

- [1] I. Barbi, *Eletrônica de Potência*. Edição do Autor, Florianópolis – SC, 1997.
- [2] I. Barbi & F. P. de Souza, *Conversores CC-CC Isolados de Alta Frequência com Comutação Suave*. Edição dos Autores, Florianópolis – SC, 1999.
- [3] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York, 1989.
- [4] R. W. Erickson, *Fundamentals of Power Electronics*. Editora Chapman & Hall, New York – USA, 1997.

CAPÍTULO 2

CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR DE TENSÃO (BUCK)

2.1. INTRODUÇÃO

Conforme o próprio nome sugere, o conversor CC-CC abaixador de tensão, também conhecido como conversor Buck, produz um valor médio de tensão na saída inferior ao valor médio da tensão de entrada, enquanto que a corrente média de saída é maior que a corrente média de entrada, esse comportamento é consequência do princípio de conservação de energia. Teoricamente, esse tipo de conversor é concebido de forma a possibilitar uma variação contínua da tensão média na carga desde zero até o valor da tensão de alimentação.

Neste capítulo será descrito o princípio de funcionamento deste conversor, tanto para condução contínua como descontínua. Serão também analisados os problemas relativos à característica de carga, indutância crítica, filtragem e ondulação da corrente de carga empregando modulação PWM.

2.2. PRINCÍPIO DO CONVERSOR CC-CC ABAIXADOR COM CARGA RESISTIVA

Seja a estrutura representada na Fig. 2.1.a. Se a chave S fechar e abrir periodicamente, a tensão e a corrente na carga terão as formas representadas na Fig. 2.1.b.

O valor médio da tensão de carga (V_{Rmd}) é dado por:

$$V_{Rmd} = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{tc} E dt = \frac{tc}{T} E \quad (2.1)$$

onde: $tc \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece conduzindo.

$ta \rightarrow$ tempo em que a chave S permanece aberta.

$T = tc + ta = 1/f \rightarrow$ período de chaveamento.

Definindo:

$$D = \frac{tc}{T} \rightarrow \text{razão cíclica (duty cycle)} \quad (2.2)$$

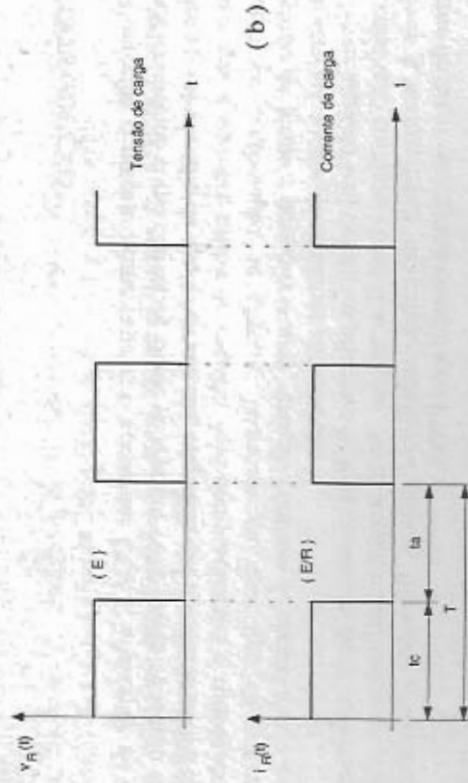
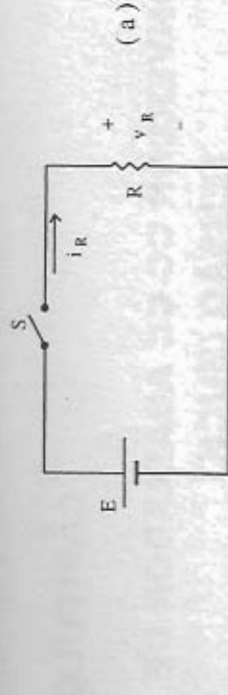


Fig. 2.1.: (a) Configuração básica do Conversor CC-CC Abaixador;
(b) Formas de onda.

obtém-se:

$$V_{Rmd} = D \cdot E \quad (2.3)$$

A corrente média é facilmente obtida a partir da equação (2.4).

$$I_{Rmd} = \frac{V_{Rmd}}{R} = D \cdot \frac{E}{R} = D \cdot I_R \quad (2.4)$$

A potência de entrada, que pode ser encarada como a própria potência entregue à carga, se forem desprezadas as perdas internas, é dada pela expressão (2.5).

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) \cdot i_R(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{[v_R(t)]^2}{R} \cdot dt$$

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{E^2}{R} \cdot dt = D \cdot \frac{E^2}{R} \quad (2.5)$$

A resistência efetiva de entrada vista pela fonte de alimentação é dada pela expressão (2.6).

$$R_E = \frac{E}{I_{Rmd}} = \frac{R}{D} \quad (2.6)$$

A partir da Eq. (2.3) verifica-se que a tensão média na carga varia linearmente com D, conforme mostra a Fig. 2.2. Essa característica possibilita o controle da tensão média na carga através da razão cíclica D.

Os valores possíveis de D são dados pela expressão (2.7).

$$0 \leq D \leq 1 \quad (2.7)$$

Uma das formas de se controlar a razão cíclica, é através da variação do tempo de condução t_c da chave S. Assim tem-se:

* para $t_c = 0$ (chave permanentemente aberta) $\Rightarrow D = 0$

* para $t_c = T$ (chave permanentemente fechada) $\Rightarrow D = 1$

Com isso, a tensão média na carga varia de zero à E, e a potência transferida à carga pode ser controlada.

Os conversores CC-CC também podem operar com t_c fixo e t_a variável, ou seja, operam com frequência variável. Contudo, essa é uma técnica menos empregada.

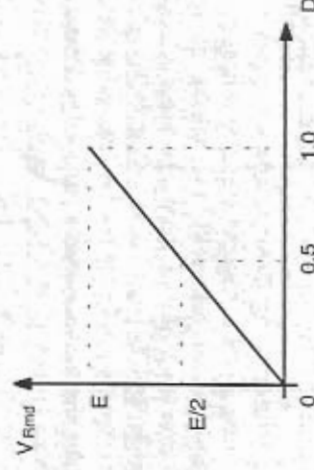


Fig. 2.2: Variação de V_{Rmd} com D.

2.3. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO COM CARGA RLE

Antes de se iniciar este item é fundamental relembrar duas observações extremamente importantes dentro da Engenharia Elétrica:

1ª : Uma fonte de tensão só pode ser conectada a uma carga com características de fonte de corrente. Assim, uma carga que tenha comportamento de fonte de tensão, seja permanente (bateria), ou instantânea (capacitor), deverá ser associada em série com um indutor, a fim de apresentar um comportamento de fonte de corrente.

2ª : A abertura de uma fonte de corrente, ou de uma carga com características de fonte de corrente (bateria ou capacitor em série com um indutor), não é permitida. Em eletrônica de potência, nas situações que exigem semelhante operação, é empregado um diodo em anti-paralelo com a fonte (ou carga) que será submetida à abertura.

Considerando as observações apresentadas anteriormente, a configuração de um conversor Buck alimentando uma carga RLE é mostrada na Fig. 2.3, cujas etapas de funcionamento estão representadas na Fig. 2.4.

Analisando a Fig. 2.4, observa-se claramente duas etapas de funcionamento. Na primeira etapa a chave S encontra-se fechada e a corrente de carga circula pela fonte E (etapa de transferência de energia da fonte E para a carga). Na segunda etapa a chave S está aberta e a corrente de carga circula pelo diodo D_{RL} (etapa de rodalivre). A ausência do diodo D_{RL} provocaria tensões destrutivas sobre a chave S na transição da primeira para a segunda etapa.

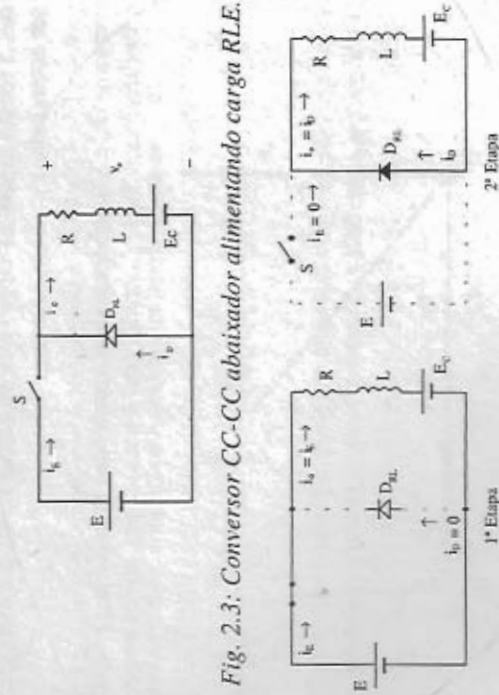


Fig. 2.3: Conversor CC-CC abaixador alimentando carga RLE.

Fig. 2.4: Etapas de funcionamento com carga RLE.

As duas etapas, idealizando os interruptores, são representadas pelas expressões (2.8) e (2.9) respectivamente.

$$E = R \cdot i_E + L \cdot \frac{di_E}{dt} + E_C \quad (2.8)$$

$$0 = R \cdot i_D + L \cdot \frac{di_D}{dt} + E_C \quad (2.9)$$

As soluções das expressões (2.8) e (2.9) são representadas pelas equações (2.10) e (2.11) respectivamente.

$$i_E = I_m \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{(E - E_C)}{R} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (2.10)$$

$$i_D = I_m \cdot e^{\frac{-t}{\tau}} - \frac{E_C}{R} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \quad (2.11)$$

onde $\tau = \frac{L}{R}$ representa a constante de tempo da carga.

As correntes I_m e I_m são os valores máximos e mínimos respectivamente da corrente de carga i_0 , e estão definidas na Fig. 2.5, onde são apresentadas as principais formas de onda obtidas a partir do funcionamento da estrutura em regime permanente.

A contagem do tempo inicial para a Eq. (2.10) se dá em $t=0$, e o intervalo de validade dessa equação é $0 \leq t \leq t_c$. Para a Eq. (2.11) a origem da contagem do tempo inicial é redefinida, iniciando em zero para $t=t_c$, e o intervalo de validade da Eq. (2.11) será $0 \leq t \leq t_a$. Portanto, para $t = t_c$, $i_E = I_m$ e para $t = t_a$, $i_D = I_m$.

A Fig. 2.6 mostra como varia a tensão média na carga V_0 , com a variação da razão cíclica D, mantendo-se a frequência de chaveamento fixa. Na Fig. 2.7 está representada a variação da tensão V_0 com a frequência, para as situações em que a frequência de chaveamento deve ser variada, mantendo-se o tempo de condução t_c fixo (verifica-se neste caso, que a tensão de saída é reduzida a medida que a frequência de chaveamento decresce). Em ambas as situações (controle por frequência fixa ou variável), a tensão de saída é nula quando a chave S está aberta, e é igual a tensão de alimentação E, quando a chave está fechada.

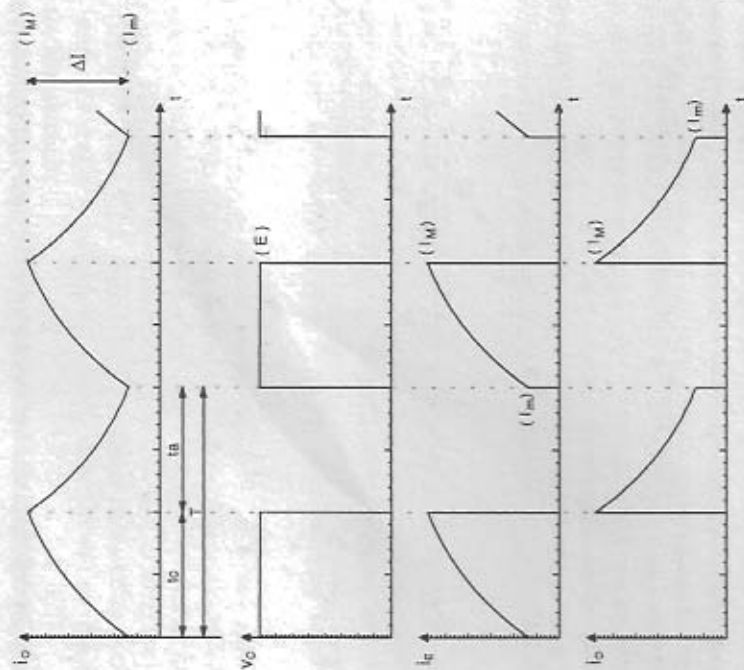


Fig. 2.5: Principais formas de onda para o conversor CC-CC abaixador em regime permanente, com carga RLE.

