

# **Лабораторная работа №7**

Ишанова А.И. группа НФИ-02-19

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Задание работы</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Параметрические графики . . . . .	8
4.2	Полярные координаты . . . . .	10
4.3	Графики неявных функций . . . . .	12
4.4	Комплексные числа . . . . .	14
4.5	Специальные функции . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Вывод</b>	<b>20</b>
<b>6</b>	<b>Библиография</b>	<b>21</b>

# List of Figures

4.1	подготовка к лабораторной работе . . . . .	8
4.2	начало журналирования . . . . .	8
4.3	задача $t$ и $r, x$ и $y$ . . . . .	9
4.4	построение графика . . . . .	9
4.5	построение графика . . . . .	9
4.6	сохранение графика . . . . .	10
4.7	задача $\theta$ и $r, x$ и $y$ . . . . .	10
4.8	график в декартовой системе координат . . . . .	11
4.9	команды в Octave . . . . .	11
4.10	график в полярной системе координат . . . . .	12
4.11	команды в Octave . . . . .	12
4.12	задание первой неявной функции . . . . .	12
4.13	график неявной функции . . . . .	13
4.14	команды в Octave . . . . .	13
4.15	график неявной функции . . . . .	13
4.16	график окружности и касательной . . . . .	14
4.17	команды в Octave . . . . .	14
4.18	арифметические операции над комплексными числами . . . . .	15
4.19	график комплексных чисел $z_1, z_2$ и $z_1 + z_2$ . . . . .	16
4.20	команды в Octave . . . . .	16
4.21	расчет $\sqrt[3]{-8}$ с получением комплексного и действительного числа	17
4.22	график $\Gamma(n + 1)$ и $n!$ . . . . .	17
4.23	команды в Octave . . . . .	18
4.24	график $\Gamma(n + 1)$ и $n!$ . . . . .	18
4.25	команды в Octave . . . . .	19
4.26	Завершение сессии журналирования . . . . .	19

# 1 Цель работы

Научиться строить в Octave параметрические графики, графики в полярных координатах, графики неявных функций, графики в комплексной плоскости и графики специальных функций.

## **2 Задание работы**

Выполнить лабораторную работу и сделать отчет по лабораторной работе в форматах md, docx и pdf.

### 3 Теоретическое введение

- Параметрические функции — функции, представленные в таком виде, что зависимость переменных выражается через дополнительную величину (параметр). Предположим, что функциональная зависимость  $y$  от  $x$  не задана непосредственно  $y = f(x)$ , а через промежуточную величину —  $t$ . Тогда формулы  $x = \phi(t)$ ;  $y = \psi(t)$  задают параметрическое представление функции одной переменной. [2]
- Полярная система координат — двумерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами — полярным углом и полярным радиусом. Полярная система координат особенно полезна в случаях, когда отношения между точками проще изобразить в виде радиусов и углов; в более распространённой декартовой, или прямоугольной, системе координат, такие отношения можно установить только путём применения тригонометрических уравнений. [3]
- неявное уравнение — это отношение вида  $F(x_1, \dots, x_n) = 0$ , где  $F$  является функцией нескольких переменных (зачастую многочленом). Например, мы будем работать с неявной функцией  $-x^2 - xy + x + y^2 - y - 1 = 0$  ( $F(x, y) = 0$ ). [4]
- Комплексные числа — числа вида  $a + bi$ , где  $a, b$  — вещественные числа,  $i$  — мнимая единица, то есть число, для которого выполняется равенство:  $i^2 = -1$ . [5]
- Гамма-функция — математическая функция, обычно обозначается  $\Gamma(z)$ .

Если вещественная часть комплексного числа  $z$  положительна, то гамма-функция определяется через абсолютно сходящийся интеграл:  $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, z \in \mathbb{C}$ .

Если  $z = n$  — натуральное число, то

$$\Gamma(n+1) = n!$$

Основное свойство гамма-функции — это её рекуррентное уравнение

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z),$$

которое при фиксированном начальном условии единственным образом определяет логарифмически выпуклое решение, то есть саму гамма-функцию.

