2ª Avaliação de Cálculo Numérico
Prof. Glauber Cintra

Você deve enviar essa avaliação pelo Classroom até o dia 14/set/2020 às 18h.

Avaliação enviada! ////////////////////////////

Aluno: João Gabriel Carneiro Medeiros | Cadeira: Cálculo Numérico | Prof. Glauber Cintra | IFCE | 2020 |

----

1) **(2 pontos)** Dados os pontos da tabela abaixo, encontre o polinômio do terceiro grau que passa por esses pontos.

i	x_i	y_i
0	1	3
1	2	1
2	3	3
3	4	15

2) **(3 pontos)** Seja $p_4(x)$ o polinômio do quarto grau que passa pelos pontos da tabela abaixo. Calcule:
a) $p_4(1)$ usando a Fórmula de Lagrange.
b) $p_4(3)$ usando a Fórmula de Newton.
c) $p_4(5)$ usando a Fórmula de Gregory-Newton.

I	x_i	y_i
0	0	27
1	2	24,6
2	4	12,6
3	6	0,6
4	8	36,6

3) **(3 pontos)** Dada a função f(x) definida a partir da tabela abaixo, calcule uma aproximação para $\int_{(}^{6} f(x)dx$:
a) Aplicando a regra dos trapézios com 6 subintervalos.
b) Aplicando a primeira regra de Simpson com 6 subintervalos.
c) Aplicando a segunda regra de Simpson com 6 subintervalos.
d) Aplicando a extrapolação de Richardson à regra dos trapézios com $n_1 = 3$ e $n_2 = 6$.
e) Aplicando a extrapolação de Richardson à primeira regra de Simpson com $n_1 = 2$ e $n_2 = 6$.
f) Aplicando a extrapolação de Richardson à segunda regra de Simpson com $n_1 = 3$ e $n_2 = 6$.

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

4) **(2 pontos)** Dada a função *f(x)* definida a partir da tabela abaixo, calcule uma aproximação para $\int_0^8 f(x)dx$. Utilize as regras mais precisas que for possível.

x_i	y_i
0	-2
1	10
2	8
5	-22
6	-20
7	-2
8	38

Obs. As soluções foram feitas no software “Paint” (Windows) para facilitar o entendimento das mesmas pelo professor!

---

*Soluções do aluno –

---//

1)

i	x_i	y_i
0	1	3
1	2	1
2	3	3
3	4	15

Obs: polinômio do terceiro grau

$$P(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0\cancel{x^0}^{\,1}$$

i) $P(x) = a_3\underline{x}^3 + a_2\underline{x}^2 + a_1\underline{x}^1 + a_0\underline{x}^0$

$$\begin{matrix} 3 & 1^3 & 1^2 & 1^1 & 1^0 \\ 1 & 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 3 & 3^3 & 3^2 & 3^1 & 3^0 \\ 15 & 4^3 & 4^2 & 4^1 & 4^0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 8 & 4 & 2 & 1 \\ 3 & 27 & 9 & 3 & 1 \\ 15 & 64 & 16 & 4 & 1 \end{matrix}$$

Organizando as colunas para a matriz $\Rightarrow$

ii) Usando da eliminação de Gauss:

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 3 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 15 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

Pivô

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 1 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & 3 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 15 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \leftarrow L_2 + m_2 \cdot L_1 \\ \leftarrow L_3 + m_3 \cdot L_1 \\ \leftarrow L_4 + m_4 \cdot L_1 \end{matrix} \Rightarrow$$

$m_2 = -(1/1) = -1$

$m_3 = -(1/1) = -1$

$m_4 = -(1/1) = -1$

Pivô

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 2 & 8 & 26 & 0 \\ 0 & 3 & 15 & 63 & 12 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \leftarrow L_3 + m_3 \cdot L_2 \\ \leftarrow L_4 + m_4 \cdot L_2 \end{matrix}$$

