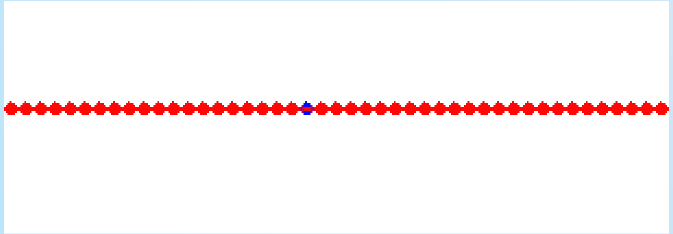
大学物理(下)

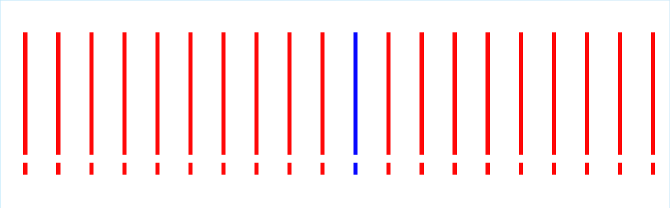
华 中 科 技 大 学
张智
zzhang@hust.edu.cn

●波动与振动的区别和联系

区别
- 振动研究一个质点的运动。
- 波动研究大量有联系的质点振动的集体表现。



联系
- 振动是波动的根源。
- 波动是振动的传播。



●波动的特点：

（1）每个质点只在平衡位置附近振动，不向前运动。

（2）后面质点重复前面质点的振动状态，有位相落后。

（3）所有质点同一时刻位移不同，形成一个波形。

（4）振动状态(位相)、波形、能量向前传播。

●**机械波**：机械振动在弹性媒质中的传播。

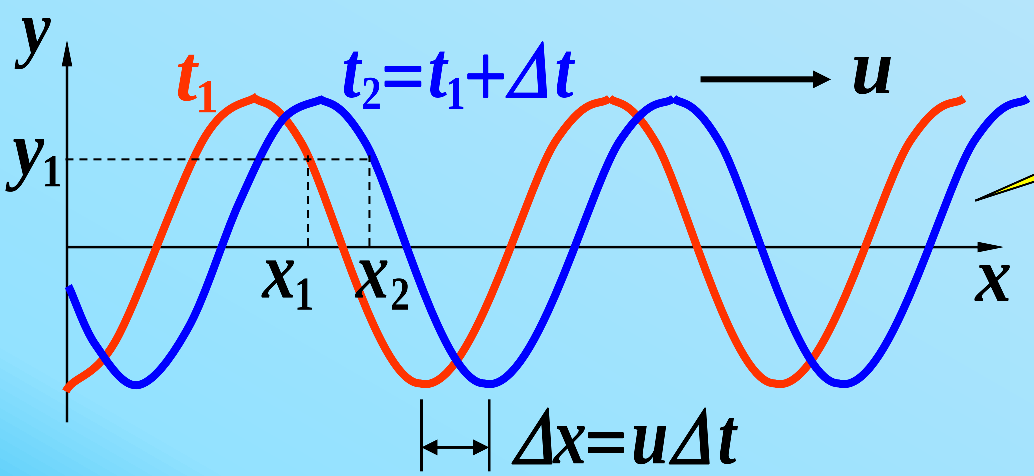
机械波产生的条件 —— **波源、媒质。**

平面简谐波的波函数

$$y = A\cos[\omega(t \mp \frac{x}{u}) + \varphi]$$

“-” 沿 x 正向
“+” 沿 x 负向

注意： u为波速的大小。



波形曲线

●波的能量：

$$W_P=W_k=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2(\Delta V)\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$

$$w=\frac{W}{\Delta V}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})$$ 能量密度

$$\overline{w}=\frac{1}{T}\int_0^T w\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