Гамма-функция чрезвычайно широко применяется в науке. Среди основных областей её применения — математический анализ, теория вероятностей, комбинаторика, статистика, атомная физика, астрофизика, гидродинамика, сейсмология и экономика. В частности, гамма-функция используется для обобщения понятия факториала на множества действительных и комплексных значений аргумента. [6]

## 4 Выполнение лабораторной работы

(Работа выполнена согласно методическому пособию[1].)

1. Создаем каталог для работы в папке laboratory. (mkdir) (fig. 4.1)

```
(base) alinaishanova@iMac-Alina ~ % cd work/2020-2021/|  
"Введение в научное программирование"/laboratory  
(base) alinaishanova@iMac-Alina laboratory % mkdir lab  
07
```

Figure 4.1: подготовка к лабораторной работе

2. Начинаем сессию журналирования. (fig. 4.2)

```
|>> diary on
```

Figure 4.2: начало журналирования

### 4.1 Параметрические графики

Строим параметрический график циклоиды:  $x = r(t - \sin(t))$ ,  $y = r(1 - \cos(t))$ .

1. Задаем значения параметров  $t$  и  $r$  и переменных  $x$  и  $y$ . (fig. 4.3)



```
>> x = r*(t-sin(t));
>> y = r*(1-cos(t));
```

Figure 4.3: задача  $t$  и  $r$ ,  $x$  и  $y$

2. Строим график и меняем длину осей. (fig. 4.4 и fig. 4.5)

```
>> plot(x,y)
>> axis('equal')
>> axis([0 12*pi 0 4])
```

Figure 4.4: построение графика

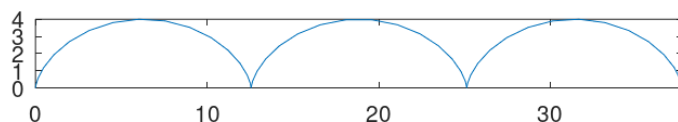


Figure 4.5: построение графика

3. Сохраняем график. (fig. 4.6)

```
>> savefig cycloid.pdf
>> print -dpdf cycloid.pdf
>> print -dpng cycloid.png
```

Figure 4.6: сохранение графика

## 4.2 Полярные координаты

1. Задаем векторы полярных координат: полярный угол( $\theta$ ) и полярный радиус( $r$ ); и переводим их в декартовы —  $x$  и  $y$ . (fig. 4.7)

```
>> theta = linspace(0, 2*pi, 100);
>> r = 1-2*sin(theta);
>> x = r.*cos(theta);
>> y = r.*sin(theta);
```

Figure 4.7: задача  $\theta$  и  $r$ ,  $x$  и  $y$

2. Строим график в декартовой системе координат и сохраняем его в двух форматах (pdf и png). (fig. 4.8 и fig. 4.9)

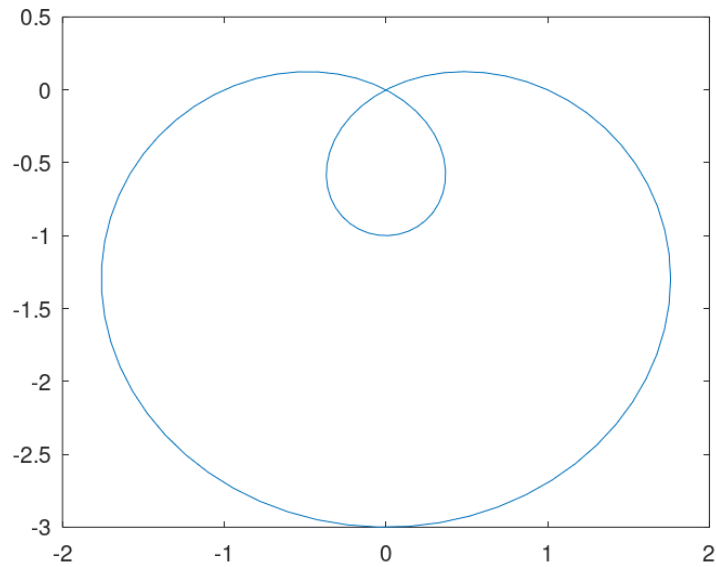


Figure 4.8: график в декартовой системе координат

```
>> plot(x,y)
>> print -dpdf limacon.pdf
>> print -dpng limacon.png
```

