大学物理(下)

华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

第8节　多普勒效应

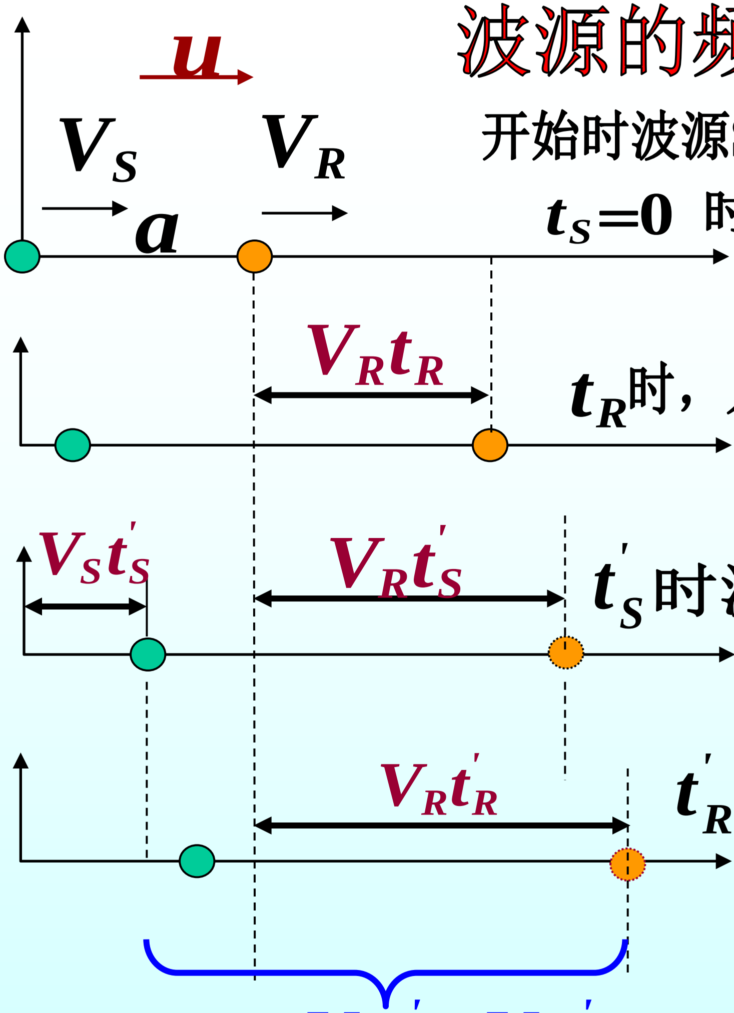
此效应是出生于德国的奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler，1802－1853)在1842年首次发现的.

◆ 当观察者与波源之间有相对运动时，观察者所测得的频率不同于波源的频率，这种现象称为多普勒效应。

比如：当鸣笛的火车驶向站台时，站台上的观察者听到的笛声变尖，即频率升高；相反，当火车驶离站台时，听到的笛声频率降低。

奥地利物理学家多普勒(Johann Doppler，1802－1853)

波源的频率与观测频率的关系式



开始时波源S刚好在坐标原点，与观察者R相距 a

$t_S=0$ 时，波源S到达振动状态H并将之向右传出

t_R时，人R测到由波源传来的振动状态H

$$\left\{\begin{array}{l} t_R=\dfrac{a+V_R t_R}{u} \\ \therefore t_R=\dfrac{a}{u-V_R} \end{array}\right.$$

t'_S时波源S回到并传出振动状态H

$$\boxed{T_S=t'_S-t_S=t'_S}$$

t'_R 时，人R再次测到振动状态H

$$\boxed{T_R=t'_R-t_R}$$

$$=\frac{a+(u-V_S)t'_S}{u-V_R}-\frac{a}{u-V_R}$$

$$=\frac{u-V_S}{u-V_R}t'_S=\frac{u-V_S}{u-V_R}T_S$$

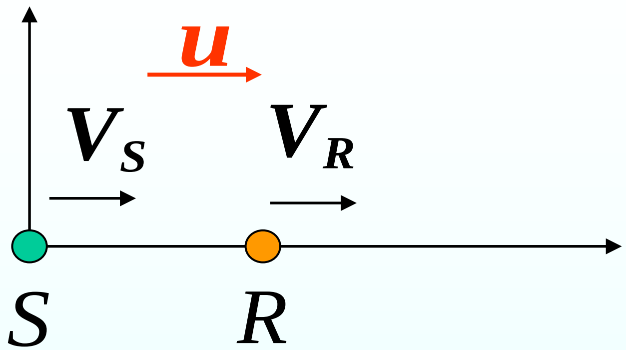
$$t'_R=t'_S+\frac{a+V_R t'_R-V_S t'_S}{u}$$

$$t'_R=\frac{a+(u-V_S)t'_S}{u-V_R}$$

$$\boxed{\nu_R=\frac{u-V_R}{u-V_S}\nu_S}$$

实际上已把 u 的方向定为正方向。

波源的频率与观测频率的关系式



$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\,\nu_S$$

以 u 的方向为正方向。

注意：上式中波源和观察者的速度可正可负。

当 $V_R = V_S$ 时，波源和观察者无相对运动，$\nu_R = \nu_S$ $\boxed{\lambda_R = \dfrac{u}{\nu_R}}$

当 $V_S = 0$ 时，
若观察者向波源运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若观察者背离波源运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

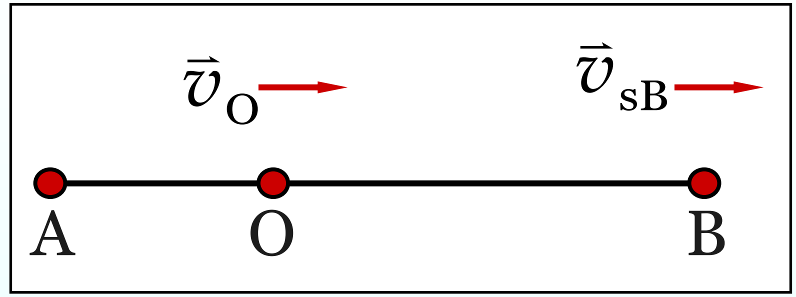
当 $V_R = 0$ 时，
若波源向观察者运动，则 $\nu_R > \nu_S$；波长变短。
若波源背离观察者运动，则 $\nu_R < \nu_S$；波长变长。

例. A、B 为两个汽笛，其频率皆为500Hz，A 静止，B 以60m/s 的速率向右运动。在两个汽笛之间有一观察者O，以30m/s 的速度也向右运动。已知空气中的声速为330m/s，求：

