1ª Avaliação de Cálculo Numérico
Prof. Glauber Cintra

Aluno: João Gabriel Carneiro Medeiros - Curso: Eng. Computação - IFCE - 2020.1

Você deve enviar essa avaliação pelo Classroom até o dia 3/ago/2020 às 18h.

1) **(3 pontos)** Converta os números contidos na tabela abaixo para sua representação nos demais sistemas numéricos (represente no máximo 10 casas decimais).

	Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
Decimal	271,6275	100001111,101000001	417,501	10F, A08
Binário	426,65625	110101010,10101	652,52	1AA, A8
Octal	235,21875	11101011,00111	353,16	EB,38
Hexadecimal	61,70703125	111101,10110101	75,552	3D, B5

Solução – Do – Aluno:

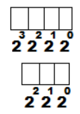
1º: Para organizar os cálculos realizados vamos dar "referências" para cada espaço em branco a ser preenchido na tabela em questão e, assim, resolver separadamente cada uma de suas linhas:

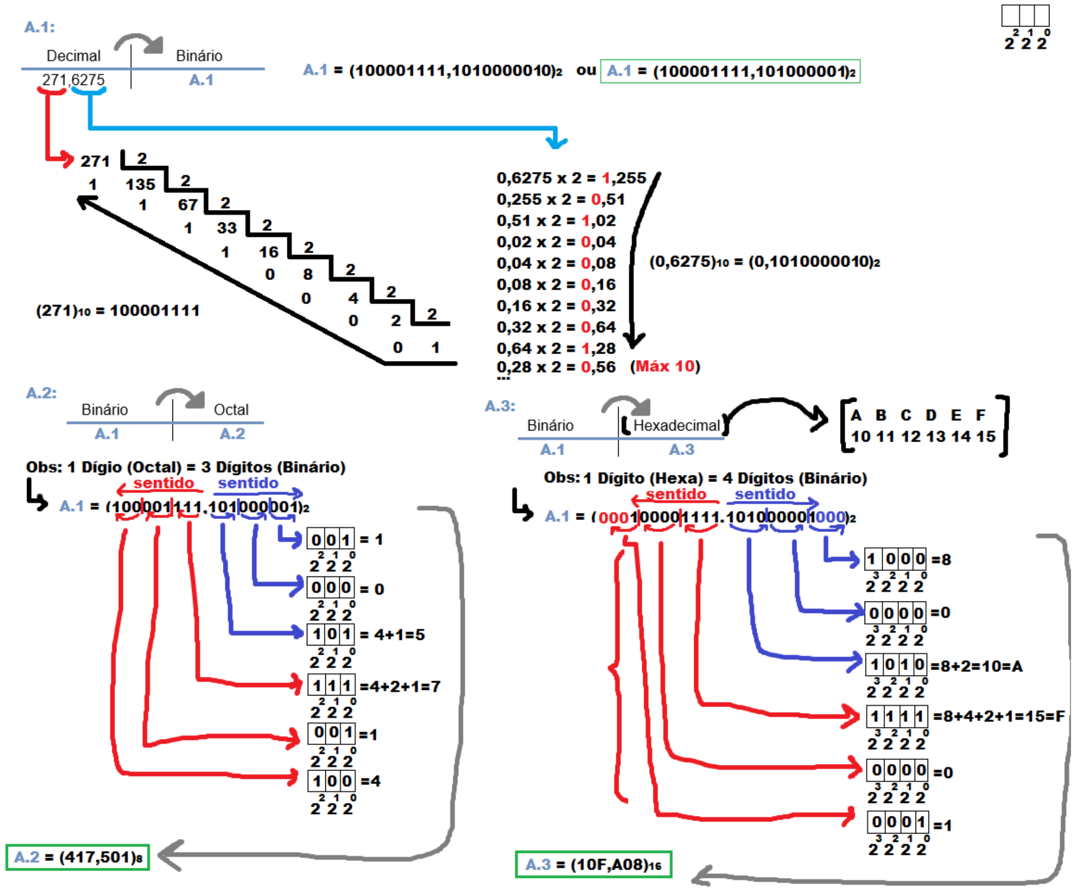
		Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
A	Decimal	271,6275	A.1	A.2	A.3
B	Binário	B.1	110101010,10101	B.2	B.3
C	Octal	C.1	C.2	353,16	C.3
D	Hexadecimal	D.1	D.2	D.3	3D,B5

