CAPÍTULO 8

RESPOSTA TRANSITÓRIA E ESTABILIDADE

8.1 - Introdução

Seja a estrutura simplificada de uma fonte chaveada, representada na Fig. 8.1.

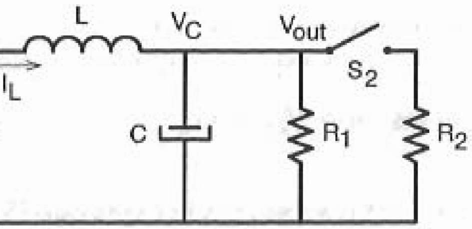

Fig. 8.1: Estrutura simplificada de uma fonte chaveada.

Seja o circuito operando inicialmente em regime permanente, com S_2 aberta; desse modo a carga é constituída pelo resistor R_1.

Vamos imaginar que num instante t_0 a chave S_2 seja fechada, colocando R_2 em paralelo com R_1, provocando subitamente uma redução na resistência de carga.

Vamos imaginar o valor de L suficientemente grande para impedir um variação no valor de I_L nos primeiros instantes após o fechamento da chave S_2.

Desse modo o circuito pode ser representado pela Fig. 8.2.

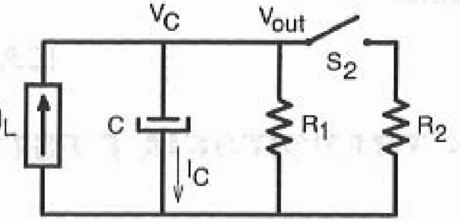

Fig. 8.2: Circuito equivalente para t_0^-.

$$\text{Seja: } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \tag{8.1}$$

$$\text{Antes do transitório } V_{Co} = R_1 I_L \tag{8.2}$$

$$\text{Após o transitório } V_{Cf} = R I_L \tag{8.3}$$

O transitório é representado pela expressão (8.4).

$$V_C = I_L \left[R_1 e^{-t/RC} + R\left(1 - e^{-t/RC}\right) \right] \tag{8.4}$$

A evolução da tensão V_C está representada na Fig. 8.3.

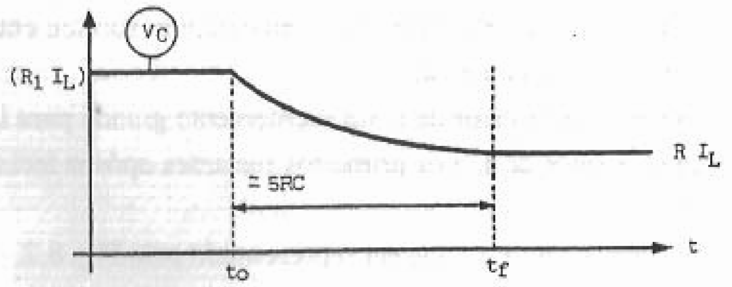

Fig. 8.3: Tensão nos terminais do capacitor de filtragem.

Consideremos a corrente no capacitor durante o transitório.

$$i_C = -\frac{V_{Co}}{R_2} e^{-t/RC} \tag{8.5}$$

Assim:

$$\boxed{i_C = -\frac{R_1}{R_2} I_L e^{-t/RC}} \tag{8.6}$$

A forma da corrente i_C está representada na Fig. 8.4.

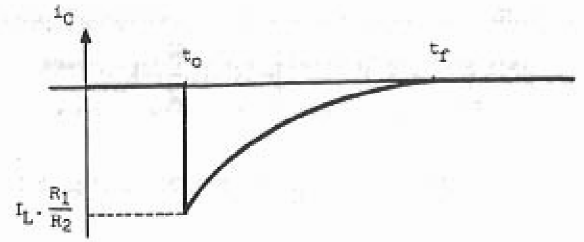

Fig. 8.4: Corrente do capacitor durante o transitório.

A análise apresentada é rigorosa se o capacitor for ideal. Seja o caso em que o capacitor tenha uma RSE (Resistência Série Equivalente). O circuito passa então a ser representado pela Fig. 8.5.

Assim, durante o transitório, a tensão V_{out} será dada pela relação 8.7.

$$V_{out} = V_C + V_{RSE} \tag{8.7}$$

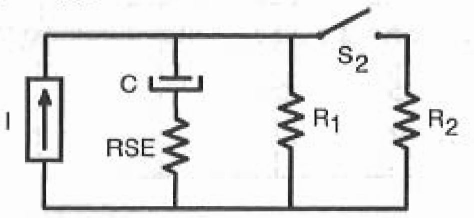

Fig. 8.5: Circuito com RSE incluída.

$$V_{RSE} = RSE\,i_C = -RSE\frac{R_1}{R_2}I_L e^{-t/RC} \tag{8.8}$$

Assim:

$$V_{out} = I_L\left[R + (R_1 - R)e^{-t/RC}\right] - RSE\frac{R_1}{R_2}I_L e^{-t/RC} \tag{8.9}$$

As duas componentes estão representadas na Fig. 8.6.

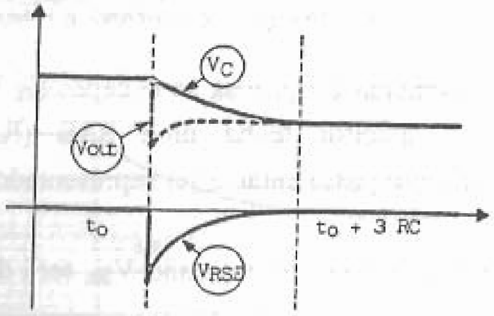

Fig. 8.6: Tensões envolvidas durante o transitório.

Fica evidenciado que a RSE causa uma "redução súbita" de tensão de saída; do mesmo modo, uma redução de carga provocaria uma "elevação súbita" da referida tensão.

Os objetivos básicos da análise do comportamento transitório de uma fonte chaveada são:

a) Estabelecer o desvio que sofre a tensão de saída diante de uma variação da carga;
b) Estabelecer o tempo de recuperação, ou seja, o tempo necessário para que a tensão de saída retorne ao valor existente antes da perturbação.

No exemplo discutido, para que a tensão se restabeleça, a corrente I_L deve ser aumentada. Essa ação é realizada pelo controlador de tensão, segundo a estrutura simplificada mostrada na Fig. 8.7.

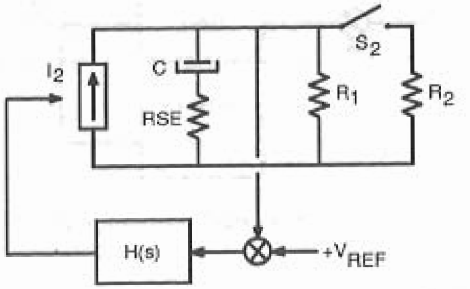

Fig. 8.7: Fonte com controlador da tensão de saída.