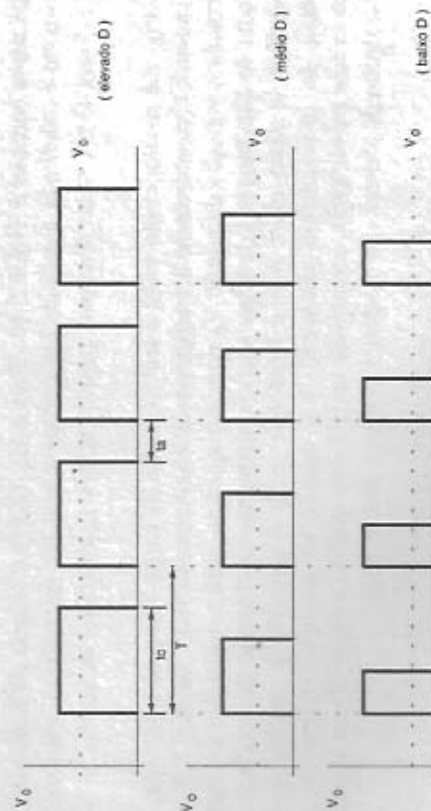


Fig. 2.6: Controle da tensão V_o em função da razão cíclica D , mantendo a frequência de chaveamento constante.

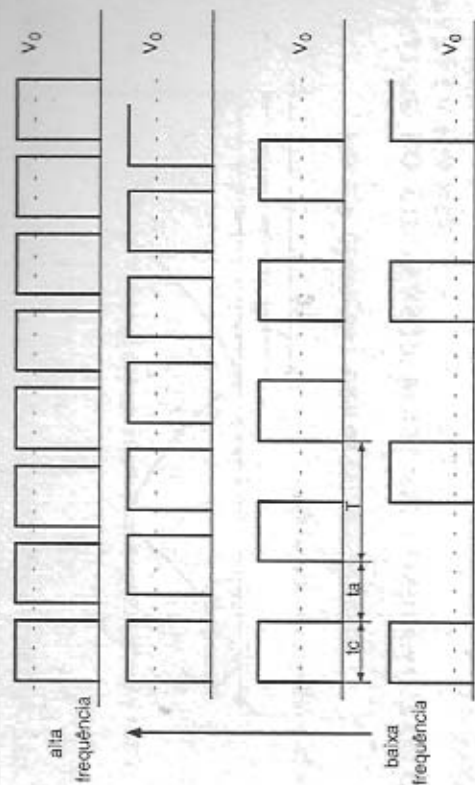


Fig. 2.7: Forma de onda da tensão de saída, com controle da variação da frequência de chaveamento, mantendo t_c constante.

2.4. CONDUÇÃO CONTÍNUA E DESCONTÍNUA

Se a corrente de carga i_o não se anular antes que o tempo t_a seja esgotado, a condução é dita contínua; caso contrário, a condução é dita descontínua. Os dois casos estão representados na Fig. 2.8.

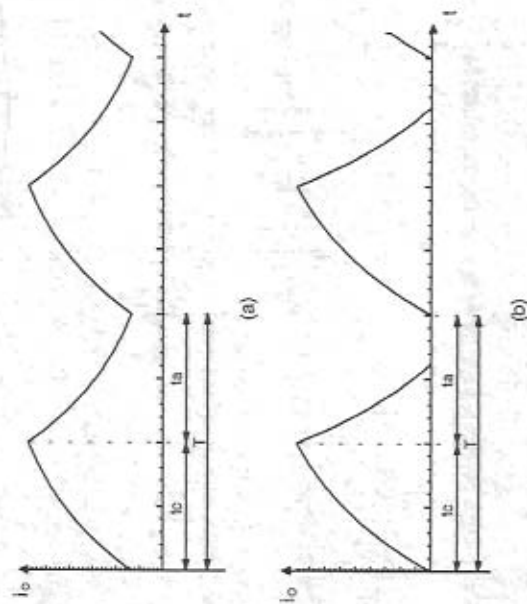


Fig. 2.8: Corrente de carga. (a) condução contínua e (b) condução descontínua.

Existe uma terceira situação em que a corrente de carga se anula exatamente no tempo t_a . Este tipo de condução é conhecida como condução crítica (Fig. 2.9).

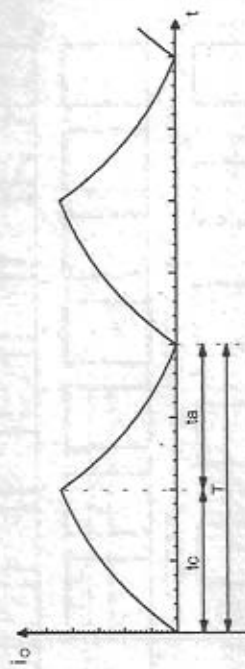


Fig. 2.9: Condução crítica da corrente de carga.

2.5. ANÁLISE DO CONVERSOR BUCK EM CONDUÇÃO CONTÍNUA PARA CARGA RLE

2.5.1. RELAÇÕES ENTRE OS VALORES MÉDIOS

A partir das formas de onda apresentadas na Fig. 2.5, ficou estabelecido que o valor médio da tensão de carga era dado pela expressão (2.12).

$$V_o = D E \quad (2.12)$$

A tensão média de carga também pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$V_o = E_c + V_{Rmd} + V_{Lmd} \quad (2.13)$$

Assim:

$$V_o = E_c + \frac{1}{T} \int_0^T R i_o dt + \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_o}{dt} dt \quad (2.14)$$

$$V_o = E_c + R \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i_o dt + \frac{1}{T} \int_0^T L di_o \quad (2.15)$$

onde:

$$I_o = \frac{1}{T} \int_0^T i_o dt \quad (2.16)$$

$$\frac{1}{T} \int_0^T L di_o = \frac{L}{T} \left(\int_0^{t_c} di_o + \int_{t_c}^T di_o \right) = \frac{L}{T} ((I_M - I_m) + (I_m - I_M)) = 0 \quad (2.17)$$

Desse modo, a tensão e a corrente média de carga relacionam-se pela expressão (2.18).

$$V_o = E_c + R I_o \quad (2.18)$$

Seja o seguinte procedimento:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{E_c}{E} + \frac{R}{E} I_o \quad (2.19)$$

Definindo:

$$\frac{V_o}{E} = D \rightarrow \text{razão cíclica} \quad (2.20)$$

$$\frac{E_c}{E} = a \rightarrow \text{relação entre tensões} \quad (2.21)$$

$$\frac{E}{R} = I \rightarrow \text{pseudo-corrente} \quad (2.22)$$

Obtém-se:

$$\frac{I_o}{I} = D - a \quad (2.23)$$

onde o termo I não possui significado físico, e sim, faz parte de uma estratégia matemática para análise do conversor.

Multiplicando-se as Eqs. (2.20) e (2.23), obtém-se:

$$\frac{V_o}{E} \times \frac{I_o}{I} = D(D - a) \quad (2.24)$$

A potência média de saída é definida pela seguinte equação:

$$P_o = V_o \cdot I_o \quad (2.25)$$

Portanto:

$$\boxed{\frac{P_o}{E \cdot I} = D(D - a)} \quad (2.26)$$

As expressões (2.20), (2.23) e (2.26) representam o comportamento da tensão, da corrente e da potência média na carga em função de D . Fisicamente D deve satisfazer a expressão (2.27):

$$a \leq D \leq 1 \quad (2.27)$$

Assim, a potência média na carga deve satisfazer a relação (2.28), isto é:

$$0 \leq \frac{P_o}{E \cdot I} \leq (1 - a) \quad (2.28)$$

O comportamento da potência é representado pela Fig. 2.10.

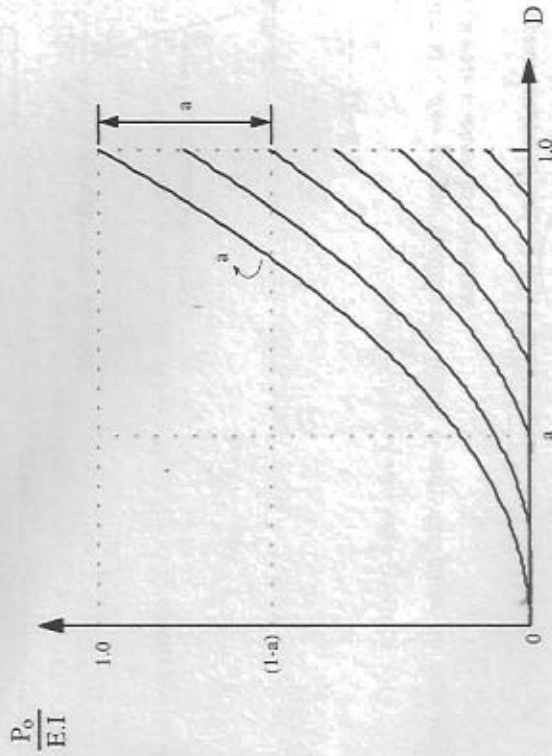


Fig. 2.10: Potência média de carga em função da razão cíclica D .

A análise apresentada neste parágrafo mostra a possibilidade de regulação da tensão média e da corrente média na carga por meio da razão cíclica. Por analogia é possível considerar a razão cíclica D como uma relação de transformação aplicada ao conversor CC-CC Buck, tal como é feito com a relação de transformação aplicada aos transformadores em corrente alternada.

2.5.2. ONDULAÇÃO DA CORRENTE DE CARGA EMPREGANDO MODULAÇÃO POR LARGURA DE PULSO (PWM)

Consideremos a corrente de carga de um conversor CC-CC abaixador em regime permanente, representada na Fig. 2.11.

Sob condições de regime permanente a ondulação da corrente de carga ΔI pode ser determinada a partir das Eqs. (2.10) e (2.11). Assim, considerando as Eqs. (2.10) e (2.29), obtém-se a expressão (2.30).

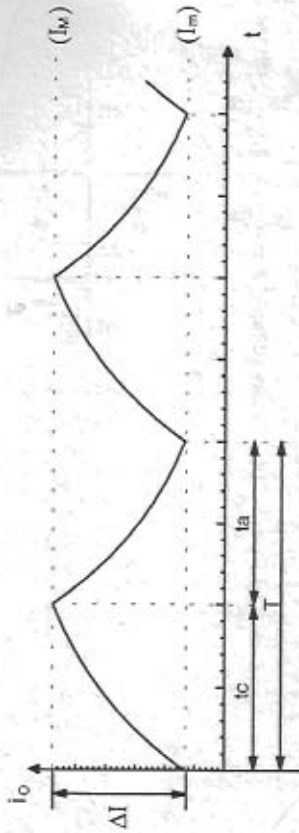


Fig. 2.11: Corrente de carga em regime permanente.

$$i_E(t_c) = I_M \quad (2.29)$$

obtem-se:

$$I_M = I_m \cdot e^{\frac{-t_c}{\tau}} + \frac{E - E_c}{R} \left(1 - e^{\frac{-t_c}{\tau}} \right) \quad (2.30)$$

De forma semelhante determina-se o valor de I_m a partir da expressão (2.31).

$$i_D(t_a) = I_m \quad (2.31)$$

A partir de (2.11) e (2.31), obtém-se a expressão (2.32).

$$I_m = I_M \cdot e^{\frac{-t_a}{\tau}} - \frac{E_c}{R} \left(1 - e^{\frac{-t_a}{\tau}} \right) \quad (2.32)$$

Substituindo a Eq. (2.32) em (2.30), com as devidas manipulações matemáticas, obtém-se a expressão (2.33).

$$I_M = \frac{-Ec}{E} \cdot \frac{E}{R} + \frac{E}{R} \cdot \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \quad (2.33)$$

Assim:

$$\frac{R \cdot I_M}{E} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \cdot \frac{Ec}{E} - \frac{E}{R} \quad (2.34)$$

como $\frac{E}{R} = I$ e $\frac{Ec}{E} = a$, obtém-se:

$$\frac{I_M}{I} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - a \quad (2.35)$$

Por um processo semelhante, pode-se estabelecer a expressão (2.36)

$$\frac{I_m}{I} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_a}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - a \quad (2.36)$$

A ondulação da corrente de carga, que representa o ripple pico-a-pico de corrente será:

$$\Delta I = I_M - I_m \quad (2.37)$$

Com as expressões (2.35), (2.36) e (2.37), obtém-se a expressão (2.38).

