

大学物理(下)

华中科技大学

张智

zzhang@hust.edu.cn

9-2. 实验室中能够获得的最佳真空度约 $1.01325 \times 10^{-10} \text{Pa}$, (1) 求在室温 (设为 25°C) 下这样的真空中每立方米内有多少个分子; (2) 先求出标准状态下每立方米内气体的分子数, 再把它与上面一问的结果进行比较。

解: (1) 根据理想气体状态方程: $p = nkT$ 得:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{1.01325 \times 10^{-10}}{1.38 \times 10^{-23} \times (273 + 25)} = 2.46 \times 10^{10} \text{m}^{-3}$$

(2) 标准状态下:

$$n_0 = \frac{p_0}{kT_0} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 273} = 2.69 \times 10^{25} \text{m}^{-3}$$

$\frac{n}{n_0} \sim 10^{-15}$ 可见 (1) 态气体足够稀薄, 真空度极高。

9-4.图中I, II两条曲线是不同气体（氢气和氧气）在同一温度下的麦克斯韦分子速率分布曲线。试由图中数据求：（1）氢气分子和氧气分子的最概然速率；（2）两种气体的温度。

解：（1）气体分子的最概然速率

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

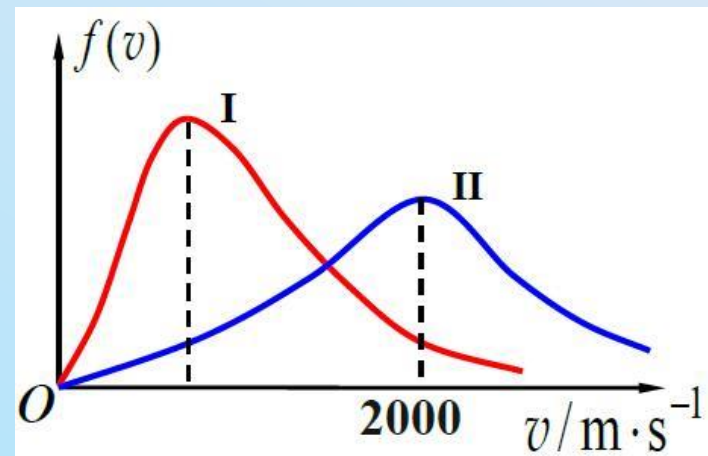
$$\because M_{\text{H}_2} < M_{\text{O}_2} \quad \therefore v_p(\text{H}_2) > v_p(\text{O}_2)$$

可判断曲线I是氧气分子速率分布曲线，II是氢气分子速率分布曲线。

氢分子的最概然速率： $v_p(\text{H}_2) = 2000 \text{ m/s}$

$$\frac{v_p(\text{H}_2)}{v_p(\text{O}_2)} = \sqrt{\frac{m(\text{O}_2)}{m(\text{H}_2)}} = \sqrt{\frac{32}{2}} = 4 \quad \therefore v_p(\text{O}_2) = 500 \text{ m/s}$$

$$(2) \because T = \frac{M v_p^2}{2R} \quad \therefore T = T_{\text{O}_2} = \frac{32 \times 10^{-3} \times 500^2}{2 \times 8.31} = 481.3 \text{ K}$$