Uma ação rápida do regulador diminui o tempo de recuperação; por outro lado, uma ação excessivamente rápida pode provocar oscilações.

Desse modo, podemos estabelecer as seguintes regras, neste estágio da reflexão:

a) A amplitude do desvio de tensão depende somente da RSE do capacitor;

b) A natureza da resposta (tipo de amortecimento e tempo de recuperação) depende somente do tipo de controlador empregado.

8.2 - Equação característica e função de transferência

Uma fonte chaveada é um sistema em malha fechada, ou seja, com realimentação.

A estrutura em blocos de um sistema realimentado está representada na Fig. 8.8.

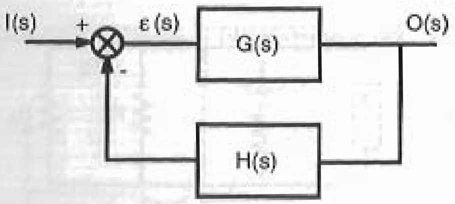

Fig. 8.8: Sistema realimentado.

Sejam as relações:

$$O(s) = G(s)\varepsilon(s) \tag{8.10}$$

$$\varepsilon(s) = I(s) - H(s)O(s) \tag{8.11}$$

Assim:

$$O(s) = G(s)[I(s) - H(s)O(s)] \tag{8.12}$$

$$O(s)[1 + G(s)H(s)] = G(s)I(s) \tag{8.13}$$

Desse modo:

$$\frac{O(s)}{I(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = F(s) \tag{8.14}$$

$O(s)$ - grandeza de saída;

$I(s)$ - grandeza de entrada;

$G(s)$ - função de transferência em malha aberta;

$H(s)G(s)$ - função de transferência de laço aberto;

$\frac{O(s)}{I(s)}$ - função de transferência em malha fechada.

Qualquer função de transferência pode ser arranjada de modo representado pela expressão (8.15).

$$F(s) = \frac{(1+s\tau_1)(1+s\tau_2)+...+(1+s\tau_n)}{(1+s\tau_a)(1+s\tau_b)+...+(1+s\tau_m)} \tag{8.15}$$

onde:

$\frac{1}{\tau_1}, \frac{1}{\tau_2}, ..., \frac{1}{\tau_n}$, são zeros da função transferência em malha fechada.

$$\frac{1}{\tau_a}, \frac{1}{\tau_b}, \ldots, \frac{1}{\tau_m}$$ são pólos da função de transferência em malha fechada.

De uma maneira simplificada, pode-se definir como instável o sistema cuja saída tende para infinito quando excitado. Desse modo, para que O(s) cresça indefinidamente, é necessário que o denominador da função de transferência em malha fechada se anule; tal caso é representado pela expressão (8.16).

$$\boxed{1+G(s)H(s)=0} \tag{8.16}$$

A equação (8.16) é conhecida como a equação característica do sistema.

8.3 - Exemplos de obtenção de função-transferência

Seja o circuito representado na Fig. 8.9.

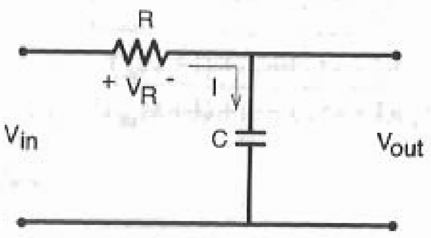

Fig. 8.9: Circuito integrador.

Assim:

$$I(s) = \frac{V_{in}(s)}{R + 1/sC} \tag{8.17}$$

$$V_{out}(s) = \frac{I(s)}{sC} \tag{8.18}$$

Assim:

$$V_{out}(s) = \frac{V_{in}(s)}{sC(R + 1/sC)} \tag{8.19}$$

Assim:

$$\boxed{\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{1+sCR}} \tag{8.20}$$

Pode-se ainda obter a função de transferência escrevendo primeiro a equação diferencial que representa os sistema. No circuito em questão obtém-se:

$$V_{in} = V_R + V_C \tag{8.21}$$

$$V_C = \frac{1}{C}\int i dt \qquad e \qquad V_R = R\, i \tag{8.22}$$

Seja $q = \int i dt$ (8.23)

Assim:

$$V_C = \frac{q}{C} \tag{8.24}$$

$$V_R = R\frac{dq}{dt} \tag{8.25}$$

Assim:

$$V_{in} = R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} \tag{8.26}$$

Portanto:

$$V_{in} = RC\frac{dV_C}{dt} + V_C \tag{8.27}$$

Aplicando a transformada de Laplace termo a termo:

$$V_{in}(s) = R\,Cs\,V_C(s) + V_C(s) \tag{8.28}$$

ou

$$\boxed{\frac{V_C(s)}{V_{in}(s)} = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{1+sCR}} \tag{8.29}$$

8.4 - Diagrama de Bode

Seja a função de transferência representada pela expressão (8.30).

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \frac{1}{1+sCR} \tag{8.30}$$

Tomando $s = j\omega$ (8.31)

obtém-se:

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} = G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega CR} \tag{8.32}$$

Assim:

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{(1+\omega^2C^2R^2)^{1/2}} \tag{8.33}$$

Seja:

$$GdB = 20\log|G(j\omega)| \tag{8.34}$$

GdB é o ganho da função transferência em decibéis.
Assim:

$$G(\omega)dB = 20\log\frac{1}{(1+\omega^2C^2R^2)^{1/2}} \tag{8.35}$$

$$G(\omega)dB = -20\log(1+\omega^2C^2R^2)^{1/2} \tag{8.36}$$

Para $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow G(0)dB = -20\log\sqrt{1} = 0$ (8.37)

Para ω muito grande tem-se:

$$GdB(\infty) = -20\log(\omega CR) \tag{8.38}$$

Sejam os seguintes valores de ω:

$$\text{a) } \omega = \frac{1}{CR} = \frac{1}{\tau} \tag{8.39}$$

$$G\left(\frac{1}{\tau}\right)_{dB} = -20\log 1 = 0 \tag{8.40}$$

$$\text{b) } \omega = \frac{10}{CR} = \frac{10}{\tau} \tag{8.41}$$

$$G\left(\frac{10}{\tau}\right)_{dB} = -20\log 10 = -20dB \tag{8.42}$$

Representando os pontos calculados em escala logarítmica, obtém-se a curva representada na Fig. 8.10.

A freqüência no ponto $\frac{1}{RC}$ é chamada de freqüência de corte. Constata-se que a curva de ganho possui uma inclinação de 20dB/década, que é uma característica de um sistema de 1ª ordem.

Tomando-se o denominador da expressão (8.30) e igualando-se a zero, obtém-se a expressão (8.43):

$$1 + sCR = 0 \tag{8.43}$$

Assim:

$$s = -\frac{1}{RC} \tag{8.44}$$

Sendo s um pólo da função transferência.