$m_3 = -(2/1) = -2$

$m_4 = -(3/1) = -3$

Pivô

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 12 & 4 \\ 0 & 0 & 6 & 42 & 18 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \leftarrow L_4 + m_4 \cdot L_3 \end{matrix}$$

$m_4 = -(6/2) = -3$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 12 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$6 \cdot a_3 = 6 \therefore \underline{a_3 = 1}$

$2 \cdot a_2 + 12 \cdot a_3 = 4 \therefore \underline{a_2 = -4}$

$1 \cdot a_1 + 3 \cdot a_2 + 7 \cdot a_3 = -2 \therefore \underline{a_1 = 3}$

$1 \cdot a_0 + 1 \cdot a_1 + 1 a_2 + 1 \cdot a_3 = 3 \therefore \underline{a_0 = 3}$

iii) $\boxed{P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3}$

//

2)

a)

I	x_i	y_i
0	0	27
1	2	24,6
2	4	12,6
3	6	0,6
4	8	36,6

a) $p_4(1)$ usando a Fórmula de Lagrange.

$$(x_0, y_0) \quad \cdots \quad (x_n, y_n)$$

$$P_n(x) = y_0 L_0 + \cdots + y_n L_n$$

$$L_i(x) = \frac{x - x_0}{x_i - x_0} \cdot \ldots \cdot \boxed{\frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \cdot \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}}} \cdot \ldots \cdot \frac{x - x_n}{x_i - x_n}$$

i) → $P_4(x) = y_0 L_0 + y_1 L_1 + y_2 L_2 + y_3 L_3 + y_4 L_4 =$

$$\left.\begin{array}{l}
27 \cdot L_0(1) = \frac{1 - x_1}{x_0 - x_1} \cdot \frac{1 - x_2}{x_0 - x_2} \cdot \frac{1 - x_3}{x_0 - x_3} \cdot \frac{1 - x_4}{x_0 - x_4} \cdot 27 = \frac{105}{384} \cdot 27 \\
24{,}6 \cdot L_1(1) = \frac{1 - x_0}{x_1 - x_0} \cdot \frac{1 - x_2}{x_1 - x_2} \cdot \frac{1 - x_3}{x_1 - x_3} \cdot \frac{1 - x_4}{x_1 - x_4} \cdot 24{,}6 = \frac{105}{96} \cdot 24{,}6 \\
12{,}6 \cdot L_2(1) = \frac{1 - x_0}{x_2 - x_0} \cdot \frac{1 - x_1}{x_2 - x_1} \cdot \frac{1 - x_3}{x_2 - x_3} \cdot \frac{1 - x_4}{x_2 - x_4} \cdot 12{,}6 = -\frac{35}{64} \cdot 12{,}6 \\
0{,}6 \cdot L_3(1) = \frac{1 - x_0}{x_3 - x_0} \cdot \frac{1 - x_1}{x_3 - x_1} \cdot \frac{1 - x_2}{x_3 - x_2} \cdot \frac{1 - x_4}{x_3 - x_4} \cdot 0{,}6 = \frac{21}{96} \cdot 0{,}6 \\
36{,}6 \cdot L_4(1) = \frac{1 - x_0}{x_4 - x_0} \cdot \frac{1 - x_1}{x_4 - x_1} \cdot \frac{1 - x_2}{x_4 - x_2} \cdot \frac{1 - x_3}{x_4 - x_3} \cdot 36{,}6 = -\frac{15}{384} \cdot 36{,}6
\end{array}\right\} + \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{26{,}1}$$

//

b)

i	x_i	y_i
0	0	27
1	2	24,6
2	4	12,6
3	6	0,6
4	8	36,6

b) $p_4(3)$ usando a Fórmula de Newton.

