

RETIFICADOR E FILTRO DE ENTRADA

1.1 - Retificadores monofásicos com filtro capacitivo

A estrutura do estágio de entrada de uma fonte chaveada *off-the-line* está apresentada na Fig. 1.1. D_1 , D_2 , D_3 e D_4 constituem um retificador monofásico de onda completa. C_1 e C_2 constituem o filtro de entrada. Quando V_{AC} é igual a 220V, S é colocada na posição 1; quando é igual a 110V, S ocupa a posição 2 e o circuito funciona como dobrador de tensão.

O retificador em questão, apesar de operar com elevada distorção harmônica da corrente de rede e baixo fator de potência, é muito empregado por ser de baixo custo, e deve ser bem entendido pelos engenheiros.

1.2 - Operação como retificador monofásico de onda completa

1.2.a - Método simplificado de análise

O método de análise descrito a seguir é simplificado, porém é útil no projeto dos componentes do circuito e normalmente empregado pelos engenheiros nos projetos dos equipamentos.

Vamos analisar o funcionamento com a chave S na posição 1. As formas de onda de V_C e i estão apresentadas na Fig. 1.2. No instante $t=t_1$ a tensão de entrada retificada iguala-se à tensão do capacitor. Durante o intervalo de tempo (t_1 , t_2) a tensão do capacitor é imposta pela tensão de alimentação e iguala-se a ela.

Durante este intervalo de tempo há transferência de energia elétrica da rede para o capacitor equivalente. Para simplificar a nossa análise, vamos admitir que a corrente durante o intervalo (t_1, t_2) seja constante. A partir do instante $t=t_2$, a tensão de entrada decresce mais depressa que a tensão do capacitor e os diodos da ponte retificadora se bloqueiam.

Durante o intervalo de tempo compreendido entre t_2 e $\pi+t_1$ a carga é alimentada pelo capacitor e nenhuma corrente é extraída da rede de corrente alternada de entrada.

Seja o capacitor equivalente C , dado pela expressão (1.1).

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (1.1)$$

Seja a expressão (1.2), que representa a energia transferida da rede para o capacitor equivalente durante o intervalo de tempo (t_1, t_2) .

$$\frac{W_{in}}{2} = \frac{1}{2} C (V_{pk}^2 - V_{Cmin}^2) \quad (1.2)$$

Seja a energia transferida por C à carga R a cada período da rede, representada pela expressão (1.3).

$$W_{in} = \frac{P_{in}}{f} \quad (1.3)$$

Seja a expressão (1.4).

$$V_{Cmin} = V_{pk} \cos(2\pi f t_c) \quad (1.4)$$

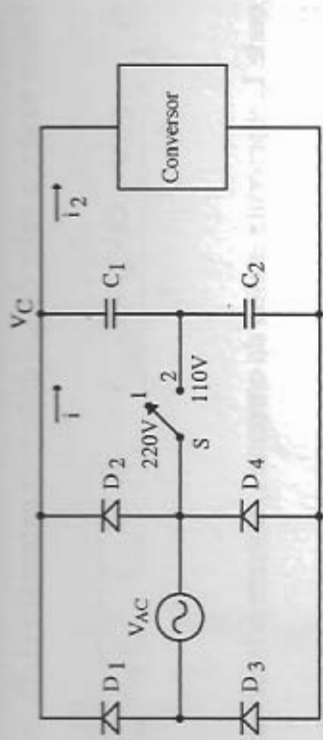


Fig. 1.1: Retificador monofásico a diodo com filtro capacitivo.

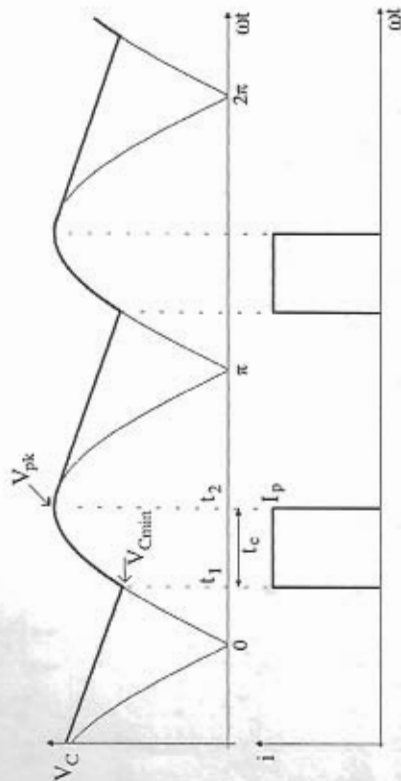


Fig. 1.2: Tensão e Corrente nos Capacitores (C equivalente).

Assim:

$$t_c = \frac{\arccos(V_{Cmin}/V_{pk})}{2\pi f} \quad (1.5)$$

t_c - intervalo de condução dos diodos ou tempo de recarga de C .

Seja a quantidade de carga elétrica transferida ao capacitor equivalente durante o intervalo de tempo t_c , dada pela expressão (1.6).

$$\Delta Q = I_p t_c = C \Delta V \quad (1.6)$$

Desse modo, o valor de I_p é dado pela expressão (1.7).

$$I_p = \frac{CAV}{t_c} = \frac{C(V_{pk} - V_{Cmin})}{t_c} \quad (1.7)$$

onde I_p representa o pico da corrente i , durante o intervalo t_c .

Igualando-se (1.2) e (1.3) obtém-se:

$$C(V_{pk}^2 - V_{Cmin}^2) = \frac{P_{in}}{f} \quad (1.8)$$

Assim:

$$C = \frac{P_{in}}{f(V_{pk}^2 - V_{Cmin}^2)} \quad (1.9)$$

Com a expressão (1.9) pode-se calcular o valor do capacitor equivalente necessário para atender uma determinada especificação de ondulação na saída.

Sejam as seguintes definições:

$I_{C_{ef}}$ - valor eficaz da componente alternada da corrente i ;

I_{med} - valor médio da corrente i ;

I_{ef} - valor eficaz da corrente i .

A relação entre essas correntes é definida pela expressão (1.10).

$$I_{ef}^2 = I_{med}^2 + I_{C_{ef}}^2 \quad (1.10)$$

Assim:

$$I_{C_{ef}} = \sqrt{I_{ef}^2 - I_{med}^2} \quad (1.11)$$

Mas:

$$I_{med} = I_p \frac{2t_c}{T} \quad (1.12)$$

$$I_{ef} = I_p \sqrt{\frac{2t_c}{T}} \quad (1.13)$$

Assim:

$$I_{C_{ef}} = \sqrt{I_p^2 \frac{2t_c}{T} - I_p^2 \left(\frac{2t_c}{T}\right)^2} \quad (1.14)$$

Portanto,

$$I_{C_{ef}} = I_p \sqrt{2t_c f - (2t_c)^2} \quad (1.15)$$

No capacitor circula apenas a componente alternada da corrente i , que produz perdas na sua Resistência Série Equivalente - (RSE), provocando aquecimento. Essas perdas devem ser calculadas.

A corrente que o capacitor fornece ao estágio seguinte possui uma componente alternada de alta frequência que também provoca perdas. Tal corrente tem a forma representada na Fig. 1.3 e o seu valor eficaz é calculado como segue, a partir da expressão (1.16).

$$P_{in} = I_{pk} V_{Cmin} D \quad (1.16)$$

Onde $D = \frac{T_{on}}{T_s}$ representa a razão cíclica.

A partir da expressão (1.16) obtém-se a expressão (1.17).

$$I_{pk} = \frac{P_{in}}{V_{Cmin}} D \quad (1.17)$$

Para $D_{max} = 0,5$ obtém-se a expressão (1.18).

$$I_{pk} = \frac{2P_{in}}{V_{Cmin}} \quad (1.18)$$

O valor eficaz para $D = 0,5$ da corrente drenada pela carga alimentada pelo capacitor é dado pela expressão (1.19).

$$I_{2ef} = \frac{I_{pk}}{2} = \frac{P_{in}}{V_{Cmin}} \quad (1.19)$$

Onde:

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} \quad (1.20)$$

P_{out} - potência de saída da fonte;
 η - rendimento.

Assim a corrente eficaz total no capacitor equivalente é dada pela relação (1.21).

$$I_{Cef} = \sqrt{I_{2cf}^2 + I_{C1ef}^2} \quad (1.21)$$

As correntes média e eficaz em um diodo são dadas pelas relações (1.22) e (1.23) respectivamente.

$$I_{Dmed} = \frac{P_{in}}{2V_{Cmin}} \quad (1.22)$$

$$I_{Def} = I_p \sqrt{\frac{t_c}{T}} \quad (1.23)$$

A tensão de pico reversa em um diodo é igual a V_{pk} .

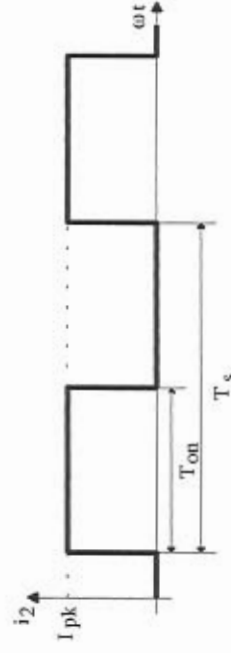


Fig. 1.3: Corrente cedida pelo estágio de entrada.

Com as expressões deduzidas ao longo desta seção, pode-se dimensionar os parâmetros de um retificador para atender uma determinada especificação. Um exemplo de cálculo é dado a seguir.

