变片传感器：形变量（长度L、截面积S）
→电学量（电阻）变化

压阻式传感器：

根据半导体在受应力作用后，半导体中的空穴或载流子发生迁移导致电阻率变化，从而引起电阻变化。（电阻率 ρ ）



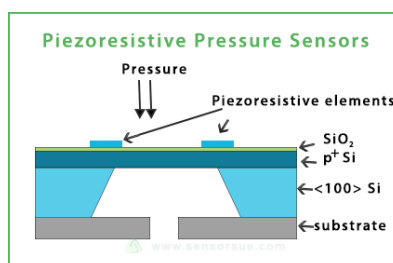
2 灵敏度

金属应变片传感器：

K值一般为2-3

压阻式传感器：

K值一般为100-300



37

小结（主要特点比较）

2 灵敏度

金属应变片传感器：

K值一般为2-3

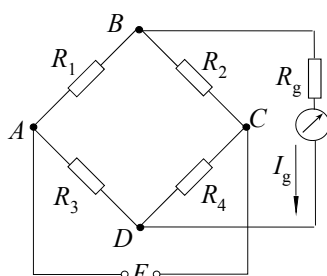
压阻式传感器：

K值一般为100-300

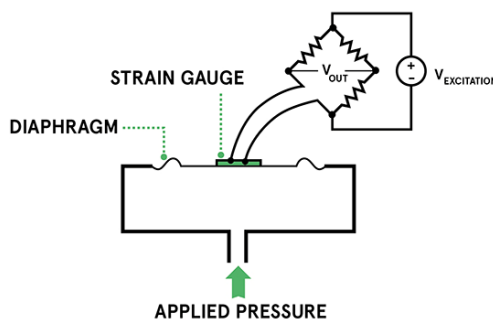
38

3.4 测量电路

测量应变式传感器的测量线路多采用惠斯通电桥



电桥线路原理图



39

3.4 测量电路

$$U_g = I_g R_g = \frac{E(R_1 R_4 - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) + \frac{1}{R_g} [R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)]}$$

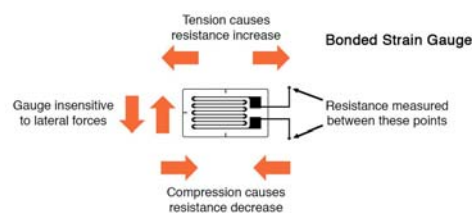
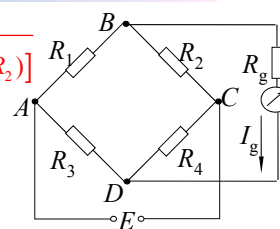
$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \Rightarrow I_g = 0, U_g = 0$$

B、D两点开路（负载电阻 R_g 为无穷大）

$$U_g = E \frac{(R_1 R_4 - R_2 R_3)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

★设 R_1 为应变片的阻值，工作时有一增量 ΔR ，当拉伸应变时， ΔR 为正；压缩应变时为负。

$$U_g = E \frac{(R_1 + \Delta R) R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + \Delta R + R_2)(R_3 + R_4)}$$



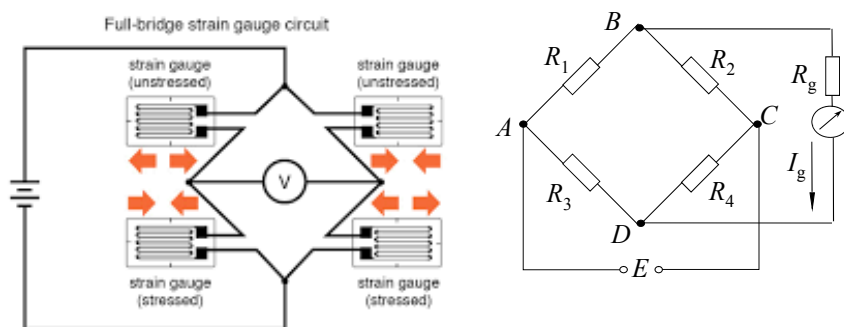
40

3.4 测量电路

设电桥各臂均有相应的电阻增量 ΔR_1 、 ΔR_2 、 ΔR_3 、 ΔR_4 时，则

$$U_g = E \frac{(R_1 + \Delta R_1)(R_4 + \Delta R_4) - (R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3)}{(R_1 + \Delta R_1 + R_2 + \Delta R_2)(R_3 + \Delta R_3 + R_4 + \Delta R_4)} \quad (2-25)$$

