

离散数学第三次习题课

施宏建

shhjwu5@sjtu.edu.cn

目录

- 逻辑第一章课后作业
- 逻辑第二章课后作业
- 逻辑第四章预习题及课后作业
- 逻辑第五章预习题及课后作业
- 集合第九章预习题

逻辑第一章课后作业

6. 将下列公式写成波兰式和逆波兰式.

$$(2) P \wedge \neg R \leftrightarrow P \vee Q$$

(2) 波兰式: $\leftrightarrow \wedge P \neg R \vee PQ$

逆波兰式: $P R \neg \wedge P Q \vee \leftrightarrow$

逻辑第二章课后作业

2. 由下列真值表,分别从 T 和 F 来列写出 A、B 和 C 的表达式,并分别以符号 m_i 和 M_i 表示.

P	Q	A	B	C
F	F	T	T	T
F	T	T	F	F
T	F	T	F	F
T	T	F	T	F

(1) 从 T 来列写

$$A = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q) = m_0 \vee m_1 \vee m_2$$

$$B = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) = m_0 \vee m_3$$

$$C = \neg P \wedge \neg Q = m_0$$

(2) 从 F 来列写

$$A = \neg P \vee \neg Q = M_0$$

$$B = (\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) = M_1 \wedge M_2$$

$$C = (\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) = M_0 \wedge M_1 \wedge M_2$$

逻辑第二章课后作业

3. 用 \uparrow 和 \downarrow 分别表示出 \neg , \wedge , \vee , \rightarrow 和 \leftrightarrow .

(1) 用 \uparrow 表示

$$\neg P = \neg(P \wedge P) = P \uparrow P \quad \text{T/F 0/1}$$

$$P \wedge Q = \neg(\neg(P \wedge Q)) = \neg(P \uparrow Q) = (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q)$$

$$P \vee Q = \neg(\neg P \wedge \neg Q) = \neg P \uparrow \neg Q = (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)$$

$$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q = P \uparrow (Q \uparrow Q)$$

$$\begin{aligned} P \leftrightarrow Q &= (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q) = \neg(\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(\neg P \wedge \neg Q)) \\ &= \neg((P \uparrow Q) \wedge (\neg P \uparrow \neg Q)) = (P \uparrow Q) \uparrow (\neg P \uparrow \neg Q) \\ &= (P \uparrow Q) \uparrow ((P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)) \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} P \leftrightarrow Q &= (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) = (P \uparrow \neg Q) \wedge (Q \uparrow \neg P) \\ &= (P \uparrow (Q \uparrow Q)) \wedge (Q \uparrow (P \uparrow P)) \\ &= ((P \uparrow (Q \uparrow Q)) \uparrow (Q \uparrow (P \uparrow P))) \uparrow ((P \uparrow (Q \uparrow Q)) \uparrow (Q \uparrow (P \uparrow P))) \end{aligned}$$

逻辑第二章课后作业

(2) $A \leftrightarrow B$ 与 $A^* \leftrightarrow B^*$ 同永真、同可满足

(2) 若 $A \leftrightarrow B$ 永真, 则 $\neg A \leftrightarrow \neg B$ 永真.

由 $\neg A = A^*$, $\neg B = B^*$, 得 $A^* \leftrightarrow B^*$ 永真.

即 $A^* \leftrightarrow B^*$ 永真.

反之, 若 $B^* \leftrightarrow A^*$ 永真, 则 $(A^*)^* \leftrightarrow (B^*)^*$ 永真.

由 $A = (A^*)^*$, $B = (B^*)^*$, 得 $A \leftrightarrow B$ 永真.

因此, $A \leftrightarrow B$ 与 $A^* \leftrightarrow B^*$ 同永真.

显然, $A \leftrightarrow B$ 与 $A^* \leftrightarrow B^*$ 同可满足.

逻辑第四章预习题

选出下列等值式中正确的选项 (?)

$(\forall x)P(x) \vee (\forall x)Q(x) = (\forall x)(P(x) \vee Q(x))$	25 回应者	52 %	
$\neg P(x) = P(x)$	1 回应者	2 %	
$(\exists x)(P(x) \rightarrow q) = (\forall x)P(x) \rightarrow q$	9 回应者	19 %	 ✓
$(\forall x)(\exists y)P(x,y) = (\exists y)(\forall x)P(x,y)$	12 回应者	25 %	
无答案	1 回应者	2 %	

逻辑第四章预习题

当谓词变项取定为某个谓词常项，论域为D时，且个体词取定为 (?) 时
 $(\forall x)P(x) \wedge (\exists x)Q(x)$ 为命题

个体域	7 回应者	15 %	
个体常项	29 回应者	60 %	
个体变项	5 回应者	10 %	
无限制	6 回应者	13 %	 ✓
无答案	1 回应者	2 %	

逻辑第四章预习题

$(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(y))$ 为 (?)