$$P=wu\Delta s$$ 能流

$$\overline{P}=\overline{w}u\Delta s$$

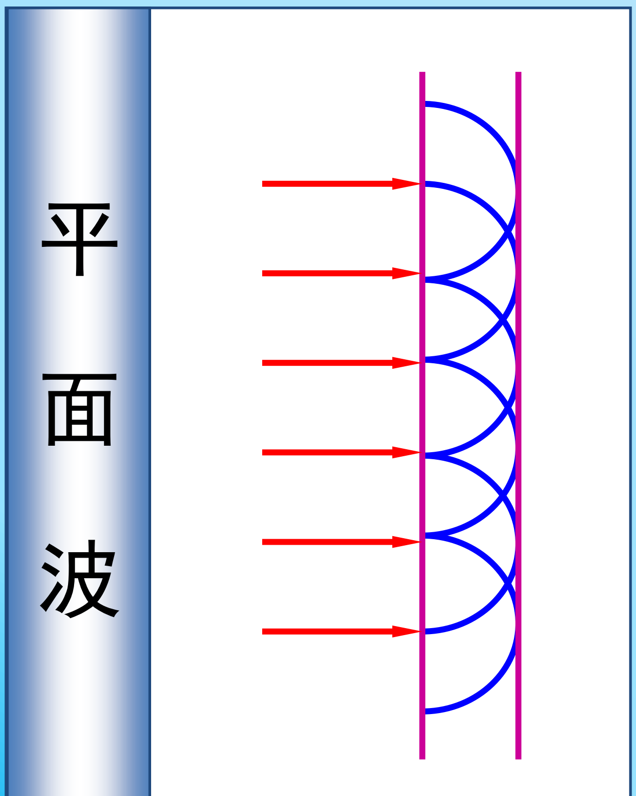
$$i=\frac{P}{\Delta s}=wu$$ 能流密度

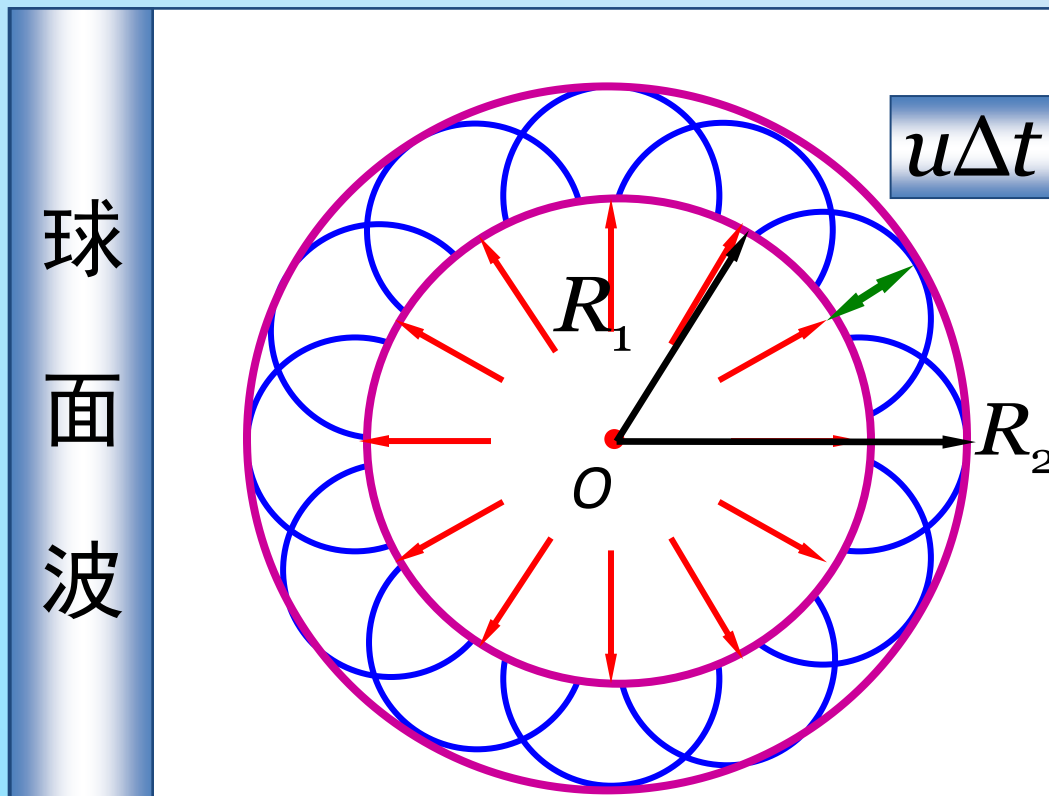
$$I=\overline{i}=\frac{\overline{P}}{\Delta s}=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u$$

第7节　波的衍射与波的干涉

一. 惠更斯原理和波的衍射

惠更斯原理： 介质中同一波面上的各点都可以看作是发射子波的波源，其后的任一时刻，这些子波的包络面就是新的波面。解决了波的传播问题





Christiaan Huygens
1629 – 1695
Dutch physicist and astronomer

Early telescope maker

First observed Saturn’s rings and one of Saturn’s moons

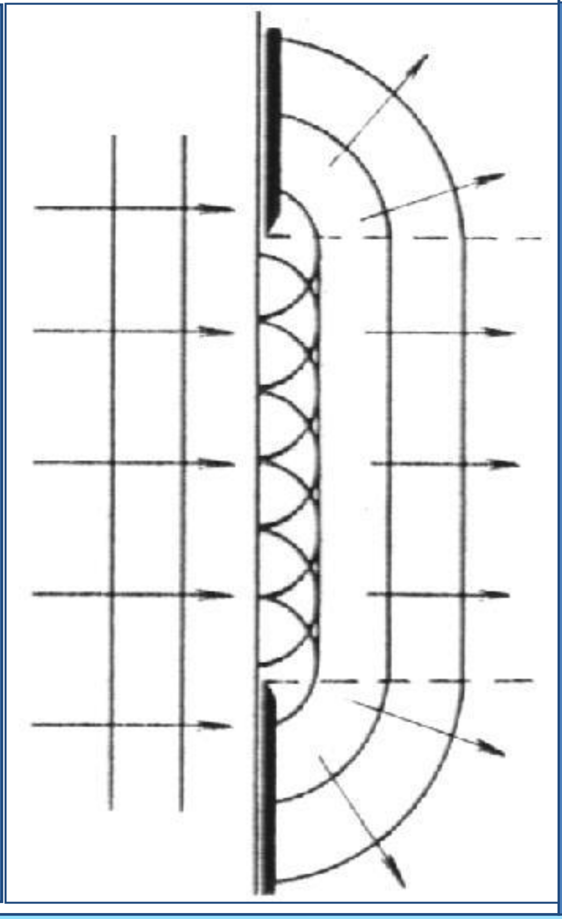
说明：

1）惠更斯原理对任何波动过程都适用。

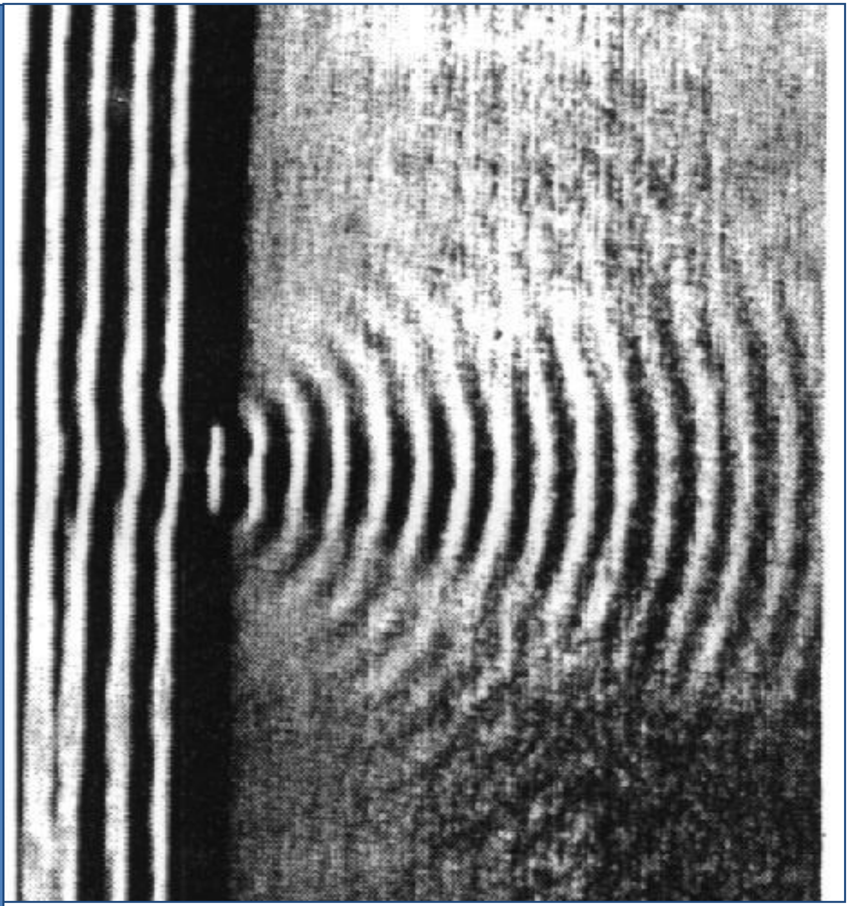
2）惠更斯原理只是定性地说明了波的反射、折射、衍射等现象，即只解决了波的传播方向问题，而未能定量给出各子波的强度分布。