Assim, constata-se que um pólo causa uma transição na inclinação na curva de ganho de –20 dB/década.

É interessante também a obtenção da curva de fase em função da freqüência. Considerando a expressão (8.32)

$$\text{a) para } \omega = \frac{0{,}1}{RC} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1 + j0{,}1} \Rightarrow \phi \cong 0$$

$$\text{b) para } \omega = \frac{10}{RC} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1 + j100} \Rightarrow \phi \cong -90°$$

$$\text{c) para } \omega = \frac{1}{RC} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{1}{1 + j1} \Rightarrow \phi \cong -45°$$

Com os três ângulos, traça-se a curva de fase em função da freqüência, como aparece na Fig. 8.10.

Constata-se que um pólo causa uma transição no ângulo de fase de –45°/década, com uma década acima e abaixo da freqüência de transição f_p, provocando uma defasagem total de –90°.

Como regra geral, para o traçado do diagrama de bode, pode-se estabelecer o seguinte:

a) Um pólo causa uma transição de –20dB/década enquanto um zero causa uma transição de +20dB/década na curva de ganho;

b) Um pólo causa uma transição de –45°/década enquanto um zero causa uma transição de +45°/década na freqüência de transição.

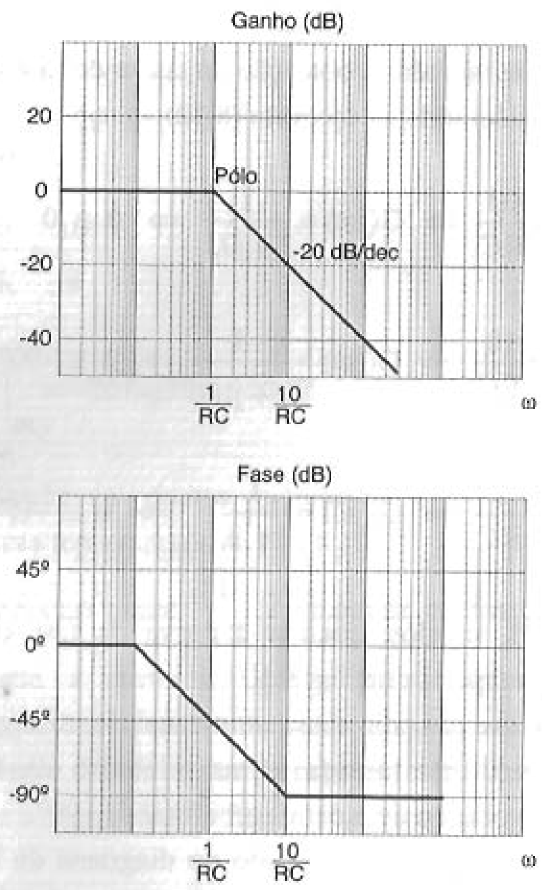

Fig. 8.10: Diagrama de Bode para um sistema de 1ª ordem.

8.5 - Exemplo

Seja a função de transferência representada pela expressão (8.45)

$$F(s) = 20\left(\frac{1 + sR_E C}{1 + sR_o C}\right) \tag{8.45}$$

A função contém um pólo e um zero nas seguintes freqüências:

$$\omega_Z = \frac{1}{R_E C} \tag{8.46}$$

$$\omega_P = \frac{1}{R_o C} \tag{8.47}$$

Assim:

$$f_Z = \frac{1}{2\pi R_E C} \tag{8.48}$$

$$f_P = \frac{1}{2\pi R_o C} \tag{8.49}$$

Sejam valores de R_o, R_E e C de modo que:

$f_Z = 1590Hz$ e $f_P = 6{,}63Hz$

Para f = 0 o ganho em dB é dado pela relação:

$$|G(0)|dB = 20\log 20 = 20 \cdot 1{,}30 = 26dB$$

Com essas informações pode ser traçada a curva de módulo como está representada na Fig. 8.11, juntamente com a curva de fase.

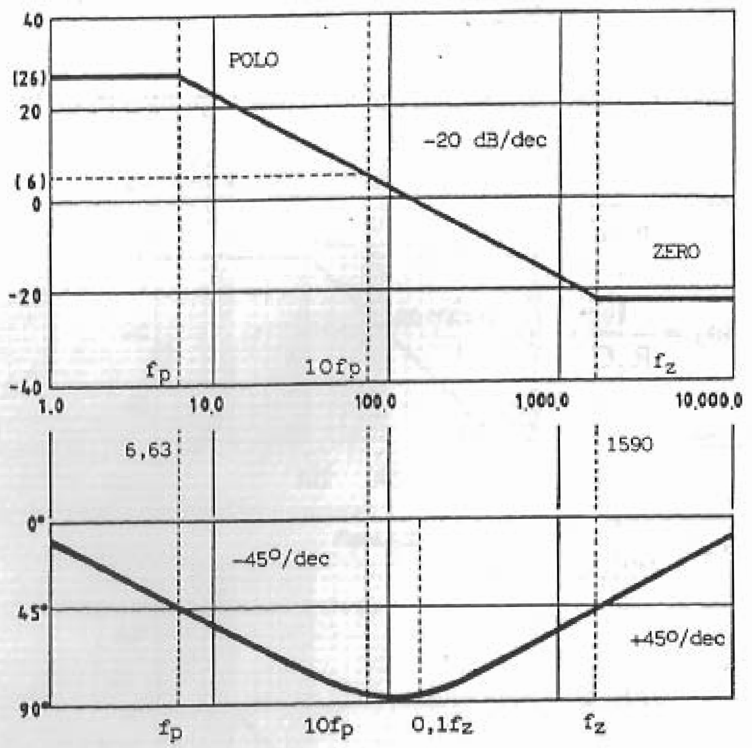

Fig. 8.11: Diagrama de Bode para a função representada pela expressão (8.45).

8.6 - Critérios de estabilidade

Seja a expressão (8.50) que representa a equação característica de um sistema realimentado.

$$1 + G(s)H(s) = 0 \tag{8.50}$$

Desse modo, o sistema torna-se instável quando:

$$G(s)H(s) = -1 \tag{8.51}$$

Assim:

$$G(\omega)dB = 20\log G(s)H(s) = 0 \tag{8.52}$$

$$\phi = -180 \tag{8.53}$$

Ou seja, o sistema torna-se instável quando para um ganho de 0dB o ângulo de fase é igual a $-180°$; desse modo o sistema será estável se na freqüência em que o ganho torna-se igual a 0dB, o ângulo de fase é maior que $-180°$.

É importante reforçar o fato de que não se analisa a função de transferência total do sistema, mas sim a função de transferência de laço aberto, G(s)H(s).

O ângulo da fase para freqüências maiores pode ser menor que $-180°$, sem que isto comprometa a estabilidade.