(1) 观察者听到来自A 的频率

(2) 观察者听到来自B 的频率

(3) 观察者听到的拍频



解: (1) u=330m/s, v_{sA}=0, v_{sB}=60m/s, v_o=30m/s

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

$$\nu' = \frac{u - v_O}{u}\nu \quad \nu' = \frac{330 - 30}{330} \times 500 = 454.5 \text{ Hz}$$

(2) $$\nu'' = \frac{330 + 30}{330 + 60} \times 500 = 461.5 \text{ Hz}$$

(3) 观察者听到的拍频

$$\Delta\nu = \left|\nu' - \nu''\right| = 7 \text{ Hz}$$

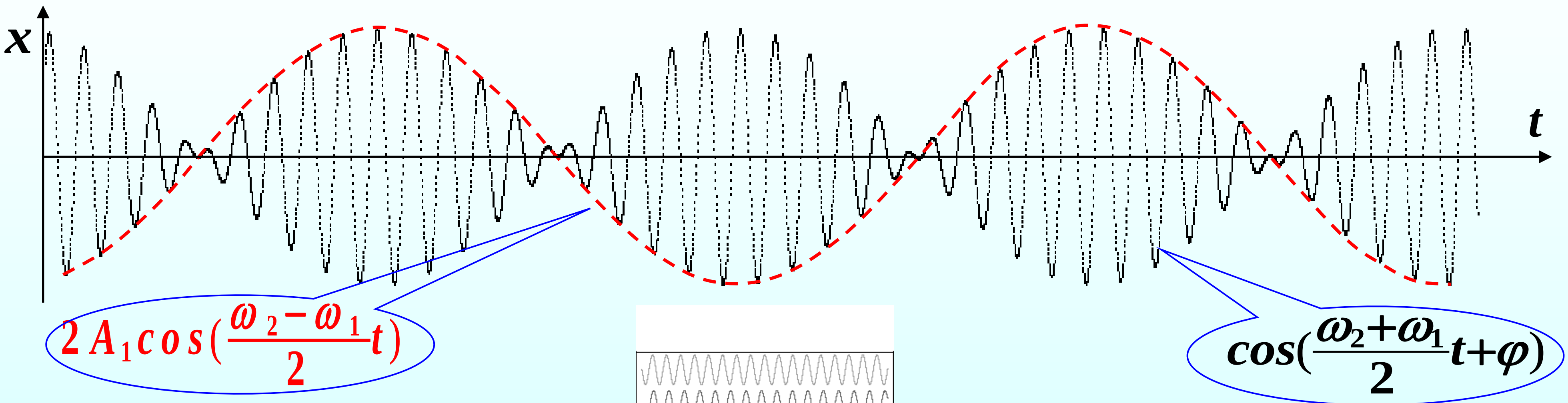
$$x = 2A_0 \cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t + \varphi\right)$$

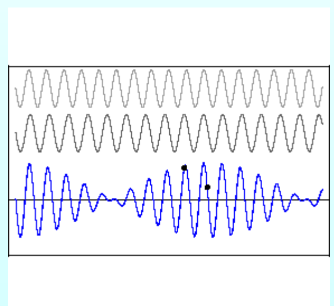
若频率差很小：振幅将出现明显的加强和减弱现象 ——拍

$$\boxed{x = 2A_0 \cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t \cos\left(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi\right)}$$

可见 $\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t$ 改变 π 时，

A就重复出现一次变化





拍的周期τ：$\frac{\omega_2-\omega_1}{2}\tau=\pi$

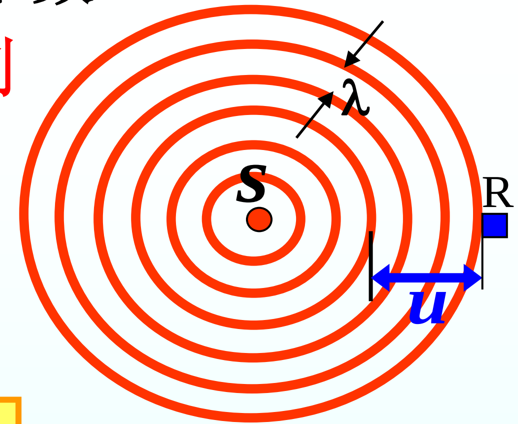
$$\tau=\frac{2\pi}{\omega_2-\omega_1}$$

拍的频率ν：

$$\nu=\frac{1}{\tau}=\frac{\omega_2-\omega_1}{2\pi}=\nu_2-\nu_1$$

波源的频率ν_S 是单位时间内发出的“完整波长”的个数。

观察者接受到的频率ν_R是观察者在单位时间内接收到的完整的波长数。

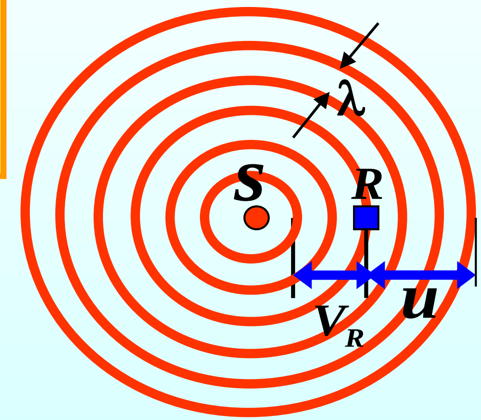


1. 波源和接收器都静止

单位时间通过R的波长的个数，即为R收到的频率

$$\nu_R = \frac{u}{\lambda} = \nu_S$$

$$\boxed{\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S}$$



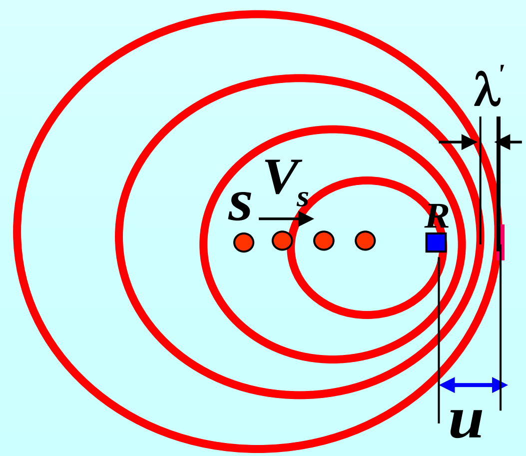
2. 波源静止,接收器运动

R 接近 S：$\nu_R = \dfrac{u+V_R}{\lambda} = \dfrac{u+V_R}{u/\nu_S} = \dfrac{u+V_R}{u}\nu_S$ 变大