2º: Agora, façamos as conversões em cada linha:

*Linha – A:

		Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
A	Decimal	271,6275	A.1	A.2	A.3





*Linha – B:

		Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
B	Binário	B.1	110101010,10101	B.2	B.3

B.1:

Decimal	Binário
B.1	110101010,10101

B.1 = $(426{,}65625)_{10}$

$(110101010{,}10101)_2$

parte "quebrada"

0,10101 ⇨ 1 0 1 0 1 ($2^{-1}\ 2^{-2}\ 2^{-3}\ 2^{-4}\ 2^{-5}$) **= 1*2^(-1) + 0*2^(-2) + 1*2^(-3) + 0*2^(-4) + 1*2^(-5) = 0,65625**

parte inteira:

110101010,0 ⇨ 1 1 0 1 0 1 0 1 0 ($2^8\ 2^7\ 2^6\ 2^5\ 2^4\ 2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **= 1*2^8 + 1*2^7 + 0*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 = 426**

B.2:

Binário	Octal
110101010,10101	B.2

Obs: 1 Digio (Octal) = 3 Digitos (Binário)

sentido ← | sentido →

$(110101010{,}101010)_2$

- 0 1 0 ($2^2\ 2^1\ 2^0$) **=2**
- 1 0 1 ($2^2\ 2^1\ 2^0$) **=4+1=5**
- 0 1 0 ($2^2\ 2^1\ 2^0$) **=2**
- 1 0 1 ($2^2\ 2^1\ 2^0$) **=4+1=5**
- 1 1 0 ($2^2\ 2^1\ 2^0$) **=4+2=6**

B.2 = $(652{,}52)_8$

B.3:

Binário	Hexadecimal
110101010,10101	B.3

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

Obs: 1 Digito (Hexa) = 4 Digitos (Binário)

sentido ← | sentido →

$(000110101010{,}10101000)_2$

- 1 0 0 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **= 8**
- 1 0 1 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8+2=10=A**
- 1 0 1 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8+2=10=A**
- 1 0 1 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8+2=10=A**
- 0 0 0 1 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=1**

B.3 = $(1AA{,}A8)_{16}$

$2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

$2^2\ 2^1\ 2^0$

*Linha – C:

		Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
C	Octal	C.1	C.2	353,16	C.3

C.1:

Decimal	Octal
C.1	353,16

C.1 = $(235{,}21875)_{10}$

$(353,\ 16)_8$

parte "quebrada"

1 6 ($8^{-1}\ 8^{-2}$) **= 1*8^(-1) + 6*8^(-2) = 0,21875**

parte inteira

3 5 3 ($8^2\ 8^1\ 8^0$) **= 3*8^2 + 5*8^1 + 3*8^0 = 235**

C.3:

Binário	Hexadecimal
C.2	C.3

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

Obs: 1 Digito (Hexa) = 4 Digitos (Binário)

sentido ← | sentido →

$(11101011{,}00111000)_2$

- 1 0 0 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8**
- 0 0 1 1 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=2+1=3**
- 1 0 1 1 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8+2+1=11=B**
- 1 1 1 0 ($2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$) **=8+4+2=14=E**

C.3 = $(EB{,}38)_{16}$

C.2:

Decimal	Binário
C.1	C.2

C.2 =$(11101011{,}00111)_2$

Obs: 1 Digio (Octal) = 3 Digitos (Binário)

$(235{,}21875)_{10}$

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
235	2	117	1
117	2	58	1
58	2	29	0
29	2	14	1
14	2	7	0
7	2	3	1
3	2	1	1

$(11101011)_2$

0,21875 x 2 = 0,4375
0,4375x 2 = 0,875
0,875x 2 = 1,75
0,75 x 2 = 1,5
0,5 x 2 = 1

$(0{,}00111)_2$

$2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

$2^2\ 2^1\ 2^0$

*Linha – D:

		Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
D	Hexadecimal	D.1	D.2	D.3	3D,B5

$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }$ $2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