第4节 循环过程 卡诺循环

1. 热机和循环过程

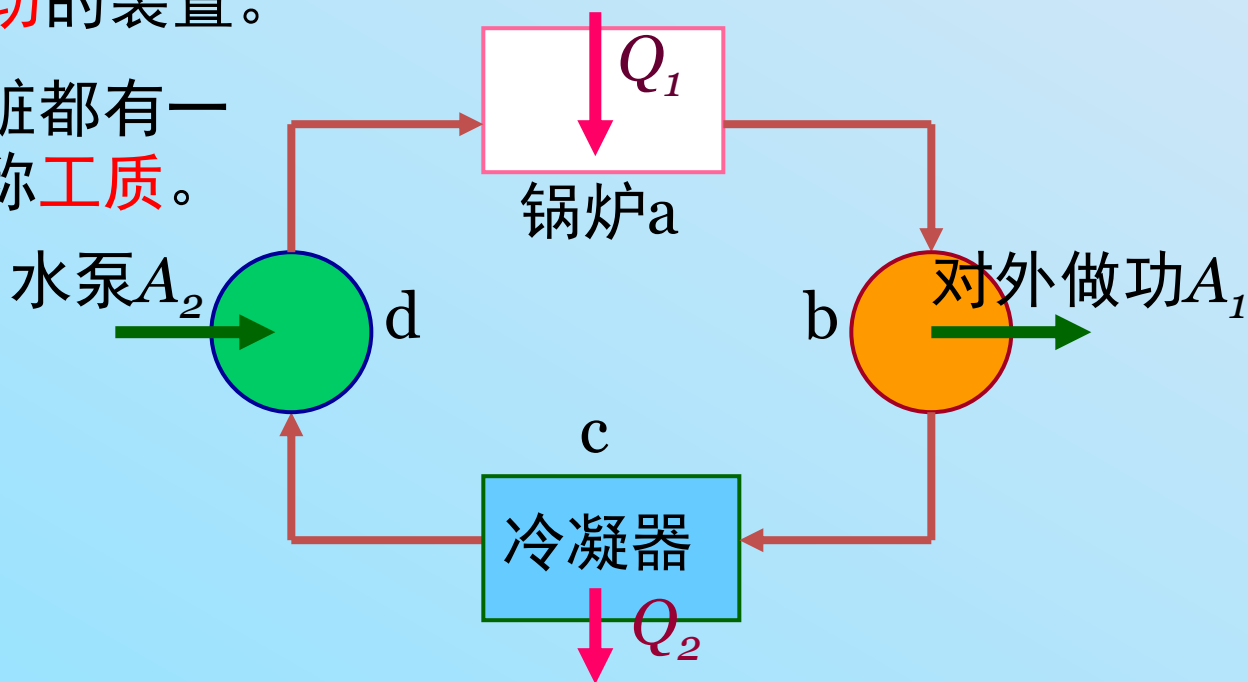
1) 热机和循环过程

一台热发动机，简称**热机**。它是一种从外界**以热能形式吸收能量并做有用功**的装置。

每一部热机的**心脏**都有一种工作物质，简称**工质**。

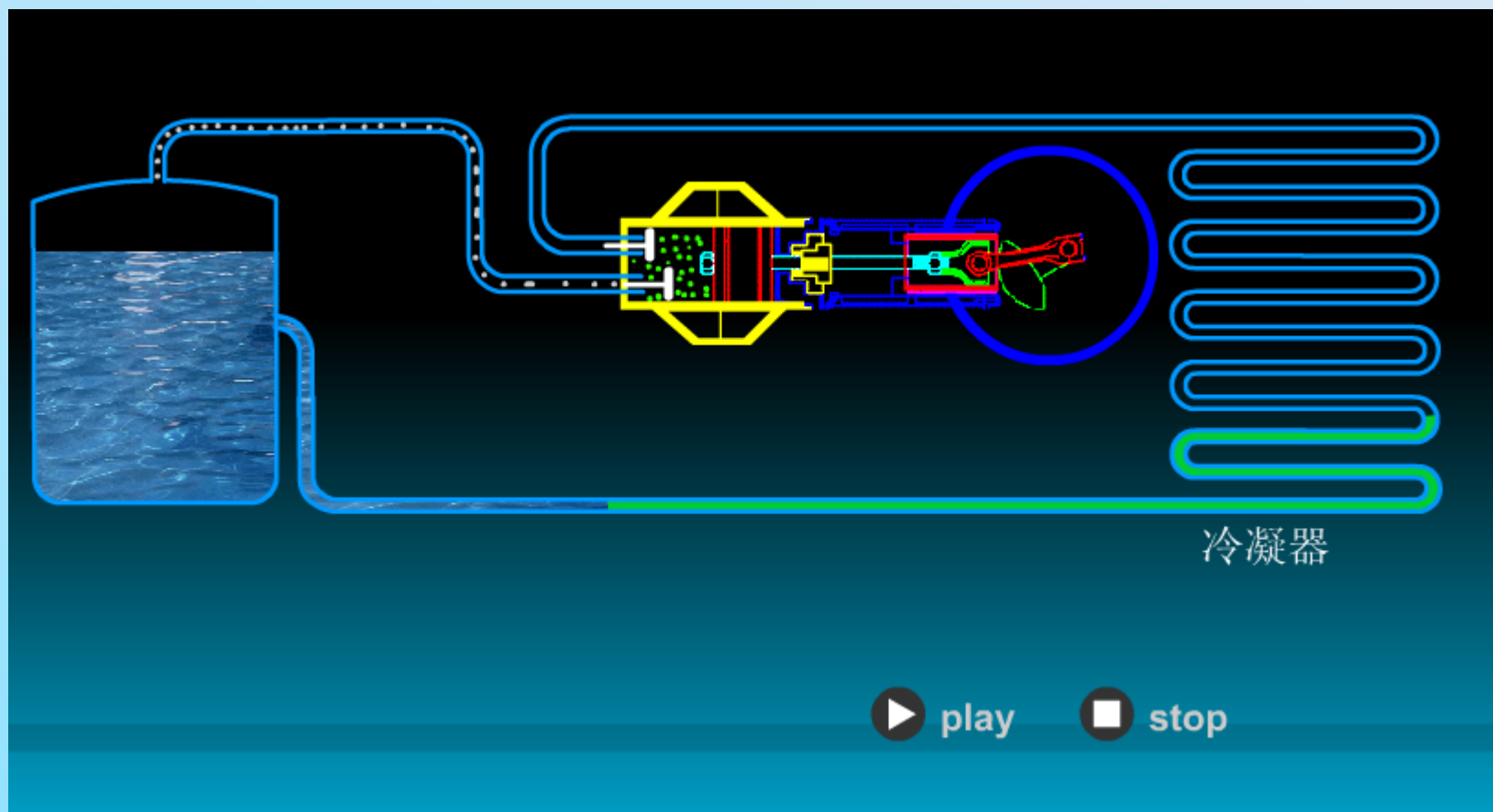
以蒸汽机为例：

蒸汽机的**工质**
----水



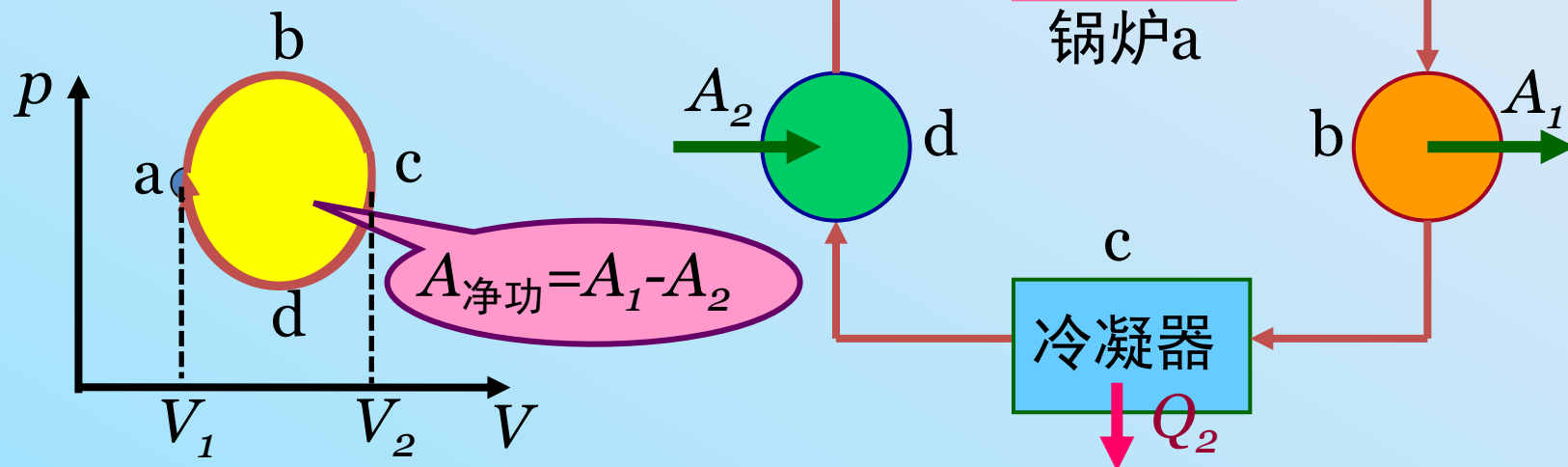
系统的工质，经过一系列的叫做**冲程**的热力学过程，最后又回到了**初始状态**的整个过程，称为**循环过程**。

热机：持续地将热量转变为功的机器。



工作物质（工质）：热机中被用来吸收热量并对外做功的物质。

若每一段过程都是**准静态过程**，
表现在 p - V 图上就是：



注意：

过程按顺时针进行：正循环。逆时针：逆循环

- (1) 循环过程的特征： $\Delta E = 0$ ；
- (2) 正循环对外做功： $A_1 > A_2$ ；
- (3) 通过各种平衡(或准静态)过程组合起来实现；
- (4) 热、功计算：按各不同的分过程进行,总合起来求得整个循环过程的**净热量、净功**。

$$Q = \Delta E + A$$

2) 热机效率

热机: 利用工质做功把热能转变成机械能的装置。

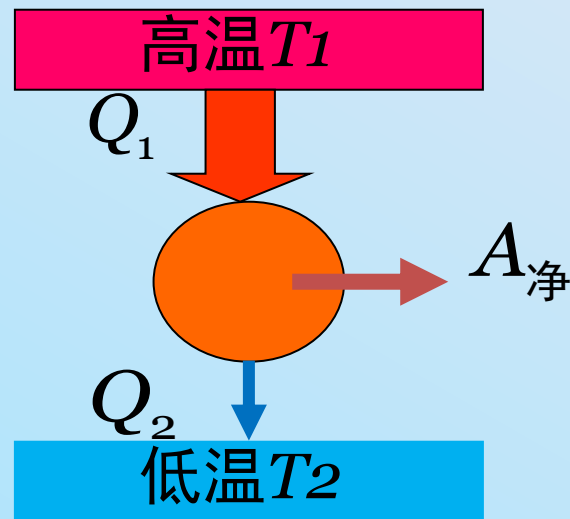
从高温热源 T_1 吸热 Q_1

对外做净功 $A_{\text{净}}$

向低温热源 T_2 放热 Q_2

工质回到初态, $\Delta E=0$

$$A_{\text{净}} = Q_1 - |Q_2|$$



热机效率:

$$\eta = \frac{A_{\text{净}}}{Q_{\text{总吸}}} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1$$