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_a}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \quad (2.38)$$

Contudo,

$$1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}} - e^{-\frac{t_a}{\tau}} + e^{-\frac{T}{\tau}} = 1 - e^{-\frac{T}{\tau}} \left(1 - e^{-\frac{t_a}{\tau}} \right) \quad (2.39)$$

Portanto:

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - \left(\frac{1 - e^{-\frac{t_a}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \quad (2.40)$$

Sejam as relações (2.41) e (2.42):

$$\frac{t_c}{T} = D \quad (2.41)$$

$$\frac{t_a}{T} = (1 - D) \quad (2.42)$$

Dessa forma:

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{1 - e^{-\frac{D \cdot T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - \left(\frac{1 - e^{-\frac{(1-D) \cdot T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \quad (2.43)$$

Com a expressão (2.43) pode-se determinar a ondulação relativa da corrente de carga em função da razão cíclica D .

Na maioria das aplicações a resistência R é desprezível em relação a L . É possível nesses casos, a partir da série de Taylor, fazer as simplificações descritas a seguir:

$$e^{\frac{-D \cdot T}{\tau}} = 1 - \frac{D}{\tau} \cdot T \quad (2.44)$$

$$e^{\frac{-(1-D)T}{\tau}} = 1 - \frac{(1-D)}{\tau} \cdot T \quad (2.45)$$

Desse modo, com (2.44), (2.45) e (2.43) obtém-se a expressão (2.46)

$$\frac{\Delta I}{I} = \left(\frac{DT}{\tau} \right) \left[(1-D) \frac{T}{\tau} \right] \quad (2.46)$$

Assim:

$$\left[\frac{\Delta I}{I} \right]_{\max} = \frac{T}{\tau} D(1-D) \quad (2.47)$$

onde $\tau = \frac{L}{R}$.

$$\text{Portanto, } \frac{\Delta I}{RI} = \frac{T}{L} D(1-D) \quad (2.48)$$

Por definição $E = RI$

Assim:

$$\Delta I = \frac{E}{L \cdot f} D(1-D) \quad (2.50)$$

ou ainda:

$$\left[\frac{\Delta I}{I} \right]_{\max} = \frac{E}{4 \cdot L \cdot f} \quad (2.51)$$

A expressão (2.51) está representada graficamente na Fig. 2.12.

Matematicamente, a máxima ondulação relativa da corrente de carga é obtida do modo descrito a seguir.

$$\frac{\partial}{\partial D} \left(\frac{\Delta I}{I} \right) = \frac{T}{\tau} (1-2D) = 0 \quad (2.52)$$

Desse modo, a ondulação máxima ocorre para uma razão cíclica igual a 0,5. Assim:

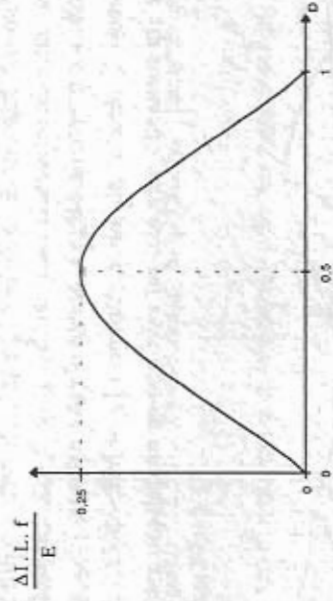


Fig. 2.12: Ondulação relativa da corrente de carga em função da razão cíclica.

$$\left[\frac{\Delta I}{I} \right]_{\max} = \frac{T}{4\tau} \quad (2.53)$$

ou ainda:

$$(\Delta I)_{\max} = \frac{T}{4 \cdot \tau} \cdot I = \frac{T}{4 \cdot \tau} \cdot \frac{E}{R} = \frac{T}{4 \cdot L \cdot f} \cdot \frac{E}{R} \quad (2.54)$$

Portanto, a ondulação máxima da corrente de carga fica definida pela expressão (2.55).

Analisando-se a Eq. (2.55), verifica-se que para uma dada tensão de alimentação E , o valor de ΔI_{max} depende fundamentalmente da indutância L e da frequência de chaveamento f . Assim, quanto maior $f \Rightarrow$ menor ΔI_{max} . Por outro lado, quanto maior $L \Rightarrow$ menor ΔI_{max} .

Em muitas aplicações, onde o volume do conversor é um parâmetro importante a ser considerado, recomenda-se o aumento da frequência de chaveamento para diminuir o ΔI_{max} .

2.5.3. ESTUDO DA MODULAÇÃO POR VALORES EXTREMOS DA CORRENTE

Neste tipo de modulação, a ondulação ΔI é mantida constante. A chave S é aberta ou fechada em função dos valores assumidos pela corrente de carga. O comando é concebido de forma que a corrente mantenha sempre seu valor instantâneo dentro de dois limites (superior definido por I_M e inferior definido por I_m), simétricos em relação a um valor de referência dado por I_{ref} (Fig. 2.13). Dessa forma, a chave S é aberta quando a corrente de carga i_o atinge o valor máximo ($I_M = I_{ref} + \Delta I/2$), e se fecha quando i_o retorna ao valor mínimo ($I_m = I_{ref} - \Delta I/2$). Um diagrama simplificado de um comando para realizar este tipo de modulação está representado na Fig. 2.14.

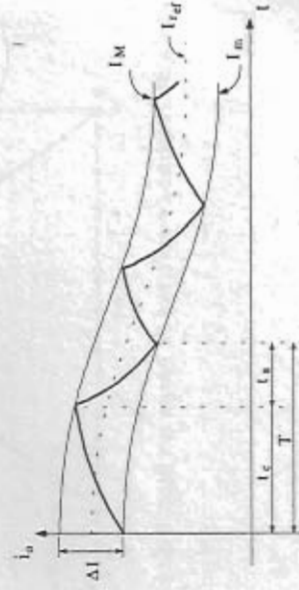


Fig. 2.13: Comportamento da corrente de carga, empregando modulação por valores extremos da corrente.

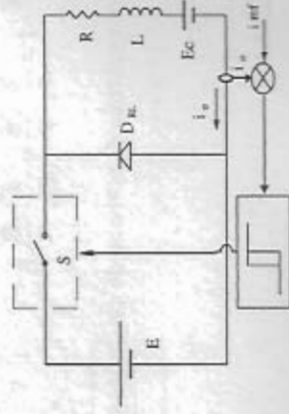


Fig. 2.14: Comando do conversor Buck modulado por valores extremos da corrente.

Verifica-se que a frequência de chaveamento é livre e os tempos t_c e t_a são variáveis, por isto é fundamental que se conheça as leis de variação dessas grandezas.

Seja a expressão (2.51), repetida aqui por conveniência.

$$\frac{\Delta I}{I} \times \frac{\tau}{T} = D(1-D) \quad (2.56)$$

Assim:

$$f = \frac{D(1-D) \cdot I}{\Delta I \cdot \tau} \quad (2.57)$$

Verifica-se que a máxima frequência ocorre para D igual a 0,5. Desse modo:

$$f_{max} = \frac{E}{4 \cdot L \cdot \Delta I} \quad (2.58)$$

A expressão (2.57), devidamente modificada, encontra-se representada graficamente na Fig. 2.15.

A seguir são determinadas as leis de variação dos tempos t_c e t_a . Sabe-se que:

$$t_c = D \cdot T = \frac{D}{f} \quad (2.59)$$

$$t_a = (1-D)T = \frac{(1-D)}{f} \quad (2.60)$$

Seja a expressão (2.61):

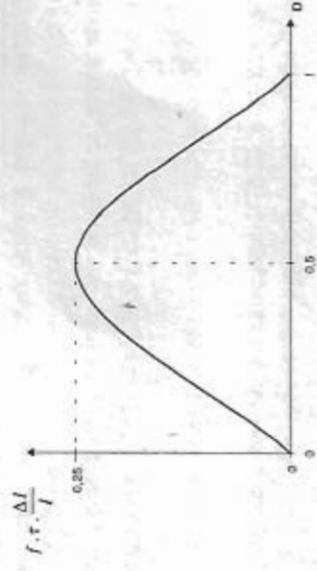


Fig. 2.15: Lei de variação da frequência em função da razão de tensão.

$$f \tau \frac{\Delta I}{I} = D(1-D) \quad (2.61)$$

Dessa forma:

$$f \tau \frac{\Delta I}{I} = D \cdot t_a \cdot f \quad (2.62)$$

Logo:

$$t_a = \frac{\tau \Delta I}{I \cdot D} = \frac{L}{R} \cdot \frac{R}{E} \cdot \frac{\Delta I}{D} \quad (2.63)$$

Portanto:

$$t_a = \frac{\Delta I}{D} \cdot \frac{L}{E} \quad (2.64)$$

Quando D tende à unidade, t_a assume o valor mínimo. Consequentemente:

$$t_{amin} = \Delta I \cdot \frac{L}{E} \quad (2.65)$$

Por outro lado, levando-se a expressão (2.59) em (2.61), obtém-se:

$$f \tau \frac{\Delta I}{I} = (1-D) f t_c \quad (2.66)$$

Então:

$$t_c = \frac{\tau \Delta I}{I(1-D)} = \frac{\Delta I}{(1-D)} \cdot \frac{L}{E} \quad (2.67)$$

Quando D tende a zero, t_c tende ao seu valor máximo. Desse modo:

$$t_{cmin} = \Delta I \cdot \frac{L}{E} \quad (2.68)$$

As expressões (2.64) e (2.67), apresentadas de outra forma pelas equações (2.69) e (2.70), estão representados graficamente na Fig. 2.16.

$$t_a = \frac{t_a}{\Delta I} \cdot \frac{E}{L} = \frac{1}{D} \quad (2.69)$$

$$t_c = \frac{t_c}{\Delta I} \cdot \frac{E}{L} = \frac{1}{(1-D)} \quad (2.70)$$

A modulação por valores extremos da corrente é de grande interesse pelos seguintes motivos:

- a) A corrente nos componentes e na carga é controlada nos seus valores instantâneos, fato que lhe confere grande segurança.
- b) Propicia controles mais rápidos.

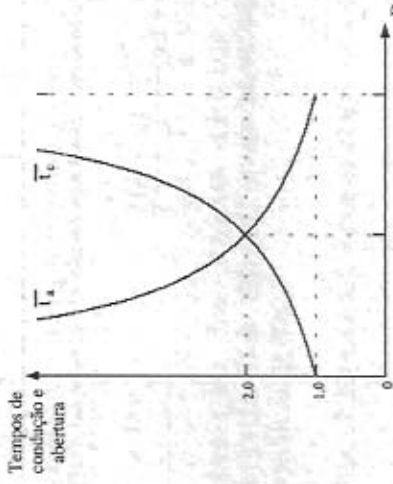


Fig. 2.16: Representação dos tempos de condução e abertura da chave S.

2.6. ANÁLISE EM CONDUÇÃO DESCONTÍNUA PARA CARGA RLE

A Fig. 2.17 apresenta o comportamento do conversor Buck (Fig. 2.3), operando em condução descontínua. Observa-se que a corrente de carga se anula em $t=t_0$. O tempo t_0 , necessário para descarregar toda a energia armazenada no campo magnético da indutância L durante o intervalo de roda livre, é menor que o tempo t_a .