1.2.b - Exemplo Numérico

Seja o estágio de entrada de uma fonte chaveada, com as seguintes especificações. Calcular os parâmetros do retificador de entrada.

$$V_{AC} = 117V ; V_{ACmin} = 99V ; V_{ACmax} = 135V$$

$$f = 60Hz ; V_{Cmin} = 100V ; \eta = 0,7 ; P_{out} = 70W$$

Os cálculos passo a passo são feitos como segue.

$$a) \quad P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} = \frac{70}{0,7} = 100W$$

$$b) \quad C = \frac{P_{in}}{f(V_{pk}^2 - V_{Cmin}^2)}$$

$$V_{pk} = \sqrt{2} V_{ACmin} = \sqrt{2} \cdot 99 = 140V$$

Considerando-se as quedas de tensão nos diodos vamos adotar:

$$V_{pk} = 135V$$

Assim:

$$\Delta V = V_{pk} - V_{Cmin} = 135 - 100 = 35V$$

$$C = \frac{100}{60 \cdot (135^2 - 100^2)} \cong 203\mu F$$

$$C_1 = C_2 = 406\mu F$$

$$c) \quad t_c = \frac{\arccos(V_{Cmin}/V_{pk})}{2\pi f} = \frac{\arccos(100/135)}{2\pi \cdot 60} = 1,954ms$$

$$d) \quad I_p = \frac{C \Delta V}{t_c} = \frac{203 \cdot 10^{-6} \cdot 35}{1,954 \cdot 10^{-3}} = 3,64A$$

$$e) \quad 2t_c f = 2 \cdot 1,954 \cdot 10^{-3} \cdot 60 = 0,2345$$

$$I_{C1ef} = I_p \sqrt{2t_c f - (2t_c f)^2} = 3,64 \sqrt{0,2345 - 0,2345^2} = 1,54A$$

$$f) \quad I_{2ef} = \frac{P_{in}}{V_{Cmin}} = \frac{100}{100} = 1A$$

$$g) \quad I_{Cef} = \sqrt{I_{2ef}^2 + I_{C1ef}^2} = \sqrt{1^2 + 1,54^2} = 1,84A$$

$$h) \quad I_{Def} = I_p \sqrt{\frac{t_c}{T}} = 3,64 \sqrt{\frac{1,954 \cdot 10^{-3}}{16,666 \cdot 10^{-3}}} = 1,25A$$

$$i) \quad I_{Dmed} = \frac{P_{in}}{2V_{Cmin}} = \frac{100}{2 \cdot 100} = 0,5A$$

$$j) \quad V_{Dmax} = V_{pkmax} = \sqrt{2} V_{ACmax} = \sqrt{2} \cdot 135 \cong 191V$$

$$k) \quad I_{Dp} = I_p = 3,64A$$

1.2.c - Análise detalhada da forma da corrente de entrada.

Para uma análise mais detalhada do comportamento da corrente de entrada do conversor em questão, vamos primeiramente descrever as etapas de operação.

O primeiro estágio de operação está representado na Fig. 1.4.a. Ele é iniciado no momento em que $\omega t = \theta_3$. Os diodos D_2 e D_3 conduzem e as correntes são relacionadas pela expressão (1.24). Este intervalo de operação termina quando $\omega t = \pi/2$.

$$i_1 = i_C + i_R \quad (1.24)$$

Durante a segunda etapa de operação, para $\pi/2 < \omega t < \theta_2$, como está representado na Fig. 1.4.b, a corrente no capacitor se inverte e ele começa a se descarregar. As correntes são relacionadas pela expressão (1.25).

$$i_R = i_C + i_1 \quad (1.25)$$

O terceiro estágio de operação, para o intervalo $\theta_2 < \omega t < \theta_1$, está representado na Fig. 1.4.c. A tensão de entrada V_{AC} é menor que a tensão V_C do capacitor de filtragem. Todos os diodos da ponte retificadora encontram-se bloqueados. A carga é alimentada pelo capacitor de filtragem equivalente.

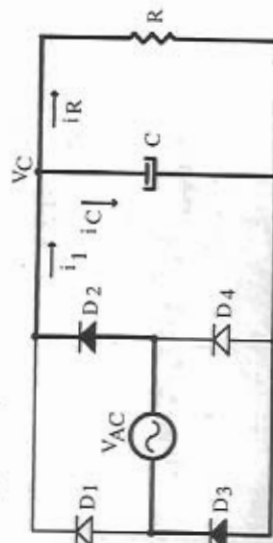


Fig. 1.4.a: Etapa de operação para $\theta_3 < \omega t < \pi/2$.

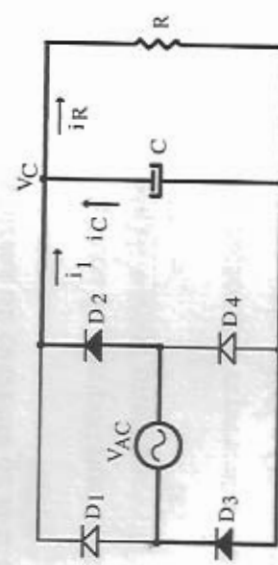


Fig. 1.4.b: Etapa de operação para $\pi/2 < \omega t < \theta_2$.

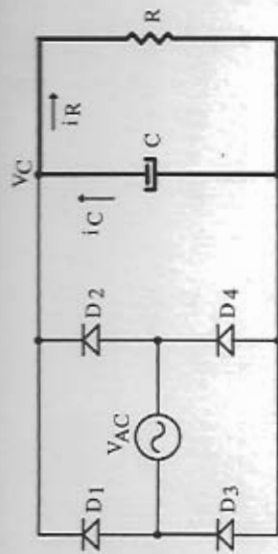


Fig. 1.4.c: Etapa de operação para $\theta_2 < \omega t < \theta_1$.

As formas de onda das grandezas mais importantes estão mostradas na Fig. 1.5.

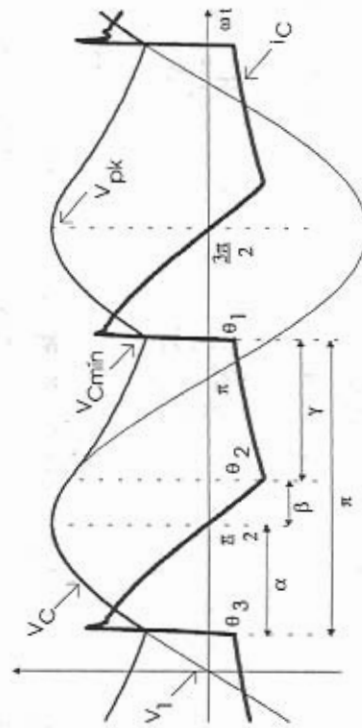


Fig. 1.5: Formas de onda do retificador monofásico de onda completa com filtro capacitivo.

Durante o intervalo de tempo em que os diodos conduzem, colocando a fonte de alimentação em contato com o capacitor de filtragem e a carga, a corrente no capacitor é dada pela expressão (1.26).

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt} = \omega C \frac{dV_C}{\omega dt} \quad (1.26)$$

Mas,

$$V_C = V_{pk} \sin \theta \quad (1.27)$$

Assim:

$$i_C = \omega C V_{pk} \cos \theta \quad (1.28)$$

A expressão (1.28) é muito interessante. Ela indica que a corrente no capacitor no intervalo (θ_3, θ_2) tem a forma cosenoidal, e não retangular como foi admitido no método de análise simplificado apresentado anteriormente.

Se os parâmetros forem combinados de modo que a tensão do capacitor de filtragem tenha pouca ondulação (menor que 20%), a corrente no resistor de carga pode ser considerada constante, e dada pela expressão (1.29).

$$i_R = \frac{V_{pk}}{R} \quad (1.29)$$

Com as expressões (1.24), (1.28) e (1.29) obtém-se a expressão (1.30), que representa a corrente fornecida pela fonte.

$$i_1 = \omega C V_{pk} \cos \theta + \frac{V_{pk}}{R} \quad (1.30)$$

No momento em que $\omega t = \theta_2$, a corrente i_1 atinge zero. Desse modo, a partir da expressão (1.30), obtém-se a relação (1.31).

$$0 = \omega C V_{pk} \cos \theta_2 + \frac{V_{pk}}{R} \quad (1.31)$$

Assim:

$$\cos \theta_2 = -\frac{1}{\omega R C} \quad (1.32)$$

O método recém-apresentado mostra que a corrente de entrada não é retangular, mas que pode ser representada como uma triangular. Como a carga elétrica transferida ao capacitor é a mesma, deve-se concluir que a corrente de pico é o dobro daquela prevista pelo método simplificado.

1.2.d - Verificação por Simulação

Empregando o programa de simulação PSpice, foi simulado o circuito representado na Fig. 1.6, em regime permanente, com os parâmetros apresentados a seguir.

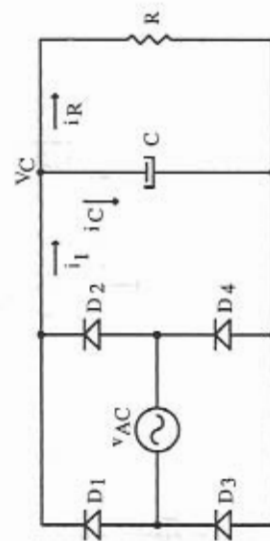


Fig. 1.6: Circuito Simulado.

$$V_{AC}(t) = \sqrt{2} \cdot 99 \sin(377t)$$

$$C = 203 \mu F$$

$$R = 100 \Omega$$

Os resultados da simulação estão mostrados na Fig. 1.7. A partir deles são obtidos os valores apresentados a seguir.