η 越接近1越好 (所做的净功, 需要的热量 Q_1 越少越好)

例: 0.32kg的氧气作如图所示的循环ABCD, 设 $V_2=2V_1$, $T_1=300\text{K}$, $T_2=200\text{K}$, 求**循环效率**。已知AB、CD为等温过程, BC、DA为等容过程, 氧气的定容摩尔热容的实验值为 $C_V=21.1\text{ J mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ 。

解: $\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$ $PV = \nu RT$

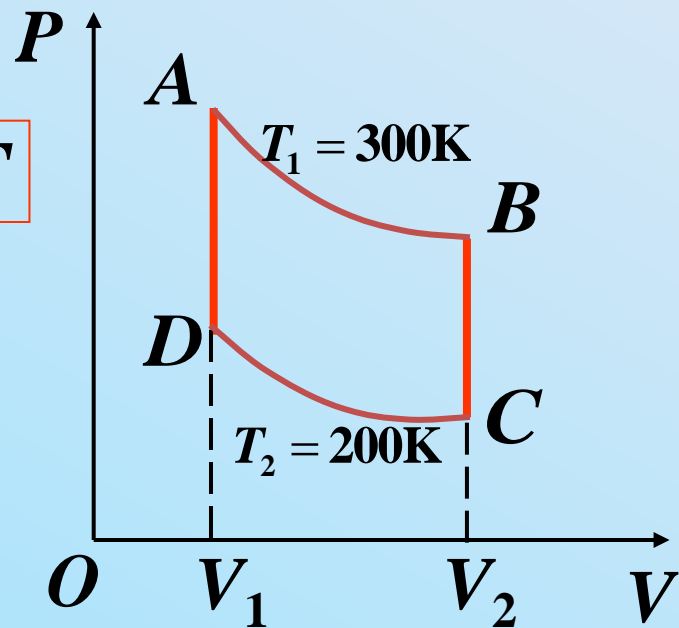
$$Q_{AB} = \Delta E + A = \int_A^B P dV$$

$$= \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu RT_1}{V} dV = \nu RT_1 \ln 2$$

$$Q_{CD} = \int_{V_2}^{V_1} \frac{\nu RT_2}{V} dV = -\nu RT_2 \ln 2$$

$$Q_{BC} = \nu C_V (T_2 - T_1) < 0$$

$$Q_{DA} = \nu C_V (T_1 - T_2) > 0$$




$$Q_1 = Q_{AB} + Q_{DA}$$

$$Q_2 = Q_{CD} + Q_{BC}$$

可得: $\eta = 15\%$

例. 空气标准奥托循环（四冲程内燃机进行的循环过程）


$$Q = \nu C_V \Delta T$$

(1) 绝热压缩 $a \rightarrow b$, 气体从

$$V_1 \rightarrow V_2$$

(2) 等容吸热 $b \rightarrow c$ (点火爆燃),

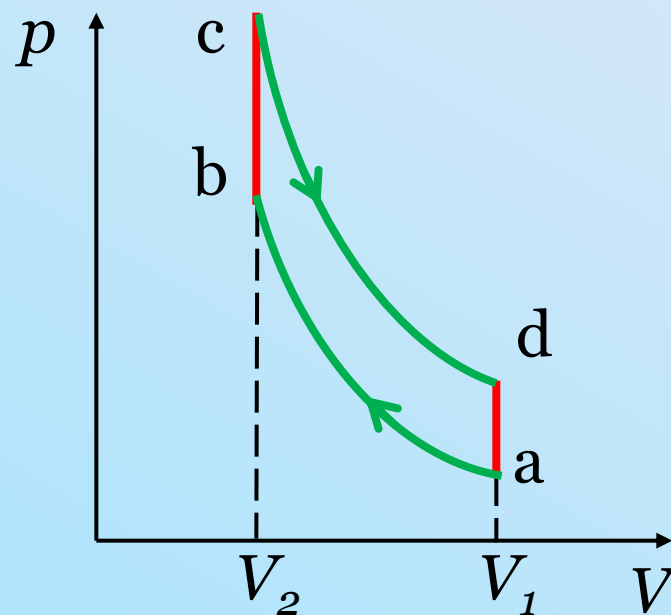
$$(T_2, p_2) \rightarrow (T_3, p_3)$$

(3) 绝热膨胀 $c \rightarrow d$, 对外做功,

$$\text{气体从 } V_2 \rightarrow V_1$$

(4) 等容放热 $d \rightarrow a$, $T_4 \rightarrow T_1$

求 $\eta = ?$



解: $b \rightarrow c$, 吸热 $Q_1 = \nu C_V (T_3 - T_2)$

$d \rightarrow a$, 放热 $Q_2 = \nu C_V (T_4 - T_1)$

$$\left\{ \begin{array}{ll} b \rightarrow c, \text{ 吸热} & Q_1 = \nu C_V (T_3 - T_2) \\ d \rightarrow a, \text{ 放热} & Q_2 = \nu C_V (T_4 - T_1) \end{array} \right.$$



$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta_{\text{otto}} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$a \rightarrow b, c \rightarrow d$ 两绝热过程:

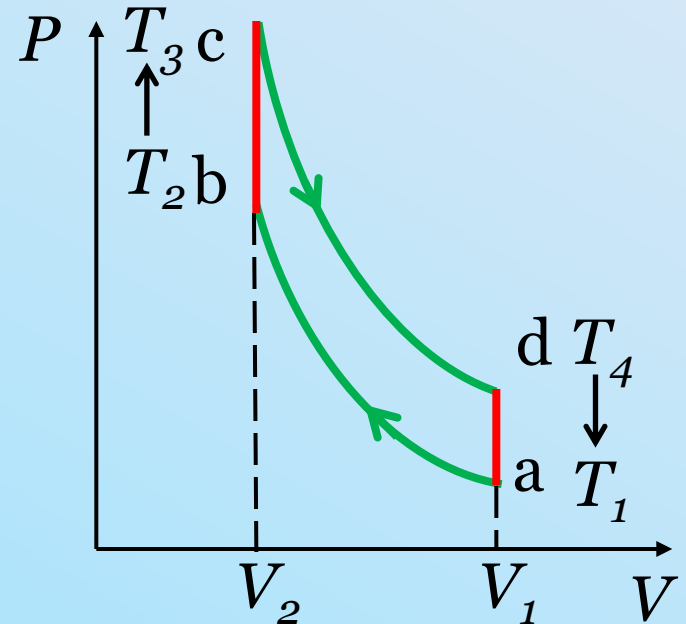
$$TV^{\gamma-1} = C$$

$a \rightarrow b$:

$$a: T_1 V_1^{\gamma-1} = C_1 \quad b: T_2 V_2^{\gamma-1} = C_1$$

$c \rightarrow d$:

$$c: T_3 V_2^{\gamma-1} = C_2 \quad d: T_4 V_1^{\gamma-1} = C_2$$




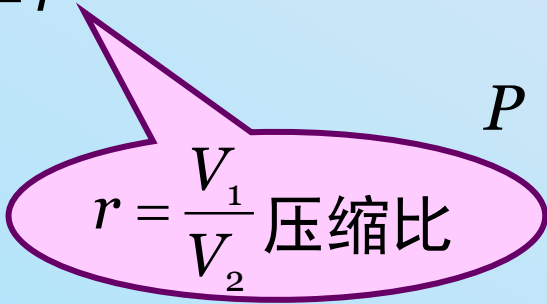
$$T_4 - T_1 = \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} (C_2 - C_1)$$

$$T_3 - T_2 = \frac{1}{V_2^{\gamma-1}} (C_2 - C_1)$$

可得

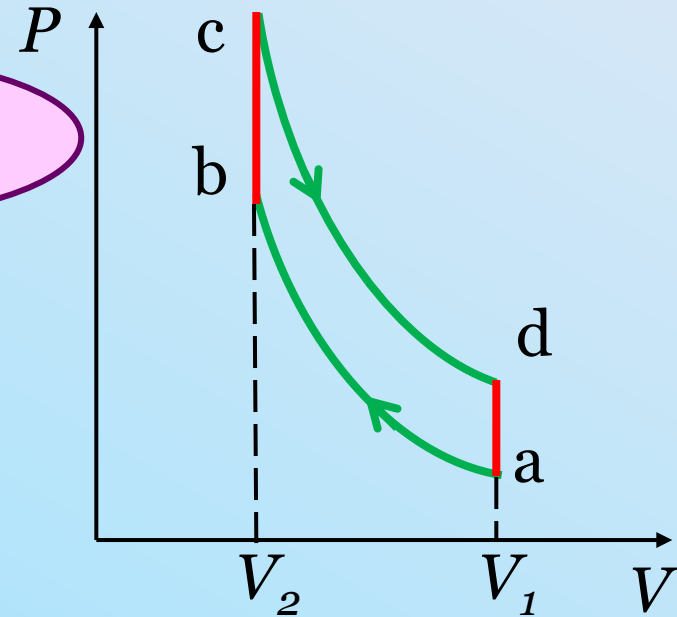
$$\frac{T_3 - T_2}{T_4 - T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = r^{\gamma-1}$$


$$\gamma = \frac{C_P}{C_V}$$


$$r = \frac{V_1}{V_2} \text{ 压缩比}$$

$$\eta_{\text{otto}} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

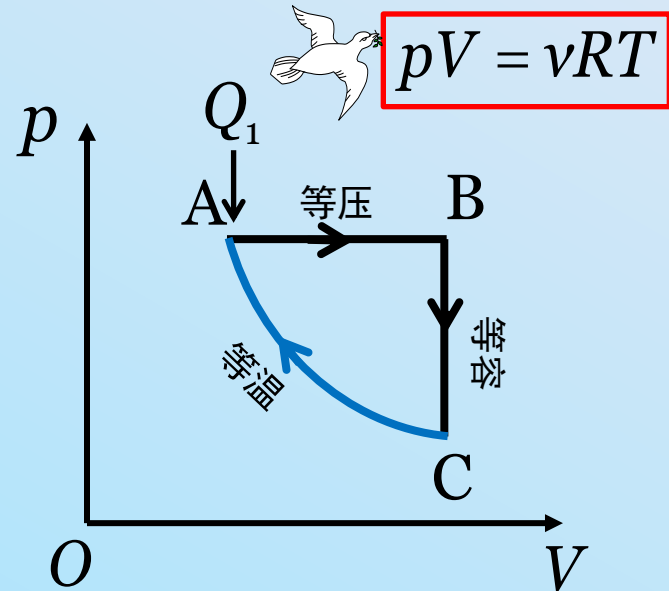


$r \uparrow, \eta \uparrow$ $r \leq 7$ 若 $r = 7$ $\gamma = 1.4$ $\eta = 54\%!!!$

例. 1000mol空气, $C_p=29.2\text{J}/(\text{K}\cdot\text{mol})$, 开始为标准状态A, $p_A=1.01\times 10^5\text{Pa}$, $T_A=273\text{K}$, $V_A=22.4\text{m}^3$, 等压膨胀至状态B, 其容积为原来的2倍, 然后经如图所示的等容和等温过程回到原态A, 完成一次循环。求循环效率。

解: (1) 等压膨胀过程 $A\rightarrow B$

$$\begin{aligned} A_{AB} &= p_A(V_B - V_A) = p_A V_A \\ &= 1.01 \times 10^5 \times 22.4 \\ &= 2.26 \times 10^6 (\text{J}) \end{aligned}$$





又 $\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_B}{T_A} \quad \therefore T_B = \frac{V_B}{V_A} T_A = 2 \times 273 = 546 (\text{K})$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q_1 &= \nu C_p (T_B - T_A) = 1000 \times 29.2 \times (546 - 273) \\ &= 7.97 \times 10^6 (\text{J}) \end{aligned}$$


$Q = \nu C_p \Delta T$

(2) 等容降温过程 $B \rightarrow C$


$$pV = \nu RT$$


$$Q = \nu C_V \Delta T$$

放热 $Q_2 = E_B - E_C = \nu C_V (T_B - T_C)$

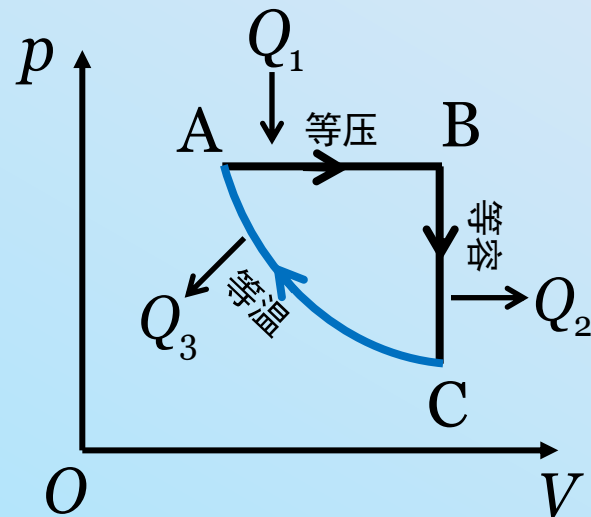

$$C_p = C_V + R$$

$$= \nu (C_p - R) (T_B - T_C)$$

$$= 1000 \times (29.2 - 8.31) \times (546 - 273)$$

$$= 5.73 \times 10^6 (\text{J})$$


(3) 等温压缩过程 $C \rightarrow A$



放热 $Q_3 = -A_{CA} = -\nu RT_A \ln \frac{V_A}{V_C} = -\nu RT_A \ln \frac{V_A}{V_B}$

$$= -1000 \times 8.31 \times 273 \times \ln \frac{1}{2}$$

$$= 1.57 \times 10^6 (\text{J})$$


$$Q = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

循环过程净功为:

$$\begin{aligned} A &= A_{AB} + A_{CA} \\ &= 2.26 \times 10^6 - 1.57 \times 10^6 \\ &= 0.69 \times 10^6 (\text{J}) \end{aligned}$$

