

Propriétés nuageuses pour la convection profonde

Jean-François Mahfouf

December 1, 2023

1. Introduction

Je décris dans cette note un calcul de propriétés thermodynamiques utiles pour les paramétrisations de la convection profonde dans les modèles de prévision numérique du temps. Il s'agit d'une méthode classique qui s'appuie sur la description proposée en Appendice du papier de Bougeault (1985) que je vais ensuite comparer aux méthodes proposées dans divers schémas de convection que j'avais utilisé dans le cadre de l'assimilation variationnelle de précipitations (Fillion and Mahfouf (2000), Mahfouf (2005)).

2. Ascension adiabatique d'une particule

On effectue ici l'ascension adiabatique sèche d'une particule d'air (supposée non saturée en vapeur d'eau) caractérisée par son altitude Z_{NK} , sa température T_{NK} et son humidité spécifique q_{NK} au niveau NK le plus proche de la surface, jusqu'au *niveau de condensation* noté LC , altitude pour laquelle : $q_{LC} = q_{sat}(T_{LC})$. A partir de ce niveau, la particule d'air va continuer à s'élever en étant saturée en vapeur d'eau. On suppose ici que toute l'eau condensée est évacuée de la parcelle d'air sous forme de précipitations ce qui conduit à une ascension dite "pseudo-adiabatique humide". A chaque niveau, on va estimer les propriétés T^c et q^c de cette particule "nuageuse", et estimer sa température virtuelle pour localiser le *niveau de convection libre* où elle devient supérieure à celle de l'environnement (flottabilité positive) définissant ainsi la base d'un nuage convectif (p_b). Lorsque le signe de cette différence change (flottabilité négative), le sommet du nuage est atteint (p_t). L'intégrale de la flottabilité entre ces deux niveaux définit une quantité nommée la "CAPE" : *Convective Available Potential Energy*. Cette intégrale calculée entre le niveau de condensation et le niveau de convection libre s'appelle la "CIN" : *Convective Inhibition*. L'ascension va se faire en en-

traînant de l'air ambiant dans la parcelle nuageuse à un taux constant noté ε (dont la spécification est quelque peu arbitraire mais déterminante pour le résultat final). On ne parle pas ici des conditions environnementales qui vont permettre à la parcelle d'air de s'élever jusqu'au niveau de convection libre. Elles correspondent à certains critères qui sont définis pour déclencher les paramétrisations de la convection humide (comme la convergence d'humidité).

Au final, je ne vais donc considérer l'eau atmosphérique que sous sa phase vapeur afin de simplifier les équations. Implicitement quand de l'eau condensée sera créée, elle sera remplacée par de l'air sec d'un point de vue massique. Ce processus est évidemment artificiel mais comme il concerne des quantités très faibles, il reste acceptable.

Dans la réalité, l'eau condensée peut rester dans la masse d'air (notamment au début de sa formation) puis se transformer en pluie par processus d'autoconversion (coalescence de gouttelettes nuageuses). De même, pour des températures suffisamment basses, l'eau condensée devient solide pour ensuite former des particules précipitantes (neige, graupels, grêle). Tenir compte de ces différentes phases liquides et solides est assez complexe et ce d'autant plus qu'elles peuvent coexister (de l'eau surfondue est généralement présente dans les nuages jusqu'à des températures d'environ -15°C).

Si l'on cherche à décrire la convection profonde (précipitante), l'hypothèse de la transformation immédiate de la vapeur d'eau en précipitations (sans passer par l'étape "nuages") est la plus simple et la plus cohérente (mais elle n'est pas sans poser de difficultés quand on va chercher à coupler processus nuageux et processus radiatifs). Pour la convection peu profonde (non-précipitante), il semble plus raisonnable de garder d'eau condensée au sein de la masse d'air (ascension adiabatique humide).

Je vais estimer les propriétés T^c et q^c à partir la conservation de l'énergie statique humide à chaque niveau k d'une grille verticale avec la définition suivante :

$$h_k = C_{pm}T_k + L_vq_k + gZ_k \quad (1)$$

Il est intéressant de noter que dans la littérature de nombreuses formulations ont été proposées (Emanuel, 1994) et ce jusqu'à récemment (Yano and Ambaum (2017), Marquet and Geleyn (2015)) et que l'estimation du gradient vertical de température associé à une ascension adiabatique ou pseudo-adiabatique humide fait encore l'objet de publications récentes (Peters et al. (2022), Romps (2015)), incluant des débats parfois violents dans la communauté scientifique (Marquet (2016),

Paramètre	Valeur
C_{pd}	1005 J/K
C_{pv}	1846 J/K
C_l	4218 J/K
T_{00}	273.16 K
L_{v0}	2.501E6 J/(kg/kg)
ε	5E-5 m ⁻¹
g	9.81 m ² /s

Table 1: Valeurs numériques de divers paramètres physiques et thermodynamiques

Romps (2016)). En effet, quand la particule contient des phases liquide et solide de l'eau il faut en tenir compte dans l'estimation de l'enthalpie ce qui complique la formulation avec nécessairement des erreurs sur le diagnostic des condensats (quelle proportion liquide vs. solide ? quelle proportion en suspension vs. précipitante ?). On décrit ici des processus que l'on suppose instantanés (pour soulever une parcelle d'air depuis la surface jusqu'à environ la tropopause). Cette approche purement diagnostique est acceptable pour des modèles numériques dont le pas de temps est assez long (> 30 min) ce qui était le cas lorsque les schémas de convection profonde ont été développés pour les modèles globaux dans les années 1970-1980, mais est cependant moins vrai aujourd'hui.