2.6.1. CÁLCULO DA TENSÃO E DA CORRENTE MÉDIA NA CARGA.

A tensão média na carga é obtida a partir da expressão (2.71)

$$V_o = \frac{1}{T} \left[\int_0^{t_c} E \cdot dt + \int_{t_c+t_0}^T E_c \cdot dt \right] = \frac{1}{T} \{ E \cdot t_c + E_c [T - (t_c + t_0)] \} \quad (2.71)$$

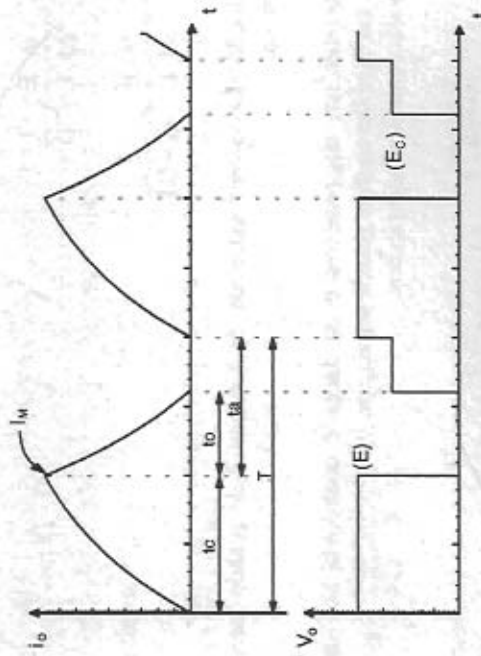


Fig. 2.17: Conversor Buck operando em condução descontinua.

$$V_o = E \cdot \frac{t_c}{T} + E_c \left[\frac{T - (t_c + t_o)}{T} \right] \quad (2.72)$$

Considerando a Eq. (2.2), e definindo

$$D_{cd} = \frac{t_c + t_o}{T} \quad (2.73)$$

como sendo a razão cíclica de condução descontinua, obtém-se:

$$V_o = E \cdot D + E_c(1 - D_{cd}) \quad (2.74)$$

onde:

$$\frac{E_c}{E} = a \Rightarrow E_c = a \cdot E \quad (2.75)$$

Logo:

$$V_o = E \cdot D + E \cdot a(1 - D_{cd}) \quad (2.76)$$

Consequentemente, a tensão média de carga normalizada será:

$$\boxed{\frac{V_o}{E} = D + a(1 - D_{cd})} \quad (2.77)$$

Verifica-se que a tensão média depende da carga, e que o seu valor aumenta com a diminuição de D_{cd} .

A corrente média é facilmente determinada a partir da relação seguinte:

$$V_o = E_c + R \cdot I_o \quad (2.78)$$

Logo:

$$I_o = \frac{V_o - E_c}{R} = \frac{E[D + a(1 - D_{cd})] - E_c}{R} \quad (2.79)$$

Levando-se as expressões (2.22) e (2.75) em (2.79), obtém-se:

$$I_o = [D + a(1 - D_{cd})] \cdot I - a \cdot I$$

Portanto a corrente média na carga normalizada será:

$$\boxed{\frac{I_o}{I} = D - a \cdot D_{cd}} \quad (2.80)$$

2.6.2. DETERMINAÇÃO DA RAZÃO CÍCLICA DE CONDUÇÃO DESCONTÍNUA D_{cd} EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONVERSOR ($a, D, T/\tau$).

A partir das Eqs. (2.30) e (2.32), e considerando que para $t = t_o \Rightarrow I_m = 0$, obtém-se:

$$I_M = \frac{E - E_c}{R} \left(\frac{-t_c}{1 - e^{-\frac{t_c}{\tau}}} \right) \quad (2.81)$$

$$I_m = 0 = I_M \cdot e^{-\frac{t_o}{\tau}} - \frac{E_c}{R} \left(\frac{-t_o}{1 - e^{-\frac{t_o}{\tau}}} \right) \quad (2.82)$$

Substituindo a expressão (2.81) em (2.82), obtém-se:

$$\boxed{D_{cd} = \frac{\tau}{T} \cdot \ln \left[\frac{1}{a} + \left(1 - \frac{1}{a} \right) \cdot e^{-\frac{D T}{\tau}} \right] + D} \quad (2.83)$$

O tempo t_o pode ser obtido diretamente reunindo as expressões (2.83) e (2.73), resultando na expressão (2.84).

$$t_o = \tau \cdot \ln \left[\frac{1}{a} + \left(1 - \frac{1}{a} \right) e^{-\frac{D \cdot T}{\tau}} \right] \quad (2.84)$$

Em muitas situações esta equação pode ser muito importante.

As Eqs. (2.77), (2.80) e (2.83) estabelecem o comportamento do conversor Buck em regime de condução descontínua para toda a faixa de operação compreendendo o intervalo $t_c < t_o < T$.

Obs.: O funcionamento em condução descontínua apresenta sérios inconvenientes, na medida em que o controle da tensão média na carga não depende apenas da razão cíclica D mas também de Dcd ; o que implica em se ter, a todo instante, o conhecimento do momento da anulação da corrente em $t = t_o$. Além do mais, o conversor não se comporta como uma boa fonte de tensão, apresentando a característica de uma impedância interna.

2.7. ESTUDO EM CONDUÇÃO CRÍTICA PARA CARGA RLE

A condução crítica, mostrada na Fig. 2.18, estabelece o limite entre a condução descontínua e a condução contínua.

Nesse caso, $t_o = t_a \Rightarrow Dcd = 1$, e a tensão média na carga é a própria tensão obtida para condução contínua, ou seja:

$$V_o = D \cdot E \quad (2.85)$$

De forma semelhante determina-se a corrente média. Logo:

$$\frac{I_o}{I} = D - a \quad (2.86)$$

A condição para condução crítica é obtida igualando-se a zero a Eq. (2.36). Assim:

$$\frac{I_m}{I} = 0 = \left(\frac{-t_o}{\tau} - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) - a \quad (2.87)$$

ou ainda:

$$\left(\frac{-t_o}{\tau} - e^{-\frac{T}{\tau}} \right) = a \quad (2.88)$$

Considerando que $t_o = t_a$ e realizando as devidas manipulações matemáticas encontra-se a expressão (2.89).

$$\frac{D \cdot T}{e^{\frac{T}{\tau}}} = 1 + a \cdot e^{\frac{T}{\tau} - 1} \quad (2.89)$$

que representa a condição para se obter condução crítica.

A partir da Eq. (2.89) é possível determinar a indutância crítica, uma vez que $\tau = L/R$. A indutância crítica é um parâmetro muito importante. Ela garante a condução crítica para um dado ponto de operação do conversor. Por questões de facilidade no encadeamento das idéias, o cálculo deste parâmetro será visto no parágrafo 2.9.

A expressão da ondulação de corrente em regime de condução crítica é obtida a partir da expressão (2.35), resultando na Eq. (2.90).

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{e^{-t_c/\tau} - e^{-T/\tau}}{1 - e^{-T/\tau}} - a \quad (2.90)$$

As expressões aqui definidas representam o comportamento do conversor Buck em condução crítica.

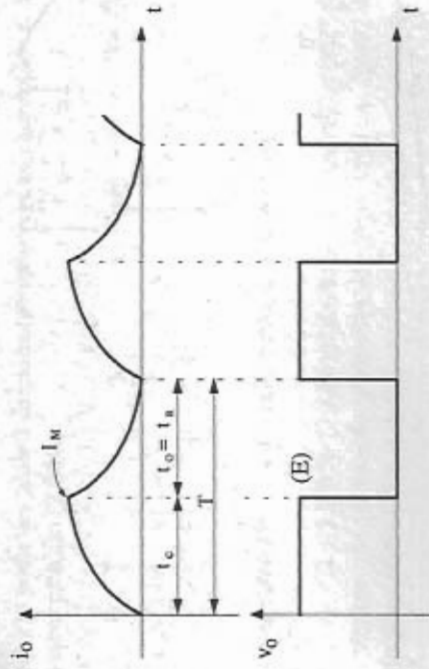


Fig. 2.18: Conversor Buck operando em condução crítica.

2.8. CARACTERÍSTICA DE CARGA (CARGA RLE)

Neste parágrafo será estabelecida a função que relaciona a tensão e a corrente média na carga do conversor CC-CC abaixador, tendo como parâmetro a razão cíclica D . Para simplificar a análise, a resistência de carga R (Fig. 2.3) será ignorada.

Sejam as formas de onda da tensão e da corrente de carga para condução descontínua, como estão representadas na Fig. 2.19.

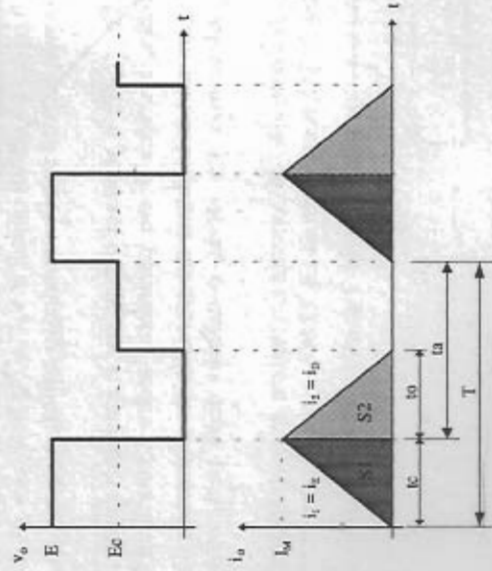


Fig. 2.19: Tensão e corrente de carga para condução descontínua com resistência de carga nula.

Pela observação da figura, são estabelecidas as expressões apresentadas a seguir.

$$I_M = \frac{(E - E_c) \cdot t_c}{L} \quad (2.91)$$

$$S1 = \frac{1}{2} \cdot t_c \cdot \frac{(E - E_c)}{L} \quad (2.92)$$

$$S2 = \frac{1}{2} \cdot t_o \cdot t_c \cdot \frac{(E - E_c)}{L} \quad (2.93)$$

$$i_2 = I_M - \frac{E_c}{L} \cdot t = \frac{(E - E_c)}{L} \cdot t_c - \frac{E_c}{L} \cdot t \quad (2.94)$$

quando: $i_2 = 0 \Rightarrow t = t_o$. Assim:

$$t_o = \frac{(E - E_c) \cdot t_c}{E_c} \quad (2.95)$$

Levando a Eq. (2.95) em (2.93), obtém-se a expressão (2.96).

$$S2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{t_c^2 \cdot (E - E_c)^2}{E_c \cdot L} \quad (2.96)$$

Por outro lado:

$$I_o = \frac{(S1 + S2)}{T} \quad (2.97)$$

Assim:

$$I_o = \frac{t_c^2}{2 \cdot T \cdot L} \left[(E - E_c) + \frac{(E - E_c)^2}{E_c} \right] \quad (2.98)$$

Logo:

$$\frac{I_o \cdot 2L}{T \cdot E} = \frac{t_c^2}{T^2} \left[\left(1 - \frac{E_c}{E} \right) + \left(\frac{E - E_c}{E_c} - 2 + \frac{E_c}{E} \right) \right] \quad (2.99)$$

Considerando que a resistência de carga foi ignorada e, que a tensão média na indutância L é nula, então:

$$a = \frac{E_C}{E} = \frac{V_o}{E} \quad (2.100)$$

Substituindo as Eqs. (2.41) e (2.100) em (2.99), obtém-se a expressão (2.101).

$$\frac{2L_o I_o}{T.E} = D^2 \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad (2.101)$$

Definindo:

$$\gamma = \frac{2L_o I_o}{T.E} \quad (2.102)$$

obtem-se:

$$\gamma = D^2 \left(\frac{1}{a} - 1 \right) \quad (2.103)$$

A Eq. (2.103) pode ser modificada adquirindo a forma representada pela expressão (2.104).

$$a = \frac{D^2}{\gamma + D^2} \quad (2.104)$$

A expressão (2.104) foi deduzida para condução descontínua. Para condução crítica ou contínua a tensão de carga depende apenas da razão cíclica D , fato que é representado pela expressão (2.105).

$$a = D \quad (2.105)$$

As características externas ou de carga estão representadas na Fig. 2.20 e são universais, devido à normalização adotada.

A figura mostra a região ① de condução descontínua e a região ② de condução contínua. Observa-se que quando a condução é descontínua a tensão média na carga varia com a corrente média de carga. Para a grande maioria das aplicações práticas esta é uma forma indesejável de funcionamento e que deve ser evitada, sobretudo porque ela dificulta o controle do sistema do qual o conversor faz parte, pela não-linearidade que ela introduz. Por essa razão, é muito importante operar, sempre que

possível, em condução contínua. Para isso, deverá ser determinada a mínima indutância que possibilita essa operação para uma dada frequência de chaveamento. Tal indutância é denominada indutância crítica, e será estudada a seguir.

