Лабораторная работа №8

Задача на собственные значения

Ишанова А.И. группа НФИ-02-19

Содержание

# Цель работы

Научиться искать собственные значения и вектора в Octave, работать с Марковскими цепями, использовать собственные вектора для нахождения векторов равновесного состояния в них.

# Задание работы

Выполнить лабораторную работу и сделать отчет по лабораторной работе в форматах md, docx и pdf.

# Теоретичсекое введение

**Собственные значения и собственные векторы**

Ненулевой вектор (), который при умножении на некоторую квадратную матрицу () превращается в самого же себя с числовым коэффициентом , называется собственным вектором матрицы. Число называют собственным значением или собственным числом данной матрицы.

. [2]

**Марковские цепи**

Цепь Маркова — последовательность случайных событий с конечным или счётным числом исходов, где вероятность наступления каждого события зависит только от состояния, достигнутого в предыдущем событии. Характеризуется тем свойством, что, говоря нестрого, при фиксированном настоящем будущее независимо от прошлого. [3]

*Случайное блуждание*

Случайное блуждание — математический объект, известный как стохастический или случайный процесс, который описывает путь, состоящий из последовательности случайных шагов в каком-нибудь математическом пространстве (например, на множестве целых чисел).[4]

Пусть - транспонированная матрица переходов, матричное произведение , где начальный ветор вероятности, дает новое распределение вероятностей после одного периода времени. Тогда:

, где вектор вероятности после ходов.

*Равновесное состояние*

Равновесное состояние такой вектор вероятности, что .

# Выполнение лабораторной работы

(Работа выполена согласно методическому пособию [1].)

1. Создаем каталог для работы в папке laboratory. (mkdir) (fig. 1)

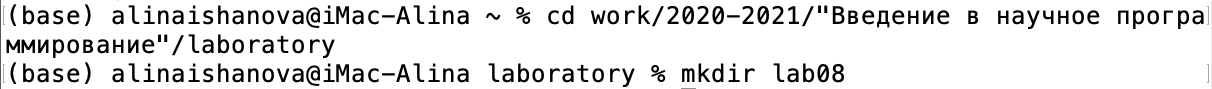


Figure 1: подготовка к лабораторной работе

1. Начинаем сессию журналирования. (fig. 2)

Figure 2: начало журналирования

Figure 2: начало журналирования

## Собственные значения и собственные векторы

1. Задаем матрицу .(fig. 3)

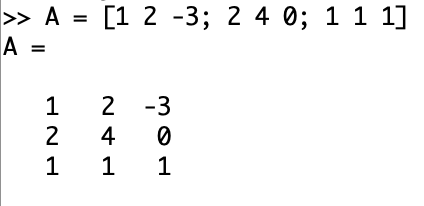


Figure 3: задача матрицы

1. Находим ее собственные векторы и числа командой eig.(fig. 4)

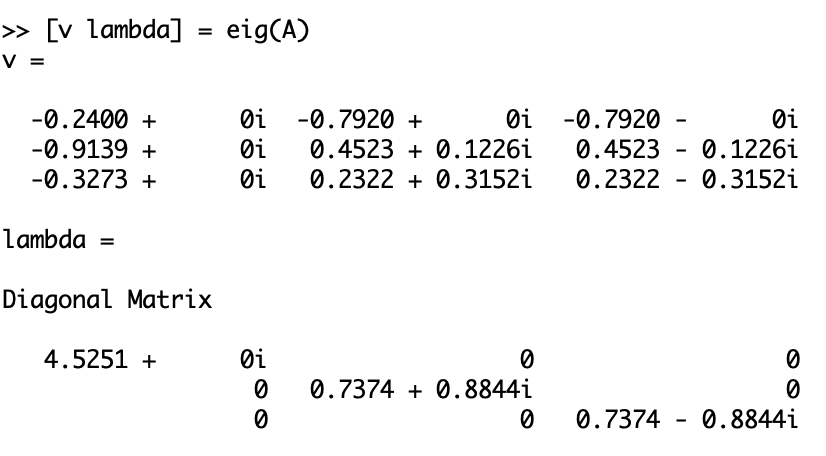


Figure 4: нахождение собственных чисел и собственных векторов матрицы

1. Для того чтобы получить матрицу с действительными собственными значениями высчитываем матрицу .(fig. 5)

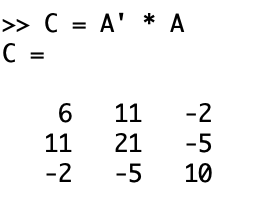


Figure 5: вычисление матрицы

1. Находим собственные векторы и числа для матрицы .(fig. 6)

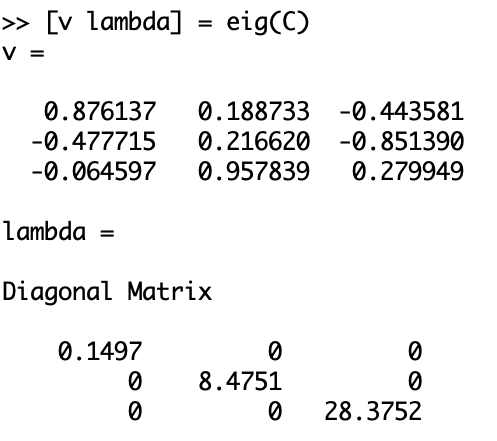


Figure 6: нахождение собственных чисел и собственных векторов матрицы

## Марковские цепи

### Случайное блуждание

1. Задаем матрицу переходов . (fig. 7)