Marquet and Geleyn (2015) indiquent que la formule(1) est celle qui se rapproche le plus d'une définition rigoureuse utilisant la notion d'enthalpie associée au troisième principe de la thermodynamique (avec des valeurs de référence bien établies).

3. Le calcul numérique

On définit la chaleur spécifique de l'air humide à pression constante comme :

$$C_{pm} = C_{pd}(1 - q) + C_{pv}q \quad (2)$$

Les valeurs de C_{pd} et C_{pv} sont reportées dans le Tableau 1.

La chaleur latente de vaporisation est égale à la différence d'enthalpie entre les phases vapeur et liquide :

$$L_v = L_{v0} + (T - T_{00})(C_{pv} - C_l) \quad (3)$$

On résout alors l'équation suivante à partir du niveau de condensation :

$$\frac{\partial h^c}{\partial z} = \varepsilon(h - h^c) \quad (4)$$

entre deux niveaux $k + 1$ et k (les indices décroissent depuis la surface ayant la valeur NK jusqu'à un dernier niveau au sommet de la couche d'atmosphère considérée avec une valeur de 1), soit :

$$\begin{aligned} C_{pm}^c T_{k+1}^c + L_v^c q_{k+1}^c + g Z_{k+1} &= C_{pm}^c T_k^c + L_v^c q_k^c + g Z_k \\ &+ \varepsilon(Z_{k+1} - Z_k) \times [(C_{pm}^e T_k + L_v^e q_k) - (C_{pm}^c T_k^c + L_v^c q_k^c)] \end{aligned}$$

avec $q^c = q_{sat}(T^c)$.

On a pris soin ici de distinguer les chaleurs spécifiques et les chaleurs latentes de l'environnement (avec l'exposant "e") et de la particule saturée (avec l'exposant "c") qui dépendent respectivement de l'humidité spécifique et de la température.

Soit $\mathcal{L} = (h_{k+1}^c - g Z_k) - \varepsilon \Delta Z_k (C_{pm}^e T_k + L_v^e q_k)$, avec $\Delta Z_k = (Z_{k+1} - Z_k)$. On doit donc résoudre l'équation implicite suivante pour T_k^c :

$$(C_{pm}^c T_k^c + L_v^c q_k^c) [1 - \varepsilon \Delta Z_k] - \mathcal{L} = 0 \quad (5)$$

Si on allège la notation en supprimant l'indice k pour le niveau considéré, on a alors :

$$\mathcal{F}(T^c) = [C_{pm}^c T^c + L_v^c q_{sat}(T^c)] [1 - \varepsilon \Delta Z_k] - \mathcal{L} \quad (6)$$

On cherche le zéro de la fonction \mathcal{F} au moyen d'une boucle de Newton :

$$X^{n+1} = X^n - \mathcal{F}(X^n) / \mathcal{F}'(X^n) \quad (7)$$

avec :

$$\mathcal{F}'(T^c) = \left[C_{pm}^c + \{L_v^c + (C_{pv} - C_{pd})T^c\} \frac{\partial q_{sat}}{\partial T}(T^c) + (C_{pv} - C_l)q_{sat}(T^c) \right] [1 - \varepsilon \Delta Z_k] \quad (8)$$

On démarre le processus itératif avec $T_k^c = T_{k+1}^c$. Entre 3 et 5 itérations sont nécessaires pour une convergence vers les valeurs recherchées. Une fois la nouvelle valeur de T_k^c obtenue, on compare la valeur de $q_{sat}(T_k^c)$ avec la quantité de vapeur d'eau provenant du niveau inférieur q_{k+1}^c . Si $q_{k+1}^c > q_{sat}(T_k^c)$, alors l'excédent $[q_{k+1}^c - q_{sat}(T_k^c)]$ est converti en eau liquide q_l et est évacué sous forme de

précipitations. Dans le cas contraire, la parcelle d'air n'est plus saturée, donc $q_k^c = q_{k+1}^c$ et $T_c^k = (h_{k+1} - Lq_{k+1}^c - gZ_k)/C_{pm}$ (valeurs correspondant à une adiabatique sèche).

