

MIP 2018

Předmět je věnován důkladnějšímu úvodu do teorie pravděpodobnosti na úrovni teorie míry a to jak pro diskrétní modely a spojitá rozložení, tak pro obecná rozložení náhodných veličin. Probrány jsou příklady rozdělení včetně vícerozměrného Gaussova rozdělení a jejich vlastnosti. Dále neintegrální i integrální charakteristiky veličin (E,D...), typy konvergencí v prostoru náhodných veličin (L_p , P , s.j., D) a jsou odvozeny různé varianty limitních vět (ZVČ, CLT).

Keywords: Measure, probability, events, random variables, distributions, expectation, characteristic function, convergence, limit theorems, multivariate Gaussian distribution.

Znalosti: Pojmy a souvislosti v následujících oblastech: Pravděpodobnostní míra, jevy, náhodné veličiny, rozdělení pravděpodobnosti, střední hodnota, kovariance, charakteristická funkce, konvergence, limitní věty, vícerozměrné normální rozdělení.

Schopnosti: Na úrovni teorie míry schopnost zpracovávat základní pravděpodobnostní modely s hlubším pochopením náhodných zákonitostí jak v teorii tak vzhledem k praktickému použití.

Bodový syllabus:

1. Axiomy pravděpodobnostního prostoru, sigma-algebry, pravděpodobnostní míra.
2. Závislé a nezávislé jevy. Borelovské množiny, měřitelné funkce, náhodné veličiny a rozdělení pravděpodobnosti.
3. Radon-Nikodymova věta. Diskrétní a absolutně spojitá rozdělení, příklady.
4. Produktivní míra, integrál podle pravděpodobnostní míry.
5. Střední hodnota náhodné veličiny, obecné a centrální momenty.
6. Prostory L_p , Schwarzova nerovnost, Čebyševova nerovnost, kovariance.
7. Charakteristická funkce a její vlastnosti, použití, reprodukční vlastnosti rozdělení.
8. Konvergence skoro jistě, podle středu, podle pravděpodobnosti.
9. Zákony velkých čísel (Čebyšev, Kolmogorov,...).
10. Slabá konvergence, její vlastnosti, Lévyho věta, Slutskyho lemma.
11. Centrální limitní věty, Lindeberg-Fellerův základní CLT, charakterizační Lindebergova podmínka, Berry-Esseenova věta.
12. Vícerozměrné normální rozdělení, vlastnosti.
13. Cochranova věta a nezávislost výběrového průměru a rozptylu, populace, přirozená prodloužení, konstrukce posloupnosti nezávislých pozorování.

Literatura:

- [1] Rényi A., Teorie pravděpodobnosti, Academia, Praha, 1972.
- [2] Taylor J.C., An Introduction to Measure and Probability, Springer, 1997.
- [3] Jacod J., Protter P., Probability Essentials, Springer, 2000.
- [4] Schervish M.J., Theory of Statistics, Springer, 1995.

.....

Pravidelné týdenní domácí úlohy, opravované a konzultované s jednotlivými studenty.