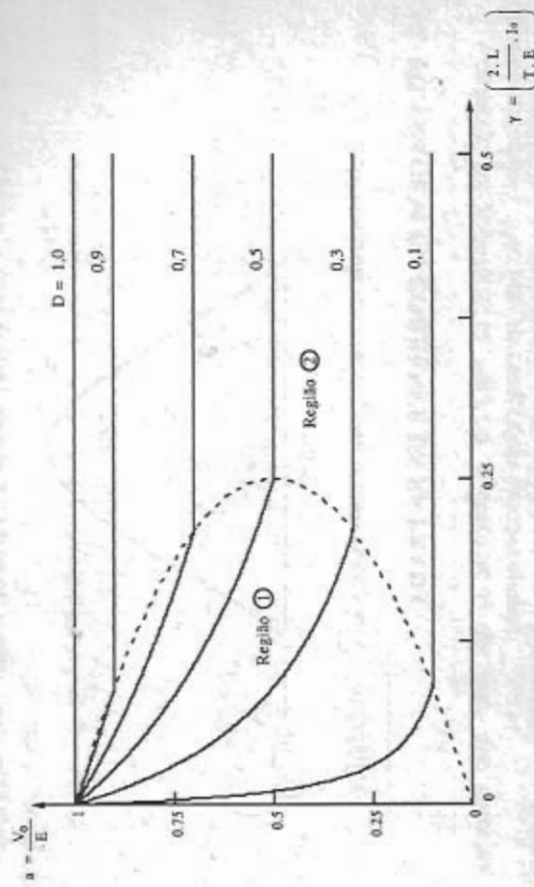


Fig. 2.20: Característica de carga do conversor CC-CC abaixador.

2.9. CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA

A partir da Fig. 2.20 pode-se determinar a indutância crítica, que é a menor indutância de carga capaz de assegurar condução contínua.

Seja $D = a$. Assim:

$$\gamma = D - D^2 \quad (2.106)$$

Logo:

$$\frac{2L_{CR}I_o}{T.E} = D - D^2 \quad (2.107)$$

O pior caso ocorre quando D é igual a 0,5. Desse modo:

$$L_{CR} = \frac{E}{8.f.I_o} \quad (2.108)$$

A expressão (2.108) é muito importante e é empregada nos projetos envolvendo este tipo de conversor.

A expressão (2.107) encontra-se representada graficamente na Fig. 2.21.

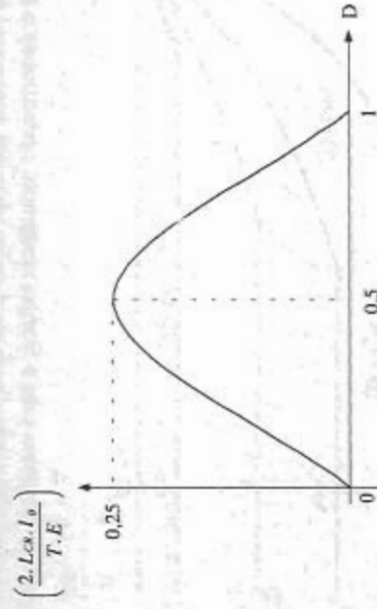


Fig. 2.21: Indutância crítica para o conversor CC-CC abaixador.

2.10. FILTRAGEM DA CORRENTE DE ENTRADA

Conforme foi mostrado na Fig. 2.5, a corrente i_E da fonte que alimenta o conversor é pulsada. Este fato apresenta dois inconvenientes:

a) A presença de elevado conteúdo harmônico produz perturbações radioelétricas nos equipamentos de comunicação e sinalização.

b) Se houver indutância em série com a fonte, mesmo que seja parasita, no instante da abertura da chave serão produzidas sobretensões normalmente destrutivas para os semicondutores de potência.

Para corrigir estas dificuldades, é recomendado o emprego de um filtro $L_E C_E$ como está indicado na Fig. 2.22.

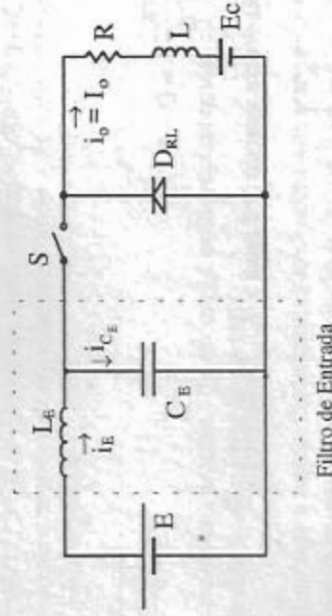


Fig. 2.22: Conversor Buck com filtro de entrada.

Para simplicidade da análise, a corrente de carga i_o será considerada constante igual a I_o e $R \approx 0$. Desse modo, as duas etapas de funcionamento são as

representadas na Fig. 2.23. As formas de onda correspondentes estão representadas na Fig. 2.25.

Pela igualdade entre a potência P_E cedida pela fonte E e a potência P_o recebida pela carga, obtém-se:

$$P_E = E \cdot I_{Emd} \quad (2.109)$$

$$P_o = E_c \cdot I_o \quad (2.110)$$

$$P_o = D \cdot E \cdot I_o \quad (2.111)$$

Assim:

$$I_{Emd} = D \cdot I_o \quad (2.112)$$

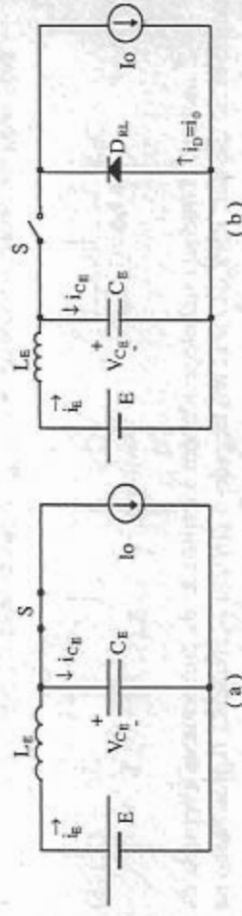


Fig. 2.23: Etapas de funcionamento com o filtro de entrada.

Na análise que se segue, será admitido que a tensão no capacitor C_E aumenta e diminui linearmente, quando a chave S está aberta e fechada respectivamente.

Quando S está aberta, a corrente no capacitor é igual a I_{Emd} . Dessa forma:

$$I_{Emd} = D \cdot I_o = C_E \cdot \frac{2 \cdot \left(\frac{\Delta V_{C_E}}{2} \right)}{t_a} \quad (2.113)$$

veja Fig. 2.25. Então:

$$I_{Emd} = 2 \cdot \frac{C_E \cdot \left(\frac{\Delta V_{C_E}}{2} \right)}{(1-D)T} \quad (2.114)$$

Logo:

$$\frac{\Delta V_{CE}}{2} = \frac{(1-D)D}{2.CE.f}.I_o \quad (2.115)$$

Lembrando sempre que I_o representa, neste caso, a corrente média na carga. Quando $D = 0,5$ a ondulação no capacitor é máxima. Desse modo:

$$\boxed{\frac{\Delta V_{CE_{\max}}}{2} = \frac{I_o}{8.CE.f}} \quad (2.116)$$

A ondulação máxima pico-a-pico será:

$$\boxed{\Delta V_{CE_{\max}} = \frac{I_o}{4.CE.f}} \quad (2.117)$$

Nos projetos usuais o valor de $\Delta V_{CE_{\max}}$ é especificado. Logo:

$$CE = \frac{I_o}{4.f.\Delta V_{CE_{\max}}} \quad (2.118)$$

É necessário que se estabeleça também a expressão da componente alternada da corrente no indutor. Para isto será empregado o circuito equivalente representado na Fig. 2.24.

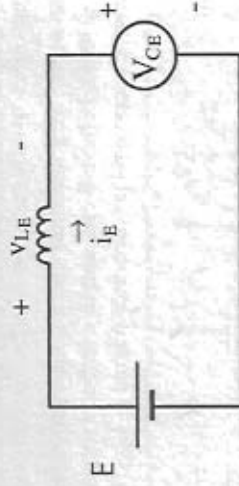


Fig. 2.24: Circuito para o cálculo da ondulação da corrente no indutor.

Sabe-se que $V_{CE_{\max}} = E$. Desse modo, a tensão sobre o indutor é igual à componente alternada da tensão no capacitor C_E .

Decompondo-se V_{CE} em série de Fourier e tomando-se a componente fundamental obtém-se a expressão (2.119).

$$V_{CE} \cong \frac{8}{\pi^2} \cdot \frac{\Delta V_{CE}}{2} \cdot \text{sen}(2\pi f.t) \quad (2.119)$$

Assim:

$$i_E = \frac{V_{CE}}{\omega.L_E} \quad (2.120)$$

$$i_E = \frac{8 \left(\frac{\Delta V_{CE}}{2} \right)}{2\pi^3.f.L_E} \cdot \text{sen} \left(2\pi f.t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.121)$$

A amplitude da componente alternada da corrente i_E é dada pela expressão (2.122).

$$\frac{\Delta I_E}{2} = \frac{8 \left(\frac{\Delta V_{CE}}{2} \right)}{2\pi^3.f.L_E} \quad (2.122)$$

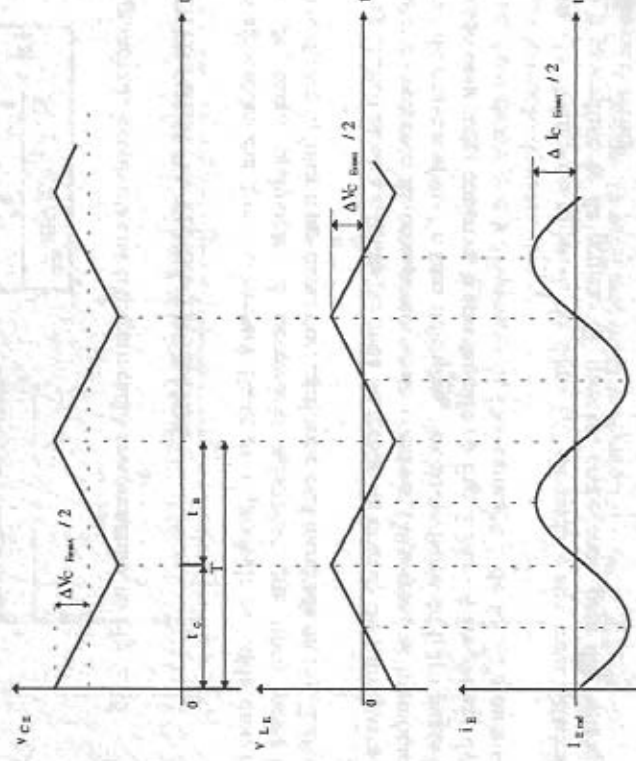


Fig. 2.25: Correntes e tensões alternadas no filtro de entrada.

A ondulação máxima da corrente i_E ocorre para $D = 0,5$. Portanto, substituindo a Eq. (2.116) em (2.122), obtém-se:

$$\frac{\Delta I_{E_{\max}}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{I_o}{\pi^3 \cdot f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.123)$$

Desse modo:

$$\frac{\Delta I_{E_{\max}}}{2} \cong \frac{1}{62} \cdot \frac{I_o}{f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.124)$$

A ondulação máxima pico-a-pico da corrente no indutor L_E é dado por:

$$\Delta I_{E_{\max}} \cong \frac{1}{31} \cdot \frac{I_o}{f^2 \cdot L_E \cdot C_E} \quad (2.125)$$

A partir da expressão (2.125), obtém-se a expressão (2.126), para o cálculo de L_E .

$$L_E = \frac{1}{31} \cdot \frac{I_o}{f^2 \cdot C_E \cdot \Delta I_{E_{\max}}} \quad (2.126)$$

As grandezas envolvidas na filtragem estão representadas na Fig. 2.25.

2.11. FILTRAGEM DA TENSÃO DE SAÍDA

Nas aplicações em que o conversor Buck deve produzir na saída uma tensão contínua de baixa ondulação, é necessário adicionar um filtro passa-baixa, constituído de um indutor e um capacitor, conforme está mostrada na Fig. 2.26.a.

A Fig. 2.26.b mostra a forma de onda da tensão na entrada do filtro passa-baixa (V_{DRL}) que é composta de uma componente contínua (V_o), mais as harmônicas na frequência de chaveamento f e suas múltiplas. A característica do filtro passa-baixa, alimentando uma carga resistiva, é apresentada na Fig. 2.26.c. A frequência de corte f_c deve ser bem menor que a frequência de chaveamento f , de forma a minimizar a ondulação da tensão de saída V_o .

Uma vez definido o objetivo do filtro LC de saída e sua característica, será iniciado o procedimento de projeto do mesmo, começando pela determinação da ondulação de corrente.