Comme utilisée par Geleyn (1985) dans le schéma de convection de type Kuo, on calcule également la température du thermomètre mouillé (*wet bulb temperature*) T_w à chaque niveau, qui correspond à la température pour que l'air ambiant atteigne la saturation à pression constante (par refroidissement) en conservant son énergie statique humide, soit :

$$T + \alpha q = T_w + \alpha q_{sat}(T_w) \quad (9)$$

Les zones nuageuses convectives sont définies par une flottabilité positive :

$$T_v^c - T_v > 0 \quad (10)$$

La température virtuelle de la particule nuageuse inclut sa charge en eau liquide, soit :

$$T_v^c = T^c(1 + 0.608q^c - q_l) \quad (11)$$

où q_l est le contenu en eau liquide diagnostiqué au niveau considéré.

4. Les valeurs à saturation

La pression de vapeur saturante (en Pascals) à la température T peut s'écrire sous la forme (formule dite de Magnus) :

$$e_{sat}(T) = A \exp \left[B \left(\frac{T - T_{00}}{T - C} \right) \right] \quad (12)$$

Les valeurs de B et C sont différentes suivant que l'on considère l'équilibre vapeur/liquide (w) ou l'équilibre vapeur/solide (i). On utilise les valeurs proposées dans le Tableau 2 dans colonne ECMWF correspondant à celles utilisées dans les modèles ARPEGE et IFS. L'article récent de Huang (2018) propose des améliorations simples par rapport à cette formulation classique ((Murray, 1967), (Bolton, 1980)).

L'humidité spécifique à saturation $q_{sat}(p, T)$ s'écrit :

$$q_{sat}(p, T) = \epsilon \frac{e_{sat}(T)}{p - (1 - \epsilon)e_{sat}(T)} \quad (13)$$

où ϵ est le rapport de la masse molaire de la vapeur d'eau (18.0153 g) sur celle de l'air sec (28.9644

Paramètre	Murray	Bolton	Magnus	ECMWF
A_w	610.78	611.2	610.94	611.21
B_w	17.269	17.67	17.625	17.502
C_w	35.86	29.65	30.11	32.19
A_i	610.78	**	611.21	611.21
B_i	21.875	**	22.587	22.587
C_i	7.66	**	-0.71	-0.70

Table 2: Valeurs numériques associées à la formulation (12) de la dépendance de la tension de vapeur saturante avec la température

g) soit environ 0.622.

On a également besoin des dérivées de ces fonctions par rapport à la température, soit :

$$e'_{sat}(T) = A \frac{[B(T_{00} - C)]}{(T - C)^2} e_{sat}(T) \quad (14)$$

$$q'_{sat}(p, T) = \frac{dq_{sat}}{dT}(p, T) = \epsilon \frac{p \times e'_{sat}(T)}{[p - (1 - \epsilon)e_{sat}(T)]^2} \quad (15)$$

References

- Bolton, D. (1980). The computation of equivalent potential temperature. *Monthly Weather Review*, 108(7):1046 – 1053.
- Bougeault, P. (1985). A simple parameterization of the large-scale effects of cumulus convection. *Monthly Weather Review*, 113(12):2108–2121.
- Emanuel, K. A. (1994). *Atmospheric convection*. Oxford University Press.
- Fillion, L. and Mahfouf, J.-F. (2000). Coupling of moist-convective and stratiform precipitation processes for variational data assimilation. *Monthly Weather Review*, 128(1):109 – 124.
- Geleyn, J.-F. (1985). On a simple, parameter-free partition between moistening and precipitation in the kuo scheme. *Monthly Weather Review*, 113(3):405 – 407.
- Huang, J. (2018). A simple accurate formula for calculating saturation vapor pressure of water and ice. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 57(6):1265 – 1272.
- Mahfouf, J.-F. (2005). Linearization of a simple moist convection scheme for large-scale NWP models. *Monthly Weather Review*, 133(6):1655 – 1670.
- Marquet, P. (2016). Comments on “MSE minus CAPE is the true conserved variable for an adiabatically lifted parcel”. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 73(6):2565 – 2575.
- Marquet, P. and Geleyn, J.-F. (2015). *Formulations of moist thermodynamics for atmospheric modelling*, chapter 22, pages 221–274.
- Murray, F. W. (1967). On the computation of saturation vapor pressure. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 6(1):203 – 204.
- Peters, J. M., Mulholland, J. P., and Chavas, D. R. (2022). Generalized lapse rate formulas for use in entraining CAPE calculations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 79(3):815 – 836.
- Romps, D. M. (2015). MSE minus CAPE is the true conserved variable for an adiabatically lifted parcel. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 72:3639–3646.
- Romps, D. M. (2016). Reply to “Comments on ‘MSE minus CAPE is the true conserved variable for an adiabatically lifted parcel’”. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 73(6):2577 – 2583.

Yano, J.-I. and Ambaum, M. H. P. (2017). Moist static energy: definition, reference constants, a conservation law and effects on buoyancy. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 143(708):2727–2734.