波的衍射：波在传播过程中遇到障碍物时，能绕过障碍物的边缘，在障碍物的阴影区内继续传播。

波的衍射



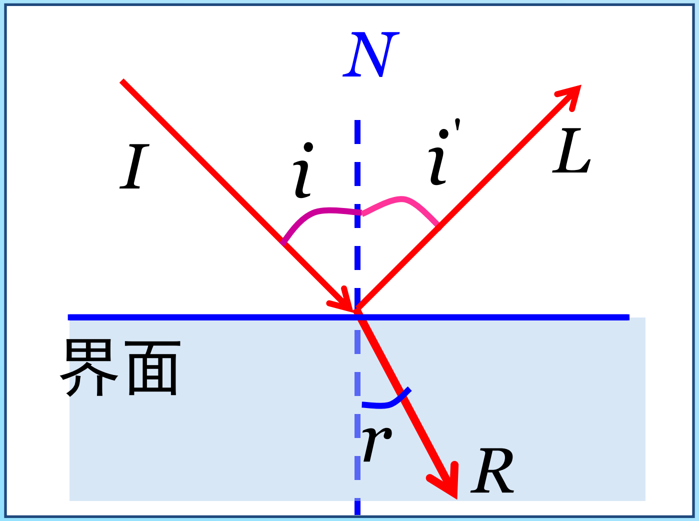
水波通过狭缝后的衍射



根据惠更斯原理，当平面波入射到一个平行于波面的有缝障碍物时，缝中波面上的各点可作为新的子波源发出球面波，而这些子波面的包络面就是新的波面。可以看到新的波面不再是平面，其波面的形状和波的传播方向都发生了很大的变化。

波的反射与折射：

当波从一种介质入射到另外一种介质时，在介质的分界面上，传播方向将发生改变。



反射定律

1）反射线、入射线和界面的法线在同一平面内；

2）$i = i'$

可用惠更斯原理证明。

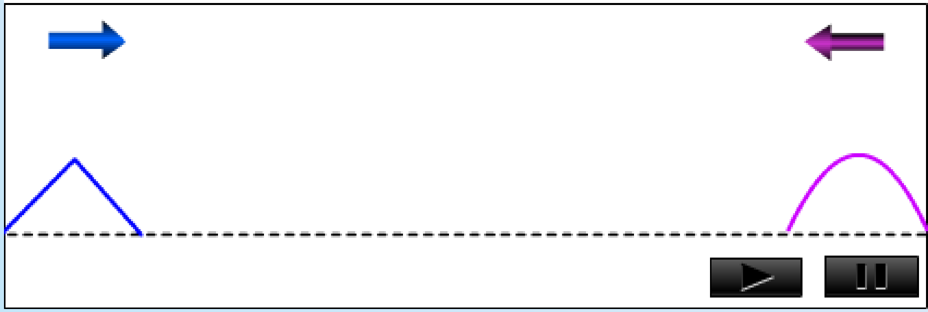
折射定律

1）折射线、入射线和界面的法线在同一平面内；

2）$\dfrac{\sin i}{\sin r} = \dfrac{u_1}{u_2}$

可用惠更斯原理证明。

二、波的干涉



1.波的叠加原理

1）波传播的独立性

当几列波同时在同一媒质中传播时，每一列波不受同时存在的其它波的影响，各自保持原有特性继续沿原来的传播方向前进。

2）波的叠加原理

在几列波相遇的区域中，介质中任一质点的振动是各个波单独在该点产生的振动的合成。

即：任一时刻，该质点的位移是各个波在该点引起的分位移的矢量和。

波的叠加 $\xrightarrow{\text{实质}}$ 各质元振动的叠加

注意: 波的强度过大时叠加原理不成立(非线性效应的影响) 。

讨论叠加的一特例 $\longrightarrow$ 波的干涉

2. 波的干涉

1）什么是波的干涉?

当几列波同时在某一区域传播时，使空间某些点的振动始终加强，另一些点的振动始终减弱，在波的重叠区呈现有规则的稳定分布的现象。

2）产生的条件:

相干波源发出的波在空间相遇时产生干涉。

相干波源必满足

(1) 频率相同;

(2) 振动方向相同(或有平行分量);