Para o cálculo da ondulação da corrente no indutor L_o , a tensão no capacitor será admitida constante. Desse modo, é válida a expressão (2.55), aqui repetida como (2.127).

$$\Delta I_{L_{o\max}} = \frac{E}{4 \cdot L_o \cdot f} \quad (2.127)$$

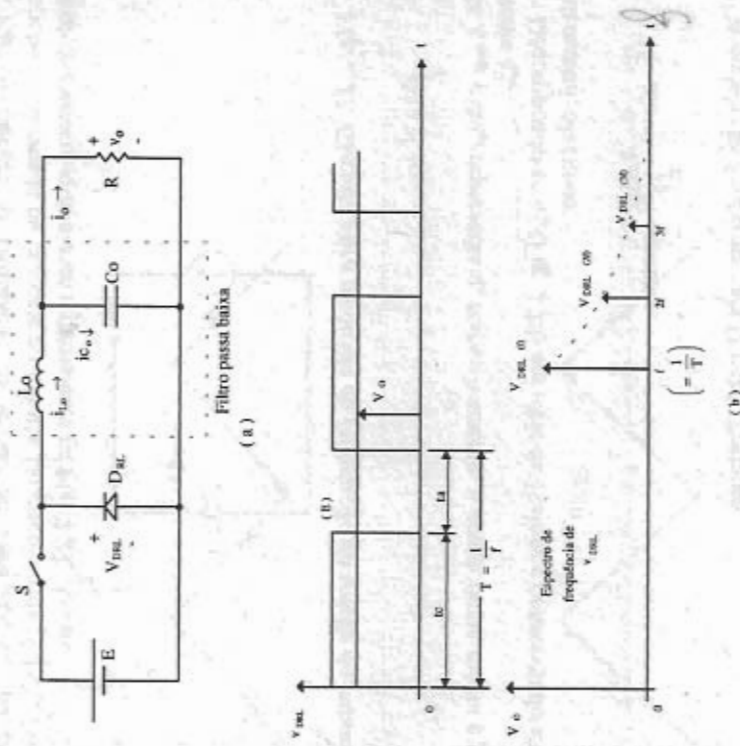


Fig. 2.26: a) Conversor Buck com filtro LC na saída;
b) Conteúdo harmônico da tensão V_{DRL} ;
c) Característica do filtro passa-baixa.

Portanto:

$$I_o = \frac{E}{4.f.\Delta I_{Lomax}} \quad (2.128)$$

$$I_{Lomd} = I_o \quad (2.129)$$

Para o cálculo da ondulação da tensão no capacitor C_o , admite-se que a componente alternada da corrente no indutor L_o circule toda por C_o . Desse modo, é adotado o circuito equivalente representado na Fig. 2.27. Assim:

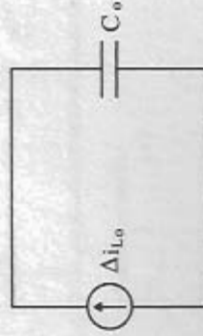


Fig. 2.27: Circuito para o cálculo da ondulação da tensão no capacitor C_o .

$$\Delta i_{L_o} = i_{C_o} \quad (2.130)$$

onde I_{Lomd} e Δi_{L_o} representam, respectivamente, a componente média e alternada da corrente i_{L_o} .

Decompondo-se i_{C_o} (Fig. 2.28) em série de Fourier e conservando a componente fundamental, obtém-se:

$$i_{C_o} = \frac{4.\Delta I_{L_o}}{\pi^2} \cdot \cos \omega t \quad (2.131)$$

A ondulação é máxima para $D = 0,5$. Portanto:

$$\frac{\Delta I_{Comax}}{2} = \frac{4.\Delta I_{Lomax}}{\pi^2} \quad (2.132)$$

A tensão no capacitor é dada pela expressão:

$$v_{C_o} = i_{C_o} \cdot X_c = \frac{i_{C_o}}{\omega.C} \quad (2.133)$$

Logo:

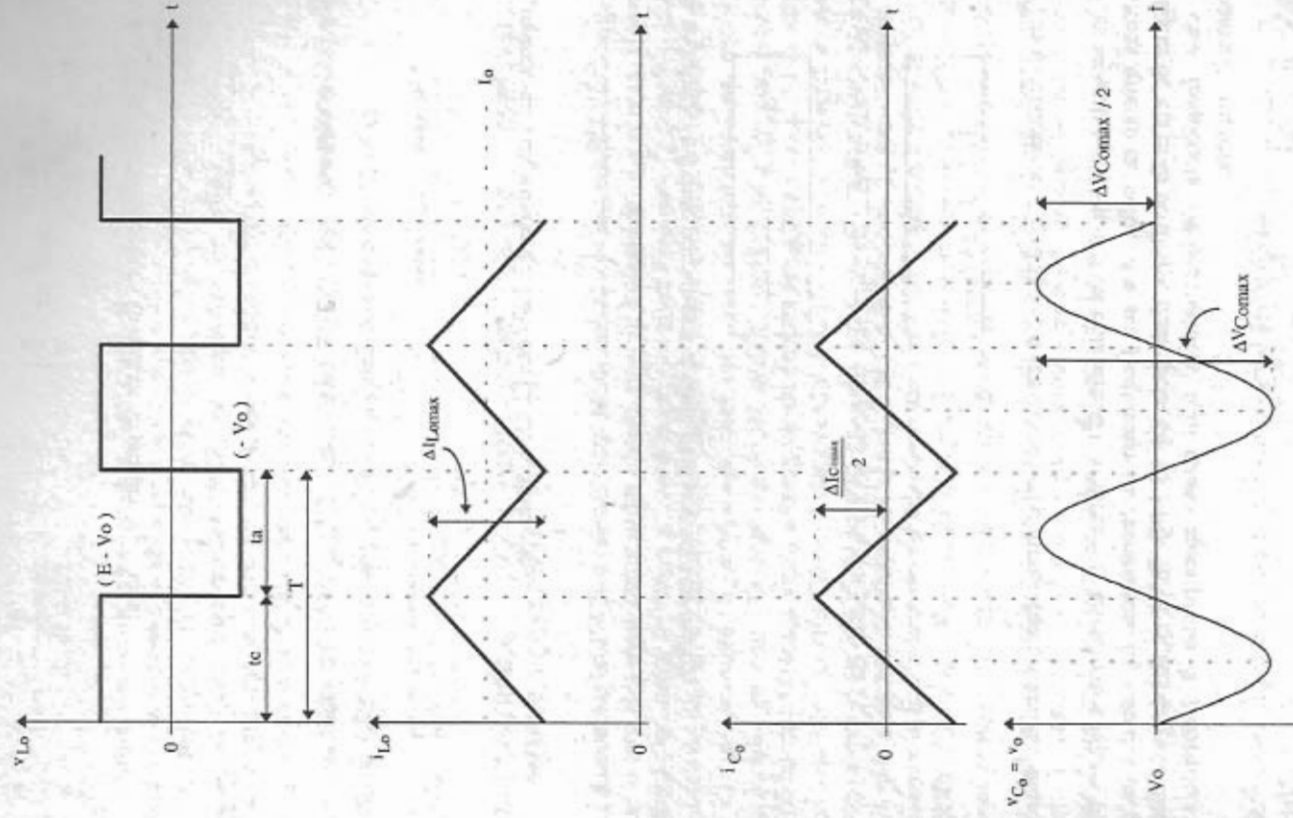


Fig. 2.28: Principais formas de onda no filtro de saída.

$$v_{co} = \frac{4\Delta I_{Lo}}{2\pi^3 \cdot f \cdot Co} \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

A amplitude da componente alternada da tensão v_{co} será:

$$\frac{\Delta V_{co}}{2} = \frac{2\Delta I_{Lo}}{\pi^3 \cdot f \cdot Co} \quad (2.134)$$

para $D = 0,5$, obtém-se:

$$\frac{\Delta V_{comax}}{2} = \frac{2\Delta I_{Lomax}}{\pi^3 \cdot f \cdot Co} \quad (2.135)$$

Levando-se a expressão (2.127) em (2.135), obtém-se:

$$\frac{\Delta V_{comax}}{2} \equiv \frac{E}{62 \cdot Lo \cdot Co \cdot f^2} \quad (2.136)$$

A ondulação máxima pico-a-pico é dada pela seguinte equação:

$$\Delta V_{comax} = \frac{E}{31 \cdot Lo \cdot Co \cdot f^2} \quad (2.137)$$

Dessa forma, o valor do capacitor Co pode ser obtido a partir da Eq. (2.138).

$$Co = \frac{E}{31 \cdot Lo \cdot f^2 \cdot \Delta V_{comax}} \quad (2.138)$$

Com as expressões (2.128) e (2.138) é possível dimensionar o filtro de saída.

Um aspecto importante a ser considerado no dimensionamento dos filtros, tanto de entrada quanto de saída, é a sua frequência de ressonância f_o , que é a própria frequência de corte f_c do filtro, dada pela Eq. (2.140). Deve-se sempre escolher o filtro cuja frequência de ressonância seja muito menor que a frequência de chaveamento, ou seja:

$$f \gg f_o \quad (2.139)$$

onde:

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{Lo \cdot Co}} \quad (2.140)$$

Caso o conversor opere com a frequência de ressonância do filtro, ou muito próximo dela, a tensão de saída pode apresentar ondulações de valores excessivos.

A ondulação da tensão de saída obtida neste parágrafo, pressupõe que a Resistência Série Equivalente (RSE) do capacitor de saída Co seja nula. Nas situações em que isso não for verificado a queda de tensão na RSE produz uma tensão alternada de forma triangular em fase com i_{co} (Fig. 2.28), que é somada ao valor calculado de $(\Delta V_{co})_{max}/2$ dado pela Eq. (2.136). O valor pico-a-pico da tensão na RSE do capacitor Co é obtido a partir de expressão (2.141).

$$\Delta V_{RSE} = \Delta I_{co\ max} \cdot RSE \quad (2.141)$$

2.12. CONTROLE DO CONVERSOR BUCK EMPREGANDO MODULAÇÃO PWM

A modulação PWM (Pulse Width Modulation) ou Modulação por Largura de Pulso é uma das mais empregadas. Neste tipo de modulação é realizado o controle da tensão de saída, de forma a mantê-la em um nível desejado. O princípio básico é apresentado na Fig. 2.29, onde uma imagem da tensão de saída V_o , obtida a partir de um divisor resistivo, é comparada com um sinal de referência na entrada do amplificador de erro. O sinal obtido na saída do amplificador de erro Verro, é o resultado da diferença entre a imagem da tensão de saída V_o imagem e o valor de referência V_{ref} . O sinal Verro é comparado com um sinal dente de serra na entrada de um comparador PWM de tensão, gerando uma forma de onda retangular v_g , que definirá o tempo de condução da chave S (t_c). A frequência do sinal dente de serra estabelece a frequência de chaveamento do conversor. Quando o sinal na saída do amplificador de erro Verro (cuja variação é bastante lenta em relação a frequência de chaveamento), for maior que o sinal dente de serra v_{sr} , então v_g será alto, colocando em condução a chave S, caso contrário a chave S estará aberta. Assim, o tempo de condução da chave S é proporcional ao nível do sinal Verro. Portanto, a razão cíclica pode também ser definida da seguinte forma:

$$D = \frac{t_c}{T} = \frac{V_{erro}}{V_{spico}} \quad (2.142)$$

onde V_{spico} representa o valor de pico do sinal dente de serra.

Observa-se portanto, que o tempo de condução t_c da chave S é controlado de forma a manter a imagem da tensão de saída V_o imagem = $V_o \cdot R_2/(R_1+R_2)$ sempre igual ao valor da tensão de referência V_{ref} .