Figure 4.9: команды в Octave

3. Строим тот же график в полярной системе координат и сохраняем его.  
(fig. 4.10 и fig. 4.11)

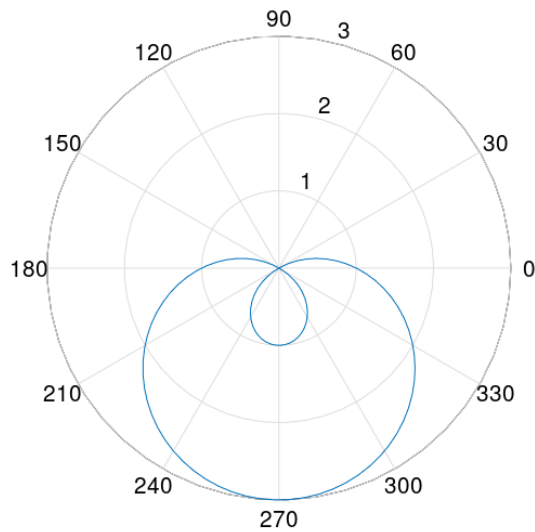


Figure 4.10: график в полярной системе координат

```
>> polar(theta,r)
>> print -dpdf limacon-polar.pdf
>> print -dpng limacon-polar.png
```

Figure 4.11: команды в Octave

### 4.3 Графики неявных функций

1. Задаем неявную функцию  $f(x, y) = -x^2 - xy + x + y^2 - y - 1$ , как анонимную. (fig. 4.12)

```
>> f = @(x,y) -x.^2-x.*y+x+y.^2-y-1
f =
@(x, y) -x .^ 2 - x .* y + x + y .^ 2 - y - 1
```

Figure 4.12: задание первой неявной функции

2. Строим график и сохраняем его. (fig. 4.13 и fig. 4.14)

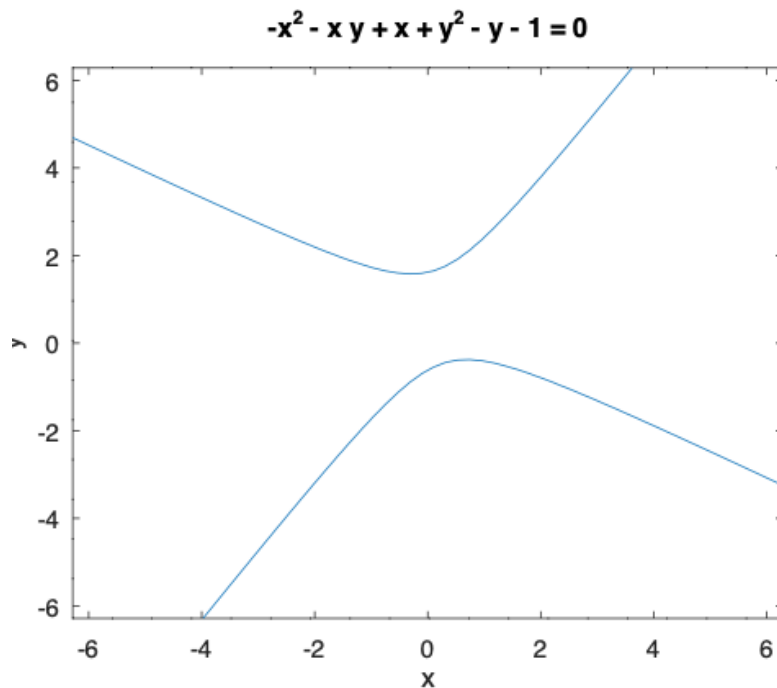


Figure 4.13: график неявной функции

```
>> ezplot(f)
>> print -dpdf impl1.pdf
```