$\boxed{\ }\boxed{\ }\boxed{\ }$ $2^2\ 2^1\ 2^0$

D.1:

Decimal	Hexadecimal
D.1	3D,B5

D.1 = $(61{,}70703125)_{10}$

$(3D, B5)_{16}$

parte "quebrada"

$\boxed{B}\boxed{5}$ ($16^{-1}\ 16^{-2}$) = B*16^(-1) + 5*16^(-2) = 0,70703125

$\begin{bmatrix} A & B & C & D & E & F \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$

parte inteira

$\boxed{3}\boxed{D}$ ($16^1\ 16^0$) = 3*16^1 + D*16^0 = 61

D.2:

Decimal	Binário
D.1	D.2

D.2 = $(111101{,}10110101)_2$

$(61{,}70703125)_{10}$

61 | 2
1 30 | 2
0 15 | 2
1 7 | 2
1 3 | 2
1 1

$(111101)_2$

0,70703125 x 2 = 1,4140625
0,4140625 x 2 = 0,828125
0,828125 x 2 = 1,65625
0,65625 x 2 = 1,3125
0,3125 x 2 = 0,625
0,625 x 2 = 1,25
0,25 x 2 = 0,5
0,5 x 2 = 1

$(0{,}10110101)_2$

D.3:

Binário	Octal
D.2	D.3

D.3 = $(75{,}552)_8$

sentido ← sentido →

$(111101{,}101101010)_2$

$\boxed{0}\boxed{1}\boxed{0}$ ($2^2\ 2^1\ 2^0$) = 2

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}$ ($2^2\ 2^1\ 2^0$) =4+1=5

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}$ ($2^2\ 2^1\ 2^0$) =4+1=5

$\boxed{1}\boxed{0}\boxed{1}$ ($2^2\ 2^1\ 2^0$) =4+1=5

$\boxed{1}\boxed{1}\boxed{1}$ ($2^2\ 2^1\ 2^0$) =4+2+1=7

2) **(1 ponto)** Resolva o sistema linear abaixo utilizando o ***Método de Jordan*** e exiba a matriz diagonal. Se o sistema for compatível, forneça uma solução do sistema. Caso contrário, indique que o sistema é incompatível.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_3 &= 17 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 9 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= -7 \end{aligned}$$

Solução – Do – Aluno:
1º: Para organizar os cálculos realizados vamos dar "referências" as LINHAS e COLUNAS da matriz gerada pelo SL em questão:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 3x_3 &= 17 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 9 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= -7 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \\ L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 17 \\ 2 & -2 & 1 & 9 \\ -1 & 1 & -1 & -7 \end{array}\right] \end{array}$$

2º: Agora, para a matriz diagonal temos:

PIVÔ

Multiplicadores:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} M1 \rightarrow L1 \\ M2 \rightarrow L2 \\ M2 \rightarrow L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 17 \\ 2 & -2 & 1 & 9 \\ -1 & 1 & -1 & -7 \end{array}\right] \end{array} \Rightarrow$$

PIVÔ

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 17 \\ 2 & -2 & 1 & 9 \\ -1 & 1 & -1 & -7 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ L2 \leftarrow L2 + M2*L1 \\ L3 \leftarrow L3 + M3*L1 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 17 \\ 0 & 0 & -5 & -25 \\ 0 & 0 & 2 & 10 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ \div 5 \\ \div 2 \end{array} \Rightarrow$$

M1 = - (2/1) = -2
M2 = - [(-1)/1] = 1

Simplificando as linhas: L2 e L3

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 17 \\ 0 & 0 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array}\right] \end{array} \Rightarrow$$

Trocando as colunas: C2 e C3

PIVÔ

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 17 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} L1 \leftarrow L1 + M1*L2 \\ \\ L3 \leftarrow L3 + M3*L2 \end{array} \Rightarrow$$

M1 = - [3/(-1)] = 3
M3 = - [1/(-1)] = 1

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}}$$

3º: Agora, para completar a forma escalonada reduzida da matriz em questão precisamos perceber que após os elementos 1(L1, C1) e -1(L2, C2) terem sido escolhidos como pivôs em cálculos anteriores o próximo candidato lógico deve ser o elemento 0(L3, C3), **já que o pivô de cada linha não nula ocorre a direita do pivô da linha anterior**, e por via de regra, *<u>"se uma coluna contém um pivô todos os seus outros elementos devem ser iguais a 0"</u>*, o elemento -1(L1, C3) deve ser 0:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array} \Rightarrow \text{Complementando a coluna C3...} \Rightarrow \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