	x	Ordem 0	Ordem 1	Ordem 2	Ordem 3	...	Ordem n
(Ordem Zero)	x_0	$f[x_0]$					
			$F[x_0, x_1]$				
(Ordem 1)	x_1	$f[x_1]$		$f[x_0, x_1, x_2]$			
			$F[x_1, x_2]$		$f[x_0, x_1, x_2, x_3]$		
(Ordem 2)	x_2	$f[x_2]$		$f[x_1, x_2, x_3]$			
			$F[x_2, x_3]$		$f[x_1, x_2, x_3, x_4]$		
(Ordem 3)	x_3	$f[x_3]$		$f[x_2, x_3, x_4]$			$f[x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n]$
			$F[x_3, x_4]$				
	x_4	$f[x_4]$			$f[x_{n-3}, x_{n-2}, x_{n-1}, x_n]$		
	.	.		$f[x_{n-2}, x_{n-1}, x_n]$			
			$F[x_{n-1}, x_n]$				
(Ordem n)	x_n	$f[x_n]$					

teremos a forma de Newton para o polinômio de grau $\leq$ n que interpola f(x) em $x_0, \ldots, x_n$

$$p_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + \ldots + \ldots + (x - x_0)(x - x_1)\ldots(x - x_{n-1})f[x_0, x_1, \ldots, x_n]$$

i) →

X	ORDEM 0	ORDEM 1	ORDEM 2	ORDEM 3	ORDEM 4
0	27 $f[x_0]$				
		$\frac{24,6-27}{2} = -1,2$ $F[x_0, x_1]$			
2	24,6 $f[x_1]$		$\frac{-6+1,2}{4} = -1,2$ $f[x_0, x_1, x_2]$		
		$\frac{12,6-24,6}{2} = -6$ $F[x_1, x_2]$		$\frac{0+1,2}{6} = 0,2$ $f[x_0, x_1, x_2, x_3]$	
4	12,6 $f[x_2]$		$\frac{-6+6}{4} = 0$ $f[x_1, x_2, x_3]$		$\frac{1-0,2}{8} = 0,1$ $f[x_0, x_1, x_2, x_3, x_4]$
		$\frac{0,6-12,6}{2} = -6$ $F[x_2, x_3]$		$\frac{6-0}{6} = 1$ $f[x_1, x_2, x_3, x_4]$	
6	0,6 $f[x_3]$		$\frac{18+6}{4} = 6$ $f[x_2, x_3, x_4]$		
		$\frac{36,6-0,6}{2} = 18$ $F[x_3, x_4]$			
8	36,6 $f[x_4]$				

ii) →

$$P_4(3) = 27 + \underbrace{(3-0)\cdot(-1,2)}_{-3,6} + \underbrace{(3-0)\cdot(3-2)\cdot(-1,2)}_{-3,6} + \underbrace{(3-0)\cdot(3-2)\cdot(3-4)\cdot(0,2)}_{-0,6} + \underbrace{(3-0)\cdot(3-2)\cdot(3-4)\cdot(3-6)\cdot(0,1)}_{0,9} = \boxed{20,1}$$

c)

I	x_i	y_i
0	0	27
1	2	24,6
2	4	12,6
3	6	0,6
4	8	36,6

c) $p_4(5)$ usando a Fórmula de Gregory-Newton.

Da mesma maneira que com as diferenças divididas, conhecida f(x) ou conhecidos seus valores em $x_0, x_1, \dots, x_n$, podemos construir uma tabela de diferenças ordinárias:

x	f(x)	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$
x_0	$f(x_0)$		
		$\Delta f(x_0)$	
x_1	$f(x_1)$		$\Delta^2 f(x_0)$
		$\Delta f(x_1)$	
x_2	$f(x_2)$		$\Delta^2 f(x_1)$ etc.
		$\Delta f(x_2)$	⋮
x_3	$f(x_3)$	⋮	
⋮	⋮		

4.4.2- A Forma de Newton-Gregory

i) Considere a tabela:

x	x_0	x_1	...	x_n
f(x)	$f(x_0)$	$f(x_1)$	...	$f(x_n)$

onde os nós de interpolação são tais que: $x_{j+1} - x_j = h$, $j = 0, 1, \dots, (n-1)$.