Figure 4.14: команды в Octave

3. Задаем окружность как неявную функцию и строим ее. (fig. 4.15)

```
>> f = @(x,y) (x-2).^2+y.^2-25;
>> ezplot(f, [-6 10 -8 8])
```

Figure 4.15: график неявной функции

4. Задаем касательную через два вектора  $x$  и  $y$ , строим ее на том же графике и сохраняем. (fig. 4.16 и fig. 4.17)

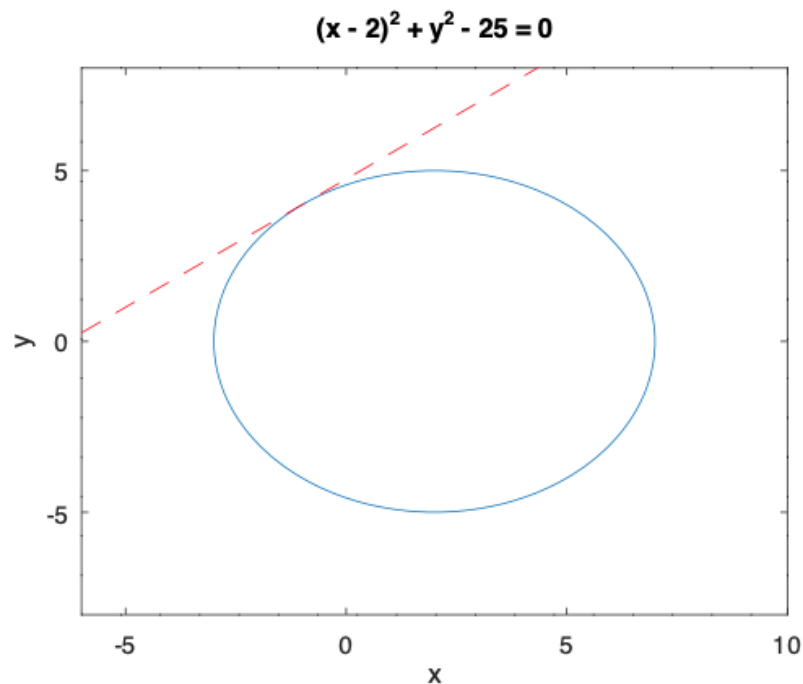


Figure 4.16: график окружности и касательной

```
>> x = [-6:10];
>> y = 3/4*x+19/4;
>> hold on
>> plot(x,y,'r--')
>> print -dpdf impl2.pdf
```

Figure 4.17: команды в Octave

## 4.4 Комплексные числа

1. Задаем комплексные числа  $z_1$  и  $z_2$ , выполняем арифметические операции над ними (умножение, вычитание, умножение, деление). (fig. 4.18)

```
>> z1 = 1+2*i;  
>> z2=2-3*i;  
>> z1+z2  
ans = 3 - 1i  
>> z1-z2  
ans = -1 + 5i  
>> z1*z2  
ans = 8 + 1i  
>> z1/z2  
ans = -0.3077 + 0.5385i
```

Figure 4.18: арифметические операции над комплексными числами

2. Строим график  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_1 + z_2$  и сохраняем его. (fig. 4.19 и fig. 4.20)