$$V_{pk} \approx 140V$$

$$V_{Cmin} \approx 102V$$

$$t_c = 2,1ms$$

$$I_{pico} \approx 8,0A$$

$$I_{med} \approx 1,0A$$

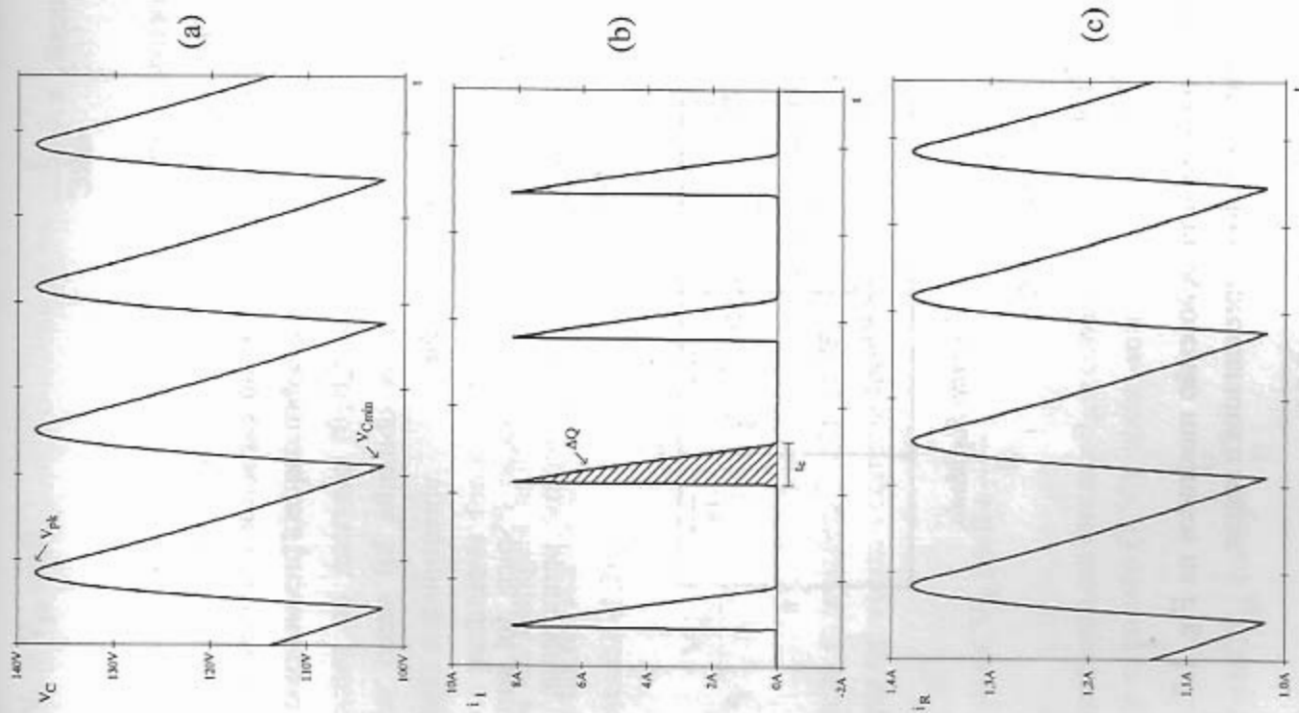


Fig. 1.7 (a),(b),(c): Resultados da Simulação do Circuito da Fig. 1.6.

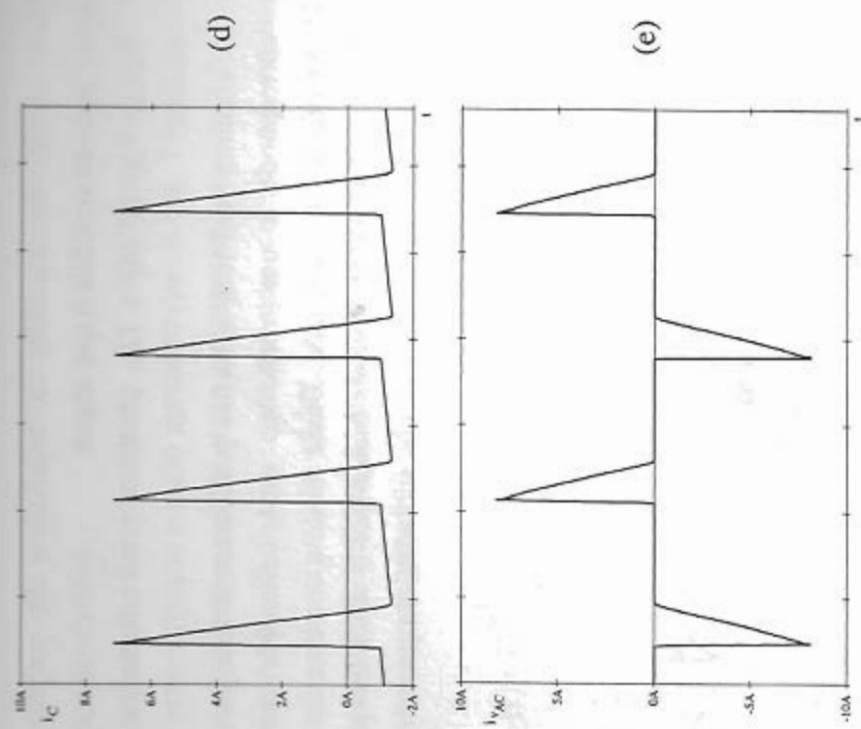


Fig. 1.7 (d), (e): Resultados da Simulação do Circuito da Fig. 1.6.

A carga recebida pelo capacitor a cada meio período será:

$$\Delta Q = \frac{I_{\text{pico}} t_c}{2} = \frac{7,5 \cdot 2,1 \cdot 10^{-3}}{2} \approx 7,9 \text{mC}$$

A carga ΔQ prevista no projeto é a seguinte:

$$\Delta Q = t_c I_p = 1,954 \cdot 10^{-3} \cdot 3,644 \approx 7,12 \text{mC}$$

Desse modo, comparando os resultados de projeto com a simulação, pode-se concluir o que segue:

- V_{Cmin} , V_{pk} , t_c , ΔQ e I_{med} possuem praticamente os mesmos valores;
- A corrente real tem a forma praticamente triangular, o que corresponde a um trecho de uma cossenoide prevista na segunda análise realizada. Desse modo a corrente de pico real é aproximadamente 2 vezes maior que o valor teórico obtido com as hipóteses simplificativas adotadas na primeira análise apresentada anteriormente.

$$\Delta Q = \frac{I_{pico} t_c}{2} = I_p t_c$$

$$I_{pico} \cong 2I_p$$

I_{pico} - valor obtido por simulação.

I_p - valor obtido admitindo uma corrente retangular.

Resultados experimentais obtidos em laboratório confirmam a validade das conclusões acima expostas.

1.3 - Análise detalhada do retificador monofásico com filtro capacitivo

1.3.a - Cálculo dos parâmetros do circuito

O método de análise descrito anteriormente é simplificado e muito empregado em projetos. No entanto, quando o valor de V_{Cmin} é muito diferente do valor de pico da tensão de alimentação, esse método introduz erros apreciáveis nos cálculos. Nesta seção é apresentado um

método preciso, que pode ser empregado para qualquer combinação paramétrica do circuito.

As etapas de funcionamento do circuito em questão foram descritas anteriormente e estão apresentadas na Fig. 1.4. As formas de onda relevantes para a análise estão representadas na Fig. 1.8.

No intervalo (θ_3, θ_2) , a corrente que circula no capacitor é representada pela expressão (1.33). A tensão do capacitor, igual à tensão da fonte de entrada, é dada pela expressão (1.34). A partir delas, obtém-se a expressão (1.36).

$$i_c(t) = C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (1.33)$$

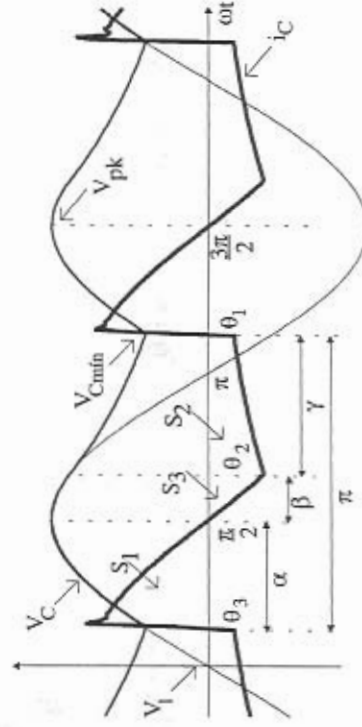


Fig. 1.8: Formas de onda para o retificador monofásico com filtro capacitivo.

$$V_c(\theta) = V_{pk} \sin \theta \quad (1.34)$$

$$i_c(\theta) = \omega C \frac{dV_c(\theta)}{d\theta} \quad (1.35)$$

$$i_c(\theta) = \omega C V_{pk} \cos \theta \quad (1.36)$$

A expressão (1.36) é válida durante o intervalo de tempo em que os diodos conduzem.

Seja o ângulo $\theta = \theta_2$. Por inspeção estabelece-se a expressão (1.37).

$$i_C(\theta_2) = i_R(\theta_2) \quad (1.37)$$

$$i_C(\theta_2) = -\omega C V_{pk} \cos \theta_2 \quad (1.38)$$

Mas

$$i_R(\theta_2) = \frac{V_{pk}}{R} \sin \theta_2 \quad (1.39)$$

Assim:

$$-\omega C V_{pk} \cos(\theta_2) = \frac{V_{pk}}{R} \sin \theta_2 \quad (1.40)$$

ou

$$\operatorname{tg} \theta_2 = -\omega RC \quad (1.41)$$

Portanto,

$$\theta_2 = \pi + \operatorname{tg}^{-1}(-\omega RC) \quad (1.42)$$

Seja o ângulo $\theta = \theta_1$. Desse modo,

$$V_{Cmin} = V_{pk} \sin(\theta_1 - \pi) \quad (1.43)$$

$$\sin(\theta_1 - \pi) = \frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \quad (1.44)$$

Assim:

$$\theta_1 = \pi + \sin^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \right) \quad (1.45)$$

De acordo com a Fig. 1.8, valem as relações descritas a seguir:

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} - \theta_1 \quad (1.46)$$

$$\beta = \theta_2 - \frac{\pi}{2} \quad (1.47)$$

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad (1.48)$$

Em regime permanente, o valor médio da corrente no capacitor é nulo. Assim, a partir da Fig. 1.8 obtém-se a relação (1.49).

$$S_1 = |S_2| + |S_3| \quad (1.49)$$

S_1 , S_2 e S_3 representam as áreas apresentadas na Fig. 1.8, que por sua vez representam cargas elétricas envolvidas na carga e na descarga do capacitor em um período de funcionamento.

