

Wtorki 16:50
Grupa I3
Kierunek Informatyka
Wydział Informatyki
Politechnika Poznańska

Algorytmy i struktury danych
Sprawozdanie z zadania w zespołach nr. 4
prowadząca: dr hab. inż. Małgorzata Sterna, prof PP

Algorytmy z powracaniem

autorzy:

Piotr Więtczak nr indeksu 132339
Tomasz Chudziak nr indeksu 136691

21 maja 2018

1 Opis implementacji

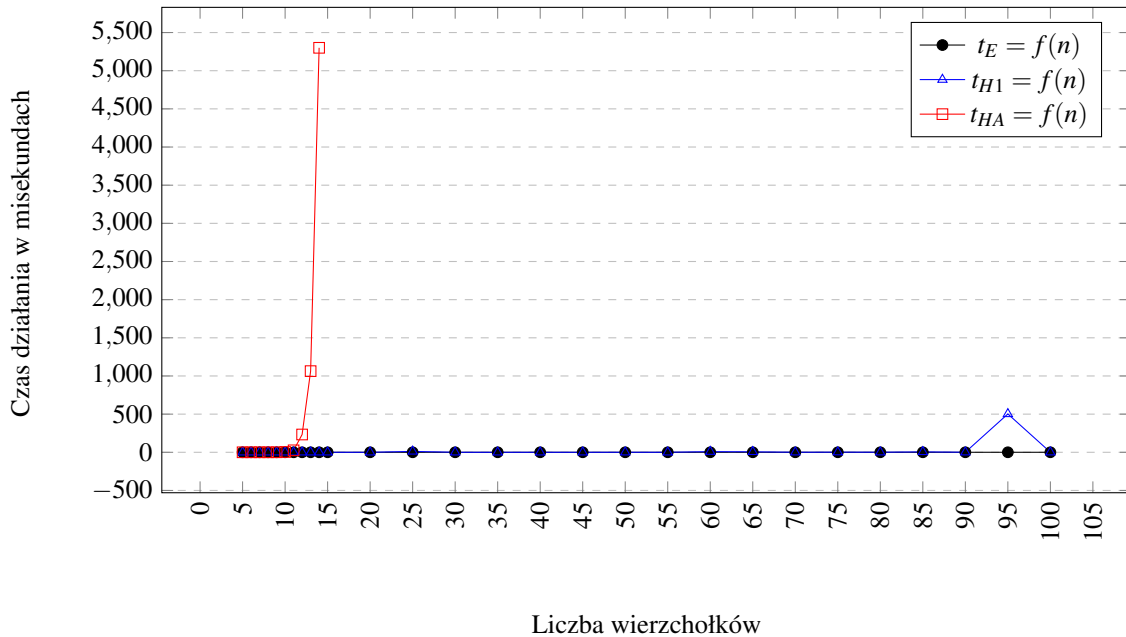
Do implementacji algorytmów poszukujących cyklu Eulera (E), pojedynczego cyklu Hamiltona ($H1$) i wszystkich cykli Hamiltona użyliśmy języka C++. Do pomiarów czasu wykorzystaliśmy klasę `std::chrono::high_resolution_clock` z biblioteki `chrono`. Do reprezentacji grafu zastosowaliśmy macierz sąsiedztwa, ze względu na intuicyjne działanie oraz łatwość implementacji.