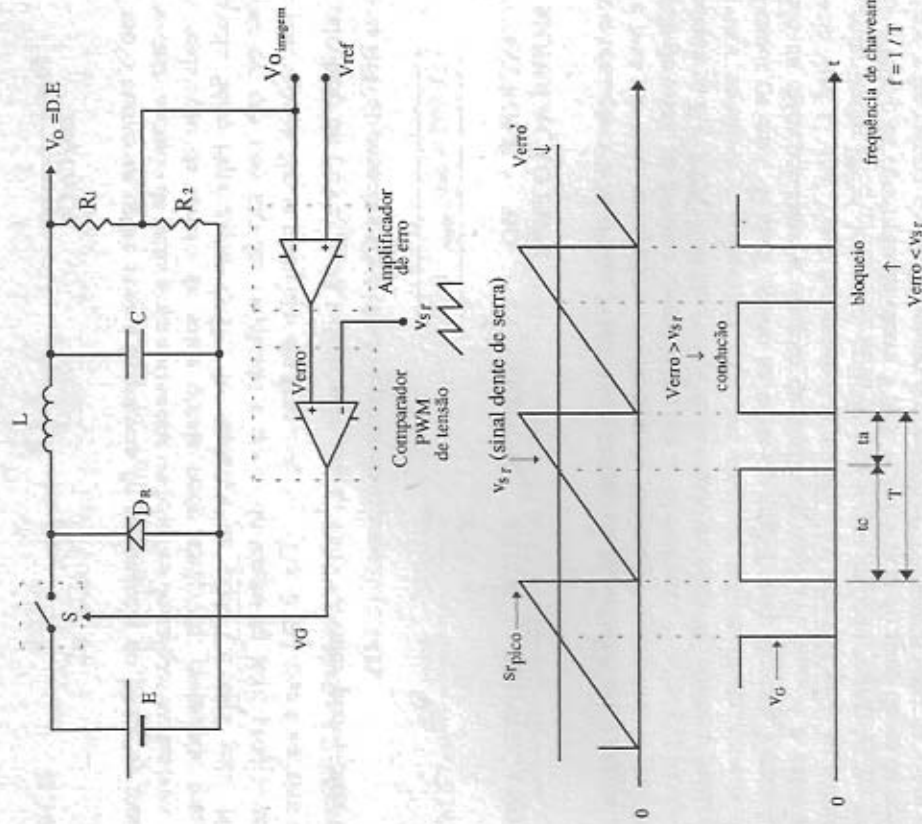


Fig. 2.29: Conversor Buck com modulação PWM.

2.13. EXERCÍCIOS

2.13.1. EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

- 1º) Um motor de corrente contínua, cuja corrente nominal é de 180A, é alimentado por um conversor CC-CC abaixador a partir de uma fonte de tensão contínua de 500V. A indutância de armadura é igual a 0,060 Henrys, e a resistência de armadura pode ser ignorada. Para uma razão cíclica igual a 0,20, determinar a frequência de operação de modo que a ondulação de corrente seja igual a 10A.

SOLUÇÃO:

A estrutura a ser analisada, com suas respectivas formas de onda, é apresentada na Fig. 2.30.

Conforme os dados enunciados, a resistência de armadura é tão pequena que pode ser ignorada. Logo, para a solução desta questão será empregada a expressão (2.47), ou seja:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{T}{\tau} D(1-D)$$

onde $\tau = \frac{L}{R}$. Portanto:

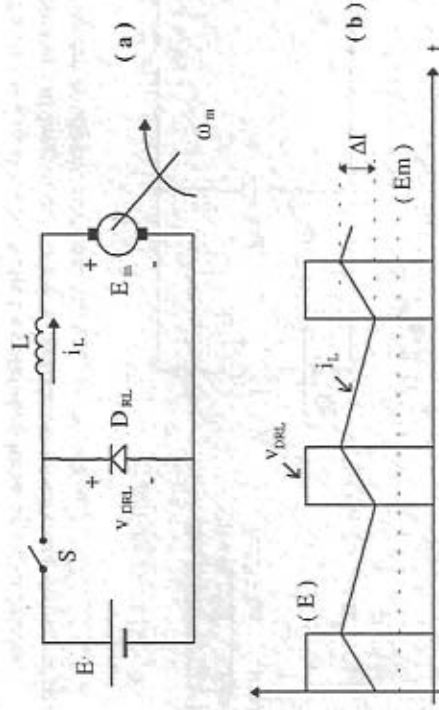


Fig. 2.30.

$$\frac{\Delta I}{R.I} = \frac{T}{L} D(1-D)$$

por definição $E = R.I$. Assim:

$$\Delta I = \frac{E}{L} T.D(1-D)$$

Sabendo que $f = \frac{1}{T}$, tem-se:

$$f = \frac{E}{L} \cdot \frac{1}{\Delta I} \cdot D(1-D)$$

Substituindo-se os respectivos valores, obtém-se:

$$f = \frac{500}{0,060} \cdot \frac{1}{10} \cdot 0,2(1-0,2)$$

$$f = 133,33 \text{ Hz}$$

2ª) Seja a estrutura representada na Fig. 2.31.

- Calcular os valores médios de tensão e de corrente na carga;
- Calcular os valores máximos e mínimos instantâneos da corrente de carga;
- Determinar para qual razão cíclica a condução torna-se descontínua;
- Representar em função do tempo as grandezas envolvidas no funcionamento da estrutura em condução contínua (i_o , i_{DRL} , i_E , V_S , V_{DRL}).

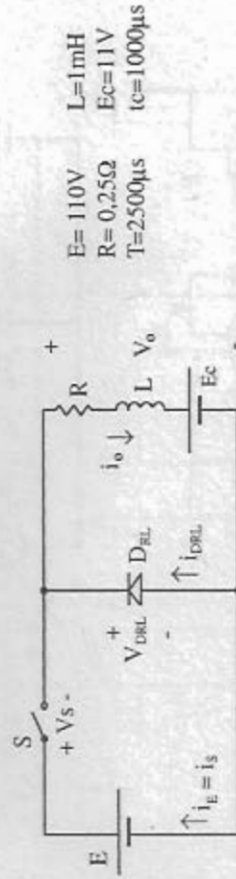


Fig. 2.31

SOLUÇÃO:

- $V_o = ?$ e $I_o = ?$

Para a resolução desta questão basta aplicar as expressões (2.18) e (2.23), ou seja:

$$V_o = E_C + R \cdot I_o$$

$$\frac{I_o}{I} = D - a$$

$$\text{sendo que: } I = \frac{E}{R} = \frac{110}{0,25} = 440 \text{ A}$$

$$D = \frac{I_C}{T} = \frac{1000}{2500} = 0,4$$

$$a = \frac{E_C}{E} = \frac{11}{110} = 0,1$$

Portanto:

$$I_o = I(D - a)$$

$$I_o = 440(0,4 - 0,1)$$

$$I_o = 132 \text{ A}$$

$$V_o = 11 + 0,25 \cdot 132$$

$$V_o = 44 \text{ V}$$

ou ainda:

$$D = \frac{V_o}{E} \Rightarrow V_o = D \cdot E$$

$$V_o = 0,4 \cdot 110$$

$$V_o = 44 \text{ V}$$

- $I_M = ?$ e $I_m = ?$

Para o cálculo de I_M emprega-se a expressão (2.35). Assim:

$$\frac{I_M}{I} = \frac{\left(\frac{-I_C}{1 - e^{-T/\tau}} \right) - a}{\left(\frac{-I}{1 - e^{-T/\tau}} \right)}$$

$$\text{onde: } \tau = \frac{L}{R} = \frac{1 \text{ mH}}{0,25 \text{ U}} \Rightarrow \tau = 4 \text{ ms}$$

Logo:

$$I_M = I \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{-1}{1 - e^{-\frac{t_a}{\tau}}} \right) - a \\ \left(\frac{-T}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \end{bmatrix}$$

Substituindo os respectivos valores, tem-se:

$$I_M = 440 \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{-1}{1 - e^{-\frac{1}{4}}} \right) - 0,1 \\ \left(\frac{-2,5}{1 - e^{-\frac{2,5}{4}}} \right) \end{bmatrix}$$

$$I_M \cong 165 \text{ A}$$

Na determinação da corrente mínima instantânea aplica-se a Eq. (2.36):

$$\frac{I_m}{I} = \begin{bmatrix} \left(\frac{-t_a}{e^{\frac{T}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) - a \\ \left(\frac{-T}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \end{bmatrix}$$

onde: $t_a = T - t_c = 2500 - 1000 = 1500 \mu\text{s}$. Portanto:

$$I_m = I \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{-1,5}{e^{\frac{2,5}{4}} - e^{-\frac{2,5}{4}}} \right) - a \\ \left(\frac{-T}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \right) \end{bmatrix}$$

$$I_m = 440 \cdot \begin{bmatrix} \left(\frac{-1,5}{e^{\frac{2,5}{4}} - e^{-\frac{2,5}{4}}} \right) - 0,1 \\ \left(\frac{-2,5}{1 - e^{-\frac{2,5}{4}}} \right) \end{bmatrix}$$

$$I_m \cong 100 \text{ A}$$

Obs.: Empregue as expressões simplificadas e compare os resultados obtidos.

c) Para a solução deste item utiliza-se a Eq. (2.89), apresentada a seguir:

$$\frac{D \cdot T}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1 + a \left(e^{\frac{T}{\tau}} - 1 \right)}$$

$$\frac{D \cdot T}{e^{\frac{T}{\tau}} - 1 + 0,1 \left(e^{\frac{2,5}{4}} - 1 \right)}$$

$$\frac{D \cdot T}{e^{\frac{T}{\tau}}} = 1,0868$$

$$\frac{D \cdot T}{\tau} = \ln(1,0868)$$

$$D = \frac{\tau}{T} \cdot \ln(1,0868)$$

$$D = \frac{4}{2,5} \cdot \ln(1,0868) \quad \text{Portanto,}$$

$$D = 0,133$$

d)

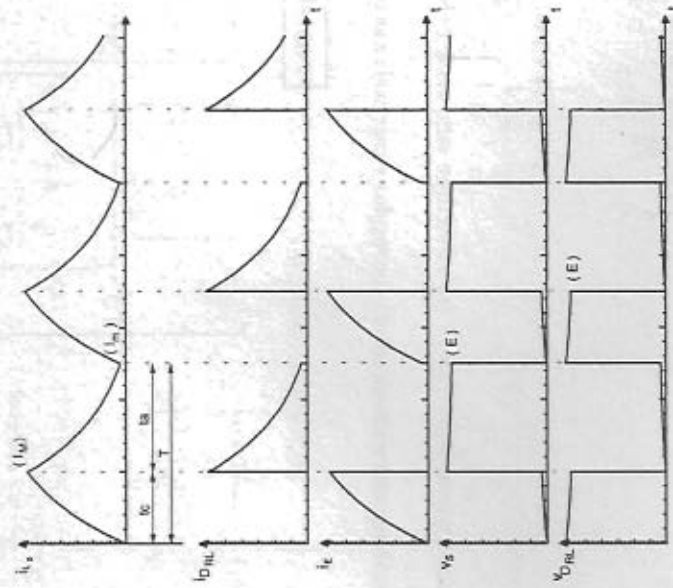


Fig. 2.32: Principais Formas de onda.

3º) O conversor CC-CC abaixador apresentado na Fig. 2.33 opera em condução contínua com uma frequência de 50kHz. A tensão de alimentação é de 50V. Deseja-se que a tensão média de saída seja de 24V, e que a ondulação máxima de tensão permaneça em 25mV. A ondulação máxima da corrente no indutor deve ficar na ordem de 500mA. Determine:

- A razão cíclica de trabalho;
- O valor da indutância de filtro L_o ;
- O valor do capacitor de filtro C_o .

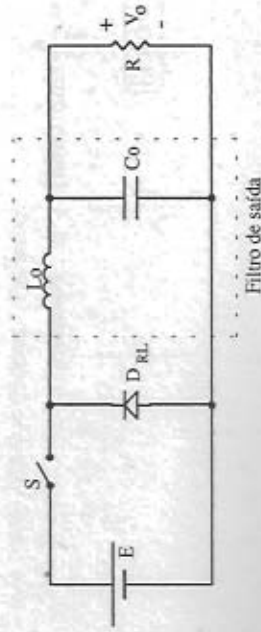


Fig. 2.33.

SOLUÇÃO:

Os dados do problema são:

$$\begin{aligned} f &= 50\text{kHz} \\ E &= 50\text{V} \\ V_o &= 24\text{V} \\ \Delta V_{C_o \text{ max}} &= 25\text{mV} \\ \Delta I_{L_o \text{ max}} &= 500\text{mA} \end{aligned}$$

a) A razão cíclica é definida a partir da seguinte expressão:

$$D = \frac{V_o}{E} = \frac{24}{50}$$

$$\boxed{D = 0,48}$$

b) A indutância de filtro L_o é obtida a partir da Eq. (2.128):

$$L_o = \frac{E}{4 \cdot f \cdot \Delta I_{L_o \text{ max}}} = \frac{50}{4 \cdot 50 \times 10^3 \cdot 500 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{L_o = 0,5 \text{ mH}}$$

c) A Eq. (2.138) fornece o valor do capacitor de filtro C_o . Assim,

$$C_o = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot \Delta V_{C_o \text{ max}}} = \frac{50}{31 \cdot 0,5 \times 10^{-3} \cdot (50 \times 10^3)^2 \cdot 25 \times 10^{-3}}$$

$$\boxed{C_o = 51,6 \text{ nF}}$$

Uma vez determinado o filtro de saída deve-se calcular sua frequência de corte, como segue.