A área S_1 é calculada a partir da expressão (1.50).

$$S_1 = \int_{\frac{\pi-\alpha}{2}}^{\frac{\pi}{2}} i_C(\theta) d\theta \quad (1.50)$$

$$S_1 = \int_{\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \omega CV_{pk} \cos \theta d\theta \quad (1.51)$$

$$S_1 = \omega CV_{pk} \sin \theta \Big|_{\frac{\pi}{2}-\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \quad (1.52)$$

$$S_1 = \omega CV_{pk} \left[\sin \left(\frac{\pi}{2} \right) - \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) \right] \quad (1.53)$$

$$S_1 = \omega CV_{pk} (1 - \cos \alpha) \quad (1.54)$$

A área S_2 é calculada a partir da expressão (1.55).

$$S_2 = \int_0^{\theta_1-\theta_2} \frac{V_C(\theta)}{R} d\theta \quad (1.55)$$

$$V_C(\theta) = V_C(\theta_2) e^{\frac{\theta}{\omega RC}} \quad (1.56)$$

$$V_C(\theta_2) = V_{pk} \cos \beta \quad (1.57)$$

Assim:

$$V_C(\theta) = V_{pk} \cos \beta e^{\frac{\theta}{\omega RC}} \quad (1.58)$$

$$S_2 = \int_0^{\theta_1-\theta_2} \frac{V_{pk} \cos \beta}{R} e^{\frac{\theta}{\omega RC}} d\theta \quad (1.59)$$

$$S_2 = - \frac{\omega RC V_{pk} \cos \beta}{R} e^{\frac{\theta}{\omega RC}} \Big|_0^{\theta_1-\theta_2} \quad (1.60)$$

Portanto, a expressão final da área S_2 é dada por (1.61).

$$S_2 = \frac{\omega RC V_{pk} \cos \beta}{R} \left[1 - e^{-\frac{\theta_1-\theta_2}{\omega RC}} \right] \quad (1.61)$$

A área S_3 é calculada a partir da expressão (1.62). No intervalo β a corrente $i_C(\theta)$ é considerada linear.

$$S_3 = \frac{i_C(\theta_2) \beta}{2} \quad (1.62)$$

$$S_3 = \frac{\beta V_{pk} \cos \beta}{2R} \quad (1.63)$$

A expressão (1.63) representa o módulo da área S_3 .

As expressões das áreas deduzidas são substituídas na expressão (1.64).

$$S_1 = |S_2| + |S_3| \quad (1.64)$$

Assim:

$$\omega CV_{pk} (1 - \cos \alpha) = \frac{\omega RC V_{pk} \cos \beta}{R} \left[1 - e^{-\frac{\theta_1-\theta_2}{\omega RC}} \right] + \frac{V_{pk} \beta \cos \beta}{2R} \quad (1.65)$$

Portanto:

$$\omega RC(1 - \cos \alpha) - \omega RC \cos \beta \left[1 - e^{-\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{\omega RC}} \right] - \frac{\beta \cos \beta}{2} = 0 \quad (1.66)$$

Mas

$$\theta_1 - \theta_2 = \gamma \quad (1.67)$$

Assim, com (1.67) e (1.48) obtém-se (1.68).

$$\theta_1 - \theta_2 = \pi - \alpha - \beta \quad (1.68)$$

Levando (1.68) em (1.66) obtém-se a expressão (1.69).

$$\omega RC(1 - \cos \alpha) - \frac{\beta \cos \beta}{2} - \omega RC \cos \beta \left[1 - e^{-\frac{(\pi - \alpha - \beta)}{\omega RC}} \right] = 0 \quad (1.69)$$

Onde,

$$\alpha = \frac{3\pi}{2} - \theta_1 = \frac{3\pi}{2} - \pi - \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \right) \quad (1.70)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \right) \quad (1.71)$$

Do mesmo modo,

$$\beta = \theta_2 - \frac{\pi}{2} = \pi + \text{tg}^{-1}(-\omega RC) - \frac{\pi}{2} \quad (1.72)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \text{tg}^{-1}(-\omega RC) \quad (1.73)$$

Com as expressões (1.69), (1.71) e (1.73), pode-se gerar numericamente uma curva que represente $\omega RC = f(V_{Cmin}/V_{pk})$, como está representado na Fig. 1.9. Com ela pode-se determinar o valor de C, desde que sejam conhecidos R, V_{Cmin} , V_{pk} e ω .

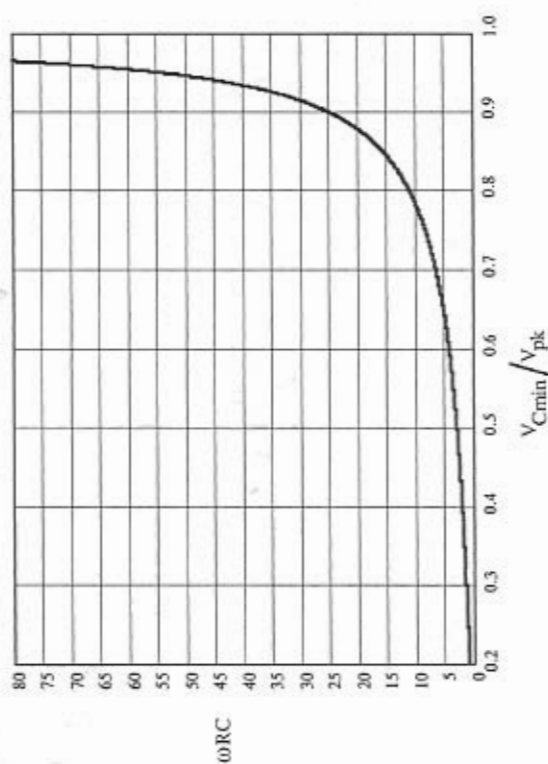


Fig. 1.9: Representação da função ωRC versus V_{Cmin}/V_{pk} para o retificador monofásico de onda completa.

Seja um exemplo de cálculo do capacitor com o emprego da curva representada na Fig. 1.9, como segue.

$$\begin{aligned} V_{pk} &= 310V & \omega &= 377 \text{ rad/s} \\ V_{Cmin} &= 279V & R &= 100\Omega \end{aligned}$$

Da curva, para $\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} = 0.9$, obtém-se $\omega RC \approx 25$. Assim:

$$C = \frac{25}{377 \cdot 100} = 663 \mu F$$

1.3.b - Cálculo do valor eficaz da corrente no capacitor de filtragem

No intervalo (θ_3, θ_2) , a corrente no capacitor é dada pela expressão (1.74).

$$i_{C_1}(\theta) = \omega C V_{pk} \cos \theta \quad (1.74)$$

No intervalo (θ_2, θ_1) , a corrente i_C é dada pela expressão (1.75).

$$i_{C_2}(\theta) = i_R(\theta) = \frac{V_C(\theta)}{R} = \frac{V_C(\theta_2)}{R} e^{-\frac{\theta}{\omega RC}} \quad (1.75)$$

Mas

$$V_C(\theta_2) = V_{pk} \cos \beta \quad (1.76)$$

Assim:

$$i_{C_2}(\theta) = \frac{V_{pk}}{R} \cos \beta e^{-\frac{\theta}{\omega RC}} \quad (1.77)$$

Sejam as correntes eficazes nos dois intervalos dadas por (1.78) e (1.79).

$$i_{C_1}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_3}^{\theta_2} \left(\frac{\omega R C V_{pk}}{R} \cos \theta \right)^2 d\theta \quad (1.78)$$

$$i_{C_2}^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\theta_1 - \theta_2} \left(\frac{V_{pk}}{R} \cos \beta \right)^2 e^{-\frac{2\theta}{\omega RC}} d\theta \quad (1.79)$$

Assim:

$$\left(\frac{R i_{C_1}}{V_{pk}} \right)^2 = I_{C_1}^2 = \frac{(\omega RC)^2}{\pi} \int_{\theta_3}^{\theta_2} \cos^2 \theta d\theta \quad (1.80)$$

$$\left(\frac{R i_{C_2}}{V_{pk}} \right)^2 = I_{C_2}^2 = \frac{\cos^2 \beta}{\pi} \int_0^{\theta_1 - \theta_2} e^{-\frac{2\theta}{\omega RC}} d\theta \quad (1.81)$$

Onde:

$$\theta_1 = \pi + \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \right) \quad (1.82)$$

$$\theta_2 = \pi + \text{tg}^{-1}(-\omega RC) \quad (1.83)$$

$$\theta_3 = \frac{\pi}{2} - \alpha = \text{sen}^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{pk}} \right) \quad (1.84)$$

A corrente eficaz resultante no capacitor é dada pela expressão (1.85).

$$I_{Cef} = \sqrt{I_{C_1}^2 + I_{C_2}^2} \quad (1.85)$$

A solução analítica do sistema de equações acima é provavelmente inexistente. O método numérico é recomendado, dele resultando a curva mostrada na Fig. 1.10.

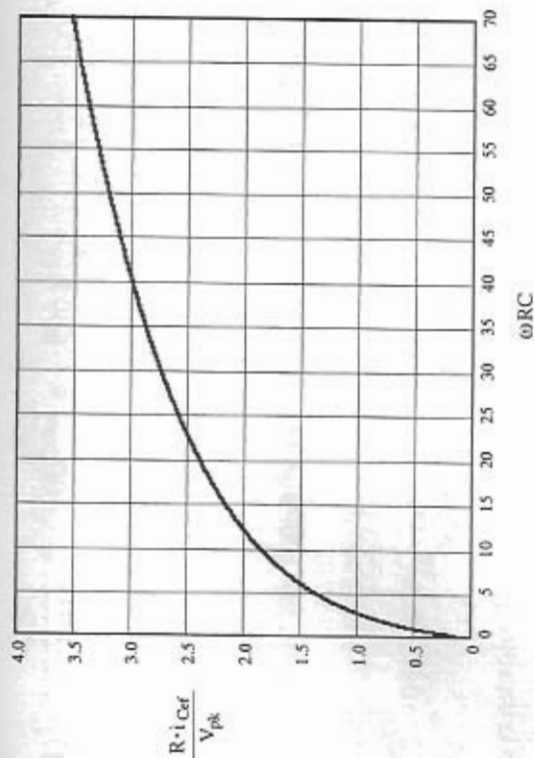


Fig. 1.10: Valor eficaz parametrizado da corrente no capacitor.

Com ela, conhecidos os valores de ω , C , R , e V_{pk} , determina-se o valor eficaz da corrente no capacitor.

1.3.c - Exemplo numérico

Seja o retificador de onda completa, monofásico com filtro capacitivo, com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} V_{pk} &= 311V & \omega &= 377 \text{ rad/s} \\ C &= 100\mu F & R &= 159\Omega \end{aligned}$$

Assim, $\omega RC = 377 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \cdot 159 \approx 6$. A partir da Fig. 1.10, com

$$\omega RC = 6, \text{ obtém-se } \frac{i_{Cef} R}{V_{pk}} = 1,5.$$

$$\text{Assim: } i_{Cef} = \frac{1,5 \cdot 311}{159} \approx 3,00A.$$

1.4 - Operação do retificador monofásico como Dobrador de Tensão

1.4.a - Descrição do funcionamento

Neste caso a chave S é colocada na posição 2, como está representado na Fig. 1.11. Durante o semiperíodo positivo da rede, apenas o capacitor C_1 recebe energia pela condução de D_1 . Durante o semiperíodo negativo, apenas C_2 recebe energia da rede pela condução de D_3 . Assim, durante o semiperíodo positivo, V_{C1} alcança a tensão de pico da rede. O mesmo acontece com V_{C2} durante o semiperíodo negativo.