2 Czasy działania algorytmów

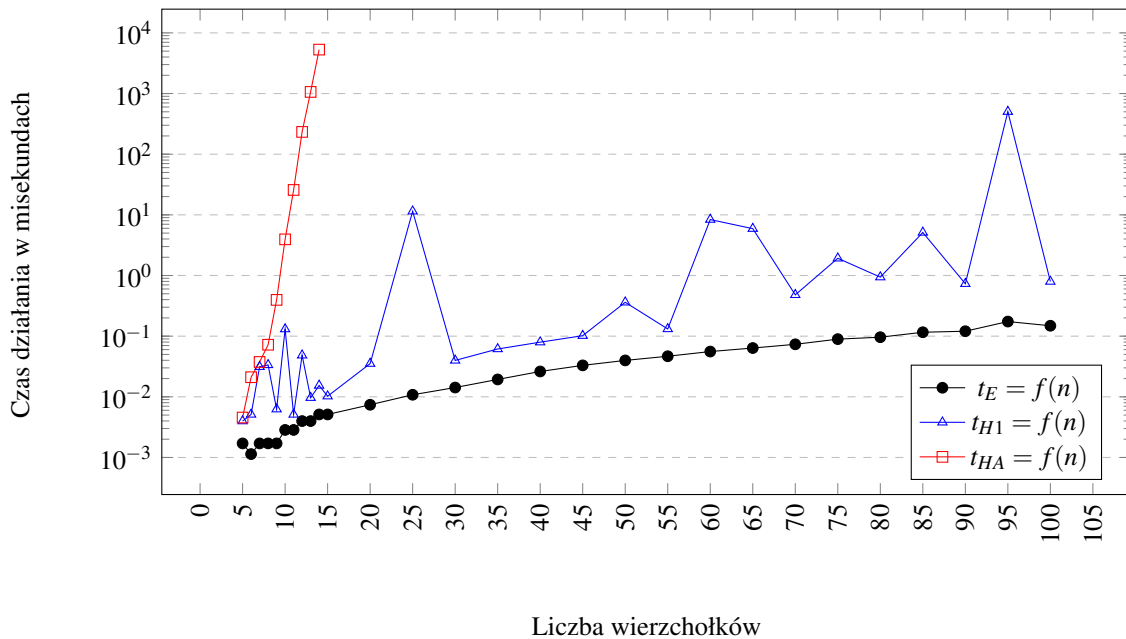
Tabela przedstawiająca czasy działania algorytmów

| Liczba wierzchołków | t_E dla $d = 0.6$ [ms] | t_{H1} dla $d = 0.6$ [ms] | t_{HA} dla $d = 0.6$ [ms] |
|------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 5 | 0.001 | 0.003 | 0.004 |
| 6 | 0.001 | 0.005 | 0.021 |
| 7 | 0.001 | 0.031 | 0.037 |
| 8 | 0.001 | 0.033 | 0.072 |
| 9 | 0.001 | 0.006 | 0.396 |
| 10 | 0.002 | 0.130 | 3.945 |
| 11 | 0.002 | 0.005 | 25.734 |
| 12 | 0.003 | 0.048 | 232.968 |
| 13 | 0.003 | 0.009 | 1063.510 |
| 14 | 0.005 | 0.015 | 5300.210 |
| 15 | 0.005 | 0.010 | — .000 |
| 20 | 0.007 | 0.035 | — .000 |
| 25 | 0.010 | 11.446 | — .000 |
| 30 | 0.014 | 0.039 | — .000 |
| 35 | 0.019 | 0.061 | — .000 |
| 40 | 0.026 | 0.079 | — .000 |
| 45 | 0.032 | 0.101 | — .000 |
| 50 | 0.039 | 0.361 | — .000 |
| 55 | 0.046 | 0.131 | — .000 |
| 60 | 0.055 | 8.360 | — .000 |
| 65 | 0.063 | 5.921 | — .000 |
| 70 | 0.073 | 0.480 | — .000 |
| 75 | 0.089 | 1.922 | — .000 |
| 80 | 0.096 | 0.939 | — .000 |
| 85 | 0.116 | 5.121 | — .000 |
| 90 | 0.120 | 0.731 | — .000 |
| 95 | 0.174 | 502.357 | — .000 |
| 100 | 0.148 | 0.795 | — .000 |

Wykres przedstawiający czasy działania algorytmów dla $d = 0.6$



Wykres przedstawiający czasy działania algorytmów dla $d = 0.6$ skala logarymiczna



Problemy znajdowania cyklu Eulera i cyklu Hamiltona dotyczą przeszukiwania grafu.

