0.1 Contextualização do Problema

Para este projeto, resolvemos adaptar um problema atual e analisar a sua amostra: O aquecimento global. Com o passar dos anos, tem-se observado um aumento significativo na temperatura global. A partir de um artigo publicado pela BBC, conseguimos obter os seguintes dados:

x	1	2	3	4	5	6	7	8
f(x)	-0.05	-0.09	0.1	0.2	0.15	0.1	0.6	1.1

Nos quais x representa os anos a analisar e *f(x)* a diferença em graus entre a temperatura média normal e a temperatura do ano em causa. Para analisar esta amostra, vamos desenvolver modelos polinomiais e não polinomiais.

0.2 Desenvolvimento

0.2.1 Modelos Polinomiais

Para desenvolver modelos polinomiais, recorremos ao uso da função *polyfit*, criando vários polinómios até ao grau 6. Na seguinte tabela podemos observar os polinómios obtidos, assim como os seus respetivos resíduos.

Grau	Residuo	Polinómio
1	S1 = 0.3262	p1(x) = 0.1363x - 0.3496
2	S2= 0.1455	p2(x) = 0.0328x^2 - 0.1589x + 0.1423
3	S3 = 0.0600	p3(x) = 0.0120x^3 - 0.1291x^2 + 0.4589x - 0.4514
4	S4 = 0.0427	p4(x) = 0.0031x^4 - 0.0437x^3 + 0.2075x^2 - 0.3135x + 0.0741
5	S5 = 0.0090	p5(x) = -0.0027x^5 + 0.0649x^5 + 0.5565x^3 + 2.1234x^2 - 3.4316x + 1.7575
6	S6 = 0.0011	p6(x) = -0.0010x^6 + 0.0244x^5 - 0.2225x^4 + 0.9471x^3 - 1.9107x^2 + 1.7109x - 0.5987

Com esta tabela, podemos dizer que o melhor modelo polinomial é o último polinómio de grau 6, uma vez que tem um menor valor de resíduo, isto dentro da própria amostra. Contudo, será que este modelo continuará a ser ideal fora da amostra? Vejamos.

Se no MatLab acrescentarmos mais um ano (isto é, mais uma coluna na tabela anteriormente apresentada), obtemos o seguinte gráfico:

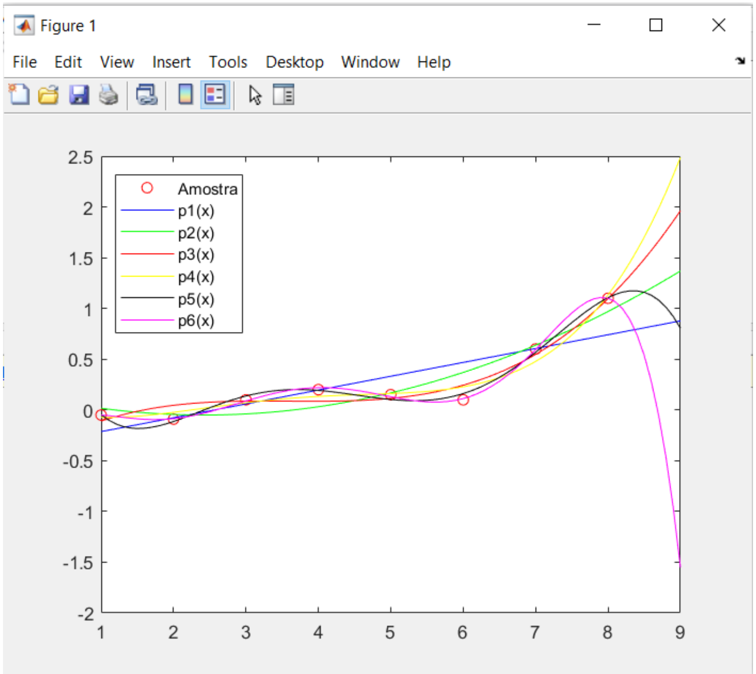

Figura 1: Gráfico dos modelos polinomiais

Como podemos observar, ambos os polinómios de grau 5 e 6 começam a oscilar demasiado "fora"da amostra, o que não corresponde ao real. Uma vez que a temperatura tem vindo a aumentar cada vez mais com cada ano e é previsto que com cada ano aumente mais, o modelo mais preciso neste caso seria o polinímio de grau 4, que apresenta um aumento exponencial, assim como um menor resíduo, em comparação com os restantes polinómios de menor grau.

