Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
Coordenação de Matemática
Equações diferenciais
Primeira lista em 28/11/2011
Prof. Stálio

1. Encontre a solução do problema de valor inicial dado.

   a) $y^{'} + 2y = te^{-2t}$, $y(1) = 0$.

   b) $y^{'} + \left(\frac{2}{t}\right) y = \frac{\cos t}{t^2}$, $y(\pi) = 0$, $t > 0$.

   c) $y^{'} - 2y = e^{2t}$, $y(0) = 2$.

   d) $t^3 y^{'} + 4t^2 y = e^{-t}$, $y(-1) = 0$, $t > 0$.

2. Encontre o valor de y_0 para o qual a solução do problema de valor inicial

   $$y^{'} - y = 1 + 3\,\mathrm{sen}\,t,\ \ y(0) = y_0$$

   permanece finita quando $t \to \infty$.

3. Mostre que, se a e λ são constantes positivas e se b é qualquer número real, então toda solução da equação

   $$y^{'} + ay = be^{-\lambda t}$$

   tem a propriedade $\lim_{t\to\infty} y = 0$.

4. Para o problema de valor inicial

   $$y^{'} = \frac{3x^2 - e^x}{2y - 5},\ \ y(0) = 1$$

   a) Encontre a solução do problema de valor inicial em forma explicita.

   b) Desenhe o gráfico da solução.

   c) Determine, pelo menos aproximadamente, o intervalo no qual a solução está definida.

5. Resolva a equação

   $$\frac{dy}{dx} = \frac{ay + b}{cy + d}$$

   onde a, b, c e d são constantes.

6. Suponha que é investida uma quantia S_0 a uma taxa de rendimento anual r composto continuamente.

a) Encontre o tempo T necessário, em função de r para a qual a quantia original dobre o seu valor.

b) Determine T se $r = 7\%$.

c) Encontre a taxa de rendimento que tem que ser usado para que o investimento inicial dobre em 8 anos.

7. A população de mosquitos em determinada área cresce a uma taxa proporcional à população atual e, na ausência de outros fatores, a população dobra a cada semana. Existem inicialmente 200.000 mosquitos na área e os predadores (pássaros, morcegos, etc.) comem 20 mosquitos por dia. Determine a população de mosquitos na área em qualquer instante t.

8. Suponha que uma determinada população satisfaz o problema de valor inicial
$$\frac{dy}{dx} = r\left(t\right)y - k, \;\; y\left(0\right) = y_0$$
onde a taxa de crescimento $r\left(t\right)$ é dada por
$$r\left(t\right) = \frac{1 + \operatorname{sen} t}{5}$$
e k representa a taxa predatória.

a) Estime a população inicial crítica y_c abaixo da qual a população se torne extinta.

b) Escolha outros valores para k e encontre o y_c correspondente para cada um deles.

9. Suponha que a temperatura de uma xícara de café obedece à lei do resfriamento de Newton. Se o café estava a uma temperatura de $200°F$ ao ser colocado na xícara e, 1 minuto depois, esfriou para $190°F$ em uma sala a $70°F$, determine quando o café atinge a temperatura de $150°F$.

10. Sejam $v\left(t\right)$ e $w\left(t\right)$, respectivamente,as componentes horizontal e vertical da velocidade de uma bola de beisebol rebatida (ou jogada). Na ausência de resistência do ar,v e w satisfazem as equações diferenciais
$$\frac{dv}{dt} = 0 \text{ e } \frac{dw}{dt} = -g$$

a) Mostre que $v = u\cos A$ e $w = -gt + \operatorname{sen} A$, onde u é a velocidade inicial da bola e A é o ângulo inicial de elevação.

b) Sejam $x\left(t\right)$ e $y\left(t\right)$, respectivamente, as coordenadas horizontal e vertical da bola no instante t. Se $x\left(0\right) = 0$ e $y\left(0\right) = h$, encontre $x\left(t\right)$ e $y\left(t\right)$ em qualquer instante t.