实际使用时，一般多采用等臂电桥。



41

1 等臂电桥

$$U_g = E \frac{R(\Delta R_1 - \Delta R_2 - \Delta R_3 + \Delta R_4) + \Delta R_1 \Delta R_4 - \Delta R_2 \Delta R_3}{(2R + \Delta R_1 + \Delta R_2)(2R + \Delta R_3 + \Delta R_4)}$$

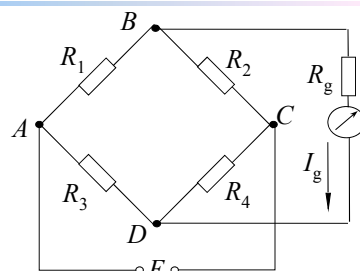
$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$$

通常 $\Delta R_i (i=1,2,3,4)$ 很小：

$$R \gg \Delta R$$

$$U_g = \frac{E}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} \right)$$

$$= \frac{E}{4} K(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4)$$



说明：

① 当 $\Delta R \ll R$ 时，输出电压与应变呈线性关系。

② 若相邻两桥臂的应变极性一致，即同为拉应变或压应变时，输出电压为两者之差；若相邻两桥臂的极性不同时，输出电压为两者之和；

③ 若相对两桥臂应变的极性一致时，输出电压为两者之和；相对桥臂的应变极性相反时，输出电压为两者之差。

42

4.1 等臂电桥

几点特性：

- ① 当 $\Delta R \ll R$ 时，输出电压与应变呈线性关系。
- ② 若相邻两桥臂的应变极性一致，即同为拉应变或压应变时，输出电压为两者之差；若相邻两桥臂的极性不同时，输出电压为两者之和。
- ③ 若相对两桥臂应变的极性一致时，输出电压为两者之和；相对桥臂的应变极性相反时，输出电压为两者之差。

43

2 单臂测量电路（恒压激励分析）

$$U_g = \frac{E}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R} - \frac{\Delta R_2}{R} - \frac{\Delta R_3}{R} + \frac{\Delta R_4}{R} \right) = \frac{E}{4} K (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \varepsilon_3 + \varepsilon_4)$$

$$U_g = \frac{E \Delta R}{4R + 2\Delta R} = \frac{E \Delta R}{4R} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta R}{R} \right)^{-1} = \frac{E}{4} K \varepsilon \left(1 + \frac{1}{2} K \varepsilon \right)^{-1}$$

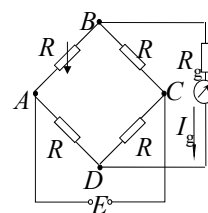
展开级数：

$$U_g = \frac{E}{4} K \varepsilon \left[1 - \frac{1}{2} K \varepsilon + \frac{1}{4} (K \varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K \varepsilon)^3 + \dots \right] \approx \frac{E}{4} K \varepsilon$$

则电桥的相对非线性误差为

$$\delta = \frac{\frac{E}{4} K \varepsilon - \frac{E}{4} K \varepsilon \left[1 - \frac{1}{2} K \varepsilon + \frac{1}{4} (K \varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K \varepsilon)^3 + \dots \right]}{\frac{E}{4} K \varepsilon} = \frac{1}{2} K \varepsilon + \frac{1}{4} (K \varepsilon)^2 - \frac{1}{8} (K \varepsilon)^3 + \dots$$

★ $K \varepsilon$ 愈大， δ 愈大 \Rightarrow 通常 $K \varepsilon \ll 1 \Rightarrow \delta \approx 1/2 \cdot K \varepsilon$



44

2 单臂测量电路

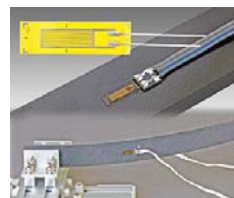
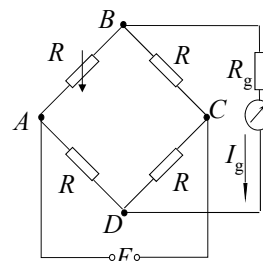
例题：

