Departamento de Telemática

Disciplina: IAIC

Prof. Joacillo Luz Dantas - *Respostas do aluno: João Gabriel Carneiro Medeiros

1. Determine o valor do sobressinal, o tempo de subida, o tempo de acomodação para 2%, e instante de pico do sistema.

$$G(s) = \frac{14{,}145}{(s^2 + 0{,}842s + 2{,}829)}$$

*Soluções do aluno – 1:

1. Determine o valor do sobressinal, o tempo de subida, o tempo de acomodação para 2%, e instante de pico do sistema.

$$G(s) = \frac{14{,}145}{(s^2 + 0{,}842s + 2{,}829)}$$

***Obs. A seguinte definição também será necessária:**

$$\left(\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

i) Com base na relação abaixo para sistemas de segunda ordem (e para **π ≅ 3,14** e **e≅2,718**) vamos encontrar os valores pedidos:

$Y(s) = \dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	
Instante de pico	$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$
Sobressinal	$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
Tempo de estabilização	$t_{s,\,2\%} = \dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \cong \dfrac{4}{\sigma} = 4\tau$
Tempo de subida	$t_r = \dfrac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\zeta}{\omega_d} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_n}$
Resposta em estado estacionário	$y_{ss} = K$

Podemos dizer: sen^{-1} = arcsen

ii) $$\frac{14{,}145}{(s^2 + 0{,}842s + 2{,}829)} \leftrightarrow \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$0 < \zeta < 1$ Pólos complexos conjugados	Sistema subamortecido	$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
		$-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \sigma \pm j\omega_d$

$$\omega_n^2 = 2{,}829 \therefore \boxed{\omega_n \cong 1{,}681}$$

$$2\cdot\zeta\cdot\omega_n\cdot\cancel{s} = 0{,}842\cdot\cancel{s} \therefore \boxed{\zeta \cong 0{,}2503}$$

$$K\cdot\omega_n^2 = 14{,}145 \therefore \boxed{K \cong 4{,}999}$$

iii)

Sobressinal	$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

Sobressinal = $e^{-\frac{0{,}2503\cdot 3{,}14}{\sqrt{1-(0{,}2503)^2}}} \cong \boxed{0{,}4438 \cong M_p}$

Tempo de subida	$t_r = \dfrac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\zeta}{\omega_d} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_n}$

Tempo de subida = $\dfrac{\frac{3{,}14}{2} + \text{arcsen}(0{,}2503)}{\omega_d} \cong \boxed{1{,}1997}$

$\omega_d \cong 1{,}681\cdot\sqrt{1-(0{,}2503)^2} \cong 1{,}6284$

Tempo de estabilização	$t_{s,\,2\%} = \dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \cong \dfrac{4}{\sigma} = 4\tau$

Tempo de acomodação = (para 2%) $\dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-(0{,}2503)^2}\right)}{0{,}2503\cdot 1{,}681} \cong \boxed{9{,}369}$

Instante de pico	$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$

Instante de pico = $\dfrac{3{,}14}{1{,}6284} \cong \boxed{1{,}9282}$

2. Para cada Sistema dado, determine ξ , ω_n , T_s , T_p , T_r..

a) $$G(s) = \frac{16}{s^2 + 3s + 16}$$

b) $$G(s) = \frac{0.04}{s^2 + 0.02s + 0.04}$$

*Soluções do aluno - 2:

2. Para cada Sistema dado, determine ζ, ω_n, T_s, T_p, T_r.

a) $G(s) = \dfrac{16}{s^2 + 3s + 16}$

b) $G(s) = \dfrac{0.04}{s^2 + 0.02s + 0.04}$

i) → Com base na relação abaixo para sistemas de segunda ordem (e para $\pi \cong 3{,}14$ e $e \cong 2{,}718$) vamos encontrar os valores pedidos:

$Y(s) = \dfrac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	
Instante de pico	$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$
Sobressinal	$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$
Tempo de estabilização	$t_{s,\,2\%} = \dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \cong \dfrac{4}{\sigma} = 4\tau$
Tempo de subida	$t_r = \dfrac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\zeta}{\omega_d} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_n}$
Resposta em estado estacionário	$y_{ss} = K$

Podemos dizer: sen^{-1} = arcsen

*Obs. A seguinte definição também será necessária:

$$\left(\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

$0 < \zeta < 1$ Pólos complexos conjugados	Sistema subamortecido	$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$
	$-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = \sigma \pm j\omega_d$	

ii) →

a) $G(s) = \dfrac{(16)}{s^2 + 3s + 16} \leftrightarrow Y(s) = \dfrac{(K\omega_n^2)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

(i) (ii) (iii)

(i) → $K \cdot \omega_n^2 = 16 \therefore K = 1$

(ii) → $\omega_n^2 = 16 \therefore \boxed{\omega_n = 4}$

(iii) → $2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot \cancel{s} = 3 \cdot \cancel{s} \therefore \boxed{\zeta = 0{,}375}$

Instante de pico	$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$

↳ $T_p = \dfrac{3{,}14}{\omega_d} \cong \boxed{0{,}8472}$

$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} \cong 3{,}708$

Tempo de subida	$t_r = \dfrac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\zeta}{\omega_d} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_n}$

↳ $T_r = \dfrac{\frac{3{,}14}{2} + \text{arcsen}(0{,}375)}{3{,}708} \cong \boxed{0{,}5272}$

Tempo de estabilização	$t_{s,\,2\%} = \dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \cong \dfrac{4}{\sigma} = 4\tau$