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_o \cdot C_o}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 51,6 \cdot 10^{-9}}}$$

$$\boxed{f_c \approx 1 \text{ kHz}}$$

Portanto:

$$f \gg f_c$$

estando, assim, dentro das especificações recomendadas.

4^a) O circuito da Fig. 2.34 opera com frequência de 1kHz. A ondulação máxima da tensão no capacitor de entrada C_E e da corrente i_{L_E} é igual a 1%. Com esses

dados, obter:

- Os valores do filtro de entrada C_E e L_E ;
- Os valores do filtro de saída C_o e L_o , considerando as mesmas especificações dadas para o filtro de entrada.

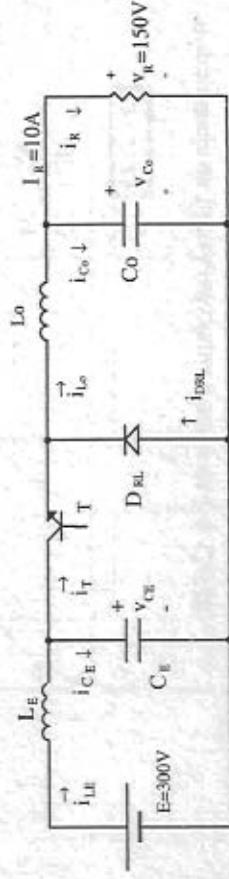


Fig. 2.34

- * $L_E, C_E \rightarrow$ filtro de entrada
- * $L_o, C_o \rightarrow$ filtro saída
- * Transistor T funciona como uma chave ideal.

SOLUÇÃO:

$$a) \quad f = 1 \text{ kHz}$$

$$\Delta V_{C_{Emax}} = 1\% \Rightarrow \Delta V_{C_{Emax}} = 0,01 \cdot 300 = 3 \text{ V}$$

$$\Delta i_{L_{Emax}} = 1\% \Rightarrow \Delta i_{L_{Emax}} = 0,01 \cdot 10 = 0,1 \text{ A}$$

Será considerado $D = 0,5$ (pior caso)

Na solução deste item serão empregadas as Eqs. (2.118) e (2.126). Assim:

$$C_E = \frac{1}{4 \cdot f \cdot \Delta V_{C_{Emax}}} \cdot \frac{I_o}{10} = \frac{10}{4 \cdot 10^3 \cdot 3}$$

$$\boxed{C_E = 833,33 \mu\text{F}}$$

$$L_E = \frac{1}{31 \cdot f^2 \cdot C_E \cdot \Delta i_{L_{Emax}}} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{10}{31 \cdot (10^3)^2 \cdot 833,33 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1}$$

$$\boxed{L_E = 3,9 \text{ mH}}$$

$$b) \quad f = 1 \text{ kHz}$$

$$\Delta V_{C_{omax}} = 1\% \Rightarrow \Delta V_{C_{omax}} = 0,01 \cdot V_{Co} = 0,01 \cdot 150 = 1,5 \text{ V}$$

$$\Delta i_{L_{omax}} = 1\% \Rightarrow \Delta i_{L_{omax}} = 0,01 \cdot I_R = 0,01 \cdot 10 = 0,1 \text{ A}$$

A partir das Eqs. (2.128) e (2.138) obtém-se os valores de L_o e C_o . Assim:

$$L_o = \frac{E}{4 \cdot f \cdot \Delta i_{L_{omax}}} \cdot \frac{300}{4 \cdot 10^3 \cdot 0,1}$$

$$\boxed{L_o = 0,75 \text{ H}}$$

$$C_o = \frac{E}{31 \cdot L_o \cdot f^2 \cdot \Delta V_{C_{omax}}} = \frac{300}{31 \cdot 0,75 \cdot (10^3)^2 \cdot 1,5}$$

$$\boxed{C_o = 8,6 \mu\text{F}}$$

Antes de se confirmar os valores dos filtros de entrada e saída é necessário calcular a frequência de ressonância dos mesmos, como segue.

Filtro de entrada:

$$f_{RE} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_E \cdot C_E}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{3,9 \cdot 10^{-3} \cdot 833,33 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\boxed{f_{RE} = 88,3 \text{ Hz} \ll f}$$

Filtro de saída:

$$f_{RO} = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_o \cdot C_o}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{0,75 \cdot 8,6 \cdot 10^{-6}}}$$

$$\boxed{f_{RO} = 62,7 \text{ Hz} \ll f}$$

Os resultados apresentados mostram que os valores obtidos para os filtros, tanto de entrada como de saída, são adequados.

2.13.2. EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1^o) Um motor de corrente contínua de 500HP, usado para tração de um trem rápido, é controlado por um conversor CC-CC abaixador. O motor é excitado em série. Uma indutância externa é adicionada à armadura. A tensão contínua da fonte de alimentação é de 1000V. A razão cíclica pode variar de 0,15 até 1,0. Qual o valor da indutância total necessária para limitar em 25A o valor de ΔI , sabendo que a frequência de chaveamento é de 1,0 kHz?

2^o) Um motor de corrente contínua com excitação separada é alimentado por um conversor Buck com tensão de alimentação de 110V. O motor opera com velocidade de 800rpm, sendo sua constante de armadura $K_a = 0,4774$ V/(rad/s). A indutância de armadura é de 0,2 mH e apresenta uma resistência série associada de 0,25Ω. Considerando que o conversor opera com frequência de 400 Hz, que a corrente de campo é de 1A, e que o tempo de condução da chave é de 1,25 ms, determinar o que segue:

a) Valores máximos e mínimos instantâneos da corrente na indutância de armadura;

b) Tensão e corrente média no motor ;

c) Se a condução for descontínua, determine o momento em que a corrente do motor se anula;

d) Representar em função do tempo as seguintes grandezas:

-corrente na indutância de armadura;

-corrente no diodo de roda livre;

-corrente na chave;

-tensão na chave;

-tensão no diodo de roda livre.

e) Determinar a razão cíclica crítica (Derit).

3^o) Considere o conversor mostrado na Fig. 2.35.

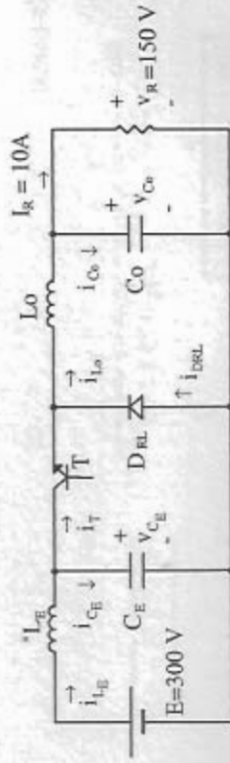


Fig. 2.35.

onde: → LE CE constitui o filtro de entrada;
→ Lo Co constitui o filtro de saída;
→ O transistor T funciona como uma chave ideal.

a) Seja f igual a 10kHz. A ondulação máxima da tensão V_{CE} é igual a 1%, e a ondulação máxima da corrente i_T é também de 1%. Calcular os valores de LE e CE;
b) Considerar as mesmas especificações em relação ao filtro de saída e dimensioná-lo.

4^o) A estrutura da Fig. 2.36, opera com frequência de 10kHz e razão cíclica de 50%. Calcular:

a) Correntes máximas e mínimas instantâneas na carga;

b) Tensão de pico no diodo de roda livre;

c) Correntes eficaz e média no diodo de roda livre;

d) Potência média transferida à carga;

e) Potência média consumida no resistor R_o ;

f) Potência média consumida na fonte E_c ;

g) Correntes média, eficaz, e de pico na fonte de alimentação E ;

h) Corrente de pico no transistor T;

i) Ondulação absoluta e relativa na corrente de carga;

j) Seja $t_{c_{min}} = 4\mu s$ e $t_{a_{min}} = 10\mu s$. Quais os valores limites da tensão média na carga?

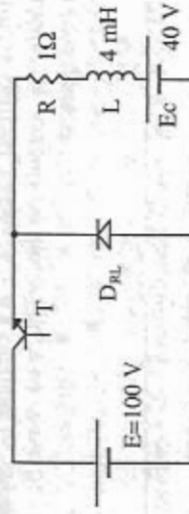


Fig. 2.36.

5^o) O conversor Buck apresentado na Fig. 2.37 opera com frequência de 1kHz e razão cíclica de 0,5. Supondo que a chave S apresenta uma queda de 2V quando em condução, calcular:

a) Tensão média de saída;

b) Rendimento da estrutura;

c) Resistência efetiva de entrada vista pela fonte de alimentação;

d) Valor eficaz da componente fundamental da tensão de saída.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] I. Barbi, *Eletrônica de Potência II*. Publicação Interna, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFSC-INEP, Florianópolis-SC, 1988.
- [2] J.G. Kassakian, M.F. Schlecht & G.C. Verghese, *Principles of Power Electronics*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts-USA, 1991.
- [3] A.I. Pressman, *Switching Power Supply Design*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, 1991.
- [4] M.H. Rashid, *Power Electronics - Circuits, Devices, and Applications*. Prentice-Hall International Editions, Inc., New Jersey, 1988.
- [5] J.P. Ferrieux & F. Forest, *Alimentations à Découpage Convertisseurs à Résonance*. Collection Technologies, Masson, Paris, 1987.
- [6] T. Kenjo, *Power Electronics for the Microprocessor Age*. Oxford Science Publications, Oxford, New York, 1990.
- [7] INPT-LEEL, *Cours d'Electronique Industrielle-Traitement Electronique de l'Energie Electrique-Hacheurs et Onduleurs Autonomes*. Toulouse, França, Edição 1983.
- [8] N. Mohan, T. Undeland & W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. John Wiley & Sons, New York-USA, 1989.
- [9] Y. Lee, *Computer-Aided Analysis and Design of Switch-Mode Power Supplies*. Marcel Dekker, Inc., New York-USA, 1993.
- [10] B.W. Williams, *Power Electronics-Devices, Drives, Applications and Passive Components*. McGraw-Hill, Inc., New York-USA, Second Edition, 1992.

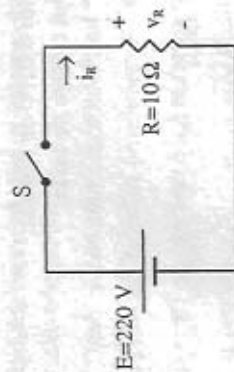


Fig. 2.37.

6º) Um aspecto importante a ser considerado no dimensionamento dos filtros, tanto de entrada quanto de saída, é que a sua frequência de ressonância f_0 , definida por $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{L_0C_0})$ deve ser muito menor que a frequência de chaveamento f do conversor. Explicar porque (apresente uma análise matemática).

7º) A frequência de operação do conversor Buck apresentado na Fig. 2.38 é de 50kHz. A tensão de saída nos terminais do resistor R é de 50V. Calcular:

- a) A razão cíclica e o tempo de condução da chave S ;
- b) A corrente média na carga;
- c) Apresentar as formas de onda da tensão e da corrente no indutor L , a corrente no diodo de roda livre, a corrente na chave S , e a corrente no capacitor C ;
- d) Valor eficaz e médio da corrente no diodo DRL e na chave S ;
- e) Corrente eficaz no capacitor C .

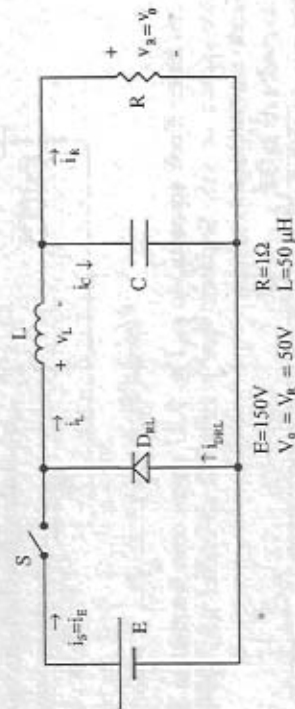


Fig. 2.38.

8º) Explique porque motivo o conversor Buck (Fig. 2.36), operando em condução descontínua, comporta-se como uma Fonte com característica de impedância interna não nula?