Znajdowanie cyklu Eulera należy do klasy problemów łatwych (P), czyli takich dla których potrafimy znaleźć algorytm rozwiązujący ten problem w czasie wielomianowym.

Znajdowanie cyklu Hamiltona należy do problemów NP-zupełnych, które są podklasą problemów trudnych (NP), dla problemów które należą do klasy NP nie znamy rozwiązań działających w czasie wielomianowym lub mniejszym, czyli są to zadania o o złożoności co najmniej wykładniczej. Do problemów NP-zupełnych transformują się wielomianowo wszystkie problem z klasy NP. Rozwiązując problem NP-zupełny rozwiązujemy wszyst-

kie problemy z tej podklasy, dlatego znajdując rozwiązanie jednego takiego problemu w czasie wielomianowym, znajdziemy rozwiązanie wielomianowe dla wszystkich problemów NP-zupełnych.

Złożoność obliczeniowa algorytmu znajdowania cyklu Eulera wynosi $O(m)$, gdzie m - liczba krawędzi, ponieważ podczas przeszukiwania grafu trzeba przejść po wszystkich krawędziach.

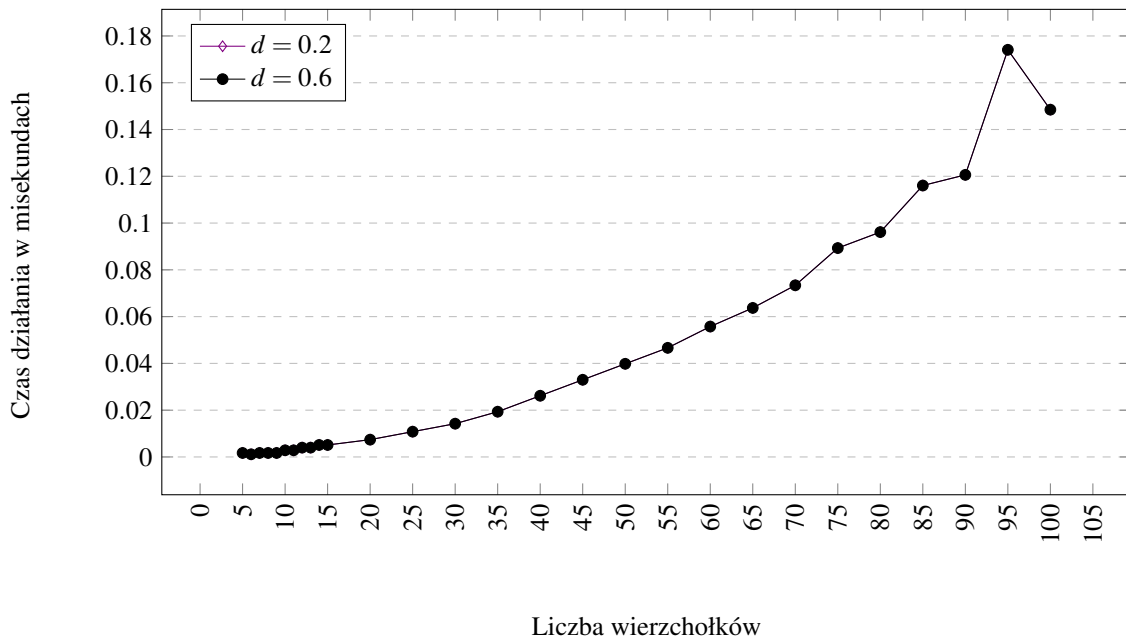
Złożoność obliczeniowa algorytmu znajdowania pojedynczego cyklu Hamiltona wynosi $O(n!)$, gdzie n - liczba wierzchołków, ponieważ w najgorszym przypadku należy sprawdzić wszystkie możliwe permutacje, a dla wszystkich cykli $O(n \cdot n!)$.