Partindo de forma de Newton para $p_n(x)$ e usando o teorema anterior, verifique que:

$$p_n(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{\Delta f(x_0)}{h} + (x - x_0)(x - x_1)\frac{\Delta^2 f(x_0)}{2h^2} + \dots +$$

$$+ (x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_{n-1})\frac{\Delta^n f(x_0)}{h^n n!}.$$

que é a forma de Newton-Gregory para o polinômio interpolador.

OBS: Espaçamento entre os pontos

$\overline{h = 2}$

x_i	y_i
0	27
2	24,6
4	12,6
6	0,6
8	36,6

i) →

x	f(x)	$\Delta f(x)$	$\Delta^2 f(x)$	$\Delta^3 f(x)$	$\Delta^4 f(x)$
0	27				
		-2,4			
2	24,6		-9,6		
		-12		9,6	
4	12,6		0		38,4
		-12		48	
6	0,6		48		
		36			
8	36,6				

ii) →

$$P_4(5) = 27 + \overbrace{(5-0)\cdot\frac{(-2,4)}{2}}^{-6} + \overbrace{(5-0)\cdot(5-2)\cdot\frac{(-9,6)}{2\cdot 2^2}}^{-18} + \overbrace{(5-0)\cdot(5-2)\cdot(5-4)\cdot\frac{9,6}{6\cdot 2^3}}^{3} +$$

$$+ \underbrace{(5-0)\cdot(5-2)\cdot(5-4)\cdot(5-6)}_{}\cdot\frac{38,4}{24\cdot 2^4} = \boxed{4,5}$$

$-1,5$

//

3)

a)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

a) Aplicando a regra dos trapézios com 6 subintervalos.

A aproximação pela regra do trapézio repetida n vezes é dada por

$$\int_{a=x_0}^{b=x_n} f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2\sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) + f(x_n)\right]$$

onde $h = \dfrac{b-a}{n}$ e $x_k = x_0 + k \cdot h, \quad k \geq 1$

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_{0_a}^{6_b} f(x)dx$

i) $\rightarrow h = \dfrac{6-0}{6} = 1$

ii) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx \dfrac{1}{2}\cdot\left[7 + 2\cdot(\overbrace{6,82+4,44+1,66+0,28+4,5}^{17,7}) + 23,32\right] \approx$

$\approx \boxed{32,86}$

b)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

b) Aplicando a primeira regra de Simpson com 6 subintervalos.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + \ldots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4\sum_{\substack{i=1 \\ i\ impar}}^{n-1} f(x_i) + 2\sum_{\substack{j=2 \\ j\ par}}^{n-2} f(x_j) + f(x_n)\right]$$

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_{0_a}^{6_b} f(x)dx$

i) $\rightarrow h = \dfrac{6-0}{6} = 1$

ii) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx \dfrac{1}{3}\cdot\left[7 + \overbrace{(4\cdot 6,82)}^{27,28} + \overbrace{(2\cdot 4,44)}^{8,88} + \overbrace{(4\cdot 1,66)}^{6,64} + \overbrace{(2\cdot 0,28)}^{0,56} + \overbrace{(4\cdot 4,5)}^{18} + 23,32\right] \approx$

$\approx \dfrac{1}{3}\cdot 91,68 \approx 0,3333\cdot 91,68 \approx 30,556944 \approx \boxed{30,56}$

Como trata-se de uma dízima, vamos considerar seu resultado como 0,3333 nos cálculos!

//

c)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

c) Aplicando a segunda regra de Simpson com 6 subintervalos.

$$I = \int_{a=x_0}^{b=x_m} f(x)dx \approx \frac{3h}{8}(y_0 + 3y_1 + 3y_2 + y_3) + \frac{3h}{8}(y_3 + 3y_4 + 3y_5 + y_6) + \cdots$$

$$\cdots + \frac{3h}{8}(y_{m-3} + 3y_{m-2} + 3y_{m-1} + y_m)$$

$$I = \frac{3h}{8}(y_0 + 3y_1 + 3y_2 + 2y_3 + 3y_4 + 3y_5 + 2y_6 + \cdots + 2y_{m-3} + 3y_{m-2} + 3y_{m-1} + y_m)$$