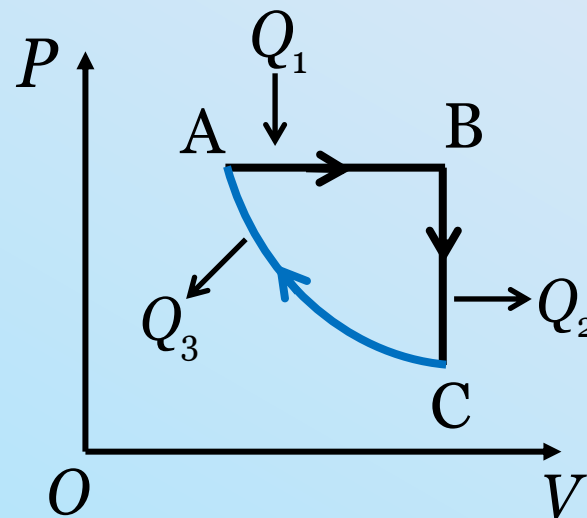
循环过程在高温热源吸热为:

$$Q_{\text{吸}} = Q_1 = 7.97 \times 10^6 (\text{J})$$

循环效率:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{0.69 \times 10^6}{7.79 \times 10^6} = 8.7\%$$

$$\eta = \frac{A_{\text{净}}}{Q_{\text{总吸}}}$$

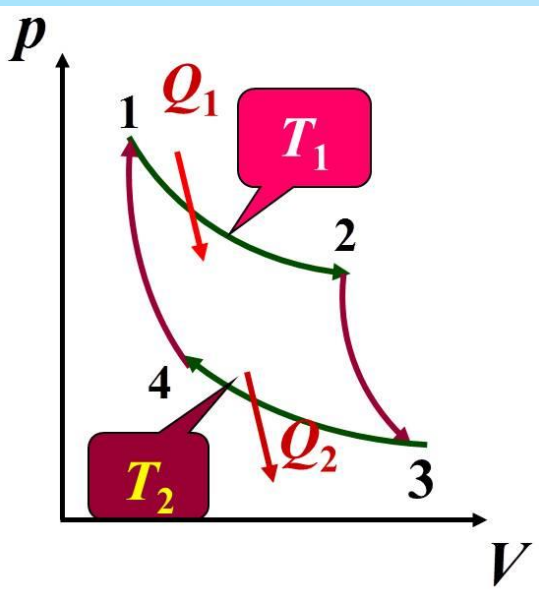


2. 卡诺循环 --最理想的循环

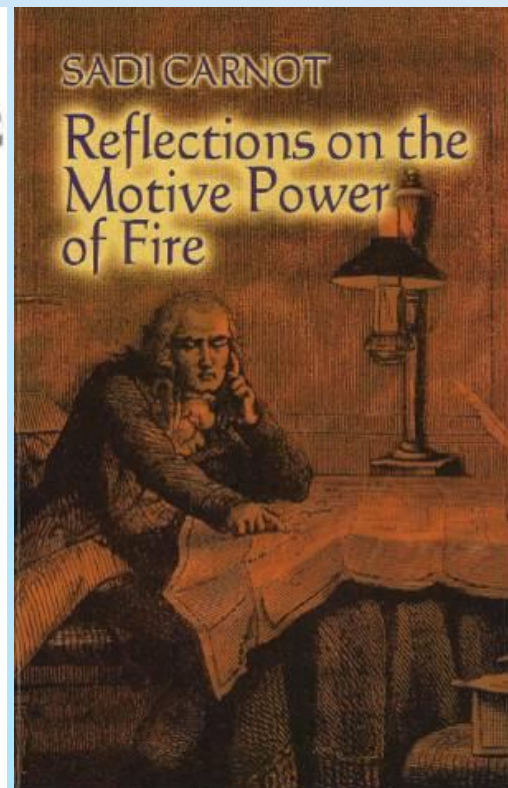
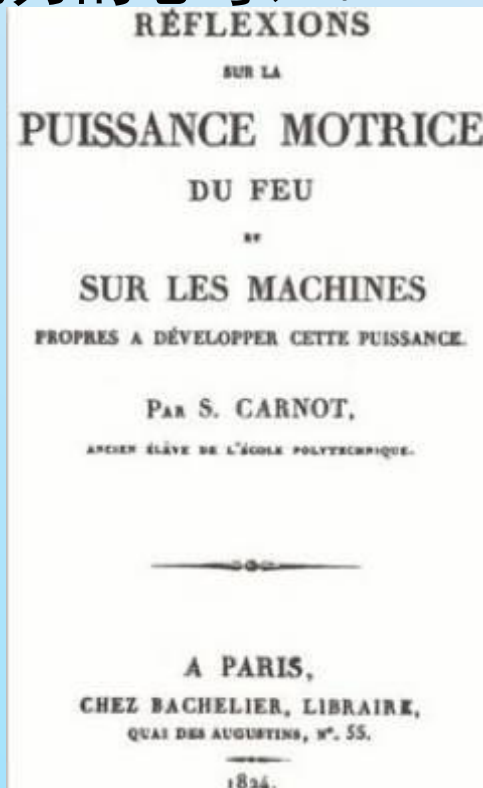
法国青年工程师卡诺1824年发表的Réflexions sur la puissance motrice du feu（关于火之驱动能力的思考）。

19世纪初：蒸汽机开始应用

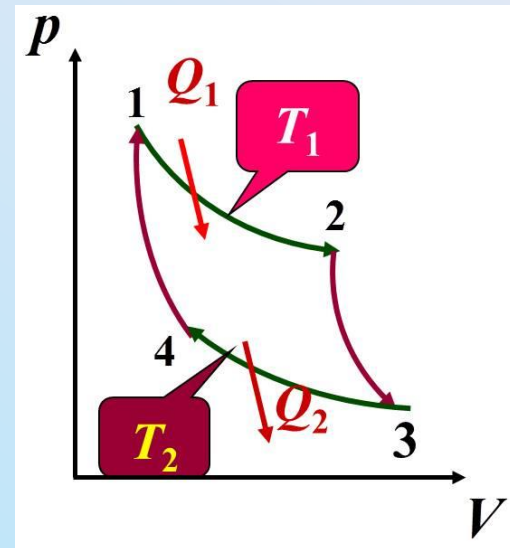
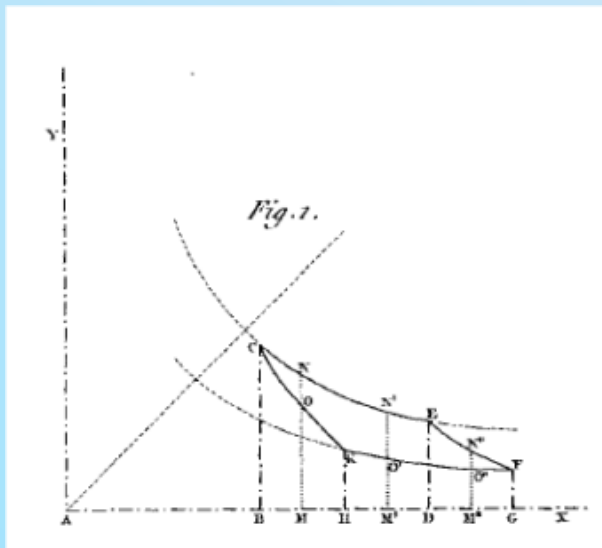
效率：3%-5%