3 Czasy poszukiwania cyklu Eulera dla różnych wartości d

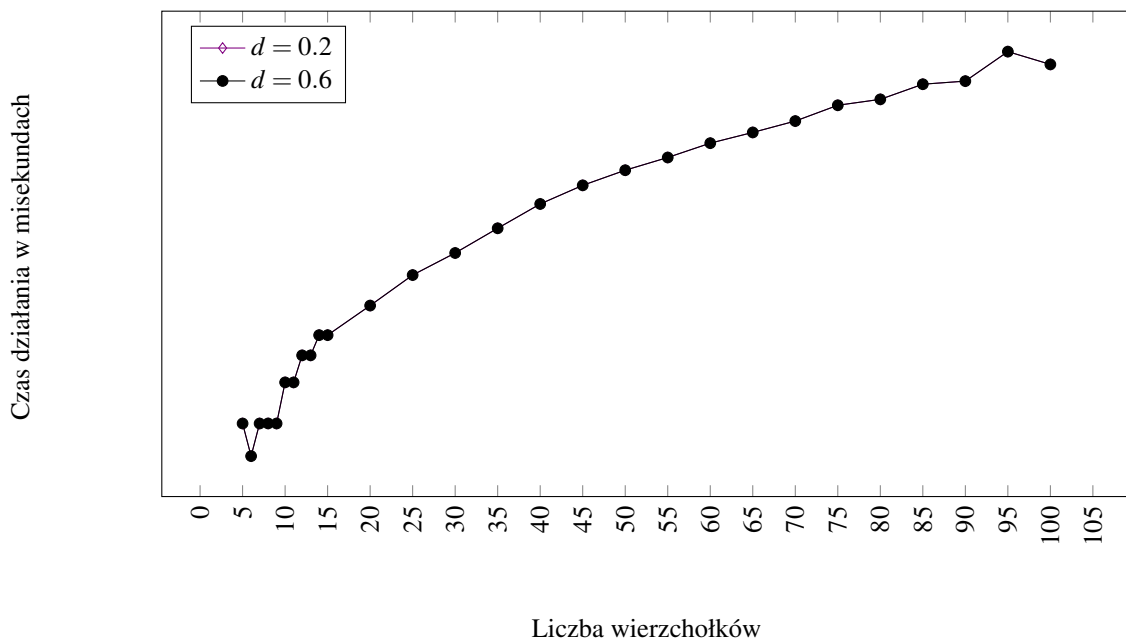
Tabela przedstawiająca T_E dla różnych wartości d

| Liczba wierzchołków | t_E dla | |
|------------------------|----------------|----------------|
| | $d = 0.2$ [ms] | $d = 0.6$ [ms] |
| 5 | 0.001 | 0.001 |
| 6 | 0.001 | 0.001 |
| 7 | 0.001 | 0.001 |
| 8 | 0.001 | 0.001 |
| 9 | 0.001 | 0.001 |
| 10 | 0.002 | 0.002 |
| 11 | 0.001 | 0.002 |
| 12 | 0.002 | 0.003 |
| 13 | 0.002 | 0.003 |
| 14 | 0.002 | 0.005 |
| 15 | 0.002 | 0.005 |
| 20 | 0.004 | 0.007 |
| 25 | 0.007 | 0.010 |
| 30 | 0.009 | 0.014 |
| 35 | 0.017 | 0.019 |
| 40 | 0.016 | 0.026 |
| 45 | 0.020 | 0.032 |
| 50 | 0.025 | 0.039 |
| 55 | 0.030 | 0.046 |
| 60 | 0.036 | 0.055 |
| 65 | 0.041 | 0.063 |
| 70 | 0.047 | 0.073 |
| 75 | 0.054 | 0.089 |
| 80 | 0.060 | 0.096 |
| 85 | 0.076 | 0.116 |
| 90 | 0.080 | 0.120 |
| 95 | 0.086 | 0.174 |
| 100 | 0.096 | 0.148 |