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_{0=a}^{6=b} f(x)\,dx$

i) $\rightarrow h = \frac{6-0}{6} = 1$

ii) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx \frac{3 \cdot 1}{8} \cdot \left[7 + \underbrace{(3 \cdot 6,82)}_{20,46} + \underbrace{(3 \cdot 4,44)}_{13,32} + \underbrace{(2 \cdot 1,66)}_{3,32} + \underbrace{(3 \cdot 0,28)}_{0,84} + \underbrace{(3 \cdot 4,5)}_{13,5} + 23,32\right] \approx$

$\approx \frac{3}{8} \cdot 81,76 \approx \boxed{30,66}$

d)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

d) Aplicando a extrapolação de Richardson à regra dos trapézios com $n_1 = 3$ e $n_2 = 6$.

$I = I_2 + (I_2 - I_1)\frac{n_1^2}{n_2^2 - n_1^2}$ Extrapolação de Richardson para a RT

I $(h = 6/3 = 2)$

x_i	y_i
0	7
~~1~~	~~6,82~~
2	4,44
~~3~~	~~1,66~~
4	0,28
~~5~~	~~4,5~~
6	23,32

h=2 I
h=2 I
h=2 I

II $(h = 6/6 = 1)$

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_{0=a}^{6=b} f(x)\,dx$

i) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx \cancel{\frac{2}{2}}^{1} \cdot \left[7 + 2 \cdot \underbrace{(4,44 + 0,28)}_{4,72} + 23,32\right] \approx 7 + 9,44 + 23,32 \approx 39,76$

(Trapézios n1 = 3) I

ii) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx \frac{1}{2} \cdot \left[7 + 2 \cdot \underbrace{(6,82 + 4,44 + 1,66 + 0,28 + 4,5)}_{17,7} + 23,32\right] \approx 32,86$

(Trapézios n2 = 6) II

iii) $\rightarrow \int_0^6 f(x)dx \approx 32,86 + \underbrace{(32,86 - 39,76)}_{-6,9} \cdot \frac{3^2}{\underbrace{6^2 - 3^2}_{\cancel{9/27} = 1/3}} \approx 32,86 - 2,3 \approx \boxed{30,56}$

(Extrapolação de Richardson)

//

e)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

e) Aplicando a extrapolação de Richardson à primeira regra de Simpson com $n_1 = 2$ e $n_2 = 6$.

$$I = I_2 + (I_2 - I_1)\frac{n_1^4}{n_2^4 - n_1^4}$$ Extrapolação de Richardson para as regras de Simpson

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_{0 = a}^{6 = b} f(x)\,dx$

I $(h = 6/2 = 3)$

h=3
h=3

x_i	y_i
0	7
~~1~~	~~6,82~~
~~2~~	~~4,44~~
3	1,66
~~4~~	~~0,28~~
~~5~~	~~4,5~~
6	23,32

II $(h = 6/6 = 1)$

h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I
h=1 I

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

i) $\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{\cancel{3}^{\,1}}{3}\cdot\left[7 + (\underbrace{4\cdot 1,66}_{6,64}) + 23,32\right] \approx 36,96$

(1ª Regra de Simpson n1 = 2)

I

ii) $\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{1}{3}\cdot\left[7 + (\underbrace{4\cdot 6,82}_{27,28}) + (\underbrace{2\cdot 4,44}_{8,88}) + (\underbrace{4\cdot 1,66}_{6,64}) + (\underbrace{2\cdot 0,28}_{0,56}) + (\underbrace{4\cdot 4,5}_{18}) + 23,32\right] \approx$

(1ª Regra de Simpson n2 = 6)

II

$\approx \underbrace{\frac{1}{3}}_{\approx 0,333}\cdot 91,68 \approx 30,56$

↳ $\approx 0,333$ **(Considere para melhor solução da questão)**

iii) $\int_0^6 f(x)dx \approx 30,56 + (\underbrace{30,56 - 36,96}_{-6,4})\cdot\frac{2^4}{\underbrace{6^4 - 2^4}_{1280}} \approx 30,56 - 0,08 \approx \boxed{30,48}$