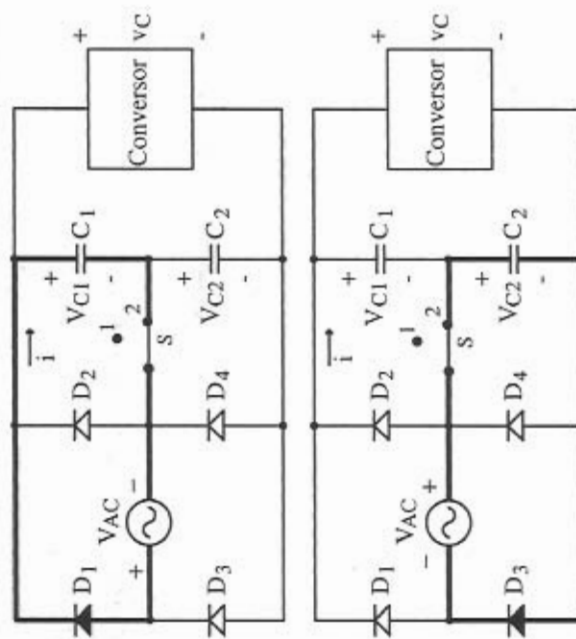


Fig. 1.11: Operação como Dobrador de Tensão.

As formas de onda das diversas tensões envolvidas na retificação e na filtragem estão representadas na Fig. 1.12.

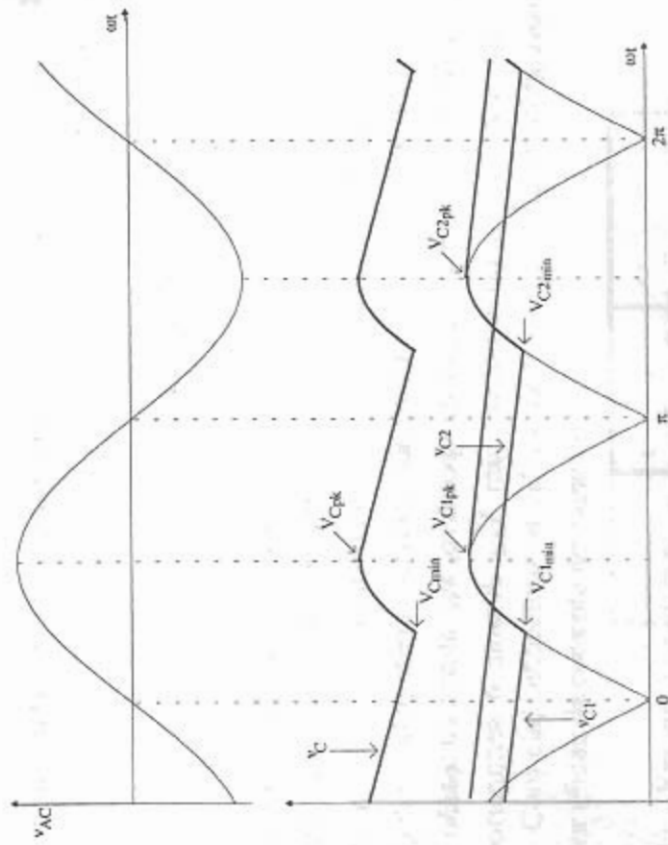


Fig. 1.12: Tensões para operação como dobrador de tensão.

Seja o desenvolvimento que segue:

$$V_{C1min} = V_{C1min} + \frac{V_{C2min} + V_{C2pk}}{2} \quad (1.86)$$

$$V_{C1min} = V_{C2min} \quad (1.87)$$

$$V_{C1pk} = V_{C2pk} \quad (1.88)$$

$$V_{C1min} = \frac{2V_{Cmin} - V_{C1pk}}{3} \quad (1.89)$$

A energia que cada capacitor deve fornecer a cada meio período é dada pela expressão (1.90):

$$\frac{W_{in}}{2} = \frac{1}{2} C_1 (V_{C1pk}^2 - V_{C1min}^2) \quad (1.90)$$

$$W_{in} = \frac{P_{in}}{f} \quad (1.91)$$

Assim:

$$C_1 = C_2 = \frac{P_{in}}{f(V_{C1pk}^2 - V_{C1min}^2)} \quad (1.92)$$

A forma de onda de corrente na saída da ponte de diodos está representada na Fig. 1.13. Seja a análise que segue, feita para a máxima potência de carga e mínima tensão de entrada.

$$V_{C1min} = V_{C1pk} \cos(2\pi f t_c) \quad (1.93)$$

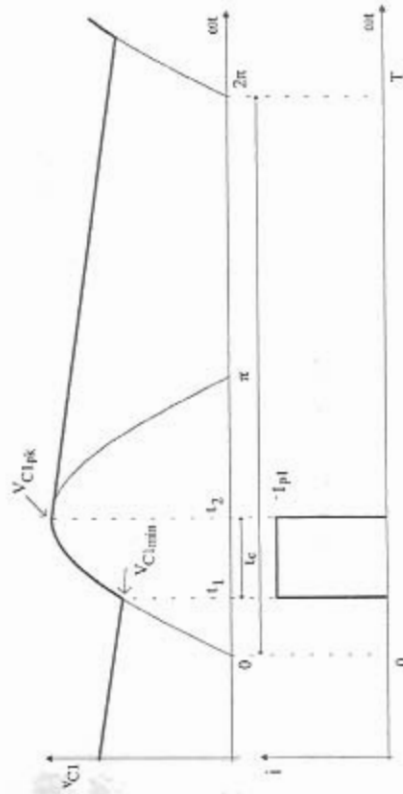


Fig. 1.13: Corrente de saída do retificador.

Assim:

$$t_c = \frac{\arccos(V_{C_{\min}}/V_{C_{\max}})}{2\pi f} \quad (1.94)$$

Considerando uma corrente de forma retangular na saída do retificador obtém-se:

$$\Delta Q_1 = I_{pl} t_c = C_1 \Delta V_1 \quad (1.95)$$

$$I_{pl} = \frac{C_1 \Delta V_1}{t_c} = \frac{C_1 (V_{C_{\max}} - V_{C_{\min}})}{t_c} \quad (1.96)$$

$$I_{\text{med1}} = I_{pl} t_c f \quad (1.97)$$

I_{med1} - valor médio da corrente i.

$$I_{ef1}^2 = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} I_{pl}^2 dt = I_{pl}^2 \frac{t_c}{T} \quad (1.98)$$

$$I_{ef1} = I_{pl} \sqrt{t_c f} \quad (1.99)$$

I_{ef1} - valor eficaz da corrente i.

$$I_{C_{ef}} = \sqrt{I_{ef1}^2 - I_{\text{med1}}^2} \quad (1.100)$$

$I_{C_{ef}}$ - valor eficaz da corrente (alternada) em um capacitor.

$$I_{C_{ef}} = I_{pl} \sqrt{t_c f - (t_c f)^2} \quad (1.101)$$

A corrente que o capacitor fornece ao estágio seguinte possui uma componente alternada de alta frequência que também provoca perdas. Tal corrente tem a forma representada na Fig. 1.3 e o seu valor eficaz é calculado como segue, a partir da expressão (1.102).

$$P_{in} = I_{pk} V_{C_{\min}} D \quad (1.102)$$

Onde $D = \frac{T_{on}}{T_s}$ representa a razão cíclica.

A partir da expressão (1.102) obtém-se a expressão (1.103).

$$I_{pk} = \frac{P_{in}}{V_{C_{\min}} D} \quad (1.103)$$

Para $D_{\max} = 0,5$ obtém-se a expressão (1.104).

$$I_{pk} = \frac{2P_{in}}{V_{C_{\min}}} \quad (1.104)$$

O valor eficaz para $D = 0,5$ da corrente drenada pela carga alimentada pelo capacitor é dado pela expressão (1.105).

$$I_{2ef} = \frac{I_{pk}}{2} = \frac{P_{in}}{V_{C_{\min}}} \quad (1.105)$$

Onde:

$$P_{in} = \frac{P_{out}}{\eta} \quad (1.106)$$

P_{out} - potência de saída da fonte;

η - rendimento.

Desse modo o valor eficaz total da corrente em um capacitor é dado pela expressão (1.107):

$$I_{C_{ef}} = \sqrt{I_{C_{1pk}}^2 + I_{2ef}^2} \quad (1.107)$$

Também neste caso valem as conclusões anteriores, de que a corrente teórica tem a forma cosenoidal, e que pode ser tratada como uma corrente com forma de dente de serra.

1.4.b - Exemplo de Cálculo (Dobrador de Tensão)

Sejam as seguintes especificações:

$$V_{AC} = 117V ; V_{ACmin} = 99V ; V_{ACmax} = 135V \\ f = 60Hz ; V_{Cmin} = 200V ; \eta = 0,7 ; P_{out} = 70W$$

A seguir está apresentada uma metodologia de projeto.