Seja a Fig. 8.12, onde está representado o Diagrama de Bode de um sistema estável.

Se o ângulo estiver próximo de –180°, o sistema continua estável, mas exibirá *overshoot* e oscilações, o que é indesejável. A margem de fase é definida pela expressão (8.54).

$$\boxed{MF = 180 - \phi} \qquad MF = 180 + \phi \quad \text{(OGATA) pág 460} \tag{8.54}$$

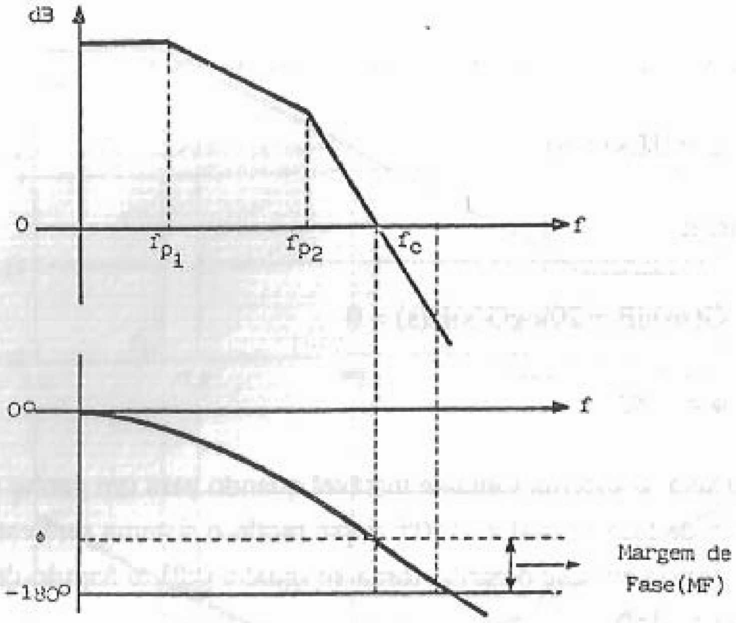

Fig. 8.12: Diagrama de Bode de um sistema estável.

Em fontes chaveadas procura-se manter a margem de fase entre 45° e 90°.

Como procedimento simplificado para garantir a estabilidade, a inclinação do ganho de G(s)H(s) para f_c será igual a –20dB/década.

Ainda na Fig. 8.12 pode-se definir:

f_{P1} - freqüência para a qual ocorre uma transição (1 pólo);
f_{P2} - freqüência para a qual ocorre a segunda transição (1 pólo);
f_c - freqüência de cruzamento.

Para que uma fonte apresente erros estáticos muito pequenos com a variação da resistência de carga ou da tensão de entrada, o ganho da função G(s).H(s) em baixas freqüências deve ser o maior possível.

Normalmente adota-se um pólo na origem. Assim, para $f \rightarrow 0$ o ganho tende a um valor muito alto, reduzindo o erro estático a valores próximos de zero.

Para que a fonte tenha uma resposta rápida, deve-se tomar f_c com o valor mais alto possível. Quando f_c se aproxima muito de f_s (freqüência de comutação) a fonte não pode mais ser tratada como sistema contínuo. A teoria de sistemas amostrados demonstra que $f_c \cong f_s/4$. Esta relação sugere que quanto maior a freqüência f_s de comutação da fonte, mais alta poderá ser a freqüência de cruzamento e, portanto, mais rápida poderá ser a resposta da fonte quando perturbada.

8.7 - Representação das Fontes Chaveadas

a) Fonte do tipo *Forward*

Seja o circuito representado na Fig. 8.13.

$$V_{2md} = V_{ST} D = V_{in} \frac{N_S}{N_P} D \tag{8.55}$$

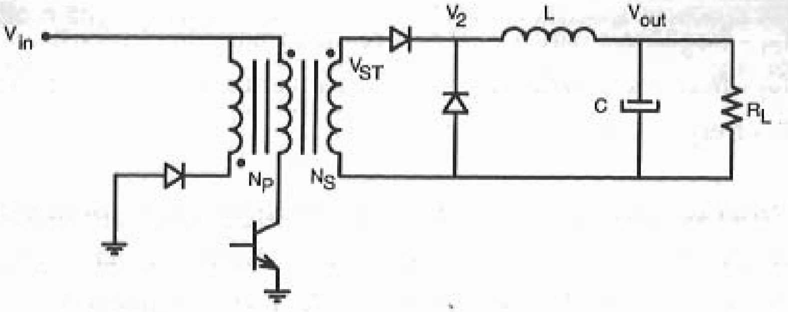

Fig. 8.13: Fonte Forward

Seja a Fig. 8.14, onde aparecem os sinais de entrada do comparador do Integrado PWM.

$$D = \frac{T_1}{T} = \frac{V_C}{V_S} \qquad (8.56)$$

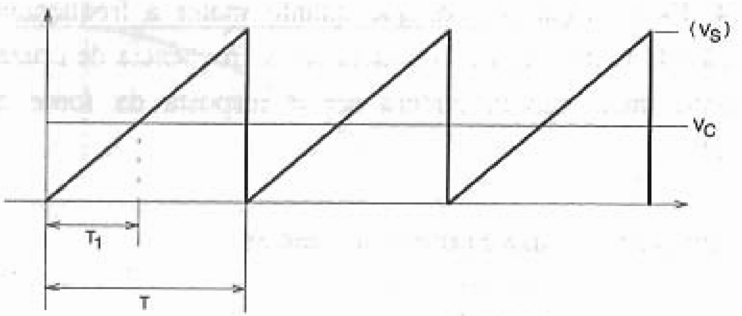

Fig. 8.14: Sinais para geração da razão cíclica.

para $0 \le V_C \le V_S$.

Assim: $V_{2md} = V_{in} \dfrac{N_S}{N_P} \dfrac{V_C}{V_S}$ (8.57)

ou

$$\boxed{\frac{V_{2md}}{V_C} = \frac{V_{in}}{V_S}\frac{N_S}{N_P}} \qquad (8.58)$$

Na representação do filtro de saída a resistência de carga será considerada muito alta. Assim:

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{2md}(s)} = \frac{1}{s^2LC+1} \qquad (8.59)$$

Seja $\omega_o = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ (8.60)

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{2md}(s)} = \frac{1}{\left(\dfrac{s^2}{\omega_o^2}+1\right)} \qquad (8.61)$$

$$\frac{V_{out}(j\omega)}{V_{2md}(j\omega)} = \frac{1}{\left(\dfrac{j\omega}{\omega_o}\right)^2+1} \qquad (8.62)$$

$$|G(\omega)|dB = -20\log\sqrt{1+(\omega/\omega_o)^4} \qquad (8.63)$$

Para $\omega \to 0 \Rightarrow |G(\omega)|dB = 0$

Para $\omega \to \infty \Rightarrow |G(\omega)|dB = -20\log\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 = -40\log\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)$ (8.64)

Assim, para $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$, $|G(\omega)|dB = 0dB$

Para $\frac{\omega}{\omega_0} = 10$, $|G(\omega)|dB = -40dB$. Assim em $\omega = \omega_o$ há uma transição de –40dB/dec., o caracteriza dois pólos.