Wykres przedstawiający T_E dla różnych wartości d



Wykres przedstawiający T_E dla różnych wartości d skala logarytmiczna



Metoda poszukiwania cyklu Eulera oparta jest na algorytmie DFS (przeszukiwanie w głąb), z tą różnicą że przegląda krawędzie zamiast wierzchołków. Do przedstawienia grafu użyto macierzy sąsiedztwa. Uznaliśmy, że sprawi ona nam najmniej problemów związanych z implementacją. Niestety, wybrana przez nas struktura nie jest najwydajniejsza do tego typu zadania, o wiele szybsza była by lista następników lub lista łuków. W konsekwencji czas działania algorytmów przeszukujących wzrasta.

Algorytm rozpoczyna działanie od sprawdzenia, czy wszystkie wierzchołki są parzystego stopnia, w wypadku gdy nie są, kończy swoje działanie i zwraca odpowiednią wartość (w tym wypadku -1). Na tym etapie nie jest

sprawdzana spójność grafu, ten warunek jest uwzględniany podczas jego tworzenia. Jeżeli struktura przejdzie ten test, wybierany jest wierzchołek startowy (w tej implementacji wierzchołek o numerze 0). Jest on kładziony na stos. Następnie wybierany jest wierzchołek o jak najmniejszym numerze, do którego istnieje połączenie z obecnej lokalizacji, przechodzi do niego, dodaje go na stos i usuwa połączenie między nimi. Algorytm powtarza to tak długo, aż nie znajdzie się w wierzchołku, z którego nie ma wyjścia. W ten czas zaczyna zdejmować ze stosu, wykonuje tę czynność tak długo, aż nie wróci do wierzchołka, w którym istnieje niewykorzystane połączenie. Jeżeli je znajdzie schemat postępowania powtarza się. Algorytm kończy się, gdy nie zostanie już żadna krawędź. Kolejność zdejmowania ze stosu jest tu bardzo istotna, to właśnie ona tworzy cyklem Eulera.

Warunek konieczny i dostateczny istnienia cyklu Eulera w grafie:

- graf jest spójny,
- dla grafu nieskierowanego, wszystkie wierzchołki są stopnia parzystego,
- dla grafu skierowanego, taka sama liczba krawędzi wchodzących i wychodzących dla każdego wierzchołka.

W testowanych grafach istniał cykl Eulera ponieważ zostały one wygenerowane odpowiednią metodą. Opierała się ona na tworzeniu klik o rozmiarze 3, po stworzeniu pierwszej wybierany był losowy należący do grafu wierzchołek, oraz losowano dwa nie należące do grafu wierzchołki, z tych trzech wierzchołków do grafu dołączana była nowa klika. Dołączanie nowych klik trwało aż do osiągnięcia pożądanej gęstości.