- a) $V_{C_{1pkmin}} = \sqrt{2} \cdot 99 = 140V$. Considerando as quedas de tensão nos diodos, obtém-se: $V_{C_{1pkmin}} = 135V$

$$\text{Assim: } V_{C_{1min}} = \frac{2V_{Cmin} - V_{C_{1pk}}}{3} = \frac{2 \cdot 200 - 135}{3} = 88,33V$$

b) $W_{in} = \frac{P_{in}}{f} = \frac{100}{60} = 1,667J$

$$C_1 = C_2 = \frac{W_{in}}{(V_{C_{1pk}}^2 - V_{C_{1min}}^2)} = \frac{1,667}{135^2 - 88,33^2} \approx 160\mu F$$

Assim: $C \approx 80\mu F$ (equivalente)

c) $t_c = \frac{\arccos(V_{C_{1min}}/V_{C_{1pk}})}{2\pi f} = \frac{\arccos(88,33/135)}{2\pi \cdot 60} = 2,275ms$

d) $I_{p1} = \frac{C_1(V_{C_{1pk}} - V_{C_{1min}})}{t_c} = \frac{160 \cdot 10^{-6}(135 - 88,33)}{2,275 \cdot 10^{-3}} = 3,28A$

e) $t_c f = 2,275 \cdot 10^{-3} \cdot 60 = 0,1365$

$$I_{C_{1ef}} = I_{p1} \sqrt{t_c f - (t_c f)^2} = 3,28 \sqrt{0,1365 - (0,1365)^2} = 1,126A$$

f) $I_{2ef} = \frac{P_{in}}{V_{Cmin}} = \frac{100}{200} = 0,5A$

g) $I_{C_{ef}} = \sqrt{I_{C_{1ef}}^2 + I_{2ef}^2} = \sqrt{1,126^2 + 0,5^2} = 1,23A$

h) $V_{Dpmax} = 2\sqrt{2} V_{ACmax} = 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 135 \approx 382V$

1.5 - Resultados experimentais para o retificador monofásico de onda completa

Para que fique melhor ilustrado, foi montado um circuito em laboratório, com os seguintes parâmetros: $V_{1ef} = 220V$, $f = 60Hz$, $C = 220\mu F$ e $R = 2,05k\Omega$.

Na Fig. 1.14 estão representadas a corrente e a tensão da rede para o circuito operando em regime permanente. Pode-se verificar que a tensão da rede é distorcida, tendo o seu valor de pico diminuído, o que modifica ligeiramente os resultados esperados gerados para uma tensão puramente senoidal. A forma de onda da corrente, apesar disto, é muito semelhante àquela prevista teoricamente.

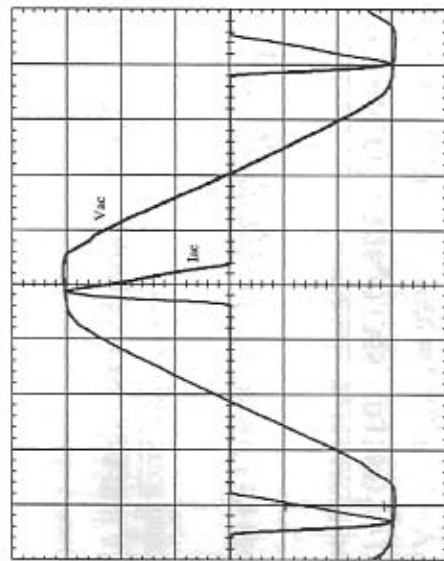


Fig. 1.14: Tensão e corrente da rede para operação em regime permanente (100V/div e 500mA/div).

Na Fig. 1.15 está representada a análise harmônica da corrente de entrada. São mostradas as amplitudes das harmônicas como percentagem da amplitude da componente fundamental. As harmônicas de ordem par estão ausentes. A taxa de distorção harmônica da corrente é igual a 148%. O fator de deslocamento da componente fundamental é igual a $-1,09$ graus. O fator de potência é igual a 0,553.

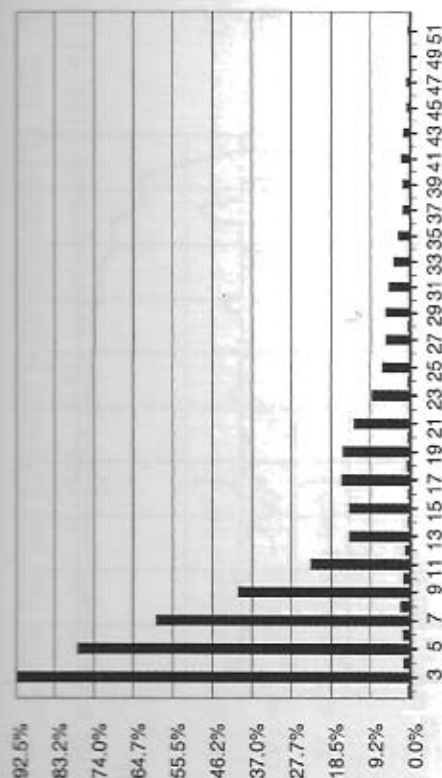


Fig. 1.15: Análise harmônica da corrente de entrada.

O comportamento do circuito durante o transitório de partida está representado nas Figs. 1.16 e 1.17. Na Fig. 1.16 são mostradas a corrente da rede e a tensão no capacitor de saída, sem nenhum resistor para limitação da corrente transitória. Na Fig. 1.17 são mostradas as mesmas formas de onda, porém com um resistor de limitação da corrente transitória de 22Ω .

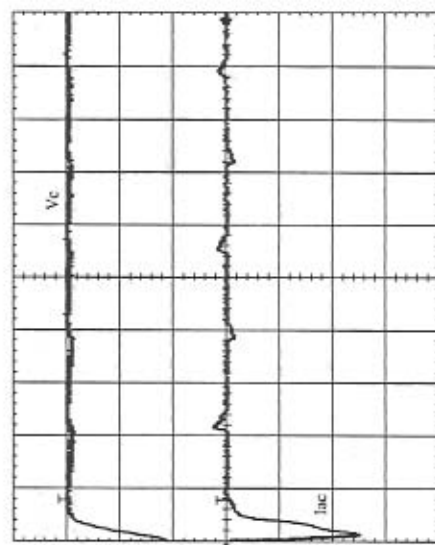


Fig. 1.16: Comportamento durante o transitório de partida sem limitação da corrente (100V/div, 10A/div).

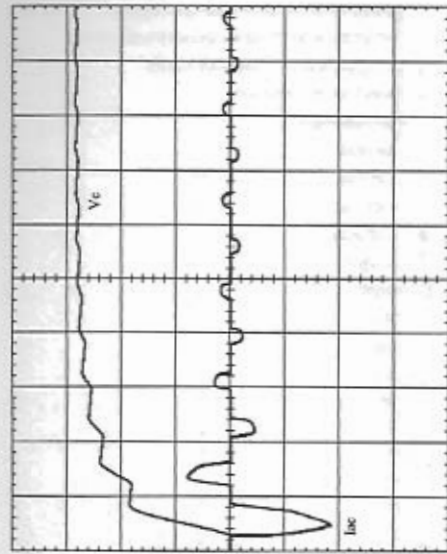


Fig. 1.17: Comportamento durante o transitório de partida, com um resistor de 22Ω limitando a corrente ($100V/div$, $5A/div$).

1.6 - Retificador Trifásico com Filtro Capacitivo

1.6.a - O circuito e o seu funcionamento

A estrutura do retificador trifásico com filtro capacitivo está representado na Fig. 1.18.

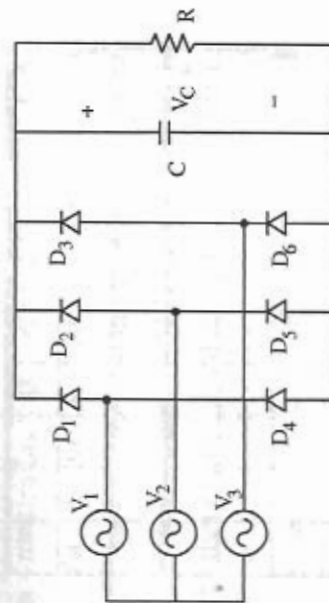


Fig. 1.18: Estrutura do retificador trifásico com filtro capacitivo.

As tensões de fase são definidas pelas expressões (1.108), (1.109) e (1.110) e as tensões de linha pelas expressões (1.111), (1.112) e (1.113).

$$V_1 = V_p \sin(\omega t - 30^\circ) \quad (1.108)$$

$$V_2 = V_p \sin(\omega t - 150^\circ) \quad (1.109)$$

$$V_3 = V_p \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (1.110)$$

$$V_{12} = V_{Lp} \sin \omega t \quad (1.111)$$

$$V_{23} = V_{Lp} \sin(\omega t - 120^\circ) \quad (1.112)$$

$$V_{31} = V_{Lp} \sin(\omega t + 120^\circ) \quad (1.113)$$

A cada 60° , quando qualquer tensão de linha torna-se em valor absoluto igual à tensão V_C , dois diodos entram em condução e ocorre transferência de energia da rede de tensão alternada para a saída.

Seja o intervalo em que $V_{12} \geq V_C$, como está representado na Fig. 1.19(a). Os diodos D_1 e D_5 encontram-se em condução.

Quando $\theta = \pi/2$, a corrente i_C se inverte, mas os diodos D_1 e D_5 continuam conduzindo, como está representado na Fig. 1.19(b). Durante o intervalo mostrado na Fig. 1.19(c) V_{12} torna-se menor que V_C e todos os diodos se bloqueiam.

As formas de onda mais importantes estão mostradas na Fig. 1.20.

1.6.b - Análise simplificada do circuito

A energia entregue ao capacitor a cada intervalo de 60° é dada pela expressão (1.114).