R 远离 S：$\nu_R = \dfrac{u-V_R}{u}\nu_S$ 变小

3. 接收器静止, 波源运动

波长变化：左边变长，右边变短



冲击波

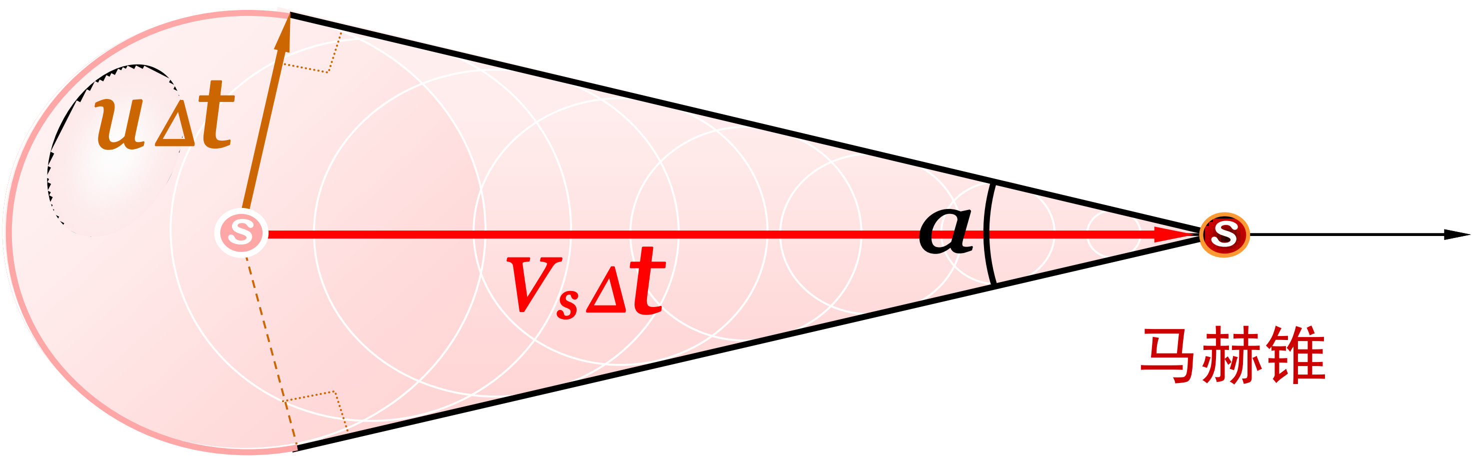
前面在介绍波源相对于媒质运动所引起的多普勒效应时，讨论的是 波源速率V_s<波速u 的情况。

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

波源速率V_s> 波速u？？？

若$V_s>u$，任意时刻波源本身始终位于它所发出的波的前方，即，波源就会冲出自身发出的波阵面。

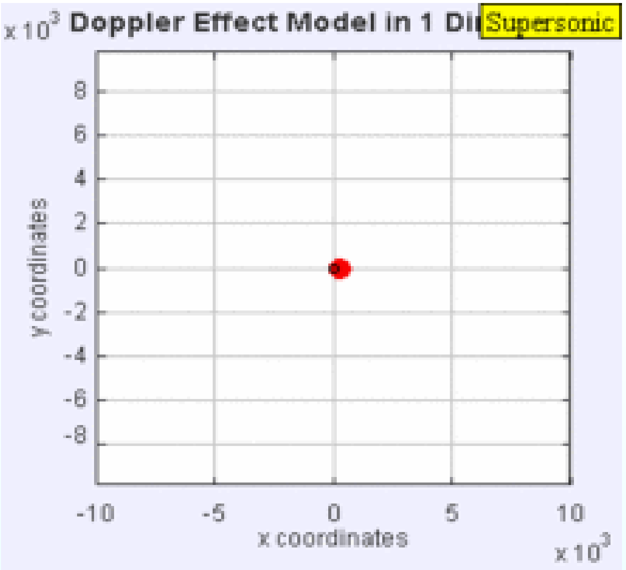
在Δt时间内，波源所发出的一系列波的波前包络面是一个圆锥面，称为马赫锥。这种波称为 冲击波。



马赫锥的顶角α（马赫角）满足：

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{u\Delta t}{v_s\Delta t} = \frac{u}{v_s} = \frac{1}{M} \qquad M = \frac{v_s}{u}$$ 称为马赫数