(3) 相位差恒定。

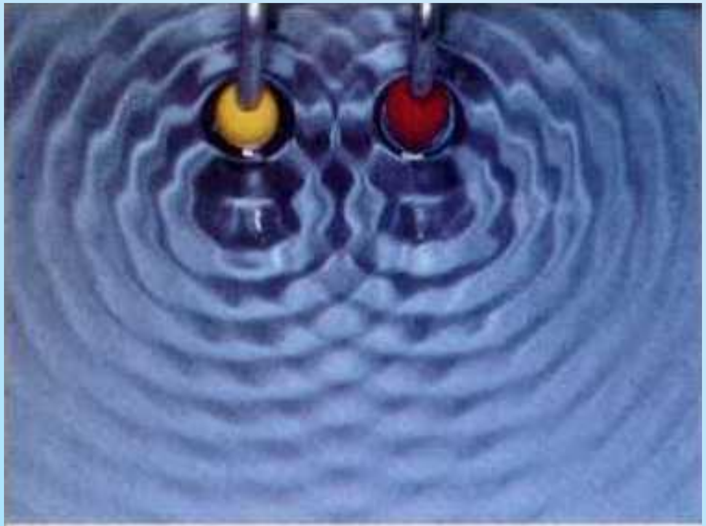
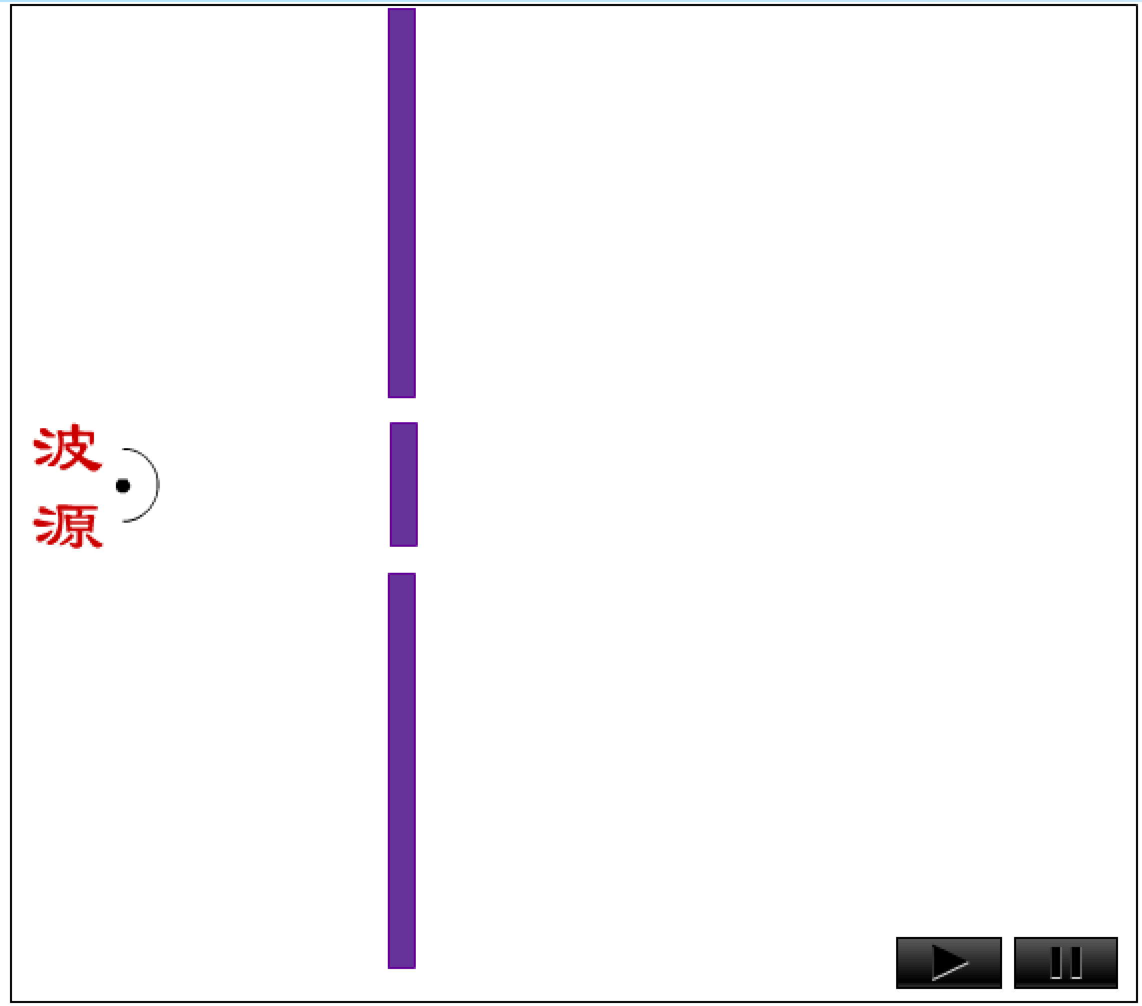


FIGURE 15–9 Two sources that produce waves in a ripple tank form an interference pattern, visible as regions of constructive and destructive interference radiating out from the sources.

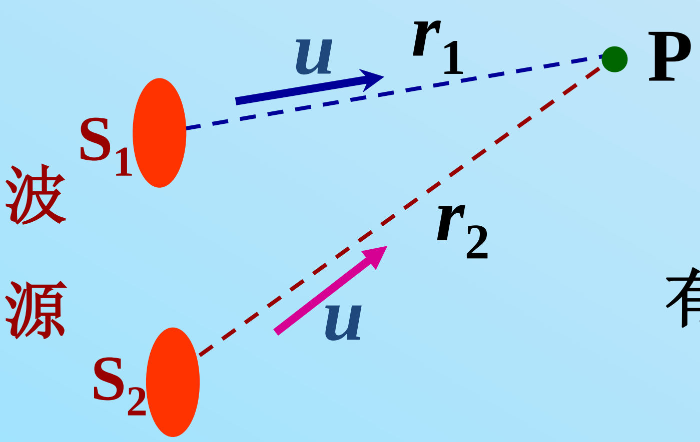
波的干涉



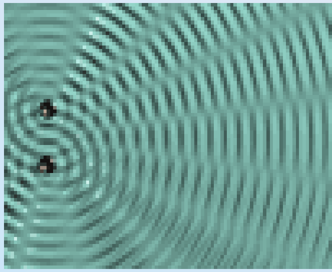
频率相同、振动方向相同、位相差恒定的两列波相遇时，使得某些地方振动始终加强，而另一些地方振动始终减弱的现象，称为波的干涉。

在相遇区，哪些点的振动是加强？哪些点是减弱？

设有两相干波源S_1、S_2，其振动方程为：



$$\begin{cases} y_1 = A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \\ y_2 = A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \end{cases}$$



考察P点的振动情况

有：
$$\begin{cases} y_{P1}=A_1\cos(\omega t+\varphi_1-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_1) \\ y_{P2}=A_2\cos(\omega t+\varphi_2-\dfrac{2\pi}{\lambda}r_2) \end{cases}$$

$$y_{P1}=A_1\cos[\omega(t-\frac{r_1}{u})+\varphi_1]$$
$$=A_1\cos(\omega t-\omega\frac{r_1}{u}+\varphi_1)$$
$$=A_1\cos(\omega t-\frac{2\pi}{T}\frac{r_1}{u}+\varphi_1)$$
$$=A_1\cos(\omega t+\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}r_1)$$