可满足式	17 回应者	35 %	<div><div></div></div> ✓
永真式	1 回应者	2 %	<div><div></div></div>
无法判断	29 回应者	60 %	<div><div></div></div>
矛盾式		0 %	<div><div></div></div>
无答案	1 回应者	2 %	<div><div></div></div>

逻辑第四章预习题

设个体域为 $\{a,b\}$, 将 $(\forall x)\neg P(x)\rightarrow(\exists x)Q(x)$ 写成命题逻辑公式为 (?)

$P(a)\vee P(b)\vee Q(a)\vee Q(b)$	27 回应者	56 %	<div></div> ✓
$(P(a)\wedge P(b))\vee(Q(a)\wedge Q(b))$	11 回应者	23 %	<div></div>
$(P(a)\vee P(b))\wedge(Q(a)\vee Q(b))$	8 回应者	17 %	<div></div>
$P(a)\wedge P(b)\wedge Q(a)\wedge Q(b)$	1 回应者	2 %	<div></div>
无答案	1 回应者	2 %	<div></div>

逻辑第四章课后作业

2. 作如何的具体设定下列公式方为命题

$$(3) (\forall x)(\exists y)P(x, f(y, a)) \wedge Q(z)$$

仅当谓词变项取定为某个谓词常项, 并且个体词取定为个体常项时, 上述公式方为命题.

逻辑第四章课后作业

5. 将下列语句符号化

(2) 凡有理数都可写成分数.

(2) 若以 $P(x)$ 表示 x 是有理数, $Q(x)$ 表示 x 是分数, 那么这句话可以符号化为 $(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$.

(8) 只有一个北京.

(8) 若以 $P(x)$ 表示 x 是北京, $E(x, y)$ 表示 x 和 y 是同一城市, 那么这句话可以符号化为 $(\exists x)(P(x) \wedge (\forall y)(P(y) \rightarrow E(x, y)))$.

(10) 如果明天天气好, 有些学生将去香山.

(10) 若以 r 表示明天天气好, $P(x)$ 表示 x 是学生, $Q(x)$ 表示 x 去香山, 那么这句话可以符号化为 $r \rightarrow (\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$.

逻辑第五章预习题

$$(\forall x)P(x) \Rightarrow P(y)$$

使用全称量词消去规则时，下面说法中正确的是（ ）。

P(x) 中一定不能有量词		0 %	
y 不在 P(x) 中约束出现	32 回应者	64 %	 ✓
这些说法都正确	15 回应者	30 %	
P(x) 中一定不能有其他变项	2 回应者	4 %	
无答案	1 回应者	2 %	

逻辑第五章预习题

下面的公式中是 Skolem 标准形的是 ()。

☐ $(\exists y)Q(y)$

☒ $(\forall x)(P(x, a))$

☐ 其它选项都不是 Skolem 标准形

☐ $\neg((\forall x)P(x))$

逻辑第五章课后作业

4. 求下列(1)到(5)的前束范式,(6),(7),(8)的 \exists 前束范式,(9),(10)的 Skolem 范式
(只含 \forall)

$$(3) (\exists x)P(x,y) \leftrightarrow (\forall z)Q(z)$$

(3)

$$\begin{aligned} & (\exists x)P(x,y) \leftrightarrow (\forall z)Q(z) \\ & = ((\exists x)P(x,y) \wedge (\forall z)Q(z)) \vee (\neg(\exists x)P(x,y) \wedge \neg(\forall z)Q(z)) \\ & = ((\forall x)\neg P(x,y) \vee (\forall z)Q(z)) \wedge ((\exists x)P(x,y) \vee (\exists x)\neg Q(z)) \\ & = ((\forall x)\neg P(x,y) \vee (\forall z)Q(z)) \wedge ((\exists u)P(u,y) \vee (\exists v)\neg Q(v)) \\ & = (\forall x)(\forall z)(\exists u)(\exists v)(\neg P(x,y) \vee Q(z)) \wedge (P(u,y) \vee \neg Q(v)) \end{aligned}$$

集合第九章预习题

下列选项不正确的是?

$A=B \Rightarrow P(A)=P(B)$	1 回应者	2 %	
$P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$	4 回应者	9 %	
$\cup (P(A)) = A$	6 回应者	13 %	
$P(A-B) \subseteq P(A)-P(B)$ 空集	35 回应者	76 %	 ✓