设 $K=2$ ，要求非线性误差 $\delta < 1\%$ ，试求允许测量的最大应变值 ε_{\max} 。

$$\frac{1}{2} K \varepsilon_{\max} < 0.01$$

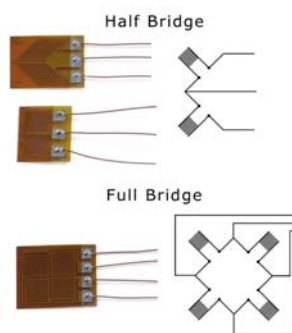
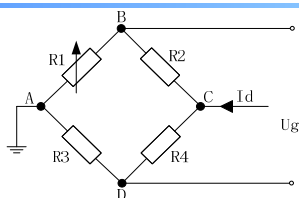
$$\varepsilon_{\max} < \frac{2 \times 0.01}{K} = \frac{2 \times 0.01}{2} = 0.01 = 10000 \mu\varepsilon$$

结论：如果被测应变大于 $10000 \mu\varepsilon$ ，采用等臂电桥时的非线性误差大于1%。



45

2 单臂测量电路（恒流激励分析）



当只有单臂工作时，即AB桥臂变化 ΔR ，则

$$U_g = \frac{R \Delta R}{4R + \Delta R} I_d = \frac{R I_d}{4} K \varepsilon \left(1 + \frac{1}{4} K \varepsilon\right)^{-1}$$

展开级数

$$U_g = \frac{R I_d}{4} K \varepsilon \left[1 - \frac{1}{4} K \varepsilon + \frac{1}{16} (K \varepsilon)^2 - \frac{1}{64} (K \varepsilon)^3 + \dots \right]$$

46

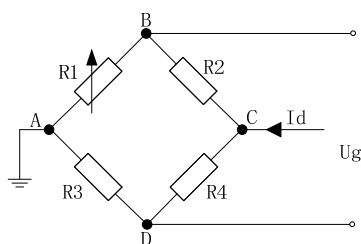
2 单臂测量电路（恒流激励分析）

$$U_g = \frac{RI_d}{4} K\varepsilon \left[1 - \frac{1}{4} K\varepsilon + \frac{1}{16} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{64} (K\varepsilon)^3 + \dots \right]$$

电桥的相对非线性误差为

$$\delta = \frac{\frac{RI_d}{4} K\varepsilon - \frac{RI_d}{4} K\varepsilon \left[1 - \frac{1}{4} K\varepsilon + \frac{1}{16} (K\varepsilon)^2 - \frac{1}{64} (K\varepsilon)^3 + \dots \right]}{\frac{RI_d}{4} K\varepsilon}$$

$$= \frac{1}{4} K\varepsilon - \frac{1}{16} (K\varepsilon)^2 + \frac{1}{64} (K\varepsilon)^3 + \dots$$



☀ $K\varepsilon$ 愈大, δ 愈大 \rightarrow 通常 $K\varepsilon \ll 1 \rightarrow \delta \approx 1/4 \cdot K\varepsilon$

47

3 半桥测量电路(1)— R_1, R_3 为应变电阻

$$R_1 = R + \Delta R, R_3 = R - \Delta R, R_2 = R_4 = R$$

$$\text{输出 } U_g = E \cdot \frac{(R + \Delta R) \cdot R - (R - \Delta R) \cdot R}{(R + \Delta R + R)(R + R - \Delta R)}$$

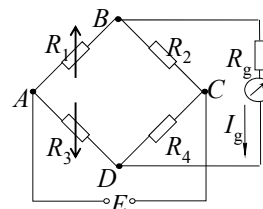
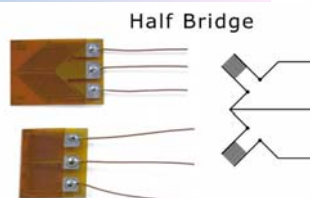
$$= E \cdot \frac{2R \cdot \Delta R}{4R^2 - \Delta R^2}$$

$$= \frac{E}{2} \cdot \frac{\Delta R/R}{1 - (\Delta R/2R)^2} \approx \frac{E}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{E}{2} \cdot K\varepsilon = U_g'$$

$$\text{非线性误差 } \delta = \left| \frac{U_g - U_g'}{U_g'} \right| = \left| \frac{\frac{K\varepsilon}{1 - (\frac{1}{2} K\varepsilon)^2} - K\varepsilon}{K\varepsilon} \right|$$