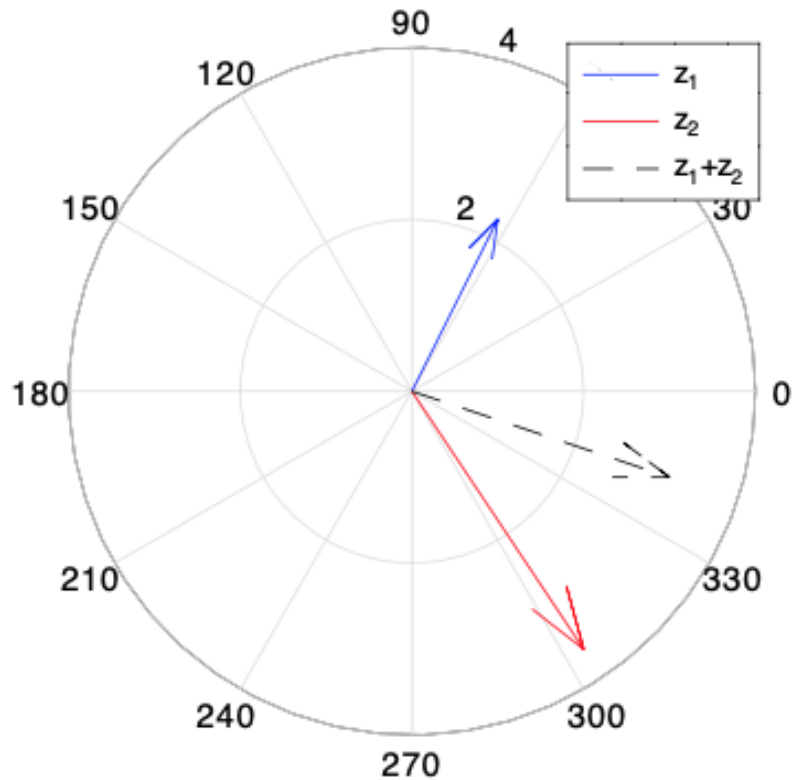


Figure 4.19: график комплексных чисел  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_1 + z_2$

```
>> clf
>> compass(z1,'b')
>> hold on
>> compass(z2,'r')
>> compass(z1+z2,'k--')
>> legend('z_1','z_2','z_1+z_2')
>> print -dpdf complex.pdf
```

Figure 4.20: команды в Octave

3. Извлекаем кубический корень из  $-8$  двумя способами (возведение в степень и команда `nthroot`), получаем два разных ответа. (fig. 4.21)



```

>> (-8)^(1/3)
ans = 1.0000 + 1.7321i
>> ans^3
ans = -8.0000e+00 + 9.7972e-16i
>> nthroot(-8,3)
ans = -2

```

Figure 4.21: расчет  $\sqrt[3]{-8}$  с получением комплексного и действительного числа

## 4.5 Специальные функции

1. Строим график  $\Gamma(n + 1)$  и  $n!$  и сохраняем его. (fig. 4.22 и fig. 4.23)

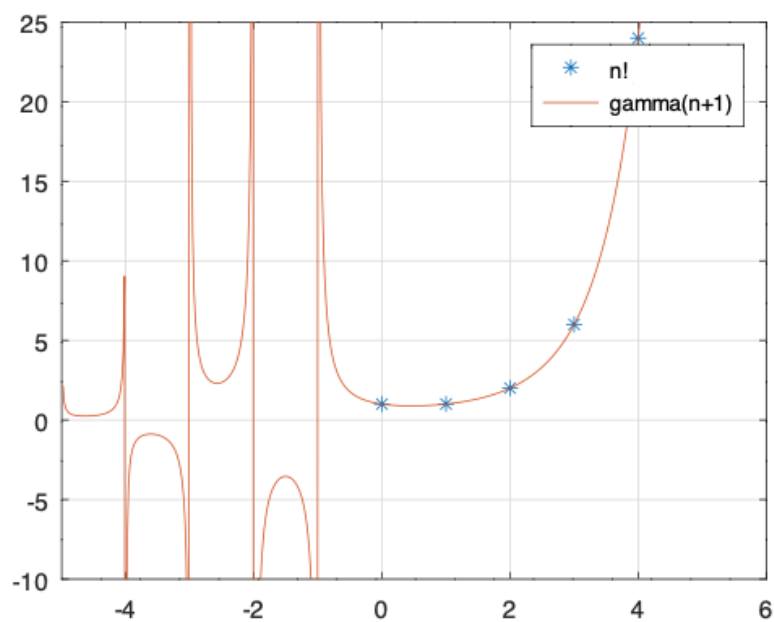


Figure 4.22: график  $\Gamma(n + 1)$  и  $n!$

```

>> n = [0:1:5];
>> x = linspace(-5,5,500);
>> clf
>> plot(n,factorial(n),'*',x,gamma(x+1))
>> axis([-5 6 -10 25]);
>> grid on;
>> legend('n!','gamma(n+1)')
>> print -dpdf gamma.pdf