4º Temos então a seguinte matriz diagonal encontrada:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

5º Agora, substituindo retroativamente, achamos as possíveis soluções do sistema linear:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1x1 & 0x3 & 0x2 & 2 \\ 0x1 & -1x3 & 0x2 & -5 \\ 0x1 & 0x3 & 0x2 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Obs: Lembre que ao trocarmos as posições das colunas C2 e C3 na hora de acharmos x1, x2 e x3 devemos considerar que estes também trocaram suas osições no SL!

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \begin{array}{c} L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \end{array}$$

Sistema Compatível para:

x1 = 2

x2 = 0

-x3 = -5; logo x3 = 5

3) **(1 ponto)** Resolva o sistema linear abaixo utilizando o ***Método da Pivotação Completa***. Se o sistema for compatível, forneça uma solução do sistema. Caso contrário, indique que o sistema é incompatível.

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 4x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &= -1 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

Solução – Do – Aluno:

1º: Para organizar os cálculos realizados vamos dar "referências" as LINHAS e COLUNAS da matriz gerada pelo SL em questão:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + 4x_3 &= 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &= -1 \\ -x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{c} \\ L1 \\ L2 \\ L3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} C1 & C2 & C3 & C4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 & 3 \end{array}\right] \end{array}$$

2º: Agora, para a PIVOTAÇÃO COMPLETA da matriz em questão temos:

Multiplicadores: M1 → L1, M2 → L2, M2 → L3

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 & 3 \end{array}\right] \end{array}$$

⇨ **Escolhendo 4(L1,C3) como nosso PIVÔ :** M2 = -1/2 ; M3 = -1/2 ⇨

LINHA DE "PIVOTAÇÃO"

⇨ (pivô: 4)

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} \boxed{2} & \boxed{-1} & \boxed{4} & \boxed{0} \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & 2 & 3 \end{array}\right] \end{array}$$

L3:

-1 + [2 x (M3)] = -2

4 + [(-1) x (M3)] = 9/2

2 + [4 x (M3)] = 0

3 + [0 x (M3)] = 3

Elementos da linha de pivotação

Elementos de L3

L2:

1 + [2 x (M2)] = 0

-1 + [(-1) x (M2)] = -1/2

2 + [4 x (M2)] = 0

-1 + [0 x (M2)] = -1

Elementos da linha de pivotação

Elementos de L2

⇨

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 & -1 \\ -2 & 9/2 & 0 & 3 \end{array}\right] \end{array}$$

⇨ **Escolhendo 9/2(L3,C2) como nosso PIVÔ:** ⇨ **M2 = 1/9** ⇨

⇨

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & -1/2 & 0 & -1 \\ \boxed{-2} & \boxed{9/2} & \boxed{0} & \boxed{3} \end{array}\right] \end{array}$$

L2:

0 + [(-2)x(M2)] = -2/9

-1/2 + [9/2x(M2)] = 0

0 + [0x(M2)] = 0

-1 + [3x(M2)] = -2/3

⇨

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ -2/9 & 0 & 0 & -2/3 \\ -2 & 9/2 & 0 & 3 \end{array}\right] \end{array}$$

⇨

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -1 & 4 & 0 \\ -2 & 9/2 & 0 & 3 \\ -2/9 & 0 & 0 & -2/3 \end{array}\right] \end{array}$$

Obs: como trocou-se as posições da colunas C1 e C3, asposições das variáveis X1,X2,X3 também mudou no sistema linear!

(Em vez de termos a ordem X1 X2 X3 temos X3 X2 X1 !)

⇦

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 4_{x3} & -1_{x2} & 2_{x1} & 0 \\ 0_{x3} & 9/2_{x2} & -2_{x1} & 3 \\ 0_{x3} & 0_{x2} & -2/9_{x1} & -2/3 \end{array}\right] \end{array}$$

⇨

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 9/2 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -2/9 & -2/3 \end{array}\right] \end{array}$$

MATRIZ TRIANGULARIZADA!