◆ 锥面是受干扰的介质和未受干扰的介质的分界面，在两侧有压强、密度和温度的突变。



飞机、炮弹等以超音速飞行时，都会在空气中激起冲击波。冲击波面到达的地方，空气压强突然增大。

◆ 过强的冲击波可使掠过地区的物体遭到损坏，如使玻璃窗破裂等，这种现象称为声暴。

类似的现象在水波中也可以看到。

◆ 利用声波的多普勒效应可以测定流体的流速，振动体的振动，潜艇的速度，还可以用来报警和监测车速。

◆ 在医学上，利用超声波的多普勒效应对心脏跳动情况进行诊断，如做超声心动、多普勒血流仪等。

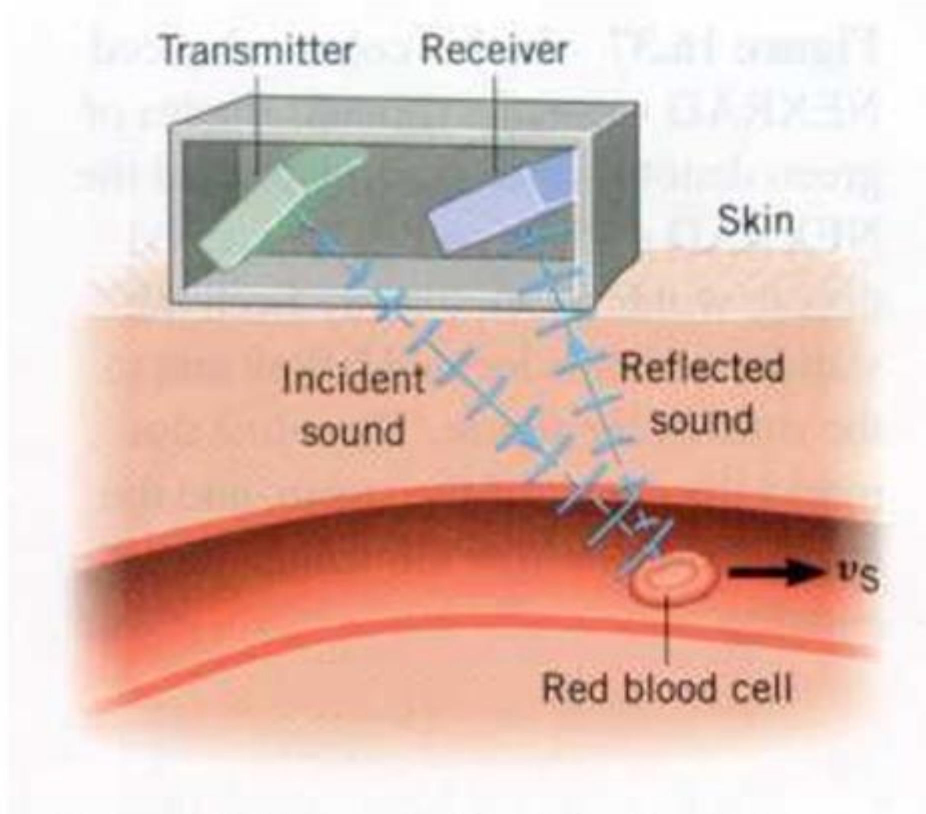
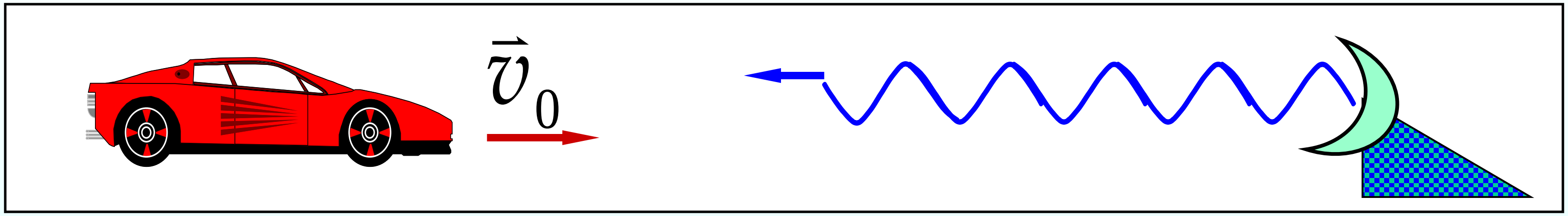


Figure : A Doppler flow meter measures the speed of red blood cells.

例. 利用多普勒效应监测车速，固定波源发出频率为ν=100kHz的超声波，当汽车向波源行驶时，与波源安装在一起的接收器接收到从汽车反射回来的波的频率为ν''=110kHz。已知空气中的声速为u=330m/s，求车速。