0.2.2 Modelos não Polinomiais

De modo a elaborar modelos não polinomiais temos de olhar para a amostra que temos a nosso dispor, de modo a pensar num modelo que faça sentido com a evolução dos dados. Uma vez que a temperatura tem vindo a subir ao longo dos anos e é previsto que continue a subir cada vez mais, é necessário um modelo que represente de alguma maneira esse crescimento. Primeiramente, decidimos elaborar testes com um modelo exponencial, uma vez que a temperatura tem aumentado exponencialmente ao longo dos últimos anos.

Resíduo	Modelo
$S_1 = 0.0970$	$m_1 = 3.9037e^{-04} * e^x$
$S_2 = 0.0754$	$m_2 = -0.0795 * sin(x) + 0.0004 * e^x$
$S_3 = 0.0417$	$m_3 = -0.0884 * sin(x) + 0.0911 * sin(2 * x) + 0.0004 * e^x$
$S_4 = 0.0535$	$m_4 = 0.0037 * x^2 * cos(x^2/2) + 0.0855 * sin(2 * x) + 0.0003 * e^x$
$S_5 = 0.0500$	$m_5 = 0.0353 * cos(x^2/2) + 0.0220 * x * sin(2 * x) + 0.0004 * e^x$
$S_6 = 0.0638$	$m_6 = 0.0971 * sin(2 * x) + 0.0370 * sin(4 * x) + 0.0004 * e^x$

Para o primeiro modelo, decidimos analisar o comportamento da amostra com um modelo da exponencial. Uma vez que nos pontos iniciais temos alguma "oscilação"nos dados, decidimos fazer várias experiências utilizando o seno e o cosseno no início do modelo. Após a elaboração de vários, verificámos que o modelo 3 é o mais próximo, que tem um resíduo de 0.0417. Assim como avaliamos anteriormente, será que este modelo é de facto o melhor? Vejamos o comportamento dos diferentes modelos não polinomiais apresentados na tabela anterior fora da amostra:

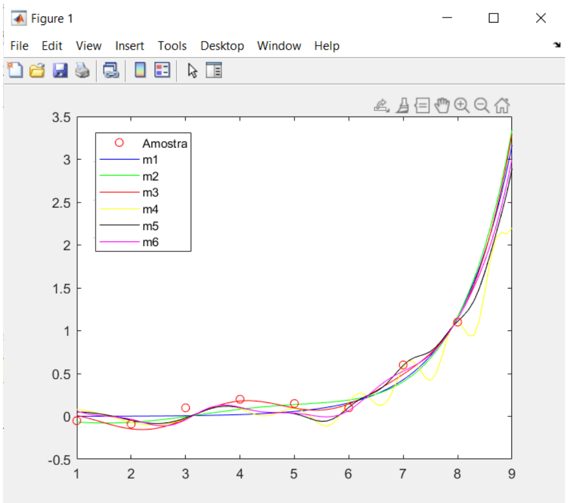

Figura 2: Gráfico dos modelos não polinomiais

Tal como podemos observar, os modelos não polinomiais desenvolvidos (exceto talvez o modelo 4) apresentam um comportamento mais próximo do real que os modelos polinomiais anteriormente referidos.

0.3 Análise de resultados

Com a elaboração de vários modelos, conseguimos obter soluções razoáveis, tanto polinomiais como não polinomiais. Entre todos os modelos construídos, os da seguinte tabela destacam-se com melhor exatidão.

Resíduo	Modelo
$S_4 = 0.0427$	$p_4(x) = 0.0031x^4 - 0.0437x^3 + 0.2075x^2 - 0.3135x + 0.0741$
$S_3 = 0.0417$	$m_3 = -0.0884 * sin(x) + 0.0911 * sin(2 * x) + 0.0004 * e^x$

Apesar destes modelos apresentarem uma exatidão quase equivalente, podemos observar que o modelo não polinomial é ligeiramente mais próximo da amostra que o polinomial. Após discussão entre elementos do grupo, decidimos que isto se deve ao tipo de amostra; uma vez que não existe um crescimento constante, é mais adequado desenvolver um modelo não polinomial, uma vez que estes são menos "restritivos", isto é, podem conter qualquer tipo de função, ao contrário dos modelos polinomiais o que, nesta amostra em específico, é mais adequado.