Multiplicando as expressões 8.61 e 8.58 obtém-se a expressão 8.65.

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{2md}(s)}\frac{V_{2md}(s)}{V_C(s)} = \frac{V_{out}(s)}{V_C(s)} \tag{8.65}$$

Assim:

$$\boxed{\frac{V_{out}(s)}{V_C(s)} = \frac{V_{in}}{V_S}\frac{N_S}{N_P}\frac{1}{(s^2/\omega_o^2+1)}} \tag{8.66}$$

A expressão (8.66) representa a função de transferência da fonte *Forward*.

O diagrama de Bode correspondente está representado na Fig. 8.15.

Quando a RSE do capacitor de filtro é considerada, a função de transferência do filtro assume a forma apresentada pela expressão (8.67).

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{2md}(s)} = \frac{(1+sC\cdot RSE)}{(1+s^2/\omega_o^2)} \tag{8.67}$$

ou

$$\frac{V_{out}(s)}{V_{2md}(s)} = \frac{(1+s/\omega_Z)}{(1+s^2/\omega_o^2)} \tag{8.68}$$

Ocorre desse modo um zero na freqüência f_Z dada pela relação 8.69:

$$f_Z = \frac{1}{2\pi C\cdot RSE} \tag{8.69}$$

Desse modo:

$$\frac{V_{out}(s)}{V_C(s)} = \frac{V_{in}}{V_S}\frac{N_S}{N_P}\frac{(1+s/\omega_Z)}{(1+s^2/\omega_o^2)} \tag{8.70}$$

Na Fig. 8.15 aparece a curva de ganho, com os dois pólos e o zero.

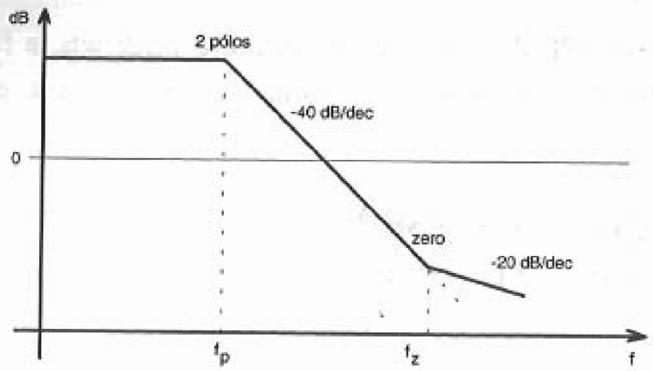

Fig. 8.15: Curva de ganho para o conversor Forward.

b) Fonte do tipo *Flyback* (condução descontínua)

Seja a estrutura representada na Fig. 8.16.

$$P_{2md} = R_2 I_{2md}^2 \tag{8.71}$$

$$P_{1md} = V_{in} I_{1md} = V_{in} \frac{I_p T_1}{2T} \tag{8.72}$$

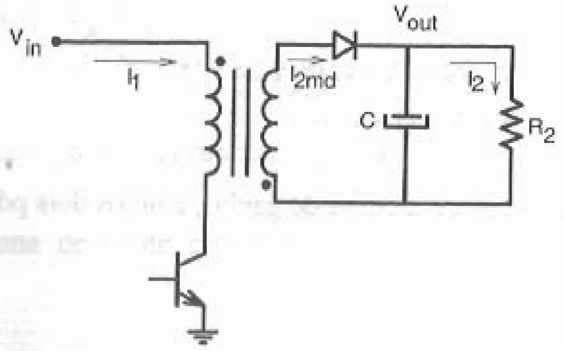

Fig. 8.16: Fonte Flyback.

Assim: $P_{1md} = \dfrac{V_{in}^2 T_1^2}{2LT}$ (8.73)

$$P_{2md} = P_{1md} \tag{8.74}$$

Assim:

$$R_2 I_{md}^2 = \frac{V_{in}^2 T_1^2}{2LT} \tag{8.75}$$

Portanto:

$$I_{2md}^2 = \frac{V_{in}^2}{2LR_2} T \frac{T_1^2}{T^2} = \frac{V_{in}^2}{2LR_2 f} \frac{T_1^2}{T^2} \tag{8.76}$$

$$\boxed{I_{2md} = \frac{V_{in}}{\sqrt{2LR_2 f}} D} \tag{8.77}$$

Desse modo o estágio de saída da fonte *Flyback* em condução descontínua possa ser representado pela Fig. 8.17.

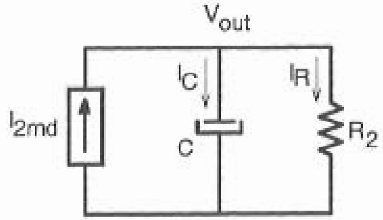

Fig. 8.17: Estágio de saída do conversor Flyback.

O circuito da Fig. 8.17 é representado pela equação diferencial representada pela expressão (8.78).

$$I_{2md} = C\frac{dV_{out}}{dt} + \frac{V_{out}}{R_2} \tag{8.78}$$

Assim:

$$\frac{V_{in}}{C\sqrt{2LR_2 f}} D = \frac{dV_{out}}{dt} + \frac{V_{out}}{R_2 C} \tag{8.79}$$

$$\text{Seja } D = \frac{V_C}{V_S} \tag{8.80}$$

$$A = \frac{V_{in}}{\sqrt{2Lf\,R_2 C}} \tag{8.81}$$

Assim:

$$\boxed{\frac{dV_{out}}{dt} + \frac{V_{out}}{R_2 C} = A\frac{V_C}{V_S}} \tag{8.82}$$

Assim:

$$S\,V_{out}(s) + \frac{V_{out}(s)}{R_2 C} = \frac{A}{V_S} V_C(s) \tag{8.83}$$

$$V_{out}(s)[sR_2C + 1] = \frac{AR_2C}{V_S} V_C(s) \tag{8.84}$$

$$\boxed{\frac{V_{out}(s)}{V_C(s)} = \frac{AR_2C}{V_S}\frac{1}{(1+sR_2C)}} \tag{8.85}$$

Assim:

$$G(s) = \frac{V_{in}R_2C}{V_S\sqrt{2LR_2 f}\,C}\frac{1}{(1+sR_2C)} \tag{8.86}$$

$$\boxed{G(s) = \frac{V_{in}}{V_S\sqrt{\frac{2Lf}{R_2}}}\frac{1}{(1+sR_2C)}} \tag{8.87}$$

A expressão (8.87) representa a função de transferência da fonte *Flyback*.