P点振动： $y_p = y_{p1} + y_{p2} = A\cos(\omega t+\varphi)$

$$A^2=A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

波程差Δr

位相差：$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$

可见：对于空间不同的点，合振动的振幅A不同，
并且A不随时间变化 ——合振幅形成稳定的分布

◆ 这个稳定分布就是两列波的干涉图样。

$$A^2=A_1^{\ 2}+A_2^{\ 2}+2A_1A_2\cos\Delta\phi$$

$$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)$$

讨论：

1）$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\pm 2k\pi,\ k=0,1,2\cdots$

振幅： $A=A_{max}=A_1+A_2$

波强： $I=I_{max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}$

干涉加强
（干涉相长）

2）$\Delta\phi=(\varphi_2-\varphi_1)-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\pm(2k+1)\pi,\ k=0,1,2\cdots$

振幅： $A=A_{min}=\left|A_1-A_2\right|$

波强： $I=I_{min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2}$

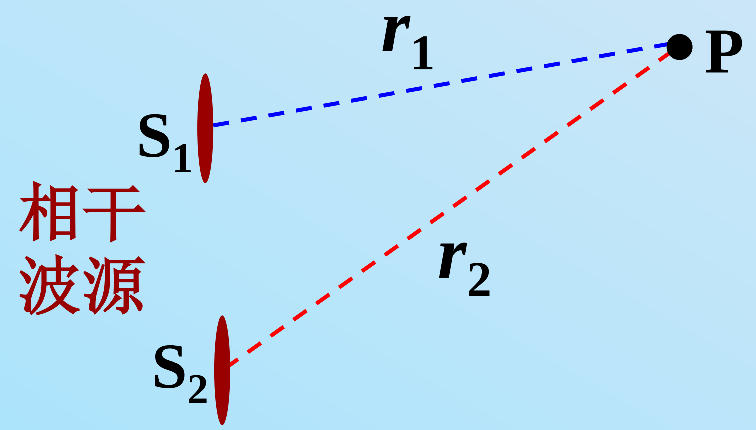
干涉减弱
（干涉相消）

3）$\Delta\phi=$ 其它　　振幅: A=?

$$A^2 = A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi \qquad \Delta\phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

例： S_1、S_2为两个相干平面简谐波源，S_1的位相比S_2的超前$\frac{\pi}{4}$，波长为λ=8m，对P点有r_1=12m， r_2=14m. S_1, S_2 在P点处引起的振幅分别为A_1=0.3m, A_2=0.2m. 求P点的振幅。

解： 由题意可知



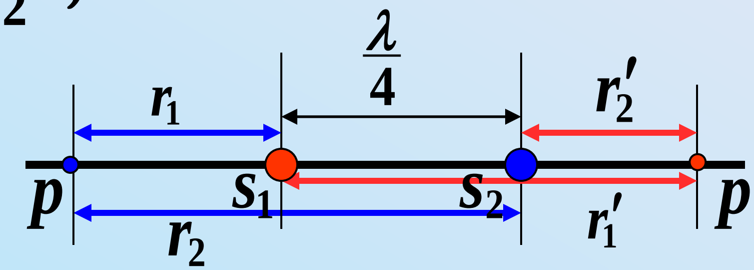
$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{8}\times(14-12) = \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\phi = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{4}$$

$$A = (A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos\Delta\phi)^{\frac{1}{2}} = 0.212 \ \neq \begin{cases} A_1 + A_2 \\ |A_1 - A_2| \end{cases}$$

例： 两相干波源 s_2 超前波源 s_1 $\frac{\pi}{2}$，相距 $l=\frac{\lambda}{4}$，$A_1=A_2$。讨论延长线上干涉情况。



解： 左边延长线上 p 点：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2-r_1)=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}=\underline{0}$$

加强

合振幅：$A=2A_1$

$\Delta\varphi=?$

$(A)-\pi$

$(B)\pi$

$(C)\frac{\pi}{2}$

$(D)0$

(E)其它

右边延长线上 p 点：

$$\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(r_2'-r_1')=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{\lambda}(-\frac{\lambda}{4})=\underline{\pi}$$

减弱

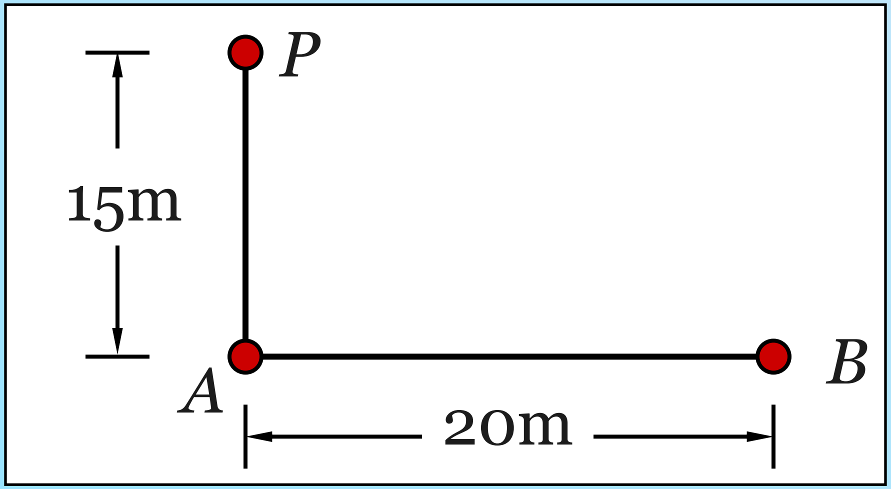
合振幅：$A=0$

合成波能量向左传加强 —— 定向辐射（二元端式天线）

波个数愈多则定向性愈好（天线列阵）

声波定向系统的原理类似。

例. 如图所示，A、B 两点为同一介质中两相干波源。其振幅皆为5cm，频率皆为100Hz，但当点 A 为波峰时，点B 为波谷。设波速为10m/s，试写出由A、B发出的两列波传到点P 时干涉的结果。