zachowanie

4 Casy poszukiwania pojedynczego i wszystkich cykli Hamiltona dla różnych wartości d

Tabela prezentująca t_{H1} i t_{HA} dla różnych wartości d

| Liczba wierzchołków | $d = 0.2$ | | $d = 0.6$ | |
|------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | t_{H1} [ms] | t_{HA} [ms] | t_{H1} [ms] | t_{HA} [ms] |
| 5 | 0.001 | 0.002 | 0.003 | 0.004 |
| 6 | 0.002 | 0.002 | 0.005 | 0.021 |
| 7 | 0.001 | 0.001 | 0.031 | 0.037 |
| 8 | 0.002 | 0.003 | 0.033 | 0.072 |
| 9 | 0.001 | 0.001 | 0.006 | 0.396 |
| 10 | 0.008 | 0.010 | 0.130 | 3.945 |
| 11 | 0.000 | 0.001 | 0.005 | 25.734 |
| 12 | 0.009 | 0.010 | 0.048 | 232.968 |
| 13 | 0.012 | 0.013 | 0.009 | 1063.510 |
| 14 | 0.039 | 0.043 | 0.015 | 5300.210 |
| 15 | 0.062 | 0.069 | 0.010 | — .000 |
| 20 | 18.071 | 19.434 | 0.035 | — .000 |
| 25 | 1.196 | 12220.800 | 11.446 | — .000 |
| 30 | 0.000 | — .000 | 0.039 | — .000 |
| 35 | 0.000 | — .000 | 0.061 | — .000 |
| 40 | 0.000 | — .000 | 0.079 | — .000 |
| 45 | 0.000 | — .000 | 0.101 | — .000 |
| 50 | 0.000 | — .000 | 0.361 | — .000 |
| 55 | 0.000 | — .000 | 0.131 | — .000 |
| 60 | 0.000 | — .000 | 8.360 | — .000 |
| 65 | 0.000 | — .000 | 5.921 | — .000 |
| 70 | 0.000 | — .000 | 0.480 | — .000 |
| 75 | 0.000 | — .000 | 1.922 | — .000 |
| 80 | 0.000 | — .000 | 0.939 | — .000 |
| 85 | 0.000 | — .000 | 5.121 | — .000 |
| 90 | 0.000 | — .000 | 0.731 | — .000 |
| 95 | 0.000 | — .000 | 502.357 | — .000 |
| 100 | 0.000 | — .000 | 0.795 | — .000 |