由两个等温
和两个绝热
过程组成的
正循环



这篇文章发表以后，没有引起多大的反响，它在等待一个真正能理解它的人。12年后（卡诺去世两年），一个叫**克拉贝隆**（Émile Clapeyron）的人写出了《论热的驱动能力》一文。比较两篇论文，会发现被关切的对象已彻底地从火变成了热。在克拉贝隆的论文中，**卡诺的循环概念思想被形象化为一个关于工作介质状态变化的曲线四边形**，这让进一步的定性、定量表述成为可能。



原文中的插图

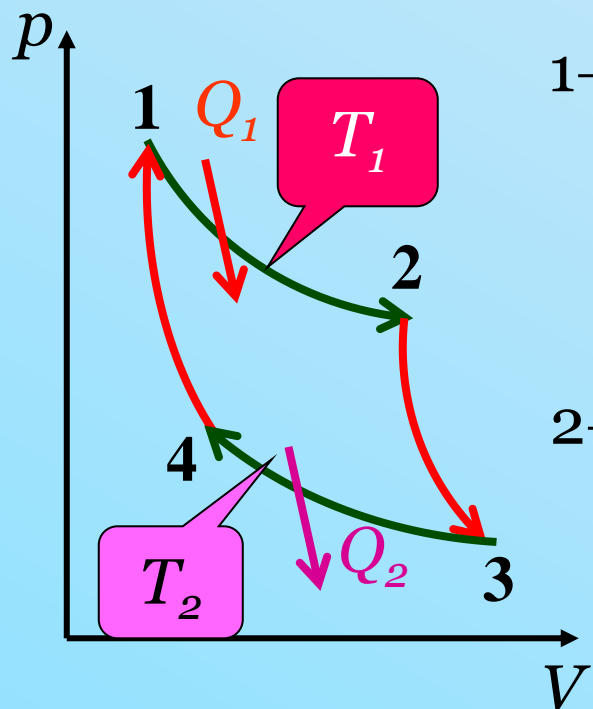
卡诺热机循环图

摘自翻译原文：在**克拉贝隆**此篇之前，卡诺的文章是鲜有人问津的（virtually unknown），或许是意识超前的缘故，或许是文字晦涩难懂？克拉贝隆用一种更加明白易懂的、图解的方式，把卡诺循环画成示意图（indicator diagrams）上的一条闭合曲线，使得对热机问题的数学分析成为可能。

- ◆ 克拉贝隆的名字刻在埃菲尔铁塔上，是埃菲尔铁塔上所谓的72贤人之一，同时出现的有他的大学同学 Gabriel Lamé（是否知道曲线坐标变换的 Lamé 系数？）
- ◆ 克拉贝隆是一个了不起的工程师，主持了巴黎到圣日耳曼之间铁路的建设。

1. 卡诺热机

由两个等温和两个绝热过程组成的正循环。



1→2等温：

{ 系统对外做功
系统从外吸热

$$A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$
$$Q_1 = A_{12} > 0$$

2→3绝热：

{ 系统对外做功
系统从外吸热

$$A_{23} = \nu C_V (T_1 - T_2)$$
$$Q = 0$$

3→4等温：

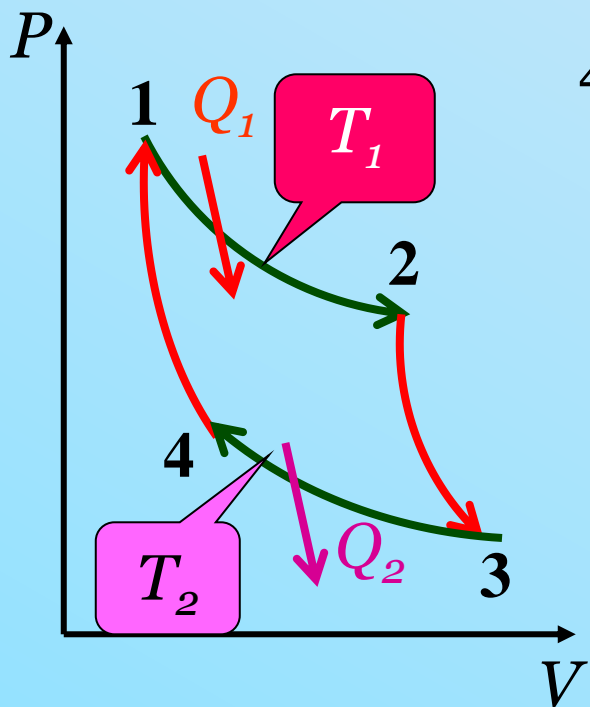
{ 外界对系统做功
系统对外放热

$$A_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$
$$Q_2 = A_{34} < 0$$

$$\begin{cases} A_{12} = \nu RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \\ Q_1 = A_{12} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{23} = \nu C_V (T_1 - T_2) \\ Q = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_{34} = \nu RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \\ Q_2 = A_{34} \end{cases}$$



4→1绝热:

$$\begin{cases} \text{系统对外做功} & A_{41} = -\nu C_V (T_1 - T_2) \\ \text{系统从外吸热} & Q = 0 \end{cases}$$

效率:

$$\eta = \frac{A_{\text{净}}}{Q_1}$$

$$A_{\text{净}} = Q_1 - |Q_2|$$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} \\ &= 1 - \frac{T_2}{T_1} \end{aligned}$$



$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1}$$



$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}$$

物理意义：

- (1) 卡诺热机的效率只与 T_1 、 T_2 有关，
与工作物无关。

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{为提高效率指明了方向!}$$



Nicolas.Léonard.Sadi.Carnot

- (2) 热机至少要在两个热源中间进行循环，从高温热源吸热，然后放一部分热量到低温热源去，因而两个热源的温差才是热动力的真正源泉（选工作物质是无关紧要的）。

从单一热源吸取热量并对外做功的热机是不可能的!

$$\eta = 100\%?????$$



第二类永动机

- (3) 效率始终小于1，即 $\eta < 1$ 。真实的热力学平衡态系统要达到绝对零度是不可能的。

例. 一卡诺热机，当高温热源的温度为 127°C ，低温热源的温度为 27°C 时，其每次循环对外做净功 8000J 。今维持低温热源的温度不变，提高高温热源的温度，使其每次循环对外做净功 10000J 。若两个卡诺循环工作在相同的两条绝热线之间，