$$= \left| 1 - 1 + \left(\frac{1}{2} K\varepsilon \right)^2 \right|$$

$$= \left(\frac{1}{2} K\varepsilon \right)^2$$



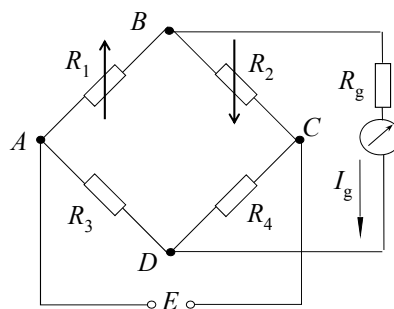
48

3 半桥测量电路(2)—R1, R2为应变电阻

$$R_1=R+\Delta R, R_2=R-\Delta R, R_3=R_4=R$$

$$\begin{aligned} \text{输出 } U_g &= E \cdot \frac{(R+\Delta R) \cdot R - (R-\Delta R) \cdot R}{(R+\Delta R+R-\Delta R)(R+R)} \\ &= E \cdot \frac{2R \cdot \Delta R}{4R^2} \\ &= \frac{E}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = U_g' \end{aligned}$$

非线性误差 $\delta = 0$



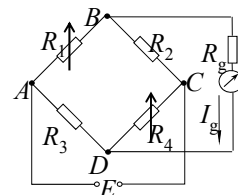
49

3 半桥测量电路(3)—R1, R4为应变电阻

$R_1=R_4=R+\Delta R, R_2=R_3=R$, 计算输出和非线性误差 (恒压激励)

$$\begin{aligned} U_g &= E \cdot \frac{(R+\Delta R) \cdot (R+\Delta R) - R \cdot R}{(R+\Delta R+R)(R+\Delta R+R)} \\ &= E \cdot \frac{2R \cdot \Delta R + \Delta R^2}{(2R+\Delta R)(2R+\Delta R)} \\ &= \frac{E}{2} \cdot \frac{\Delta R}{2R+\Delta R} \approx \frac{E}{2} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{E}{2} \cdot K\varepsilon = U_g' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta &= \left| \frac{U_g - U_g'}{U_g'} \right| = \left| \frac{\frac{K\varepsilon}{1 + \frac{1}{2}K\varepsilon} - K\varepsilon}{K\varepsilon} \right| \\ &= \frac{1}{2} K\varepsilon \end{aligned}$$



电桥线路原理图

50

4 全桥测量电路（恒压激励）

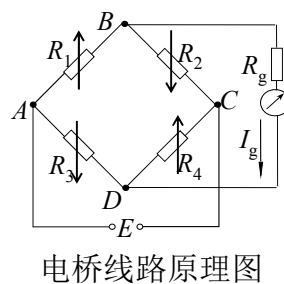
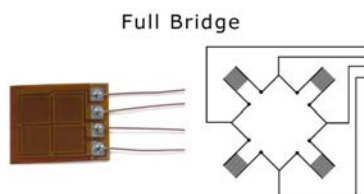
$R_1=R_4=R+\Delta R$, $R_2=R_3=R-\Delta R$, 计算输出和非线性误差

$$U_g = E \cdot \frac{(R + \Delta R) \cdot (R + \Delta R) - (R - \Delta R)^2}{2R \cdot 2R}$$

$$= E \cdot \frac{2R \cdot 2\Delta R}{4R^2}$$

$$= E \cdot \frac{\Delta R}{R} = E \cdot K\varepsilon$$

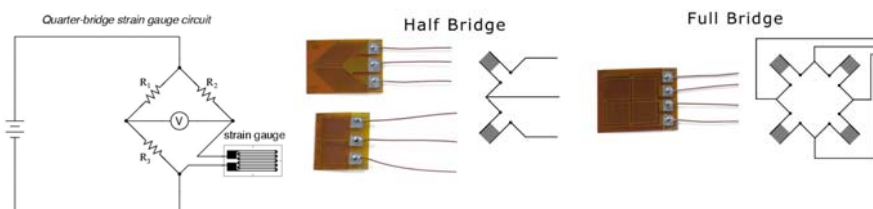
$$\delta = 0$$



51

5 测量电路（小结）

电路形式	电路输出 U_g ($K\varepsilon < 1$)	非线性误差 δ
单臂	$U_g = E/4 \times K\varepsilon$	$\delta = 1/2 \times K\varepsilon$
半桥1	$U_g = E/2 \times K\varepsilon$	$\delta = (1/2 \times K\varepsilon)^2$
半桥2	$U_g = E/2 \times K\varepsilon$	$\delta = 0$
半桥3	$U_g = E/2 \times K\varepsilon$	$\delta = 1/2 \times K\varepsilon$
全桥	$U_g = E \times K\varepsilon$	$\delta = 0$