$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$

解： 1）车为接收器 $\nu' = \dfrac{u + v_O}{u}\nu$

2）车为波源 $\nu'' = \dfrac{u}{u - v_s}\nu' = \dfrac{v_O + u}{u - v_s}\nu$

车速 $v_O = v_s = \dfrac{\nu'' - \nu}{\nu'' + \nu}u = 56.8\ \text{km/h}$

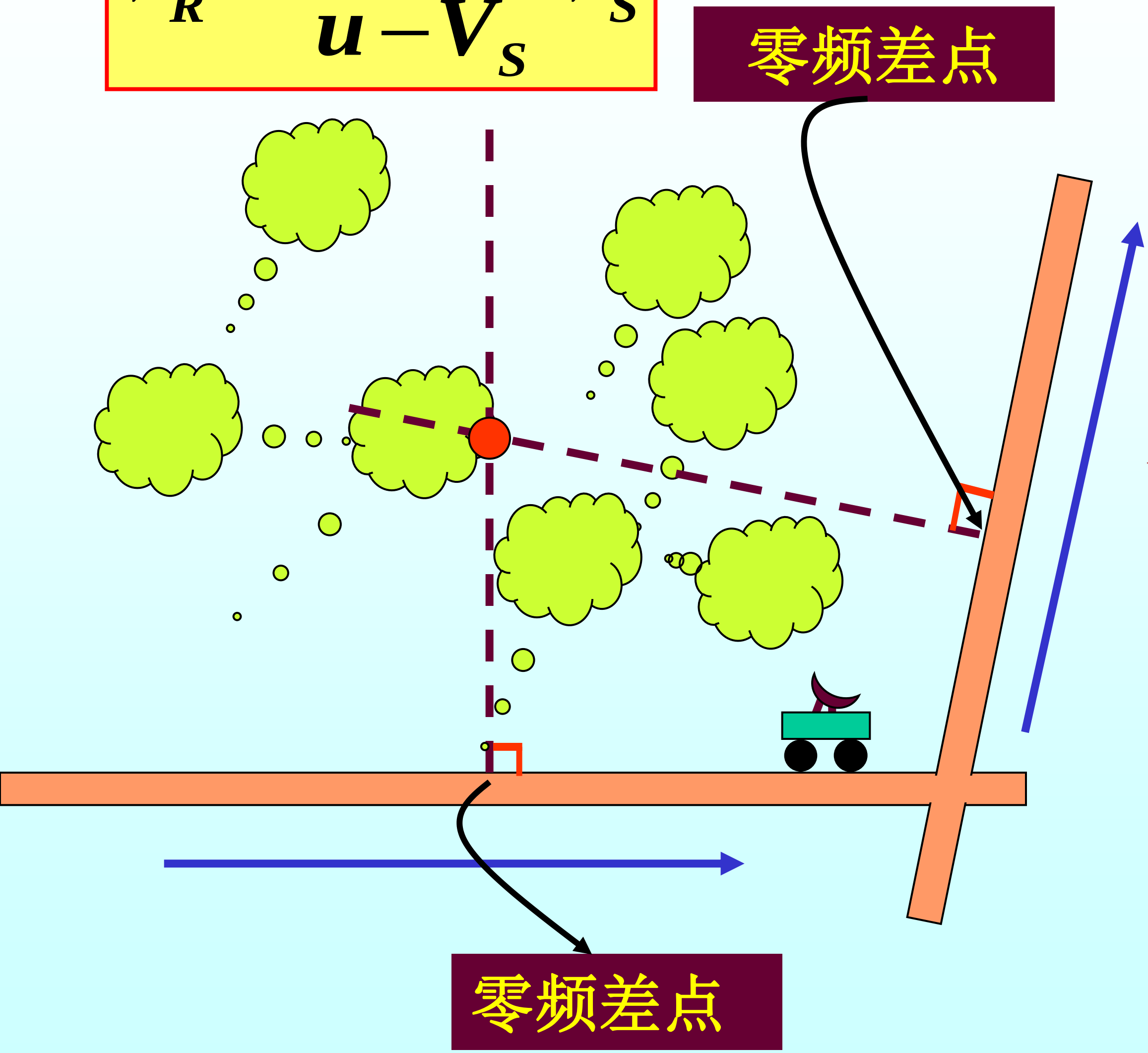
◆ 以上所有结论的前提是：波源和观察者在同一直线上运动，故称为纵向多普勒效应。

因此，如果波源和观察者的运动不是沿它们连线方向（纵向），则以上公式中V_S , V_R应理解为波源和观察者在它们连线方向上的速度分量(即纵向分量)。

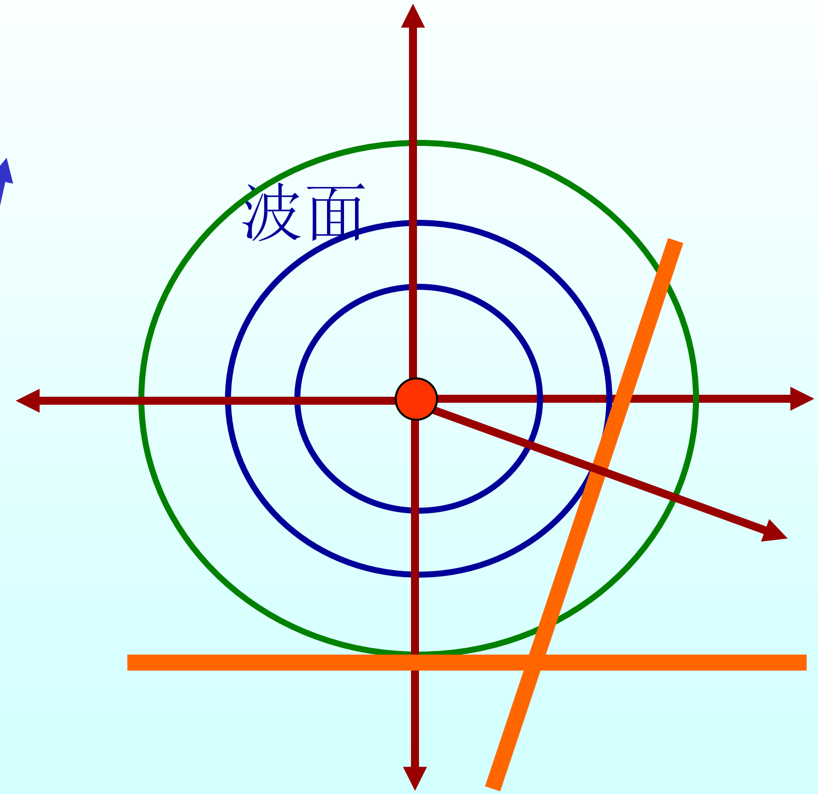
◆ 电磁波(比如光)，也有多普勒效应，光源与接收器的相对速度决定接收器接收的频率。

例：利用多普勒效应测定隐蔽的信号源。请说明其方法。

$$\nu_R = \frac{u - V_R}{u - V_S}\nu_S$$



解：点波源产生球面波



两条路分别和两条波线垂直。

电磁波的多普勒效应

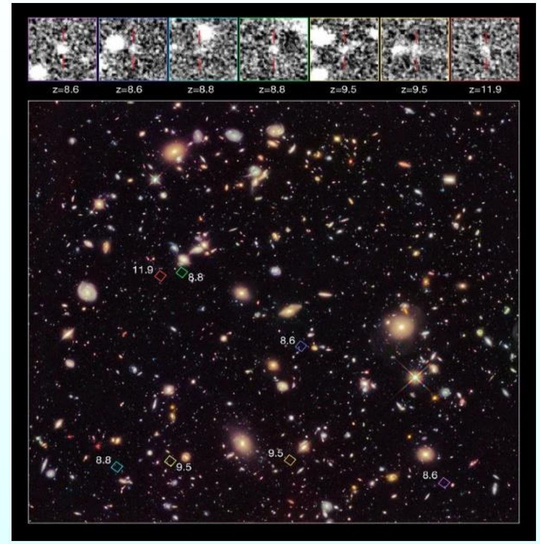
电磁波也存在多普勒效应，但是涉及狭义相对论的相对性原理和光速不变原理，较复杂。在此我们仅作简单介绍。当波源和接收器在同一直线上运动时，由相对论可得，

两者接近时有： $\nu' = \sqrt{\dfrac{1+\upsilon/c}{1-\upsilon/c}}\nu$　　$\nu\uparrow$，$\lambda\downarrow$，紫移

两者远离时有： $\nu' = \sqrt{\dfrac{1-\upsilon/c}{1+\upsilon/c}}\nu$　　$\nu\downarrow$，$\lambda\uparrow$，红移

$$\nu_R=\sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_S$$

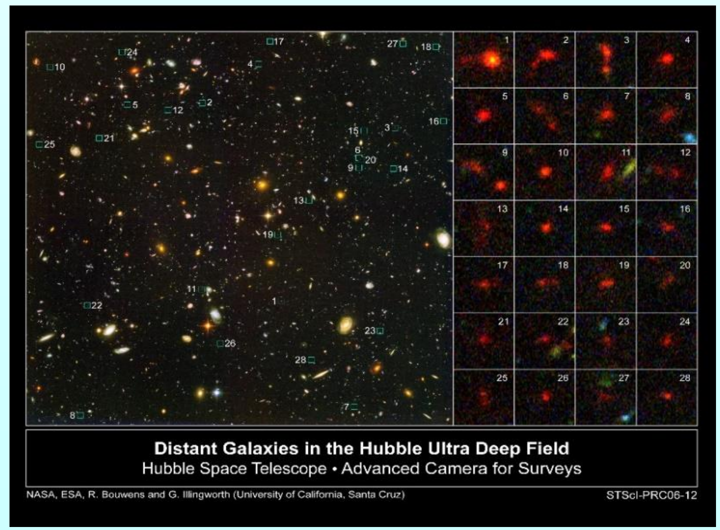
当光源远离接收器时，接收到的频率变小，因而波长变长，这种现象叫做“红移”。



把接收到的其它星球上元素的光谱与地面上同一元素的光谱作比较，发现几乎都发生红移。由此推断这些星系正在远离地球向四周飞去，即在“退行”。这就是“大爆炸”宇宙学理论的重要依据。

电磁波的多普勒效应也为跟踪人造地球卫星提供了一种简便的方法。

卫星地面站确定远在10^8m处的卫星位置变化时，可以精确到10^{-2}m~10^{-3}m.