⇨ **Logo o sistema é compatível :**

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} C1 & C2 & C3 & C4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 9/2 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -2/9 & -2/3 \end{array}\right] \end{array}$$

Para: ⇨

X1 = 3

X2 = 2

X3 = 1

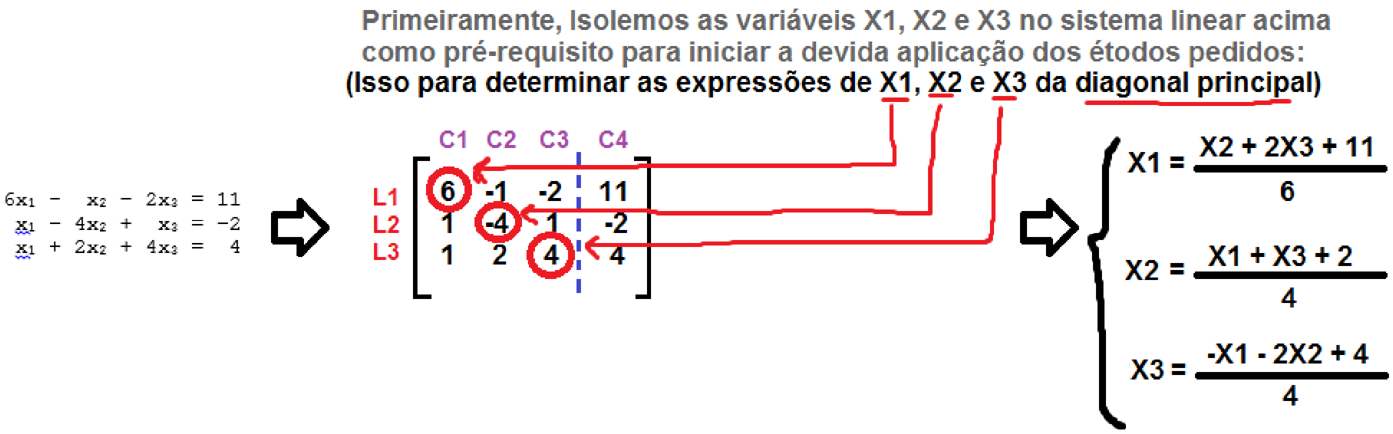
⇦ **Uma vez triangularizada após a pivotação completac podemos achar X1,X2 e X3 por substituição retroativa nos mesmos.**

4) **(3 pontos)** Resolva o sistema linear abaixo usando o ***Método de Jacobi*** e o ***Método de Gauss-Seidel***. Em ambos os casos, utilize $x_i = 0$ (i = 1, 2, 3) como solução inicial. Pare após calcular 4 soluções aproximadas. Calcule o ***determinante normalizado*** do sistema linear e diga se o sistema é bem condicionado.

$$\begin{aligned} 6x_1 - x_2 - 2x_3 &= 11 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 &= -2 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Solução – Do – Aluno:

1º: Para ambos os métodos pedidos precisamos achar inicialmente as expressões algébricas resultantes do isolamento das variáveis X1, X2 e X3 da diagonal principal do SL acima:



2º: Uma vez achadas as expressões, e tendo como Xi = 0(i = 1, 2, 3), mostremos as diferenças de cálculo das aproximações obtidas em cada método na primeira solução aproximada e a partir deste raciocínio calcular as outras 3 pedidas de forma organizada em uma tabela:

------ACHANDO A PRIMEIRA SOLUÇÃO APROXIMADA:------

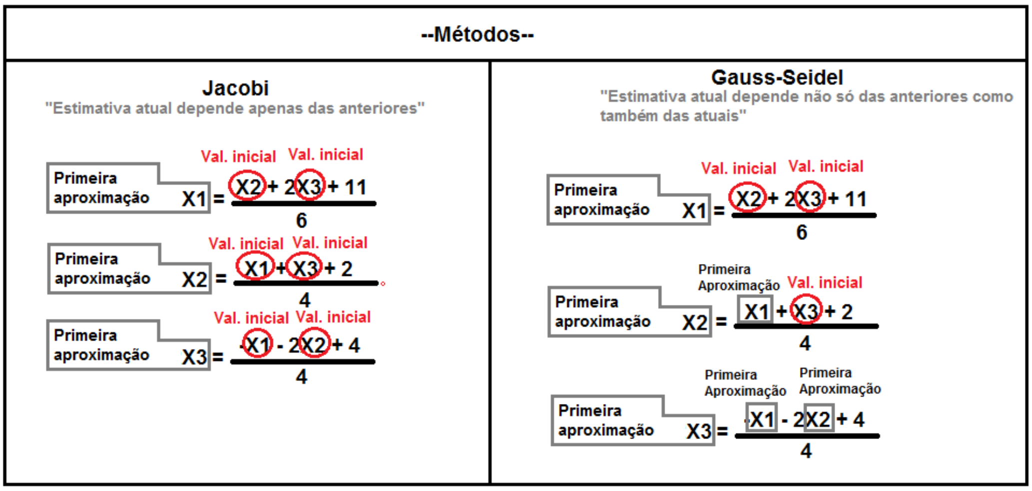
Para calcular as soluções aproximadas obtidas nesses métodos pecisamos de valores antecessores aqueles que visamos achar, como essa é a primeira leva de valores estimados as variáveis X1, X2 e X3 no SL é necessário que valores iniciais nos sejam dados para começarmos nossos cálculos, assim, considere a seguinte afirmação abaixo oferecida no enunciado da questão:

Xi = 0(i = 1, 2, 3)

$$\Downarrow$$

$$\left(X1o = 0 \quad X2o = 0 \quad X3o = 0 \right) \rightarrow \text{"Valores Iniciais (Xio)"}$$

Agora, conheçamos os mecanismos de cálculo de ambos os métodos:



Primeira aproximação = "Estimativa Atual"

Val. inicial = "Estimativa Anterior"

Calculemos então as primeiras soluções aproximadas:

--Métodos--	
Jacobi	**Gauss-Seidel**
$X1 = \frac{X2 + 2X3 + 11}{6} = \frac{0 + 2\cancel{*}0 + 11}{6} = \frac{11}{6} \cong 1{,}833333$	$X1 = \frac{X2 + 2X3 + 11}{6} = \frac{0 + 2\cancel{*}0 + 11}{6} = \frac{11}{6} \cong 1{,}833333$
$X2 = \frac{X1 + X3 + 2}{4} = \frac{0 + 0 + 2}{4} = \frac{2}{4} \cong 0{,}5$	$X2 = \frac{X1 + X3 + 2}{4} = \frac{1{,}833333 + 0 + 2}{4} = \frac{3{,}833333}{4} \cong 0{,}958333$
$X3 = \frac{-X1 - 2X2 + 4}{4} = \frac{0 - \cancel{(2*0)} + 4}{4} = \frac{4}{4} \cong 1$	$X3 = \frac{-X1 - 2X2 + 4}{4} = \frac{-1{,}833333 - 1{,}916666 + 4}{4} = \frac{0{,}250001}{4} \cong 0{,}062500$

//	--Métodos--					
//	Jacobi			Gauss-Seidel		
//	X1	X2	X3	X1	X2	X3
solução inicial(dada n/questão)	0	0	0	0	0	0
1ª Solução Aproximada (ou Estimativa Anterior da 2ª Sol.Aprox)	1,833333	0,5	1	1,833333	0,958333	0,062500
2ª Solução Aproximada (ou Estimativa Anterior da 3ª Sol.Aprox)	2,250000	1,208333	0,291666	2,013888	1,019097	-0,013020
3ª Solução Aproximada (ou Estimativa Anterior da 4ª Sol.Aprox)	2,131944	1,135416	-0,166666	1,998842	0,996455	0,002061
4ª Solução Aproximada (ou Estimativa Anterior da 5ª Sol.Aprox)	1,967013	0,991319	-0,100694	2,000096	1,000539	-0,000293
5ª Solução Aproximada Condição de parada(Após 4 soluções Aprox)	1,964988	0,966579	0,012586	1,999991	0,999924	0,000039