Figure 7: задача матрицы T

Figure 7: задача матрицы

1. Задаем начальные вектора вероятности , , и . (fig. 8)

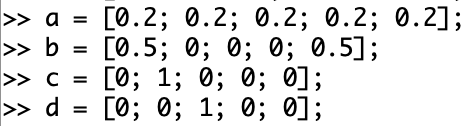


Figure 8: задача начальных векторов вероятности , , и

1. Находим веротяности будущих состояний для каждого из них через 5 ходов.(fig. 9, fig. 10, fig. 11 и fig. 12)

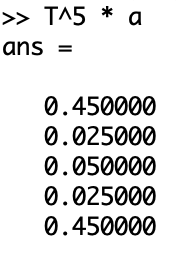


Figure 9: вероятности будущего состояния для вектора

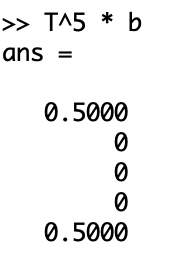


Figure 10: вероятности будущего состояния для вектора

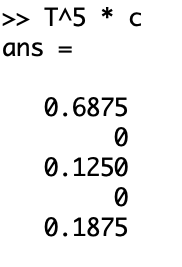


Figure 11: вероятности будущего состояния для вектора

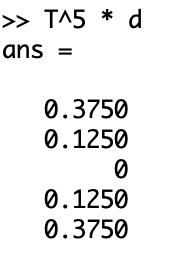


Figure 12: вероятности будущего состояния для вектора

### Равновесное состояние

1. Задаем новую переходную матрицу . (fig. 13)

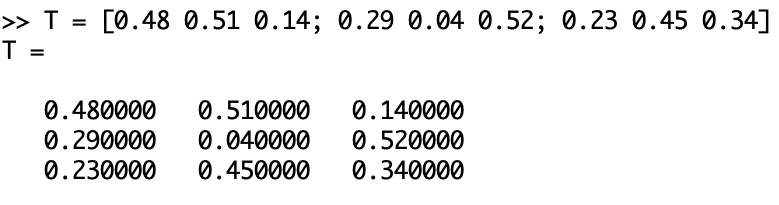


Figure 13: задача матрицы

1. Высчитываем ее собственные векторы и числа. (fig. 14)

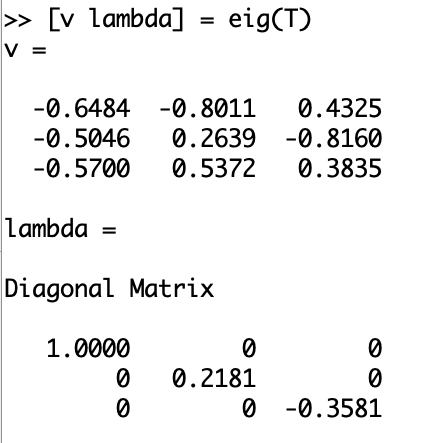


Figure 14: нахождение собственных чисел и собственных векторов матрицы

1. Рассчитываем вектор равновесного состояния . (fig. 15)

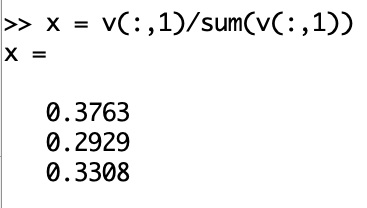


Figure 15: нахождение вектора равновесного состояния

1. Проверяем, что вектор равновесного состояния. (fig. 16)

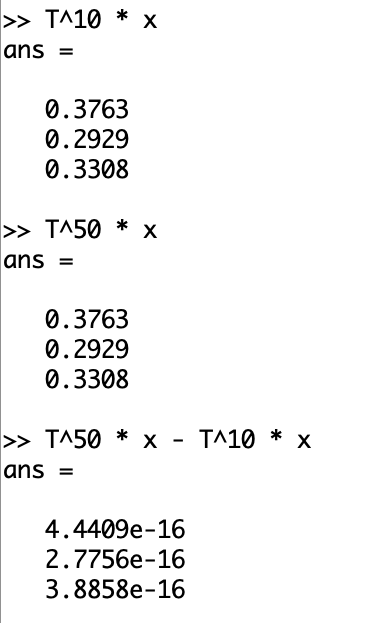


Figure 16: проверка вектора равновесного состояния

1. Завершаем сессию журналирования. (fig. 17)

Figure 17: завершение сессии журналирования

Figure 17: завершение сессии журналирования

# Вывод

В ходе выполнения работы мы научились находить совственные векторы и собственные числа матриц, рассчитывать вероятности будущих состояний Марковых цепей и находить вектор равновесного состояния для них.

# Библиография

1. *Lachniet J.* Introduction to GNU Octave. 2nd ed. 2019. pp. 46-50,73-77
2. Wikipedia: Eigenvalues and eigenvectors (https://en.wikipedia.org/wiki/ Eigenvalues\_and\_eigenvectors)
3. Wikipedia: Markov chain (https://en.wikipedia.org/wiki/Markov\_chain)
4. Wikipedia: Random walk (https://en.wikipedia.org/wiki/Random\_walk)