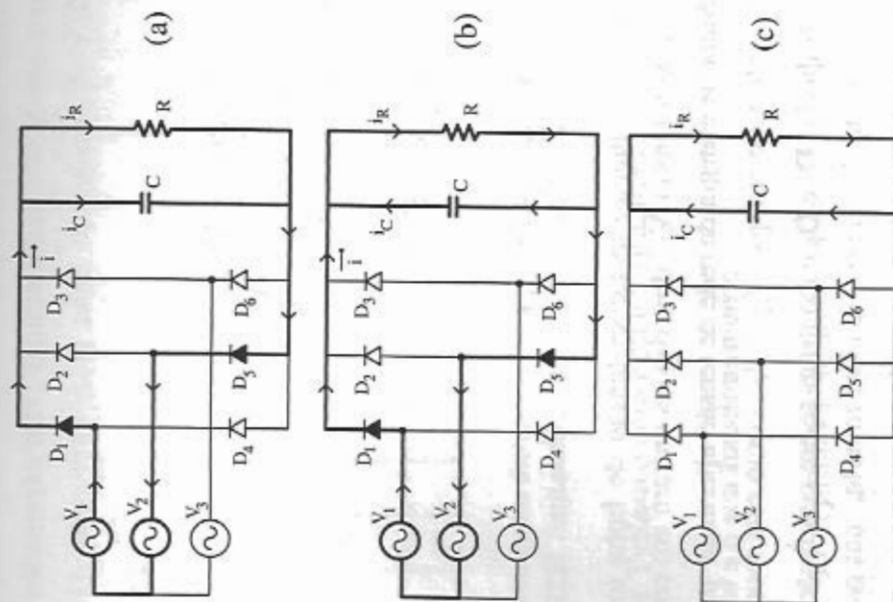


Fig. 1.19: Etapas de funcionamento do retificador trifásico, para o intervalo em que $|V_{12}|$ é a maior das tensões de linha.

$$W_C = \frac{1}{2} C (V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2) \quad (1.114)$$

A energia total cedida pelas fontes de entrada é dada pela expressão (1.115).

$$W_{in} = \frac{12}{6} C (V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2) \quad (1.115)$$

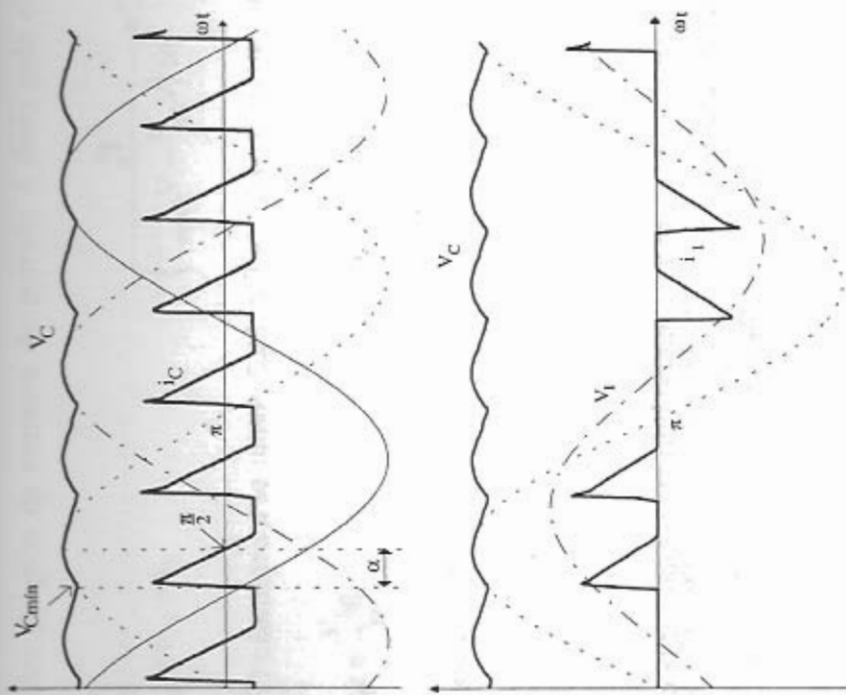


Fig. 1.20: Formas de onda do retificador trifásico, para um período da rede.

A energia desejada no resistor de carga é dada pela expressão (1.116).

$$W_o = P_o T = \frac{P_o}{f} = \frac{V_{Lp}^2}{6R} \quad (1.116)$$

Assim:

$$6C (V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2) = \frac{P_o}{f} \quad (1.117)$$

ou

$$C = \frac{P_o}{6f(V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2)} \quad (1.118)$$

Por inspeção, a partir da Fig. 1.20 obtém-se a expressão (1.119).

$$V_{Cmin} = V_{Lp} \cos \alpha \quad (1.119)$$

Assim:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{Lp}} \right) \quad (1.120)$$

O parâmetro α representa o ângulo durante o qual carga elétrica é transferida ao capacitor.

A corrente de pico no capacitor é dada pela expressão (1.121).

$$i_{Cp} = \omega C V_{Lp} \sin \alpha \quad (1.121)$$

Assim:

$$i_{Cp} = \omega C V_{Lp} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \quad (1.122)$$

$$i_{Cp} = \omega C V_{Lp} \sqrt{1 - \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{Lp}} \right)^2} \quad (1.123)$$

$$i_{Cp} = \omega C \sqrt{V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2} \quad (1.124)$$

O valor de pico da corrente de entrada é dado pela expressão (1.125).

$$i_p = i_{Cp} + i_R \quad (1.125)$$

onde:

$$i_R \cong \frac{V_{Lp}}{R} \quad (1.126)$$

1.6.c - Exemplo Numérico

Seja um retificador trifásico com filtro capacitivo, com os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} V_{Lef} &= 380V & P_o &= 1800W \\ V_{Cmin} &= 485V & f &= 60Hz \end{aligned}$$

O valor de pico da tensão de linha é então $V_{Lp} \cong 537,4V$

Assim:

$$C = \frac{P_o}{6f(V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2)} = \frac{1800}{6 \cdot 60(537,4^2 - 485^2)}$$

$$C \cong 100\mu F$$

A corrente de pico do capacitor, a corrente no resistor de carga e a corrente de entrada são calculadas como segue.

$$i_{Cp} = \omega C \sqrt{V_{Lp}^2 - V_{Cmin}^2}$$

$$i_{Cp} = 377 \cdot 100 \cdot 10^{-6} \times 226 \approx 8,73A$$

$$i_R = \frac{P_o}{V_o} \approx \frac{P_o}{V_{Lp}} = \frac{1800}{537,4} \approx 3,35A$$

Assim, a corrente de pico de entrada é calculada como segue.

$$i_p = i_{Cp} + i_R = 8,5 + 3,35 \approx 12A$$

Vamos em seguida calcular o ângulo α .

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{V_{Cmin}}{V_{Lp}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{485}{537,4} \right)$$

$$\alpha \approx 25^\circ = 0,44rad$$

O tempo durante o qual a carga é transferida ao capacitor é calculado a seguir.

$$\omega \Delta t = \alpha$$

$$\Delta t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{0,44}{377}$$

$$\Delta t = 1,17ms$$

1.7 - Limitação da corrente de pré-carga do capacitor de filtragem

Seja a estrutura representada na Fig. 1.21.

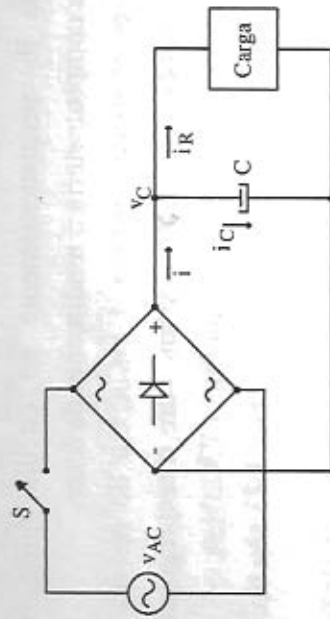


Fig. 1.21: Estágio de Entrada.

Quando o equipamento é ligado à rede de energia elétrica, o capacitor carrega-se solicitando uma elevada corrente, normalmente excessiva para a linha, para os diodos da ponte retificadora e para o fusível de entrada.

Para diminuir os valores de pico dessa corrente, é empregado um resistor em paralelo com um TRIAC, antes da ponte retificadora, como está representado na Fig. 1.22.

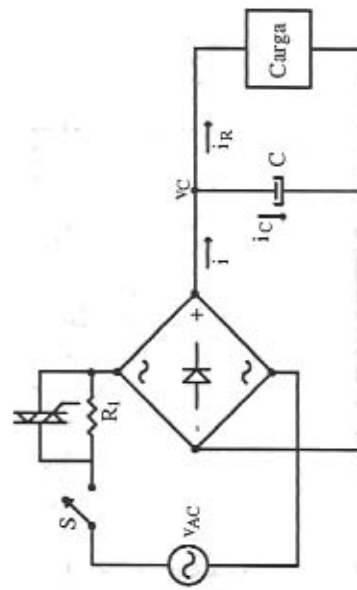


Fig. 1.22: Estágio de Entrada com Limitação da Corrente de Partida.

Quando a fonte é energizada, o TRIAC encontra-se bloqueado e a corrente i_C é limitada pelo resistor R_1 . Decorrido um determinado intervalo de tempo, o TRIAC é disparado por um trem de pulsos e o resistor R_1 é curto circuitado, tendo-se em vista o fato de que a presença de R_1 permanentemente no circuito produziria perdas excessivas e comprometeria o rendimento da fonte.

Com o objetivo de verificar a influência do resistor R_1 , foram realizadas algumas simulações digitais, com o emprego do programa PSpice, para o circuito apresentado na Fig. 1.23.

Os diversos parâmetros mostrados na Fig. 1.23 são típicos de uma aplicação real.

Os resultados da simulação estão mostrados nas figuras seguintes, para vários valores de R_1 .

Vamos estabelecer algumas conclusões a partir dos resultados da simulação.

a) O pico máximo da corrente, que ocorre no primeiro semiperíodo da rede é dado pela relação (1.127).

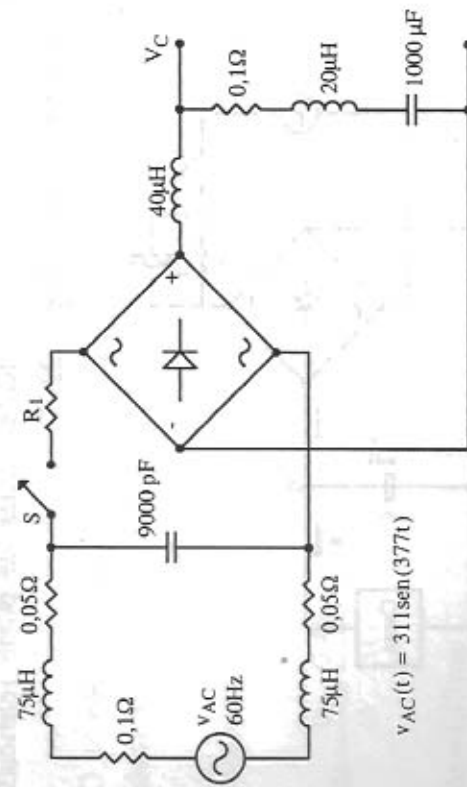


Fig. 1.23: Circuito Simulado.

$$I_p < \frac{V_{pk}}{R_1} \quad (1.127)$$

No caso da Fig. 1.28, têm-se:

$V_{pk} = 311V$ e $R_1 = 10\Omega$. Assim:

$$I_p < \frac{311}{10} = 31,10A$$

b) A partir da Fig. 1.28, constata-se que a tensão demora 25ms para alcançar 190V, o que corresponde a 63,2% da tensão final. Esse tempo é a própria constante de tempo.