波按性质分类

- 机械波：机械振动在弹性媒质中的传播过程
- 电磁波：电磁场周期性变化在空间的传播
- 引力波：时空形变，以c的速度在空间传播

教学视频-引力波

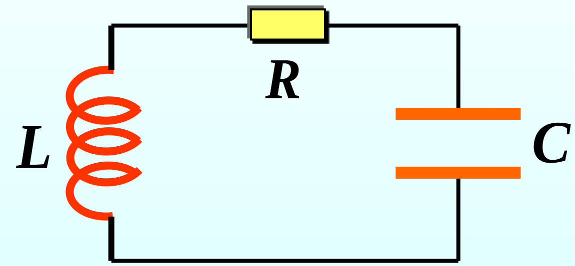
第9节　电磁振荡与电磁波

一、电磁振荡

机械振动：　物体在某一位置附近做周期性运动。

电磁振荡：　电路中电量和电流的周期性变化。

振荡电路：　产生电磁振荡的导体回路。



振荡电路

1. *LC*无阻尼自由振荡（*R*=0）

◆一个电容器和一个自感线圈串联而成的电路称为LC电路。最简单的电磁振荡电路。

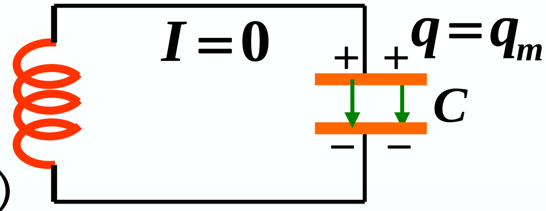
□ 无阻尼振荡电路：

电路无电阻、无辐射，产生的电磁振荡是无阻尼自由振荡。

(1) 振荡过程

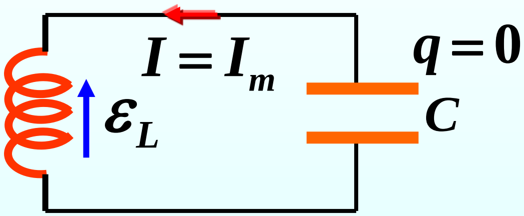
$t=0$

(开关合上时)



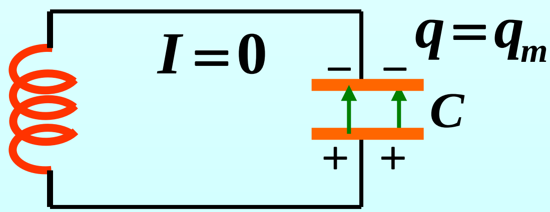
$$W_e=\frac{q_m^2}{2C}, \quad W_m=0$$

$t=T/4$

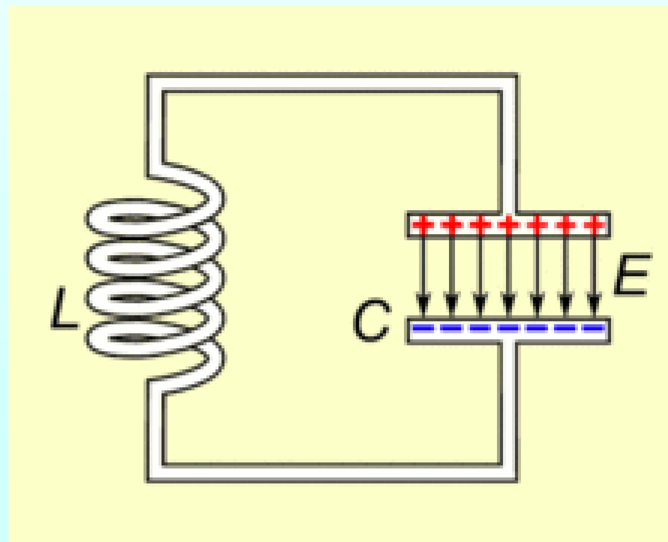


$$W_e=0, \quad W_m=\frac{1}{2}LI_m^2$$

$t=T/2$



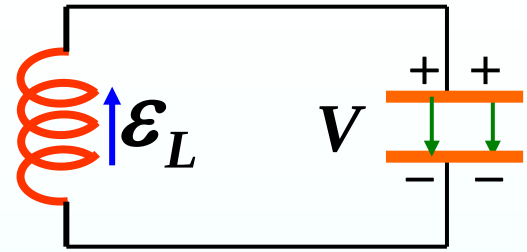
$$W_e=\frac{q_m^2}{2C}, \quad W_m=0$$



q、I、$\vec{E}$、$\vec{B}$、W_e、W_m都作周期性变化，产生电磁振荡。

(2) 振荡方程

LC电路中，任意 t 时刻都有 $\varepsilon_L = V$



即：$-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}=\frac{q}{C}$ $\boxed{I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}}$

$$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\frac{1}{LC}q=0$$ 令：$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$

另：$\boxed{\frac{1}{2}LI^2+\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=const}$

振荡方程：$\frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2q=0$ （类似于 $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$ ）

$\boxed{\varepsilon_L=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}}$

$\boxed{C=\frac{q}{V}}$

解为：

$$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$$

式中，q_m、I_m、φ 是常量。

电磁振荡中，q、I、W_e、W_m都作周期性变化。

$q=q_m\cos(\omega t+\varphi)$

$I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

可见:

（1）无阻尼自由振荡是简谐振荡，q_m, I_m是常数

（2）特征量求法与弹簧振子相同

$$q \sim x \quad q_m \sim A$$

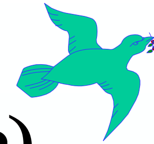
$$I \sim v \quad I_m \sim v_{max} \quad (I_m=q_m\omega)$$

$$\begin{cases} q_m=\sqrt{q_0^2+(\frac{I_0}{\omega})^2} \\ \varphi=tg^{-1}(-\frac{I_0}{q_0\omega}) \end{cases}$$

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$$ ——系统的固有频率

（3）电流的变化超前电量 $\frac{\pi}{2}$

2. LC振荡电路的能量



$$\boxed{q=q_m\cos(\omega t+\varphi)}$$

$$\boxed{I=I_m\cos(\omega t+\varphi+\frac{\pi}{2})}$$

$$I=-\omega q_m\sin(\omega t+\varphi)$$

$$W_e=\frac{q^2}{2C}=\frac{1}{2C}q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$=\frac{1}{2}L\omega^2 q_m^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

$$\because\left\{\begin{array}{l}\omega^2=\dfrac{1}{LC}\\ \dfrac{1}{C}=L\omega^2\end{array}\right.$$