3º: Agora para o cálculo da DETERMINANTE NORMALIZADA e saber se o mesmo(SL) é bem condicionado:

Começemos pelo cálculo do determinante da matriz: $\begin{bmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 1 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -2 \\ 1 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -2 & 6 & -1 \\ 1 & -4 & 1 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = |-101 - (+16)| = |-117| = \boxed{117}$$

$$16 \xleftarrow{+} \{8,\ 12,\ -4\} \qquad \{-4,\ -1,\ -96\} \xrightarrow{+} -101$$

Agora, calculemos os "α" da matriz:

$$\alpha 1 = \sqrt{(6\text{^}2) + [(-1)\text{^}2] + [(-2)\text{^}2]} = \boxed{\sqrt{41}}$$

$$\alpha 2 = \sqrt{(1\text{^}2) + [(-4)\text{^}2] + (1\text{^}2)} = \boxed{\sqrt{18}}$$

$$\alpha 3 = \sqrt{(1\text{^}2) + (2\text{^}2) + (4\text{^}2)} = \boxed{\sqrt{21}}$$

$$\alpha 1 \times \alpha 2 \times \alpha 3 = \sqrt{41} \times \sqrt{18} \times \sqrt{21} = \boxed{\sqrt{15498}} \xrightarrow[\text{simplificando...}]{} 3\sqrt{1722}$$

Lembrando que o Determinante Normalizado de um Matriz Ax é calculado por:

$$\text{Norm(A)} = \frac{\text{Det(A)}}{\alpha 1 \times \alpha 2 \times \ldots \times \alpha n} = \frac{117}{3\sqrt{1722}} \underset{\div 3}{\overset{\div 3}{=}} \frac{39}{\sqrt{1722}} \cong 0{,}9398272507881657566\ldots$$

Após a possibilidade do cálculo do determinate normalizado ter sido feita e provada algebricamente conclúi-se que sim, é correto afirmar que o sistema linear é Bem Condicionado!

5) **(2 pontos)** Usando a transformação explicada em sala de aula, a partir do sistema linear complexo abaixo obtenha um sistema linear com coeficientes reais e aplique o ***Método de Gauss*** para resolvê-lo. Em seguida, calcule a solução do sistema linear abaixo e exiba sua solução.

$$
\begin{aligned}
x_1 + (2 - i)x_2 &= 8 - 2i \\
-x_1 + \quad 3x_2 &= 7 - i
\end{aligned}
$$

Solução – Do – Aluno:

1º: Segundo a transformação apresentada em sala o SL complexo mostrado acima converte-se ao seguinte SL de coeficientes reais:

$$
\begin{aligned}
x_1 + (2 - i)x_2 &= 8 - 2i \\
-x_1 + \quad 3x_2 &= 7 - i
\end{aligned}
\Rightarrow
\begin{aligned}
x1 + 0ix1 \quad 2x2 - ix2 &= 8 - 2i \\
-x1 + 0ix1 \quad 3x2 + 0ix2 &= 7 - i
\end{aligned}
$$

Segundo a transformação apresentada em sala, achemos as matrizes nos quais os termos M,N,c,d representam do SL complexo acima...

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Matriz coeficiente inteiros de X1 e X2

$$N = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz dos "coeficientes complexos" de X1 e X2

$$c = \begin{bmatrix} 8 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Matriz dos coeficientes inteiros do termo independente

$$d = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Matriz dos "coeficientes complexos" do termo independente

Juntando os termos "M, N, c, d" numa nova matriz...