求：(1)第二个循环热机的效率 η' ；
(2)第二个循环高温热源的温度 T'_1 。

解： $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 4$ 等温

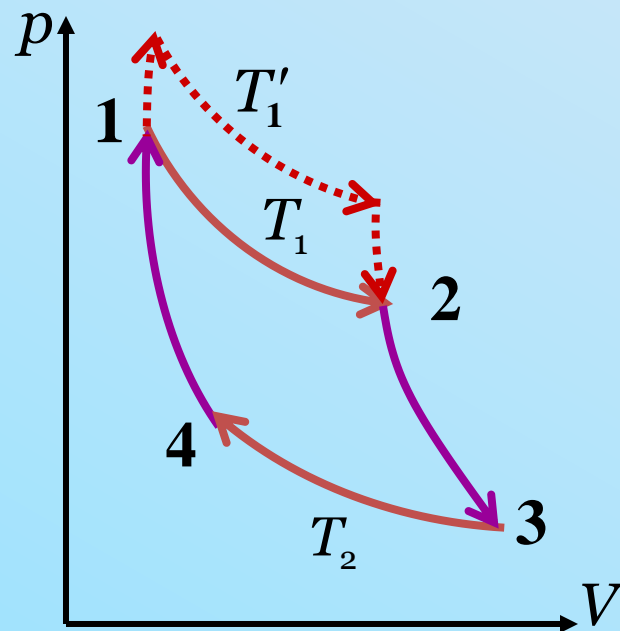
$2 \rightarrow 3$, $4 \rightarrow 1$ 绝热

对第二个循环：

$$T_2' = T_2, \quad Q_2' = Q_2$$

$$\text{功 } A' = 10000 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{A_{\text{净}}}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$



对第一个循环

$$T_1 = 127^\circ\text{C}, T_2 = 27^\circ\text{C}, A = 8000\text{J}$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{27 + 273}{127 + 273} = 0.25$$

$$\eta = 0.25 = \frac{A}{Q_1} = \frac{8000}{Q_1}$$

$$\therefore Q_1 = 32000\text{J}$$

$$Q_2 = Q_1 - A = 24000\text{J}$$

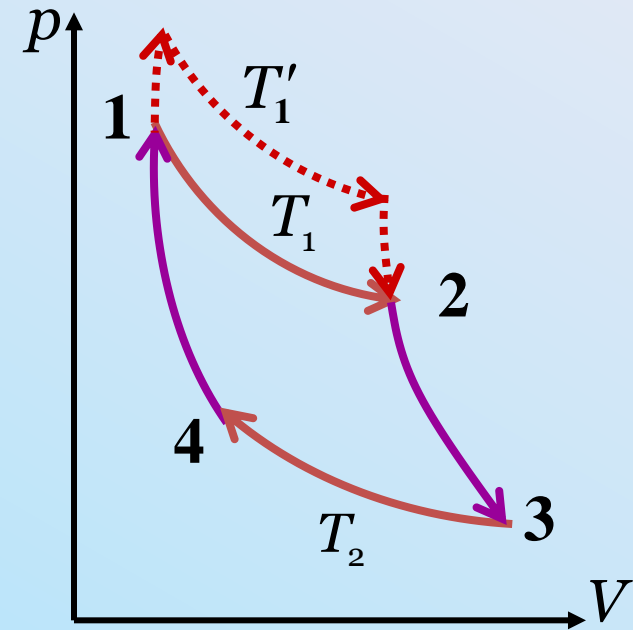
对第二个循环:

$$Q'_1 = A' + Q_2 = 10000 + 24000 = 34000\text{J}$$

$$\eta' = A' / Q'_1 = 10000 / 34000 \approx 29.4\%$$

$$\eta' = 1 - T'_2 / T'_1 = 1 - T_2 / T'_1$$

$$\Rightarrow T'_1 = 425\text{K}$$



视频教学-发动机

2 致冷机

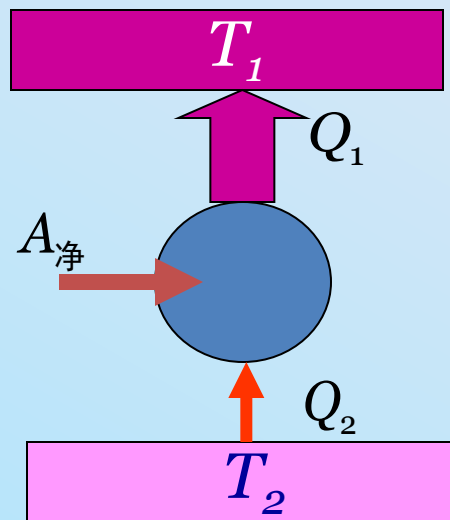
将热机的工作过程反向运转

-----致冷机

从低温库 T_2 吸热 Q_2

外界做净功 $A_{\text{净}}$

向高温库 T_1 放热 Q_1



工质回到初态, $\Delta E=0$

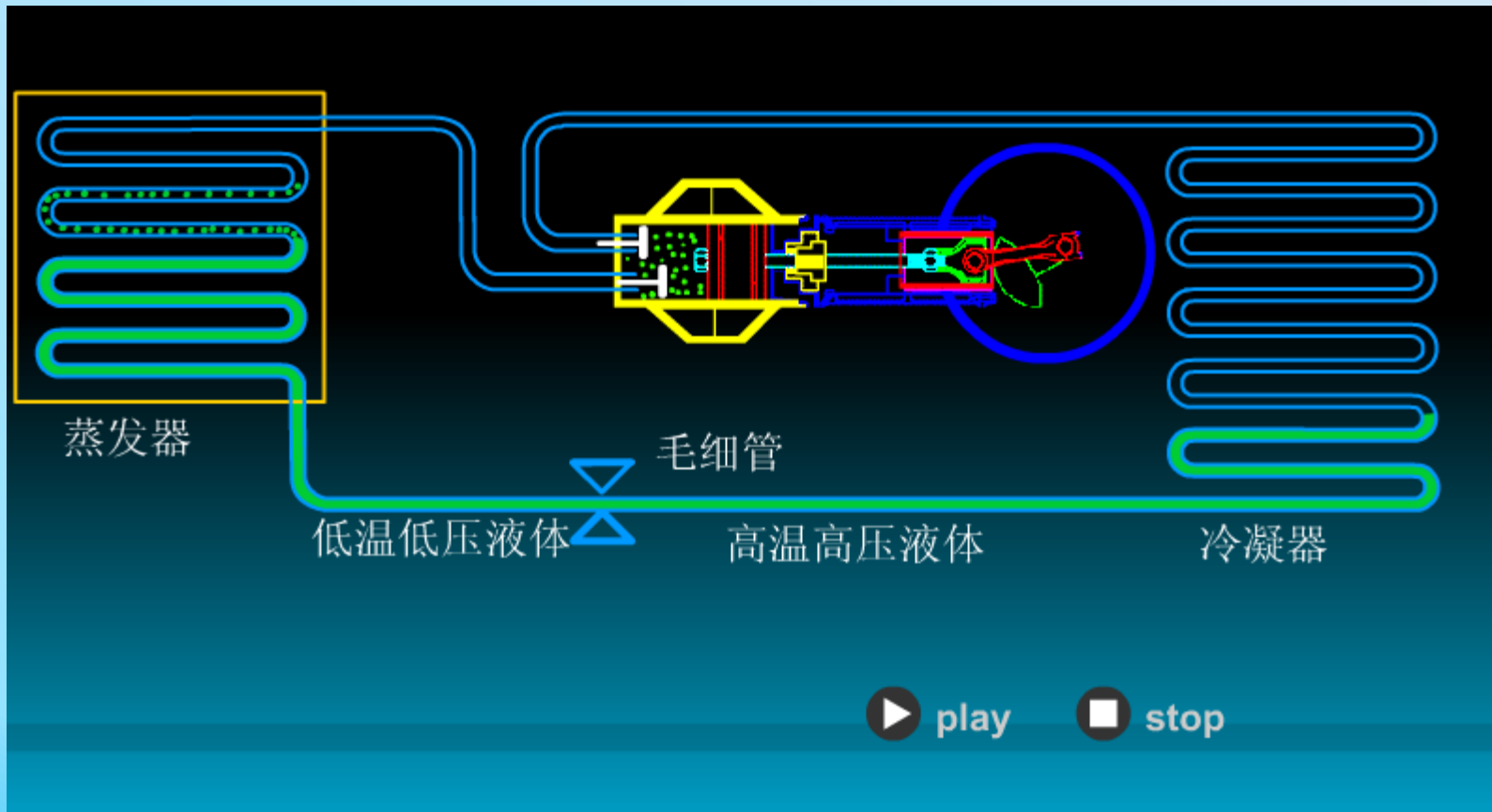
$$|A_{\text{净}}| = |Q_1| - Q_2$$

致冷系数:

$$w = \frac{Q_{2\text{吸}}}{|A_{\text{净}}|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2}$$

w 越高越好 (吸一定的热量 Q_2 需要的净功越少越好)

冰箱循环示意图



3. 卡诺制冷机

工作物从低温热源吸热 Q_2 ，
又接受外界所做的功 $A_{\text{净}} < 0$ ，
然后向高温热源放出热量 Q_1 ，
能量守恒：

$$Q_2 + |A_{\text{净}}| = |Q_1|$$


付出最小量的功 $A_{\text{净}}$ ，
吸出尽可能多的热量 Q_2 ，
制冷系数 定义为：

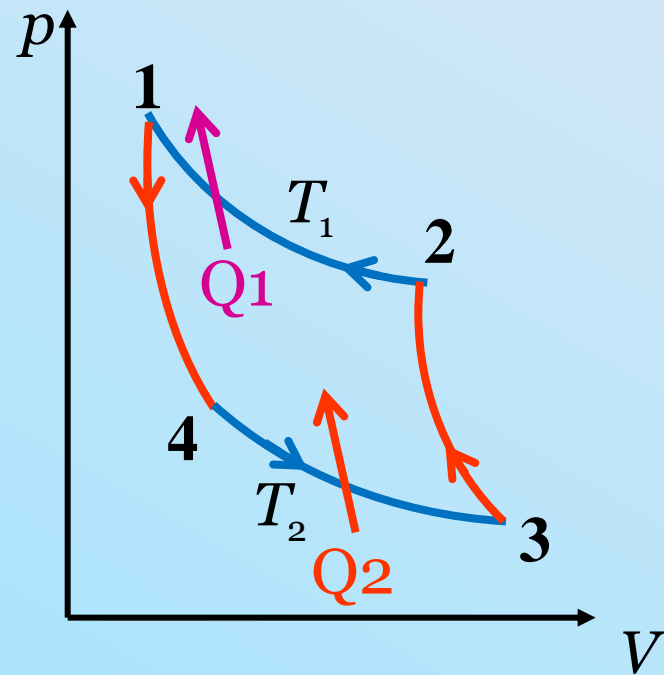
$$w = \frac{Q_2}{|A_{\text{净}}|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

$$T_1 \neq T_2, \quad w_C \neq \infty$$

例. 家用冰箱：室温 $T_1 = 300 \text{ K}$ ，冰箱内 $T_2 = 273 \text{ K}$ 。

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{300 - 273} = 9 \quad \text{实际比此要小!}$$


$$Q_1 = \nu R T_1 \ln \frac{V_1}{V_2}$$
$$Q_2 = \nu R T_2 \ln \frac{V_3}{V_4}$$



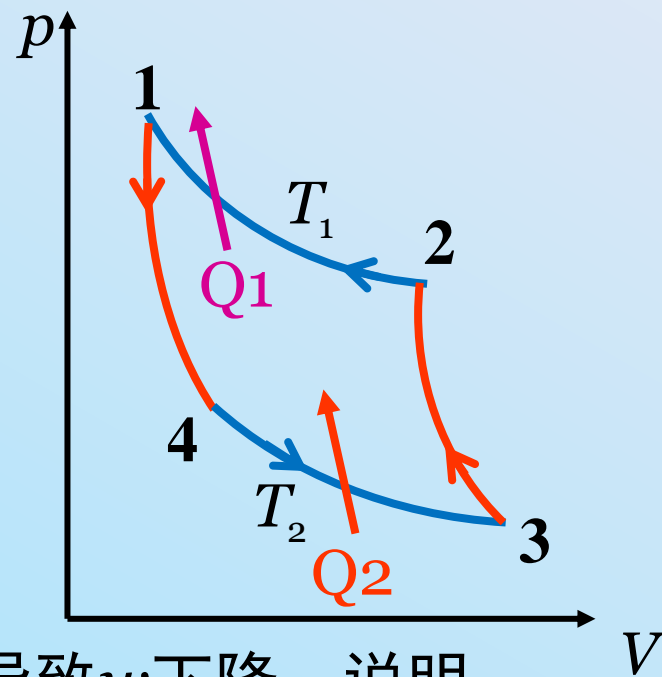
$$w = \frac{Q_2}{|A_{\text{净}}|} = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

物理意义：

- ❁ (1) T_2 越低，使 $T_1 - T_2$ 升高，都导致 w 下降，说明要得到更低的 T_2 ，就要花更大的外力功。
- (2) 低温热源的热量是不会自动地传向高温热源的，要以消耗外力功为代价。

例：家用冰箱，室温 $T_1 = 300 \text{ K}$ ，冰箱内 $T_2 = 273 \text{ K}$ 。

$$w = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{273}{300 - 273} = 9 \quad \text{实际要小些。}$$



例. 一台冰箱工作时，其冷冻室的温度为 -10°C ，室温为 15°C 。若按理想卡诺制冷循环计算，则此制冷机每消耗 10^3J 的功，可以从冷冻室中吸出多少热量？

解： 制冷系数

$$\begin{aligned}w &= \frac{T_2}{T_1 - T_2} \\&= \frac{273 - 10}{(273 + 15) - (273 - 10)} = 10.5\end{aligned}$$

又

$$w = \frac{Q_2}{A}$$

$$\Rightarrow Q_2 = wA = 10.5 \times 1000 = 1.05 \times 10^4 \text{ J}$$

作业：10—T7—T9

课后教案将发到公共邮箱phys109@126.com，不在课间拷贝。

交作业：星期四交一页

作业要求

1. 独立完成作业。
2. 图和公式要有必要的标注或文字说明。
3. 作业纸上每次都要写学号(或学号末两位)。
4. 课代表收作业后按学号排序，并装入透明文件袋。
5. 每周四交上周的作业。迟交不改。
6. 作业缺交三分之一及以上者综合成绩按零分计。