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}Lq_m^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$$

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}\frac{1}{C}q_m^2$$ 电能极大值（常数）

$$\boxed{W_{总}=W_m+W_e}=\frac{1}{2}L\omega^2q_m^2=\frac{1}{2}LI_m^2$$ 磁能极大值（常数）

注意：

（1） $W_{总}\propto q_m^2$ (电荷振幅）

（2）能量变化的频率是振荡频率的 2 倍

（3） $\overline{W_e}=\overline{W_m}=\frac{1}{2}W_{总}$

$$\boxed{x = A\cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{q = q_m \cos(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi)}$$

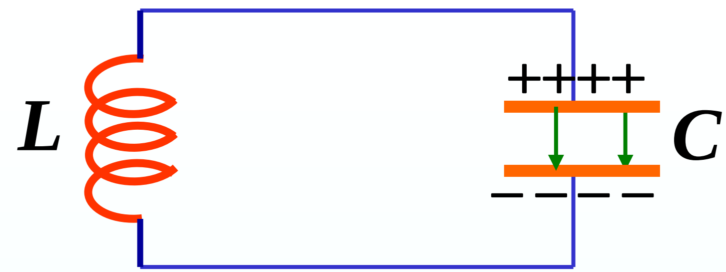
$$\boxed{I = I_m \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})}$$

弹簧振子	LC电路
位移：x	电荷：q
速度：v	电流：I
质量：m	电感：L
劲度系数：k	电容的倒数：$1/C$
阻力系数：γ	电阻：R
弹性势能：$\frac{1}{2}kx^2$	电场能量：$\frac{1}{2C}q^2$
振动动能：$\frac{1}{2}mv^2$	磁场能量：$\frac{1}{2}LI^2$

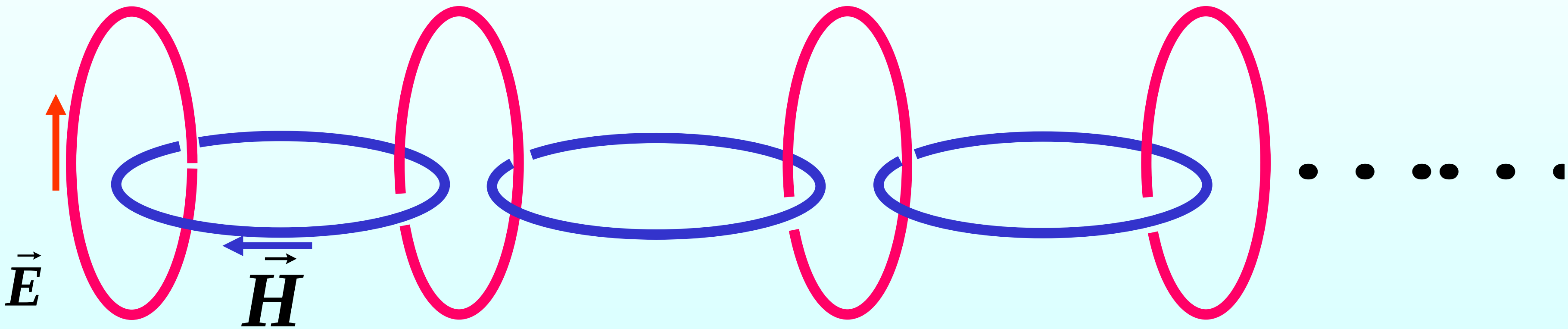
二、电磁波

1. 电磁波产生的条件

只要 波源 ——电磁振荡源



根据麦克斯韦理论：变化的磁场与变化的电场互相激发形成电磁波



*LC*振荡电路理论上可以发射电磁波(实际上不能)。

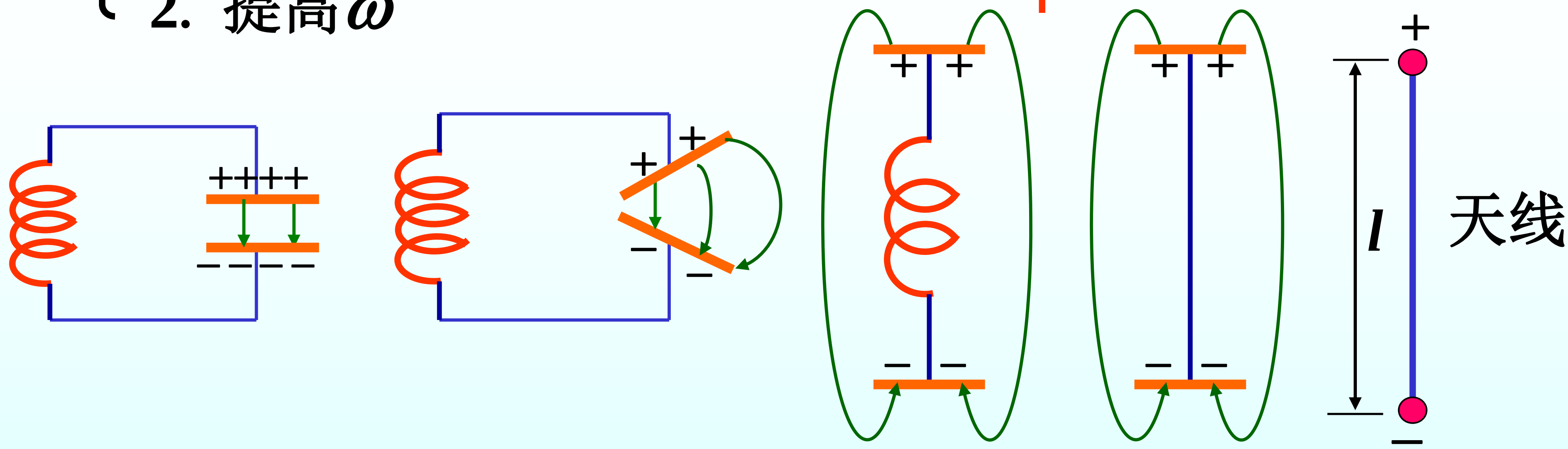
原因：
- 电场、磁场分别集中在电容器、自感线圈中
- $I \propto \omega^4$　　ω 太小，辐射功率很低