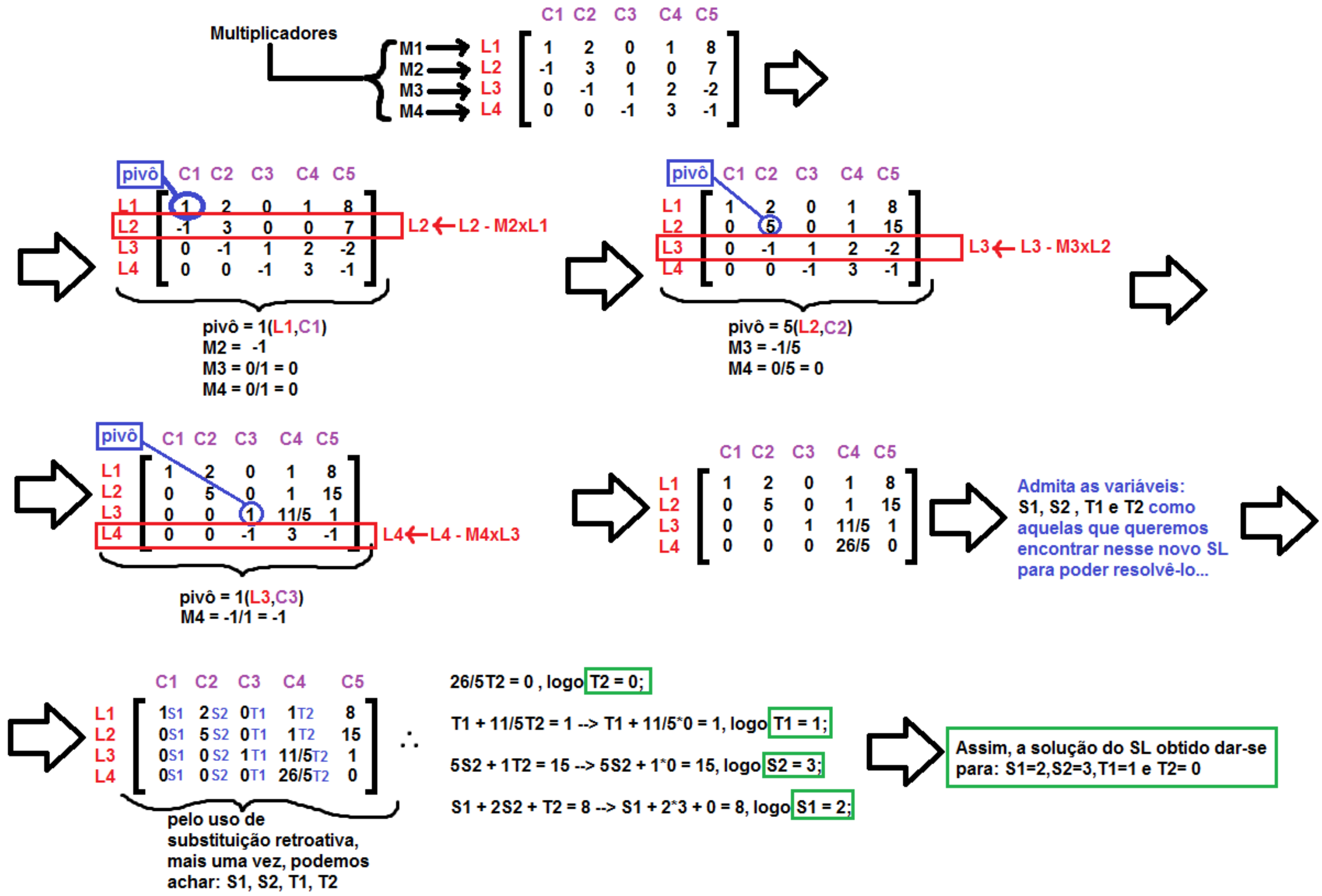
$$\begin{bmatrix} M & -N & c \\ N & M & d \end{bmatrix} \therefore$$

Substituindo-os cada por sua respectiva matriz...

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & -1 & 1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Temos uma matriz aumentada formada agora apenas de coeficientes REAIS !
(Como esperado obter-se a partir da transformação explicada em aula e agora, aqui usada)

2º: Após montada nossa matriz aumentada, e determinado que esta vem a partir de um novo SL transformado e com coeficientes somente do plano dos Reais podemos então aplicar o Método de Gauss para agora resolvê-la:



3º: Sabendo-se os valores de S1,S2, T1 e T2 podemos escrevê-los em função de x1 e x2 no SL complexo inicialmente apresentado:

$$x1 = S1 + T1*i$$

$$x2 = S2 + T2*i$$

4º: Substituindo os valores já encontrados de S1, S2, T1 e T2 nas relações acima encontramos:

$$x1 = 2 + 1i$$

$$x2 = 3 + 0i = 3$$

Que é **solução** do **SL complexo proposto inicialmente**!