解： $BP=\sqrt{15^2+20^2}=25\,\text{m}$

$$\lambda=\frac{u}{\nu}=\frac{10}{100}=0.1\,\text{m}$$

设 A 的相位较 B 超前，则

$$\varphi_A-\varphi_B=\pi$$

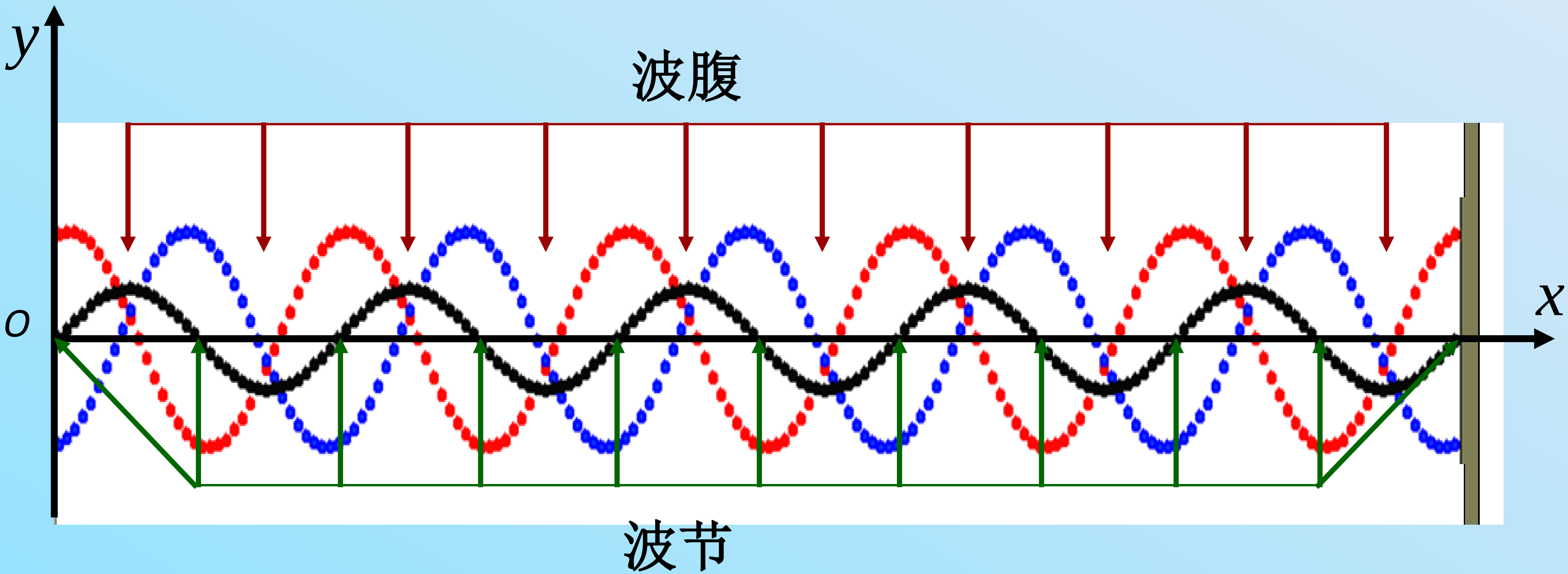
$$\Delta\varphi=\varphi_B-\varphi_A-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{\lambda}=-201\pi$$

点P 合振幅 $A=\left|A_1-A_2\right|=0$

若 B 的相位较 A 超前，怎样？

三、驻波

1. 驻波的形成：两列振幅相等的相干波相向而行，在相遇的区域叠加干涉，形成驻波。



波腹：振幅最大处

波节：振幅为0处

演示：弦驻波

火焰舞

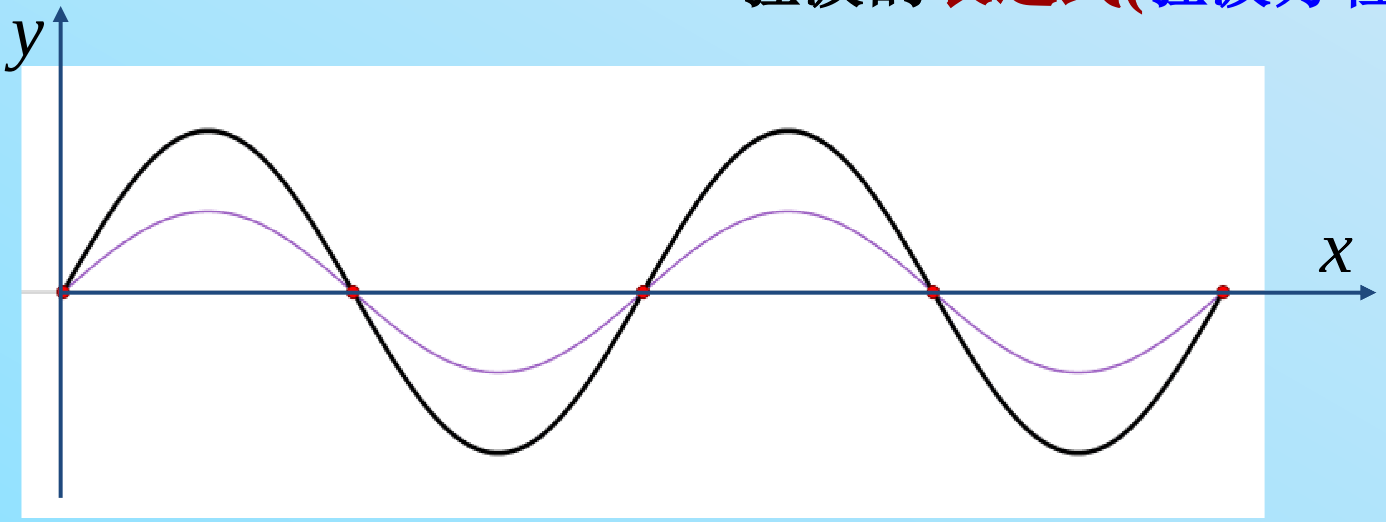
当信号源向扬声器输入信号使扬声器在管内向另一端发出一定频率的纵波，纵波到达金属管另一端反射返回，反射波与原波产生叠加，当金属管的长度等于纵波波长的整数倍时，管内空气形成驻波，使管内空气压力产生差别，管外的火焰随之高低不同，形成驻波的波形。