（I：平均能流密度）

$L=\frac{\psi}{i}=\mu n^2 V$

$$\left\{\begin{array}{l}\text{1. 开放电路}\\ \text{2. 提高}\omega\end{array}\right.$$

$\omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$　　$C=\frac{\varepsilon S}{d}$　　$L\propto N^2$



发射天线上电流在往复振荡，两端出现正、负交替等量异号电荷 $q=q_0\cos\omega t$

天线上存在振荡的电偶极子：$p=ql=q_0 l\cos\omega t$

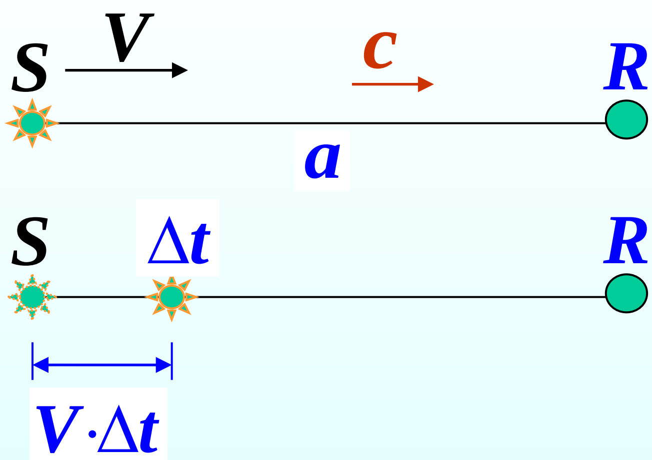
$$p=p_0\cos\omega t$$

发射天线 = 振荡的电偶极子(产生电磁振荡，发射电磁波)

电磁波-演示实验

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光) ,也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时，且相对于接收器的速度为V .



设在S上看，波源S在$t_S=0$时发出一个光信号；经过一个周期后，即$t'_S=T_S$时发出第二个光信号。

设在接收器R上看，R在t_R时收到第一个光信号；在t'_R时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期$T_R= t'_R- t_R$

事件1: S 发出第一个光信号

事件2: S 发出第二个光信号

Δt: 在R上看，两个事件的时间间隔

t'_S: 在S上看，两个事件的时间间隔

故 $\Delta t=\dfrac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

而 $t_R=\dfrac{a}{c}$

$$t'_R=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t$$

$$T_R=t'_R-t_R$$

$$=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t-\frac{a}{c}$$

$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\Delta t$$

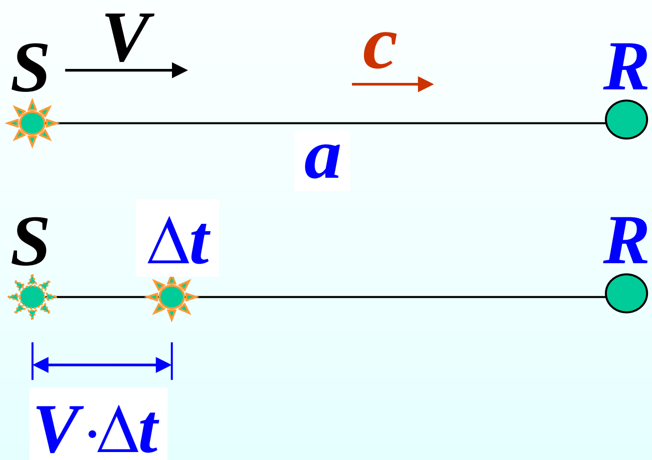
$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\frac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$=(1-\frac{V}{c})\cdot\frac{T_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

$$\therefore\ T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光) ,也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时，且相对于接收器的速度为V .



设在S上看，波源S在$t_S=0$时发出一个光信号；经过一个周期后，即$t'_S=T_S$时发出第二个光信号。

设在接收器R上看，R在t_R时收到第一个光信号；在t'_R时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a. 则接收器R测到的周期$T_R= t'_R - t_R$

事件1: S 发出第一个光信号

事件2: S 发出第二个光信号

Δt: 在R上看，两个事件的时间间隔

t'_S: 在S上看，两个事件的时间间隔

故 $$\Delta t=\frac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$ 原时

而 $$t_R=\frac{a}{c}$$

$$t'_R=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t$$

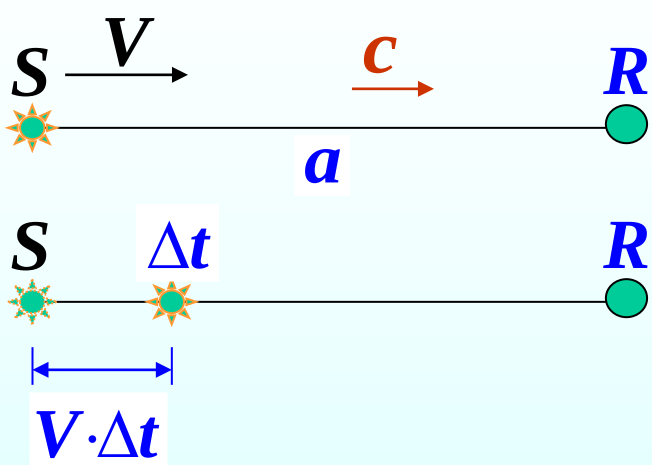
$$T_R=t'_R-t_R$$

$$T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

$$\therefore\ T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

电磁波的多普勒效应

电磁波(比如光)，也有多普勒效应。光源与接收器的相对速度决定接收器测到的频率。以下假设光源S和接收器R在同一直线上运动时，且相对于接收器的速度为V。



事件1：S 发出第一个光信号

事件2：S 发出第二个光信号

Δt：在R上看，两个事件的时间间隔

t'_S：在S上看，两个事件的时间间隔

故 $\Delta t = \dfrac{t'_S}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$ 原时

设在S上看，波源S在$t_S=0$时发出一个光信号；经过一个周期后，即$t'_S=T_S$时发出第二个光信号。

设在接收器R上看，R在t_R时收到第一个光信号；在t'_R时收到第二个光信号。开始时光源到R的距离为a。则接收器R测到的周期$T_R=t'_R-t_R$

而 $t_R=\dfrac{a}{c}$

$$t'_R=\frac{a-V\cdot\Delta t}{c}+\Delta t$$

$$T_R=t'_R-t_R$$

$$T_R=\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}\,T_S$$

$$\therefore \nu_R=\sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}\,\nu_S$$

以上取 c 为正，即以 c 的方向为正方向，V 相对于此方向可正可负。接近时频率变高，紫移；远离时频率变低，红移。