Destacam-se duas características importantes:

a) Trata-se de um sistema de 1ª ordem;
b) O ganho estático depende da resistência de carga.

A exemplo da fonte *Forward*, a RSE do capacitor de filtragem introduz um zero na função G(s) com ω_Z dado pela expressão 8.88.

$$\omega_Z = \frac{1}{RSE \cdot C} \tag{8.88}$$

Assim:

$$\boxed{G(s) = \frac{V_{in}}{V_S\sqrt{\frac{2Lf}{R_2}}}\frac{(1 + sRSE \cdot C)}{(1 + sR_2C)}} \qquad (8.89)$$

A função G(s) está representada graficamente na Fig. 8.18.

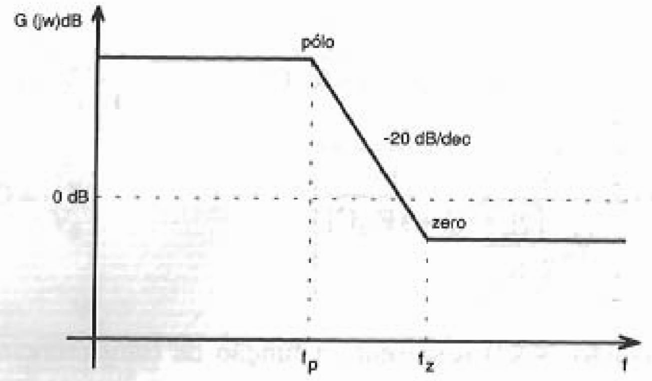

Fig. 8.18: Curva de ganho para o conversor Flyback.

8.8 - Circuitos de Compensação empregados com os amplificadores operacionais

a) Topologias de 1 pólo

Seja o circuito representado na Fig. 8.19.

$$\frac{V_C}{V_o} = \frac{Z_f}{Z_i} \qquad (8.90)$$

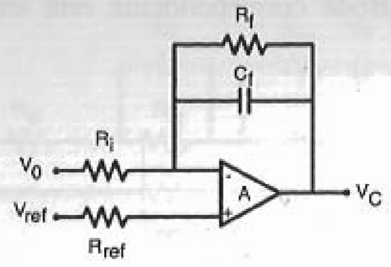

Fig. 8.19: Controlador de 1 pólo.

$$Z_i = R_i \qquad (8.91)$$

$$Z_f = \frac{R_f / C_f s}{R_f + 1/C_f s} \qquad (8.92)$$

Assim:

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{R_f}{C_f s(R_f + 1/C_f s)R_i} = \frac{R_f}{R_i}\frac{1}{(1 + sC_f R_f)} \qquad (8.93)$$

Assim, o ganho estático é dado pela relação (8.94) e a freqüência de transição pela expressão (8.95).

$$G = \frac{R_f}{R_i} \qquad (8.94)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R_f C_f} \qquad (8.95)$$

O diagrama de Bode correspondente está representado na Fig. 8.20.

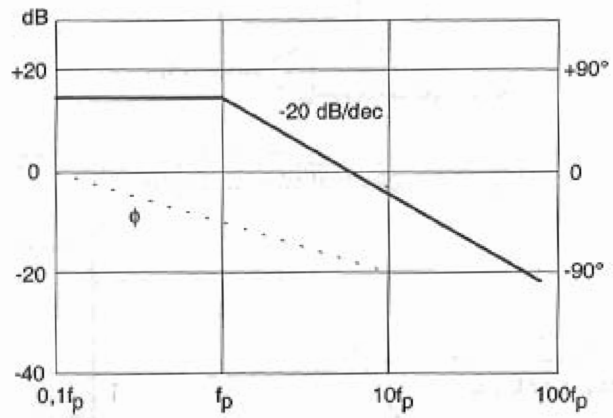

Fig. 8.20: Diagrama de Bode para o circuito de 1 pólo.

O compensador apresentado é recomendado para as fontes que contenham um filtro de saída de um pólo, como a *Flyback*.

R_{ref} é destinada a compensação de tensão de *offset* e é obtida pela expressão (8.96).

$$R_{ref} = \frac{R_i R_f}{R_i + R_f} \tag{8.96}$$

O pólo introduzido pelo compensador é destinado a compensar o zero introduzido pelo RSE do capacitor de filtragem.

b) **Topologia de 2 pólos**

O compensador de 2 pólos está representado na Fig. 8.21.

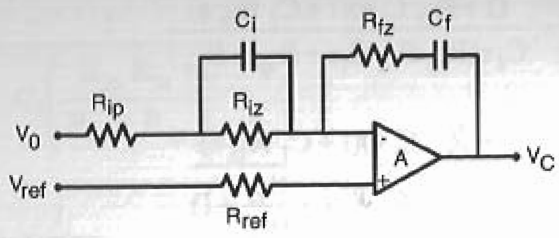

Fig. 8.21: Compensador de 2 pólos.

$$Z_f = R_{fz} + \frac{1}{sC_f} \tag{8.98}$$

$$Z_i = R_{ip} + \frac{R_{iz}/sC_i}{R_{iz} + \frac{1}{sC_i}} = \frac{R_{iz}}{sC_i}\frac{1}{(R_{iz} + \frac{1}{s.C_i})} + R_{ip} \tag{8.99}$$

$$\frac{Z_f}{Z_i} = \frac{R_{fz} + 1/sC_f}{R_{ip} + \frac{R_{iz}}{sC_i}\left(\frac{1}{R_{iz} + 1/sC_i}\right)} \tag{8.100}$$

Assim:

$$\frac{Z_f}{Z_i} = \frac{R_{fz} + 1/sC_f}{R_{ip} + R_{iz}\left(\frac{1}{R_{iz} C_i s + 1}\right)} \tag{8.101}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(s C_f R_{fz} + 1)/sC_f}{(R_{ip} R_{iz} C_i s + R_{ip} + R_{iz})/(1 + R_{iz} C_i s)} \tag{8.102}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(1+R_{iz}C_i s)(1+C_f R_{fz} s)}{C_f s(R_{ip}R_{iz}C_i s + R_{ip} + R_{iz})} \tag{8.103}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(1+R_{iz}C_i s)(1+C_f R_{fz} s)}{C_f s R_{ip}(R_{iz}C_i s + \frac{R_{iz}}{R_{ip}} + 1)} \tag{8.104}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(1+R_{iz}C_i s)(1+C_f R_{fz} s)}{C_f s R_{ip}(R_{iz}C_i s + \frac{R_{iz}+R_{ip}}{R_{ip}})} \tag{8.105}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(1+R_{iz}C_i s)(1+C_f R_{fz} s)}{C_f s R_{ip}\left(\frac{R_{ip}R_{iz}}{R_{iz}+R_{ip}}C_i s + 1\right)\left(\frac{R_{iz}+R_{ip}}{R_{ip}}\right)} \tag{8.106}$$

$$\frac{V_C(s)}{V_o(s)} = \frac{(1+R_{iz}C_i s)(1+C_f R_{fz} s)}{\left[C_f s(R_{ip}+R_{iz})\left(1+C_i s + \frac{R_{ip}R_{iz}}{R_{iz}+R_{ip}}\right)\right]} \tag{8.107}$$