2. 驻波的表达式

设两列波为平面余弦波：
$$\begin{cases} y_1 = A\cos\omega\left(t-\dfrac{x}{u}\right) \\ y_2 = A\cos\omega\left(t+\dfrac{x}{u}\right) \end{cases}$$

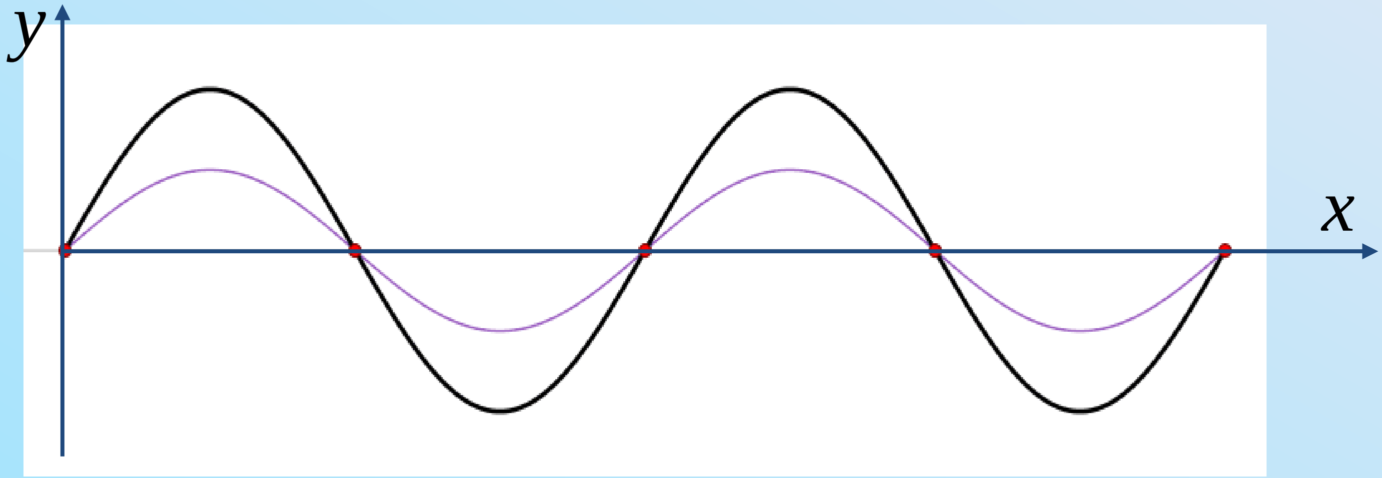
合成波:
$$\boxed{y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t}$$

驻波的表达式(驻波方程)



3. 驻波的特征

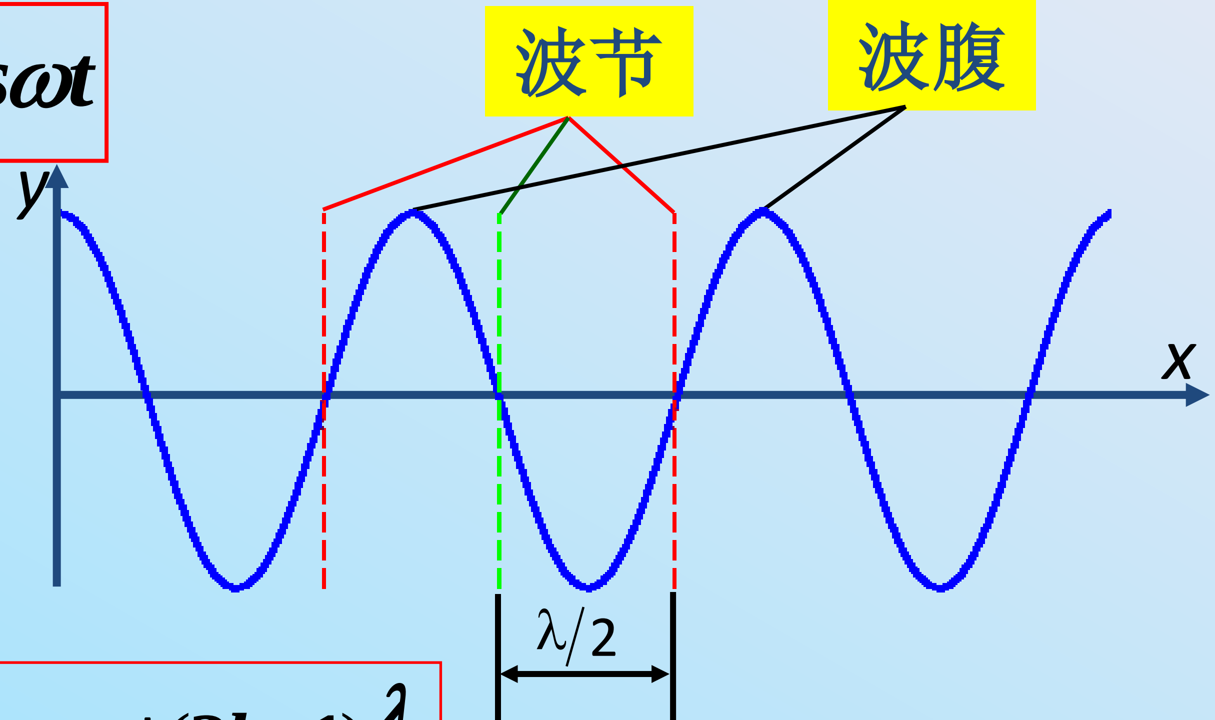
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t$$



(1)各点均作谐振动，频率相同，但振幅不同。

振幅 $A_{驻}$是 x 的函数：$A_{驻} = 2A\cos\dfrac{\omega}{u}x$ $\begin{cases} A_{驻\max} = 2A \\ A_{驻\min} = 0 \end{cases}$

$$\boxed{y = 2A\cos\frac{\omega}{u}x \cdot \cos\omega t}$$



$A_{驻} = 0$处 —波节

波节的位置：

令：$2A\cos\frac{\omega}{u}x = 0$

即：$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm(2k+1)\frac{\pi}{2} \qquad \boxed{x_k = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{4}} \qquad (k = 0,1,2\cdots)$$