52

3.5 温度误差及补偿

(1) 温度误差

- 由于环境温度变化引起的电阻变化与试件应变所造成的电阻变化几乎有相同的数量级，从而产生很大的测量误差。
- 两个主要因素：
 - ① 应变片的电阻丝(敏感栅)具有一定温度系数；
 - ② 电阻丝材料与测试材料的线膨胀系数不同。



53

3.5 温度误差及补偿

(2) 温度补偿

- 单丝自补偿法(对于金属应变片)

为使应变片在温度变化时的热输出为零，必须使

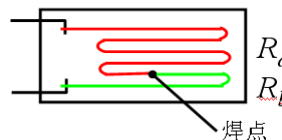
$$\alpha_t + K(\beta_e - \beta_g) = 0$$

若应变片的敏感栅是用单一的合金丝制成，使其电阻温度系数 α_t 和线膨胀系数 β_g 满足上式条件，即可实现温度自补偿。

- 双丝组合式自补偿法(对于金属应变片)

粘贴在某一试件上的两段敏感栅随温度变化而产生的电阻变化量大小相等，符号相反
即

$$(\Delta R_a)_t = -(\Delta R_b)_t$$



双丝组合式自补偿应变片

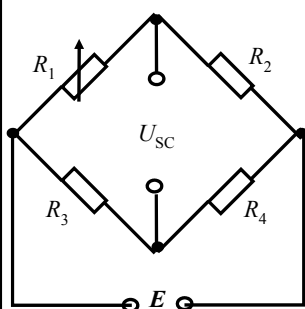
54

3.5 温度误差及补偿——桥路补偿法

电桥输出电压

由桥臂电阻和电源电压决定的常数

$$U_{SC} = A(R_1 R_4 - R_2 R_3) = 0$$



分析：

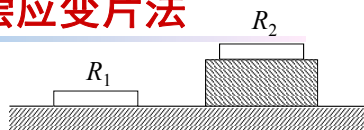
- 当 R_3 、 R_4 为常数时， R_1 和 R_2 对输出电压的作用方向相反；
- 利用这个基本特性可实现对温度的补偿，并且补偿效果较好 → 最常用的补偿方法之一。

55

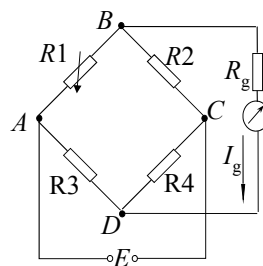
3.5 温度误差及补偿——补偿应变片法

(使用两个应变片)

- 工作应变片 R_1 贴在被测试件的表面；
- 补偿应变片 R_2 贴在与被测试件材料相同的补偿块上；
- 在工作过程中补偿块不承受应变，仅随温度发生变形；
- 由于 R_1 与 R_2 接入电桥相邻臂上，造成 ΔR_{1t} 与 ΔR_{2t} 相同，根据电桥理论可知，其输出电压 U_{SC} 与温度无关。
- 当工作应变片感受应变时，电桥将产生相应输出电压。



补偿应变片粘贴示意图



56

3.5 温度误差及补偿

应变引起电阻 R_1 发生变化, R_2 不承受应变。

$$U_{SC} = A[(R_1 + \Delta R_{1t} + R_1 K \varepsilon)R_4 - (R_2 + \Delta R_{2t})R_3] = AR'RK\varepsilon$$

- 电桥输出电压只与应变 ε 有关, 与温度无关。

- 完全补偿需满足的条件:

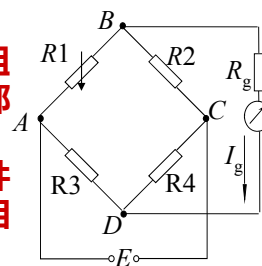
① R_1 和 R_2 须属于同一批号的, 即它们的电阻温度系数 α 、线膨胀系数 β 、应变灵敏系数 K 都相同, 两片的初始电阻值也要求相同;