A função transferência possui 2 zeros e 2 pólos nas seguintes freqüências de transição:

$$\omega_{p1} = 0 \tag{8.108}$$

$$\omega_{z1} = \frac{1}{C_i R_{iz}} \tag{8.109}$$

$$\omega_{p2} = \frac{1}{C_i\left(\frac{R_{ip}R_{iz}}{R_{iz}+R_{ip}}\right)} \tag{8.110}$$

$$\omega_{z2} = \frac{1}{C_f R_{fz}} \tag{8.111}$$

ω_{p2} depende da associação em paralelo de R_{ip} com R_{iz}.

Assim:

$$f_{p1} = 0\text{Hz} \tag{8.112}$$

$$f_{z1} = \frac{1}{2\pi C_i R_{iz}} \tag{8.113}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi C_i\left(\frac{R_{ip}R_{iz}}{R_{iz}+R_{ip}}\right)} \tag{8.114}$$

$$f_{z2} = \frac{1}{2\pi C_f R_{fz}} \tag{8.115}$$

Constata-se a existência de um pólo na origem.

Para $f \rightarrow 0$, o ganho estático teoricamente torna-se infinito; na realidade, nesses casos, o ganho do amplificador operacional compensado torna-se igual ao ganho em malha aberta do integrado PWM.

No caso do CI 3524 o ganho em malha aberta para $f \rightarrow 0$ é definido pelo resistor colocado no pino 9 contra a massa. Assim, para $R_9 = 30k\Omega$, o ganho em malha aberta é igual a 40dB.

Normalmente nos projetos torna-se $f_{z1} = f_{z2}$. Assim:

$$C_f R_{fz} = C_i R_{iz} \tag{8.116}$$

Para frequências maiores que f_{p2} os capacitores são curto-circuitos e o ganho é dado pela relação (8.117).

$$A_2 = \frac{R_{fz}}{R_{ip}} \tag{8.117}$$

Para $f_z = f_{z1} = f_{z2}$ o ganho é dado pela relação (8.118).

$$A_1 = \frac{R_{fz}}{R_{ip} + R_{iz}} \tag{8.118}$$

O compensador de 2 pólos é empregado nas fontes chaveadas com filtro de saída de 2 pólos, como as do tipo *Forward*, *Bridge*, *Half-Bridge* e *Push-Pull*.

O pólo 2 é sempre empregado para compensar o zero criado pela RSE do filtro de saída.

O pólo 1 na origem é empregado para assegurar um baixo erro estático da tensão de saída.

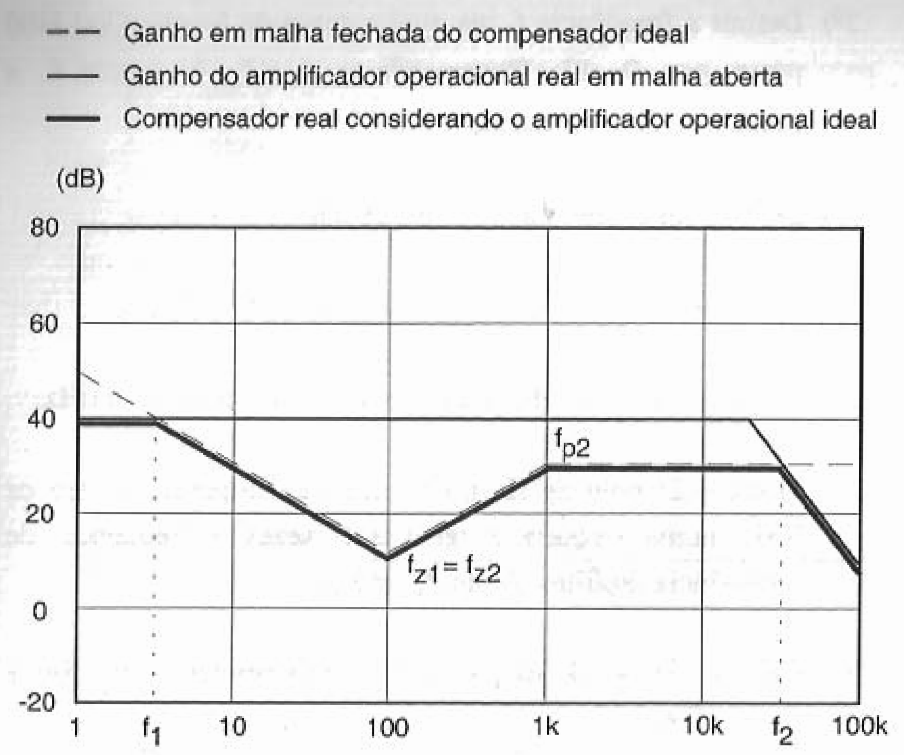

Fig. 8.22: Curva de ganho para o compensador de 2 pólos.

8.9 - Método prático para o cálculo do controlador de um conversor *Forward*

1º) Traçar o diagrama G(s) em dB;

2º) Escolher a topologia do controlador. Recomenda-se o controlador de 2 pólos estudado neste capítulo;

3º) Definir a freqüência f_c, na qual a curva da função G(s) H(s) passa por 0 dB. Recomenda-se $f_c \leq f_s / 4$ sendo f_s a freqüência de comutação;

4º) Determinar o ganho de H(s) para $f = f_c$;

5º) Situar os dois zeros de H(s) na freqüência f_o do filtro;

6º) Situar o 1º pólo de H(s) na origem (0 Hz). Assim $f_{p1} = 0Hz$;

7º) Situar o 2º pólo de H(s), destinado a compensar o zero da RSE, numa freqüência igual a 5 vezes a freqüência de ressonância do filtro. Assim $f_{p1} = 5f_o$;

8º) Calcular H_1 e H_2 empregando o procedimento descrito a seguir (Fig. 8.23).

Assim: $H_2 = A + 20\log\frac{f_{p2}}{f_c} = 20\log A_2$

$H_1 = A - 20\log\frac{f_c}{f_0} = 20\log A_1$

9º) Calcular os valores dos resistores e capacitores do circuito de compensação.