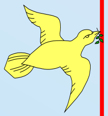
$A_{驻} = 2A$处，—波腹

波腹的位置：$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \qquad \frac{2\pi}{\lambda}x = \pm k\pi$

$$\rightarrow \boxed{x_k = \pm k\frac{\lambda}{2}} \quad (k = 0,1,2\cdots)$$

相邻 波节 波腹 间距：$\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ 　波节与相邻波腹间隔：$\Delta x = \frac{\lambda}{4}$

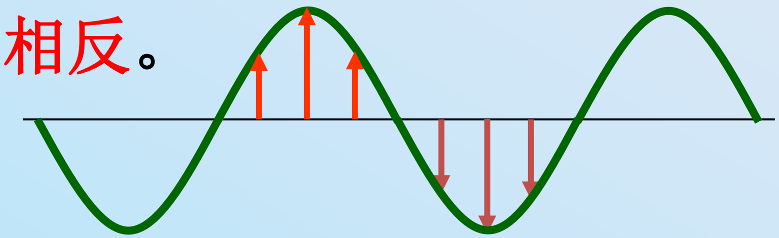
(2)驻波的位相关系



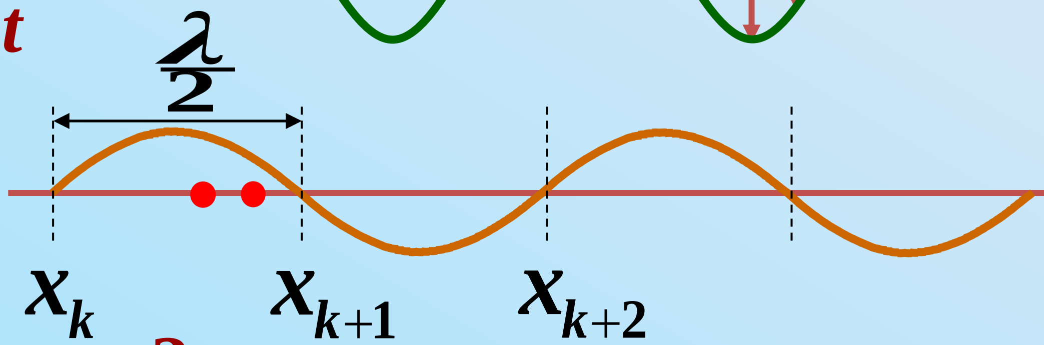
$$y=2A\cos\frac{\omega}{u}x\cdot\cos\omega t$$

相邻波节之间的各点位相相同，

波节两侧各半个波长范围内的各点位相相反。



$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$



第k个波节的坐标是

$$\boxed{x_k=(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$$

关键是看 $\cos\frac{2\pi x}{\lambda}$

考虑两个相邻波节 x_k 和 x_{k+1} 之间，离 x_k 分别为 d 和 d'（$0<d<d'<\frac{\lambda}{2}$）的任意两个质元的位相。

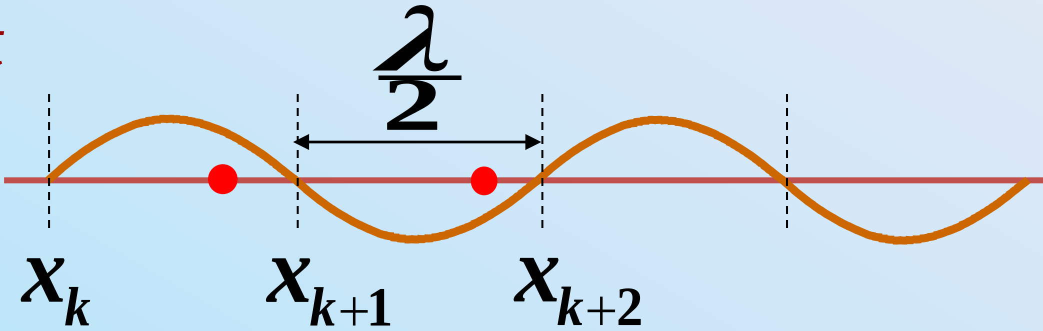
$$\cos\frac{2\pi(x_k+d)}{\lambda}\cos\frac{2\pi(x_k+d')}{\lambda}=\sin\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\frac{2\pi d'}{\lambda}>0$$

故，两个相邻的波节之间所有质元的振动都是同位相的。

$$y=y_1+y_2=2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\omega t$$

第k个波节的坐标

$$\boxed{x_k=(2k+1)\frac{\lambda}{4}}$$



考虑波节 x_{k+1} 两侧的任意两个质元。

在 x_{k+1} 的左侧，x_k 和 x_{k+1} 之间任意质元的坐标可以表示为 x_k+h，且 $0<h<\frac{\lambda}{2}$；在 x_{k+1} 的右侧，x_{k+1} 和 x_{k+2} 之间任意质元的坐标可以表示为 x_k+h'，且 $\frac{\lambda}{2}<h'<\lambda$。

$$\cos\frac{2\pi(x_k+h)}{\lambda}\cos\frac{2\pi(x_k+h')}{\lambda}=\sin\frac{2\pi h}{\lambda}\sin\frac{2\pi h'}{\lambda}<0$$

同理有，在任意波节 x_{k+1} 两侧各半个波长范围内，左侧质元的振动位相和右侧质元的位相相反。

(3) 振动状态不传播。波形不移动，分段振动(故称“驻”波)。

(4) 驻波中没有净能量传递，能流密度为0

$$\vec{i}_{驻}=\vec{i}_{入}+\vec{i}_{反}=w\vec{u}+(-w\vec{u})=0$$

或波强：$I_{驻}=I_{入}+I_{反}=I_{入}-I_{入}=0$

讨论： 即：驻波系统不向任何方向传播能量。

各质点位移(同时)达最大时：

速度为零，系统的动能为零；

介质形变最大，势能最大；

在波节处相对形变最大

在波腹处相对形变为零

势能集中在波节

当各质点(同时)回到平衡位置时：介质的形变为零，系统的势能为零、动能最大。 动能集中在波腹

能量从波腹传到波节，又从波节传到波腹，往复循环。波节始终不动，能量不能经它们向外传播。所以驻波不传播能量，它是媒质的一种特殊的运动状态——稳定态。