↳ $T_s = \dfrac{-\ln\left(0{,}02 \cdot \sqrt{1-(0{,}375)^2}\right)}{0{,}375 \cdot 4} \cong \boxed{2{,}6585}$

b) $G(s) = \dfrac{(0{,}04)}{s^2 + 0{,}02 s + 0{,}04} \leftrightarrow Y(s) = \dfrac{(K\omega_n^2)}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

(i) (ii) (iii)

(i) → $K \cdot \omega_n^2 = 0{,}04 \therefore K = 1$

(ii) → $\omega_n^2 = 0{,}04 \therefore \boxed{\omega_n = 0{,}2}$

(iii) → $2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot \cancel{s} = 0{,}02 \cdot \cancel{s} \therefore \boxed{\zeta = 0{,}05}$

Instante de pico	$t_p = \dfrac{\pi}{\omega_d}$

↳ $T_p = \dfrac{3{,}14}{\omega_d} \cong \boxed{15{,}7276}$

$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1-\zeta^2} \cong 0{,}1997$

Tempo de subida	$t_r = \dfrac{\frac{\pi}{2} + \sin^{-1}\zeta}{\omega_d} \cong \dfrac{\pi}{2\omega_n}$

↳ $T_r = \dfrac{\frac{3{,}14}{2} + \text{arcsen}(0{,}05)}{0{,}1997} \cong \boxed{8{,}1142}$

Tempo de estabilização	$t_{s,\,2\%} = \dfrac{-\ln\left(0{,}02\sqrt{1-\zeta^2}\right)}{\zeta\omega_n} \cong \dfrac{4}{\sigma} = 4\tau$

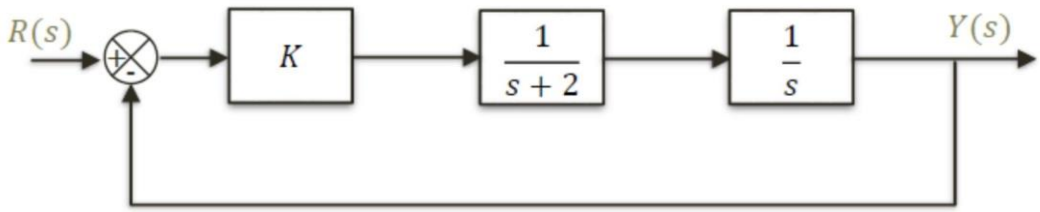
↳ $T_s = \dfrac{-\ln\left(0{,}02 \cdot \sqrt{1-(0{,}05)^2}\right)}{0{,}05 \cdot 0{,}2} \cong \boxed{391{,}327}$

3. De acordo com o Sistema abaixo, responda:

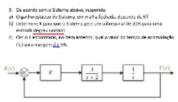
a) O ganho estático do Sistema, em malha fechada, depende de K?

b) Determine K para que o Sistema gere um sobressinal de 20% para uma entrada degrau unitário.

c) Om o K encontrado, no item anterior, qual o valor do tempo de acomodação (T_s) para margem d e 5%.



*Soluções do aluno - 3:



Obs. Considere os seguintes valores das constantes trabalhadas:

$\pi \cong 3{,}14$ e $e \cong 2{,}718$

i) $\boxed{\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{\dfrac{K}{s\cdot(s+2)}}{1+\dfrac{K}{s\cdot(s+2)}} = \dfrac{K}{s^2+2\cdot s+K}}$ $\rightarrow$ ONDE $\boxed{G(s) = \dfrac{\omega_n^2}{s^2+2\cdot\xi\cdot\omega_n+\omega_n^2}}$ $\rightarrow$ ADMITA AINDA QUE:

$\boxed{\omega_n^2 = K}$ E $\boxed{2\cdot\xi\cdot\omega_n = 2}$

a)

i) **Não**, o ganho independe de K, uma vez que é **UNITÁRIO** e **ESTÁTICO**.

b)

i) Pelos que se pede temos: $\boxed{S\% = 20\%}$ $\rightarrow$ $\underbrace{e^{\frac{-\xi\cdot\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0{,}2}$ $\rightarrow$ $\boxed{\xi} = \underbrace{\sqrt{\dfrac{(\ln^2 0{,}2)}{\pi^2+\ln^2 0{,}2}} \cong \boxed{0{,}46}}$

$(\ln 0{,}2 \cong -1{,}609)^2 \cong 2{,}590$

Vamos arredondar o resultado para esse número para facilitar nossa vida daqui pra frente nos cálculos kkkkk

Só lembrando que como arrendodei esse valor para '0,46' os resultados das constantes 'Wn' e 'K' vão dar 'MUITO PRÓXIMoS' do seus resultados para caso não tivesse feito esse arredondamento, mas ainda estão certos (O mesmo pode-se dizer do resultado no item 'c)')

$\underbrace{\cancel{2}\cdot\xi\cdot\omega_n = \cancel{2} \Rightarrow \omega_n = \dfrac{1}{\xi} = \dfrac{1}{\boxed{0{,}46}} \cong 2{,}173}$

$\boxed{K = \omega_n^2 = (2{,}173)^2 \cong 4{,}721}$

c)

i) $\boxed{T_s(5\%) = \dfrac{3}{\xi\cdot\omega_n} = \dfrac{3}{0{,}46\cdot 2{,}173} \cong 3{,}001 \cong 3 \text{ Segundos}}$

*<u>Alguns materiais que usei para estudo das 3 questões do trabalho</u>:

1- Link: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4680292/mod_resource/content/1/Revisao%20Sistema%20de%202a%20ordem.pdf

2- PDF disponibilizado no 'google classroom' pelo professor na turma de IAIC – 2021.1:

''SistemasSegundaOrdemII.pdf''

3- PDF disponibilizado no 'google classroom' pelo professor na turma de IAIC – 2021.1:

''Sistemas_de_1__e_2__Ordem (1).pdf''

~//Fim.