② 用于粘贴补偿片的构件和粘贴工作片的试件二者材料必须相同, 即要求两者线膨胀系数相等;

③ 两应变片处于同一温度环境中。

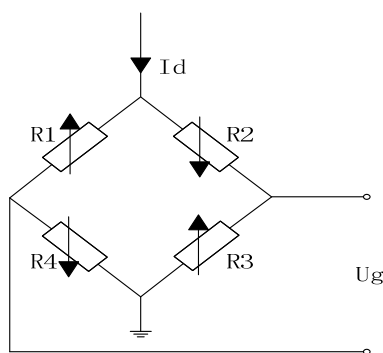
✓ 此方法简单易行, 能在较大温度范围内进行补偿。

✗ 三个条件不易满足, 尤其是条件③。在某些测试条件下, 温场梯度较大, R_1 和 R_2 很难处于相同温度点。

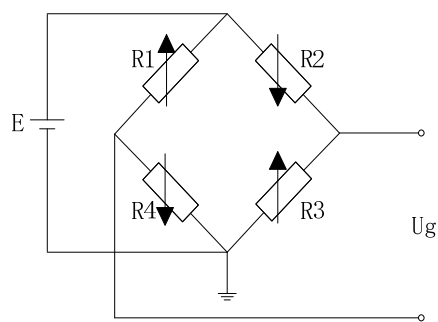


3.5 温度误差及补偿 (分析不同的激励方式)

全桥电路: 恒流源与恒压源两种激励方式对该电路的温度误差影响作用。



(a) 恒流源供电



(b) 恒压源供电

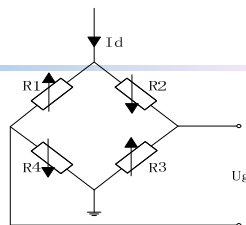
3.5 温度误差及补偿

零点温度漂移：

(1) 恒流源供电： $U_g = \Delta R \cdot I_d$

恒压源供电： $U_g = \frac{\Delta R}{R + \Delta R t} E$

其中， ΔR 为应变引起的电阻变化， $\Delta R t$ 为温度引起的电阻变化。

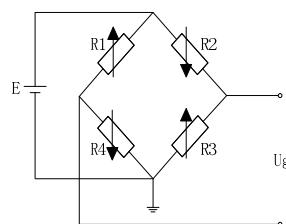


- 在恒流源供电下，全桥电路的输出与温度无关；在恒压源供电下，全桥电路的输出与温度有关，在相同应变下，随着温度的升高其输出将减小。

灵敏度温度漂移：

(2) 恒流源供电： $K_s = K R I_d$

恒压源供电： $K_s = \frac{K E}{1 + \frac{\Delta R t}{R}}$



- 在恒流源供电下，全桥电路的灵敏度系数与温度无关；在恒压源供电下，全桥电路的灵敏度与温度有关，随着温度的升高其灵敏度系数将减小。

59

3.6 相关应用

电阻应变式传感器，除了测定试件应力、应变外，还用来测定力、扭矩、加速度、压力等其它物理量。

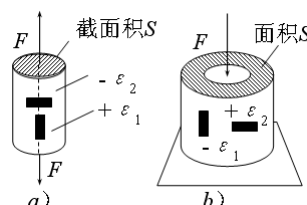
- ◆ 柱式力传感器
- ◆ 梁式力传感器
- ◆ 应变式压力传感器
- ◆ 应变式加速度传感器
- ◆ 固态压阻器件

60

1 柱式力传感器

圆柱式力传感器的弹性元件分为实心 and 空心两种。

- 构成差动对：沿轴向布置一个或几个应变片，沿圆周方向布置同样数目的应变片（符号相反的横向应变）
- 与轴线任意夹角的 α 方向的非轴向载荷分量，沿圆周方向分布的应变片应变为：



柱力式传感器

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\varepsilon_1}{2} [(1 - \mu) + (1 + \mu) \cos 2\alpha]$$

