# 线性规划上机习题——问题2

## 1 问题重述

某工厂每日 8 小时的产量不低于 1800 件。为了进行质量控制，计划聘请两种不同水平的检验员。一级检验员的标准为：速度 25 件/小时，正确率 98%，计时工资 4 元/小时；二级检验员的标准为：速度 15 件/小时，正确率 95%，计时工资 3 元/小时。检验员每错检一次，工厂要损失 2 元。为使总检验费用最省，该工厂应聘一级、二级检验员各几名？并且，请进一步讨论： （1）若二级检验员的正确率提高到 96%，问是否需要调整二级检验员的数目？ （2）若检验员每错检一次，工厂损失 1.5 元，是否需要调整不同检验员的数目？

## 2 变量设置

现设该工厂每日8小时的产量为 件，每日应聘请一级检验员总工作时长为 （单位：小时），聘请二级检验员总工作时长为 （单位：小时），每日检验员出错次数为 （单位：次）。注：两名一级检验员同时工作 1 小时算作2 小时的工作时长。

## 3 模型建立

由题意可知，本题为整数规划问题，目标函数为 。再考虑题目中提到的约束条件：

1. 每日产量不低于 1800 件：
2. 每日检验工作量要求：.

对于随机变量 ，设 ，其中 服从参数为和 的二项分布。即 ，其中由题意我们得知 。我们用求期望的方法将其转化为确定的与 有关的函数：

综合上述，可以建立数学模型：

### 3.1 问题求解

方法1: lingo 求解，程序代码如下：

model:  
min = (4+2\*p1)\*x1 + (3+2\*p2)\*x2;  
[workload] 25\*x1 + 15\*x2 >= y;  
[yield] y >= 1800;  
[inspector1] p1 = 0.02;  
[inspector2] p2 = 0.05;  
end

运行结果：

Variable Value Reduced Cost  
 P1 0.2000000E-01 0.000000  
 X1 72.00000 0.000000  
 P2 0.5000000E-01 0.000000  
 X2 0.000000 0.6760000  
 Y 1800.000 0.000000  
  
 Row Slack or Surplus Dual Price  
 1 290.8800 -1.000000  
 WORKLOAD 0.000000 -0.1616000  
 YIELD 0.000000 -0.1616000  
 INSPECTOR1 0.000000 -144.0000  
 INSPECTOR2 0.000000 0.000000

方法2：Matlab 求解，因为不确定产量，故需多次求解。程序代码如下：

p = [0.02 0.05];  
f = [4 3] + 2\*p;  
A = [25 15];  
lb = zeros(2,1);  
ic = [1,2];  
x = zeros(2, 20);  
fval = zeros(20, 1);  
for b = 1800:100:3000  
 [x(:,b/100-17), fval(b/100-17)] = intlinprog(f, ic, -A, -b, [], [], lb, []);  
end

运行结果如下：

x =   
 72 76 80 84 88 92 96 100 104 108 112 116 120  
 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0  
fval =   
 290.8800  
 307.0400  
 323.2000  
 339.3600  
 355.5200  
 371.6800  
 387.8400  
 404.0000  
 420.1600  
 436.3200  
 452.4800  
 468.6400  
 484.8000

分析所得结果可知，当 时，该工厂应只聘请一级检验员，根据计算结果 ，故在每个检验员每天都工作 8 小时的情形下，该工厂应聘请 9 名检验员。最终，期望的最小检验费用（包括因检验出错产生的亏损）为 元。

更进一步地，可以看出当 继续增加时，该工厂的招聘策略并不因此而改变。这里 matlab 仅解出 内的结果。利用 lingo (range) 的结果：

Objective Coefficient Ranges:  
 Current Allowable Allowable  
Variable Coefficient Increase Decrease  
 X1 4.040000 1.126667 4.040000  
 X2 3.100000 INFINITY 0.6760000  
 Y 0.000000 INFINITY 0.1616000  
  
 Righthand Side Ranges:  
 Current Allowable Allowable  
 Row RHS Increase Decrease  
WORKLOAD 0.000000 INFINITY 1800.000  
 YIELD 1800.000 INFINITY 1800.000

可知在 的范围，该策略都可以保证工厂取得期望下的最小检验费用。

## 4 问题延伸

### 4.1 对于讨论1

问题：若二级检验员的正确率提高到 96%，问是否需要调整二级检验员的数目？

分析 lingo(range) 求解所得结果，其中 的系数变化范围为 。而当二级检验元正确率提高至96%时，对应 项的系数为 。故不需要调整二级检验员的数目。

### 4.2 对于讨论2

问题：若检验员每错检一次，工厂损失 1.5 元，是否需要调整不同检验员的数目？

由题意可知，原问题的目标函数在此情形下调整为 ，在 不因此而改变的条件下，决策变量 的系数调整为 。由 lingo(range) 所得结果，可知不需要调整不同检验员的数目。