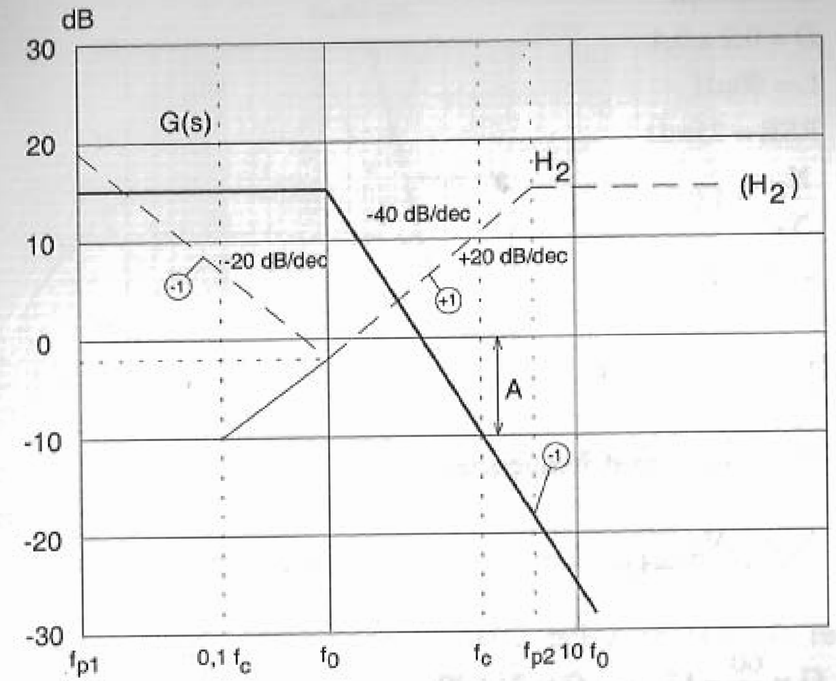

Fig. 8.23: Método de compensação do conversor Forward.

8.10 - Exemplo de Projeto

Seja um conversor *Buck* com as seguintes características:

$V_{out} = 12V$
$P_{out} = 240W$
$f_s = 40kHz \rightarrow T = 25\mu s$
$V_{in} = 60V$
$I = 2A$ à $20A$
$R_1 = 6\Omega$ a $0,6\Omega$

$C = 4000\mu F$

$D = 0{,}2$ a $0{,}4$

$L = 60\mu H$

$RSE = 25m\Omega$

$$\frac{N_S}{N_P} = 1{,}0$$

$V_S = 5{,}0V$

1º) Diagrama de G(s)

Ganho em baixas freqüências

$$\frac{V_{out}}{V_C} = \frac{V_{in}}{V_S} = G$$

$$G = \frac{60}{5} = 12 \quad \Rightarrow G = 21{,}6dB$$

Freqüência de transição

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 325Hz$$

$$f_z = \frac{1}{2\pi C \cdot RSE} = 1590Hz$$

A função G(s) está representada na Fig. 8.24.

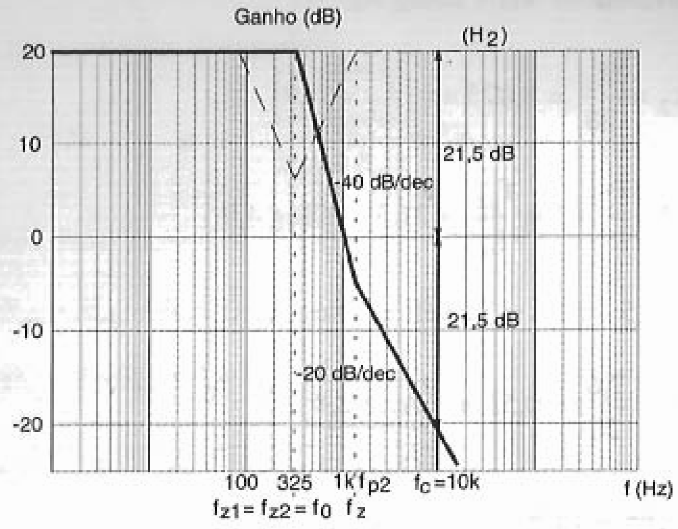

Fig. 8.24: Exemplo de Projeto de Compensador.

2º) A topologia do controlador é a de 2 pólos estabelecida neste capítulo.

3º) $f_c = \frac{f_s}{4} = 10kHz$

4º) Para f = 10kHz, o ganho de G(s) é de –21,5dB.

5º) $f_{z1} = f_{z2} = f_0 = 325Hz$

6º) $f_{p1} = 0Hz$

7º) $f_{p2} = 5f_0 = 1625Hz$

8º) $H_2 = 21{,}5\text{dB} \Rightarrow H_2 = 20\log A_2$

$$\log A_2 = \frac{H_2}{20} = 1{,}075 \Rightarrow \boxed{A_2 = 11{,}9}$$

$$H_1 = H_2 - 20\log\frac{f_{p2}}{f_0} = 21{,}5 - 20\log 4{,}9$$

$$H_1 = 21{,}5 - 13{,}8 = 7{,}68\text{dB} = 20\log A_1$$

$$\log A_1 = \frac{7{,}6}{20} = 0{,}58 \Rightarrow \boxed{A_1 = 2{,}4}$$

9º) $A_2 = \frac{R_{fz}}{R_{ip}} = 11{,}9$

$$A_1 = \frac{R_{fz}}{R_{ip} + R_{iz}} = 2{,}4$$

$$f_{z1} = f_{z2} = \frac{1}{2\pi C_i R_{iz}} = 326\text{Hz} = \frac{1}{2\pi C_f\, R_{fz}}$$

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi C_i\left(\frac{R_{ip}\,R_{fz}}{R_{fz} + R_{ip}}\right)} = 1600\ \text{Hz}$$

Seja $\boxed{R_{iz} = 47k}$

$$C_i = \frac{1}{2\pi R_{iz}\, f_{z1}} \Rightarrow \boxed{C_i = 0{,}01\mu F}$$

Com as expressões dos ganhos:

$$\frac{R_{fz}}{R_{ip}} = 11{,}9 \qquad \text{e} \qquad \frac{R_{fz}}{R_{ip} + R_{iz}} = 2{,}4$$

Assim:

$$11{,}9\, R_{ip} = (R_{ip} + R_{iz})\, 2{,}4$$

$$11{,}9\, R_{ip} - 2{,}4\, R_{ip} = 2{,}4\, R_{iz}$$

$$R_{ip} = \frac{2{,}4 R_{iz}}{9{,}5} \Rightarrow \boxed{R_{ip} = 11{,}87\text{k}\Omega}$$

Assim: $\boxed{R_{fz} = 141\text{k}\Omega}$

$$C_i R_{iz} = C_f\ R_{fz} \Rightarrow C_f = \frac{C_i\, R_{iz}}{R_{fz}}$$

$$C_f = \frac{0{,}01 \cdot 47}{141} \Rightarrow \boxed{C_f = 3{,}33\text{nF}}$$