ε_1 ——沿轴向的应变； μ ——弹性元件的泊松比。

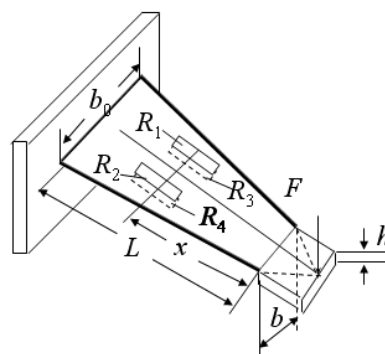
当 $\alpha=0$ 时， $\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_1 = \frac{F}{SE}$ 当 $\alpha=90^\circ$ 时， $\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_2 = -\mu\varepsilon_1 = -\mu \frac{F}{SE}$

61

2 梁式力传感器

- 等强度梁弹性元件是一种特殊形式的悬臂梁；
- 梁的固定端宽度为 b_0 ，自由端宽度为 b ，梁长为 L ，梁厚为 h 。

这种弹性元件的特点是：其截面沿梁长方向按一定规律变化，当力 F 作用于梁端三角形顶点上，梁内各断面产生的应力相等，故在对 L 方向上粘贴应变片位置要求不严。

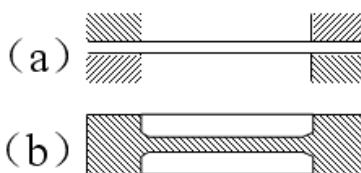
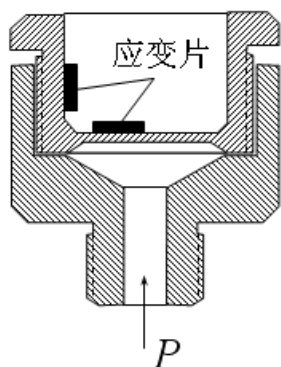


62

3 应变式压力传感器

测量气体或液体压力的薄板式传感器

- 当气体或液体压力作用在薄板承压面上时，薄板变形；
- 粘贴在另一面的电阻应变片随之变形，并改变阻值；
- 测量电路中电桥平衡被破坏，产生输出电压。

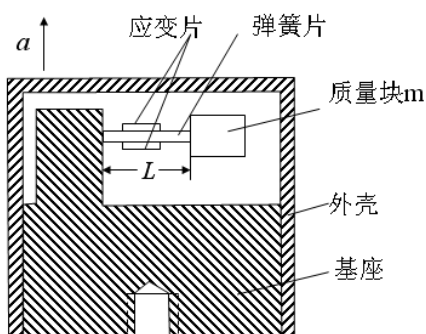


圆形薄板采用嵌固形式 (a) 或与传感器外壳作成一体 (b)

63

4 应变式加速传感器（惯性式传感器）

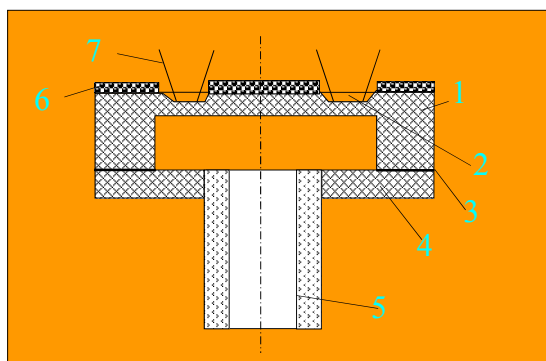
- 由端部固定并带有惯性质量块 m 的悬臂梁及贴在梁根部的应变片、基座及外壳等组成；
- 测量时，根据所测振动体加速度的方向，把传感器固定在被测部位。



- ✓ 被测点加速度产生惯性力 $F=ma$ ，作用于悬臂梁自由端；
- ✓ 质量块向 a 相反的方向相对于基座运动，使梁发生弯曲变形；
- ✓ 应变片电阻发生变化，产生输出信号；
- ✓ 输出信号大小与加速度成正比。

5 固态压阻器件

- 利用固体扩散技术，将P型杂质扩散到一片N型硅底层上，形成一层极薄的导电P型层，再装上引线接点。
- 若在圆形硅膜片上扩散出四个P型电阻，构成惠斯登电桥的四个臂。



- 1—N-Si膜片
- 2—P-Si导电层
- 3—粘贴剂
- 4—硅底座
- 5—引压管
- 6—Si 保护膜
- 7—引线

65

课后作业：P12. 例3-6

练习题：3-4, 3-6, 3-10, 3-14, 3-16

Any Question?