Wykres przedstawiający t_{H1} dla różnych wartości d

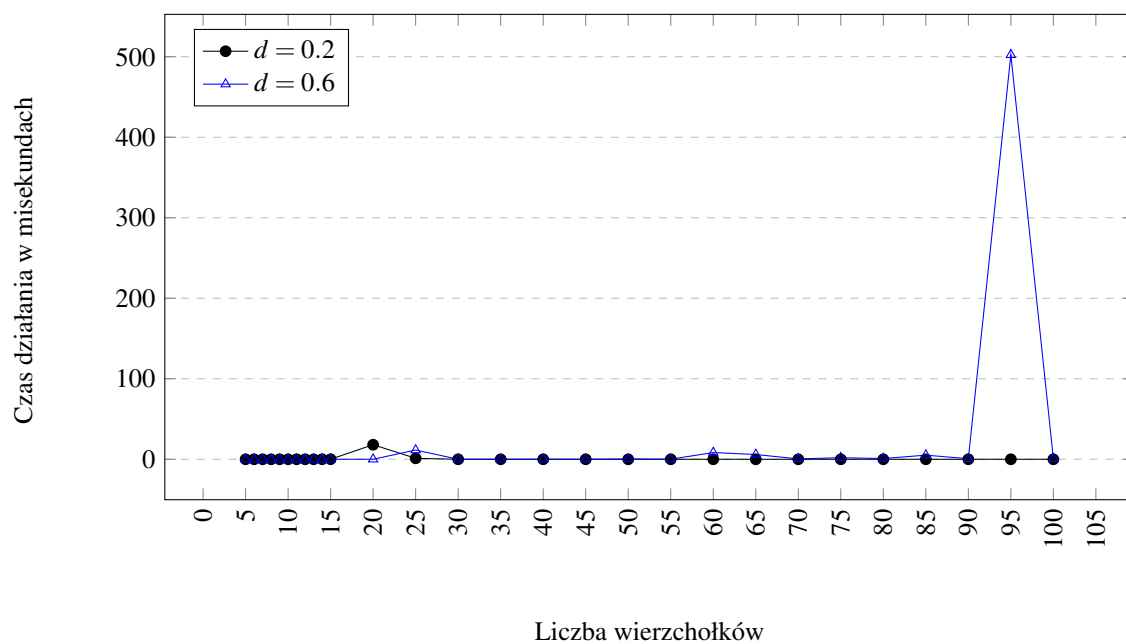


Tabela prezentująca t_{HA} dla różnych wartości d

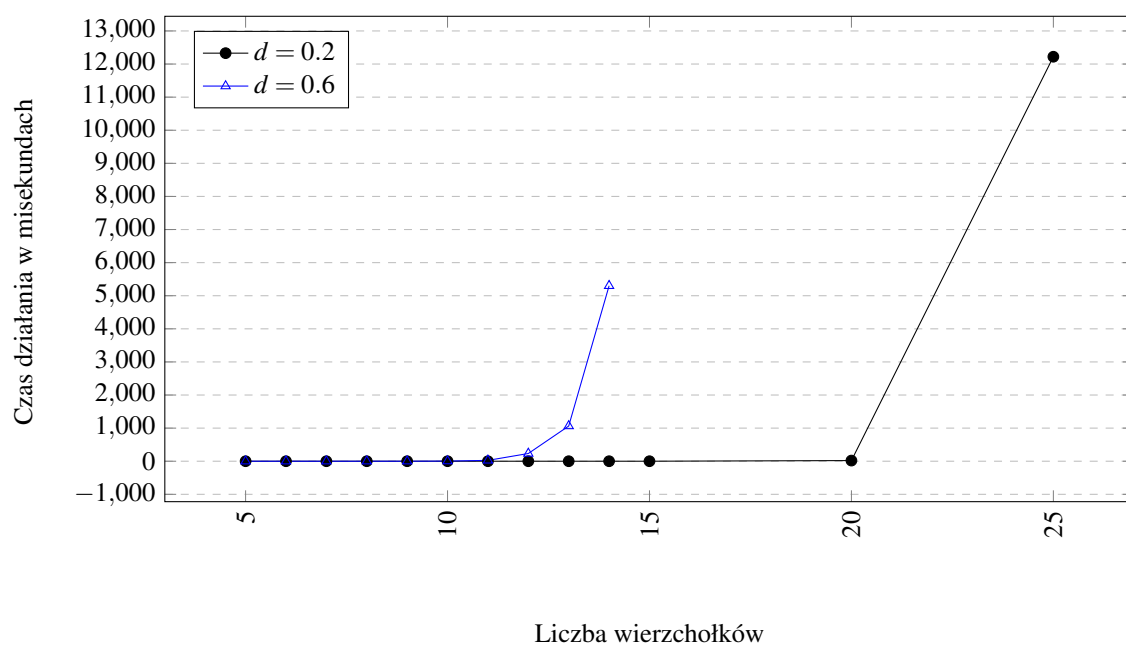


Tabela prezentująca liczbę cykli Hamiltona dla różnych wartości d

| Liczba wierzchołków | Liczba cykli Hamiltona dla $d = 0.2$ | Liczba cykli Hamiltona dla $d = 0.6$ |
|------------------------|---|---|
| 5 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 2 |
| 7 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 2 |
| 9 | 0 | 4 |
| 10 | 0 | 128 |
| 11 | 0 | 3372 |
| 12 | 0 | 11964 |
| 13 | 0 | 66680 |
| 14 | 0 | 346018 |
| 15 | 0 | — |
| 20 | 0 | — |
| 25 | 0 | — |
| 30 | — | — |
| 35 | — | — |
| 40 | — | — |
| 45 | — | — |
| 50 | — | — |
| 55 | — | — |
| 60 | — | — |
| 65 | — | — |
| 70 | — | — |
| 75 | — | — |
| 80 | — | — |
| 85 | — | — |
| 90 | — | — |
| 95 | — | — |
| 100 | — | — |

Spis treści

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Opis implementacji | 1 |
| 2 | Czasy działania algorytmów | 1 |
| 3 | Czasy poszukiwania cyklu Eulera dla różnych wartości d | 3 |
| 4 | Czasy poszukiwania pojedynczego i wszystkich cykli Hamiltona dla różnych wartości d | 6 |