Assim:

$$\tau = 25ms$$

$$\tau_1 = R_1 C = 10 \cdot 1000 \cdot 10^{-6} = 10ms$$

$$\tau = 3\tau_1 = 3R_1 C$$

A duração do transitório é dada pela relação (1.128).

$$A = 5\tau \approx 15R_1 C \quad (1.128)$$

Evidentemente, trata-se de um método aproximado.

Com a expressão (1.127) determina-se a corrente de pico de um diodo; com a expressão (1.128) determina-se o tempo durante o qual o TRIAC deve permanecer aberto.

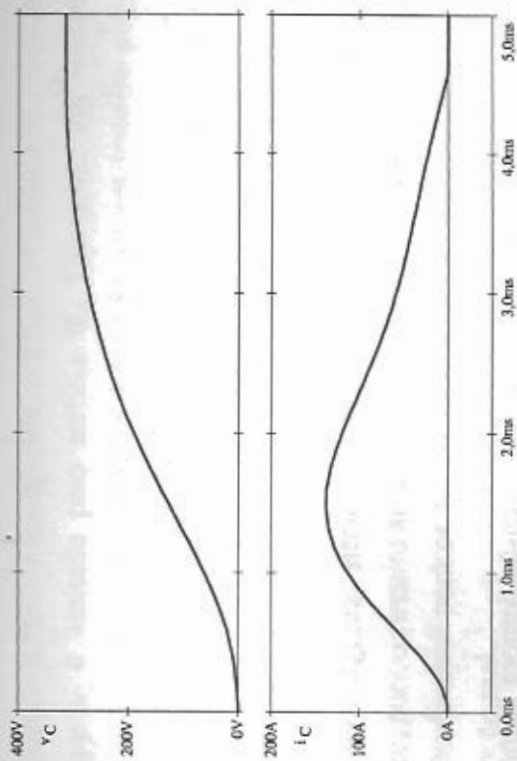


Fig. 1.24: Simulação para $R_1 = 1m\Omega$.

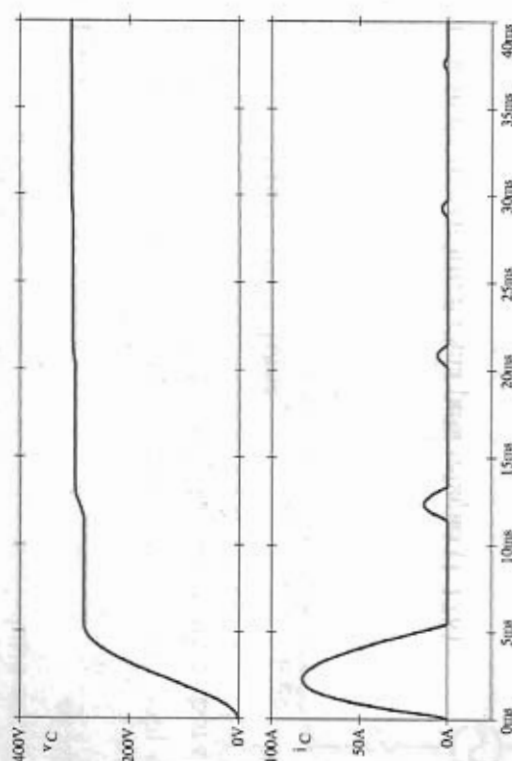


Fig. 1.25: Simulação para $R_1 = 1\Omega$.

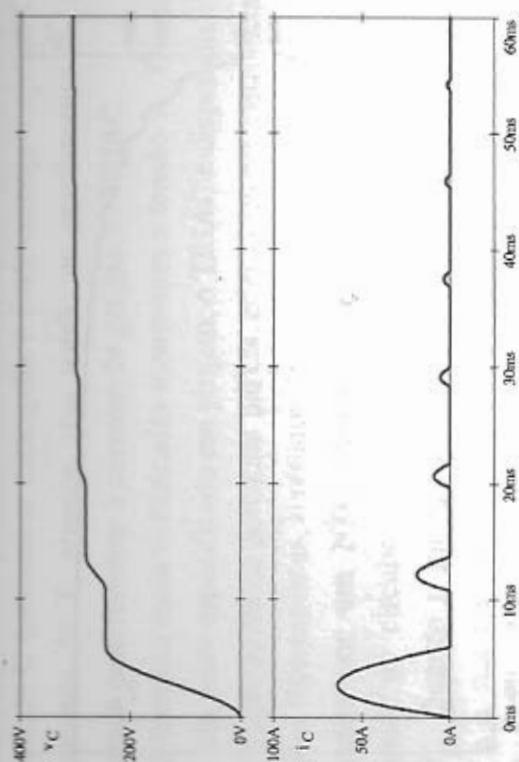


Fig. 1.26: Simulação para $R_1 = 2\Omega$.

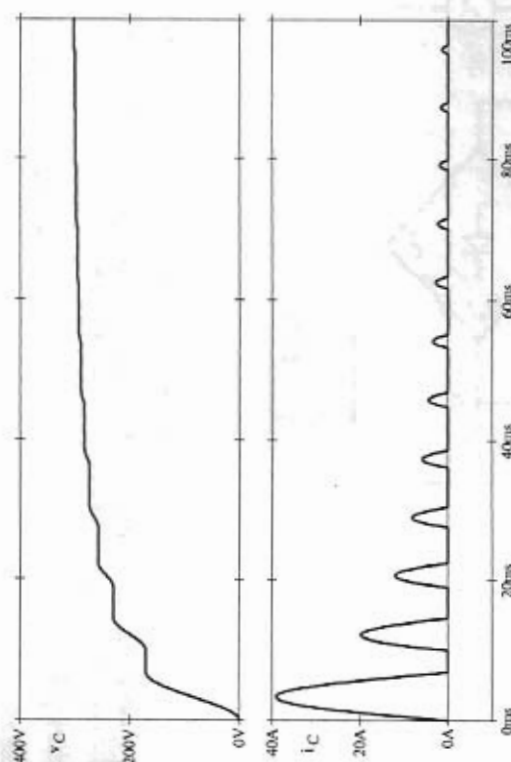


Fig. 1.27: Simulação para $R_1 = 5\Omega$.

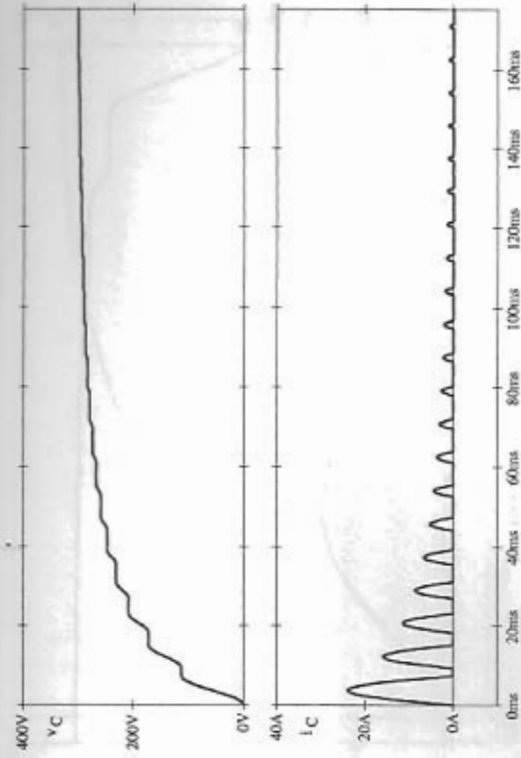


Fig. 1.28: Simulação para $R_f = 10\Omega$

1.8 - Circuito de Disparo do Triac

Vários circuitos podem ser empregados para o disparo do TRIAC. A técnica mais econômica está representada na Fig. 1.29.

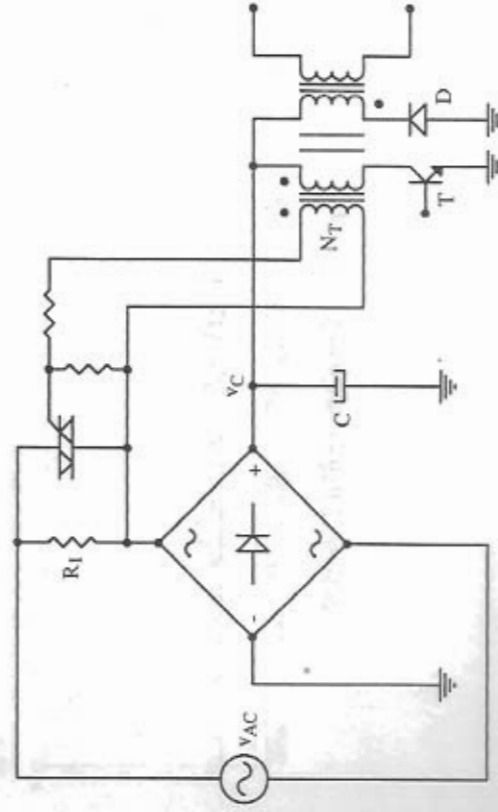


Fig. 1.29: Exemplo de Circuito para o Disparo do TRIAC.

Quando \bar{C} encontra-se carregado, a fonte começa a operar. Com o chaveamento de T, aparece uma tensão no enrolamento N_T que é empregada para fornecer a corrente de gatilho do TRIAC.

As técnicas mais sofisticadas monitoram a tensão v_C . Quando ela atinge um valor especificado em projeto, o TRIAC é disparado.

Em aplicações de potências baixas, como reatores eletrônicos para lâmpadas fluorescentes, o resistor de limitação da corrente transitória é substituído por um NTC (*Negative Temperature Coefficient*). Ele permanece no circuito o tempo todo, não exigindo a presença do TRIAC. Quando o circuito é energizado, a temperatura do NTC é baixa e a sua resistência alta, propiciando a limitação da corrente inicial. Após a partida do conversor, a temperatura do NTC aumenta e a sua resistência diminui, evitando a perda de energia sempre indesejável. O NTC é limitado à potências menores que 60W (valor aproximado).

Em retificadores de potência mais elevadas, o TRIAC mostrado na Fig. 1.29 é substituído por um relé, que se encontra inicialmente aberto e que é fechado após o transistório de partida.