$\frac{16}{1280}$

(Extrapolação de Richardson)

---

f)

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

f) Aplicando a extrapolação de Richardson à segunda regra de Simpson com $n_1 = 3$ e $n_2 = 6$.

$$I = I_2 + (I_2 - I_1)\frac{n_1^4}{n_2^4 - n_1^4}$$ Extrapolação de Richardson para as regras de Simpson

$\int_0^6 f(x)dx \rightarrow \int_a^b f(x)dx$

I $(h = 6/3 = 2)$

h=2, h=2, h=2

x_i	y_i
0	7
~~1~~	~~6,82~~
2	4,44
~~3~~	~~1,66~~
4	0,28
~~5~~	~~4,5~~
6	23,32

II $(h = 6/6 = 1)$

h=1, h=1, h=1, h=1, h=1, h=1

x_i	y_i
0	7
1	6,82
2	4,44
3	1,66
4	0,28
5	4,5
6	23,32

i) $\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{3\cdot 2}{8}\cdot[7 + \underbrace{(3\cdot 4,44)}_{13,32} + \underbrace{(3\cdot 0,28)}_{0,84} + 23,32] \approx \frac{\cancel{6}^{\div 2 \; 3}}{\cancel{8}_{\div 2 \; 4}}\cdot 44,48 \approx 33,36$

(2ª Regra de Simpson n1 = 3)

I

ii) $\int_0^6 f(x)dx \approx \frac{3\cdot 1}{8}\cdot[7 + \underbrace{(3\cdot 6,82)}_{20,46} + \underbrace{(3\cdot 4,44)}_{13,32} + \underbrace{(2\cdot 1,66)}_{3,32} + \underbrace{(3\cdot 0,28)}_{0,84} + \underbrace{(3\cdot 4,5)}_{13,5} + 23,32] \approx$

(2ª Regra de Simpson n2 = 6)

II

$\approx \frac{3}{8}\cdot 81,76 \approx 30,66$

iii) $\int_0^6 f(x)dx \approx 30,66 + \underbrace{(30,66 - 33,36)}_{-2,7}\cdot\frac{3^4}{\underbrace{6^4 - 3^4}_{\frac{81}{1296-81}}} \approx 30,66 - 0,18 \approx \boxed{30,48}$

(Extrapolação de Richardson)

//

4)

x_i	y_i
0	-2
1	10
2	8
5	-22
6	-20
7	-2
8	38

(I) 1ª REGRA DE SIMPSON

(II) REGRA DOS TRAPÉZIOS

(III) 2ª REGRA DE SIMPSON

Utilize as regras mais precisas que for possível.

$\int_0^8 f(x)dx.$

$$\text{i)} \to \int_0^8 f(x)dx_{(I)} \approx \frac{1}{3}\cdot\left[-2+\overbrace{(4\cdot 10)}^{40}+8\right] \approx \frac{46}{3}$$

$$\text{ii)} \to \int_0^8 f(x)dx_{(II)} \approx \frac{3}{2}\cdot\left[\underbrace{8-22}_{-14}\right] \approx -\frac{42}{2} \approx -21$$

$$\text{iii)} \to \int_0^8 f(x)dx_{(III)} \approx \frac{3}{8}\cdot\left[-22+\overbrace{(3\cdot -20)}^{-60}+\overbrace{(3\cdot -2)}^{-6}+38\right] \approx -\frac{150}{8}$$

$$\text{iv)} \to \int_0^8 f(x)dx_{\text{(Soma das aproximacoes)}} \approx \frac{46}{3}-21-\frac{150}{8} \approx \boxed{-24,41666667}$$

Obs. Aproximar com várias técnicas usando múltiplos “pedaços” da tabela e somando suas aproximações fica “mais aproximado” do que usando somente uma técnica pegando a tabela por completo (ela toda).

//--