```

Figure 4.23: команды в Octave

2. Разбиваем на 5 частей и строим их все. (fig. 4.24 и fig. 4.25)

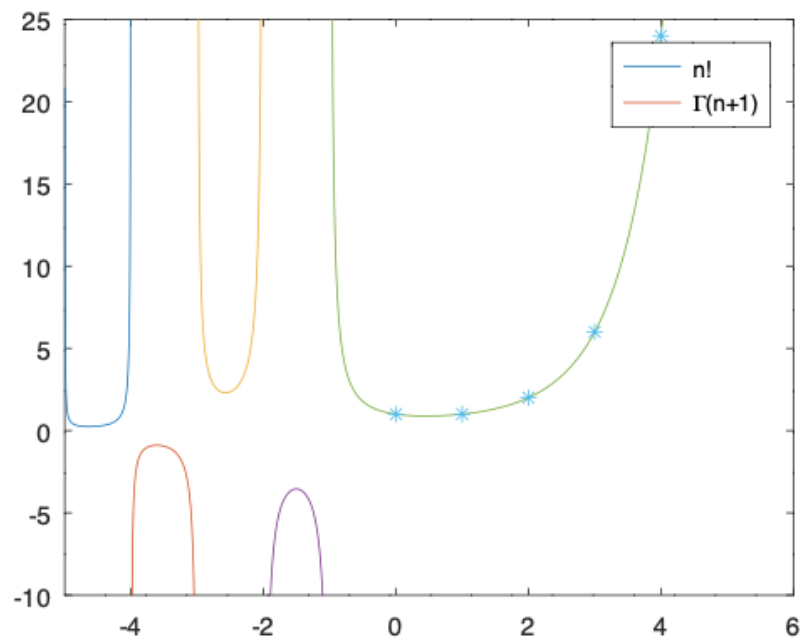


Figure 4.24: график  $\Gamma(n + 1)$  и  $n!$

```
>> clf
>> x1 = linspace(-5,-4,500);
>> x2 = linspace(-4,-3,500);
>> x3 = linspace(-3,-2,500);
>> x4 = linspace(-2,-1,500);
>> x5 = linspace(-1,5,500);
>> plot(x1,gamma(x1+1))
>> hold on
>> plot(x2,gamma(x2+1))
>> plot(x3,gamma(x3+1))
>> plot(x4,gamma(x4+1))
>> plot(x5,gamma(x5+1))
>> axis([-5 6 -10 25]);
>> plot(n,factorial(n),'*')
>> legend('n!', "\Gamma(n+1)")
>> print -dpdf gamma2.pdf
```

Figure 4.25: команды в Octave

3. Завершаем сессию журналирования. (fig. 4.26)

```
>> diary off
```

Figure 4.26: Завершение сессии журналирования

## 5 Вывод

В ходе выполнения работы мы научились строить графики для неявных функций, специальных функций, комплексных чисел и графики на полярных координатах.

## 6 Библиография

1. *Lachniet J.* Introduction to GNU Octave. 2nd ed. 2019. pp. 46-50,59-62
2. Wikipedia: Параметрическое представление([https://en.wikipedia.org/wiki/Parametric\\_equation](https://en.wikipedia.org/wiki/Parametric_equation))
3. Wikipedia: Полярная система координат([https://en.wikipedia.org/wiki/Polar\\_coordinate\\_system](https://en.wikipedia.org/wiki/Polar_coordinate_system))
4. Wikipedia: Неявная функция ([https://en.wikipedia.org/wiki/Implicit\\_function](https://en.wikipedia.org/wiki/Implicit_function))
5. Wikipedia: Комплексное число ([https://en.wikipedia.org/wiki/Complex\\_number](https://en.wikipedia.org/wiki/Complex_number))
6. Wikipedia: Гамма-функция ([https://en.wikipedia.org/wiki/Gamma\\_function](https://en.wikipedia.org/wiki/Gamma_function))