



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

По основной образовательной программе подготовки бакалавров направлению
01.03.02 Прикладная математика и информатика профиль «Системное
программирование»

Студент группы Б9121-02.03.01сцт

Москера Креспо Адриан Хосуэ

«26» января 2023 г.

Преподаватель кандидат физико-
математических наук

_____ (подпись)

Яковлев Анатолий Александрович

«__» _____ 2023 г.

г. Владивосток

2023

Постановка задачи

Дана задача:

$$\begin{cases} c \cdot x \rightarrow \max \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Где c – неотрицательный 6-мерный вектор, x – неотрицательный 6-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A – матрица 8×6 , b – неотрицательный 8-мерный вектор.

Исходные данные

A – произвольная матрица, $A \in \mathbb{R}^{8 \times 6}$

b – произвольный ненулевой вектор, $b \in \mathbb{R}^8$

c – произвольный ненулевой вектор, $x \in \mathbb{R}^6$

$$A = \begin{pmatrix} 94.59 & 4.49 & 55.51 & 73.94 & 36.69 & 4.80 \\ 24.97 & 25.35 & 7.01 & 7.30 & 85.63 & 81.97 \\ 56.79 & 97.75 & 64.67 & 78.62 & 41.92 & 86.50 \\ 89.46 & 8.34 & 18.91 & 76.28 & 60.01 & 92.08 \\ 51.41 & 97.51 & 49.57 & 86.14 & 88.13 & 33.39 \\ 86.80 & 44.25 & 81.53 & 89.32 & 27.79 & 39.62 \\ 50.12 & 34.00 & 55.81 & 47.61 & 42.98 & 42.99 \\ 83.16 & 92.15 & 70.01 & 40.77 & 63.22 & 57.51 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 44.98 \\ 92.47 \\ 66.64 \\ 59.89 \\ 19.37 \\ 58.58 \\ 88.31 \\ 78.15 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 99.51 \\ 4.43 \\ 43.56 \\ 20.65 \\ 44.84 \\ 62.67 \end{pmatrix}$$

Решать будем симплекс-методом. Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 8-мерный вектор переменных $z = Ax - b$.

Тогда к вектору c дописываем 8 нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$. К матрице A дописываем единичную матрицу и получаем:

$$\begin{cases} (c, 0) \cdot \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \max \\ (AI) \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = b \\ x, z \geq 0 \end{cases}$$

Прямая задача

Составим симплекс-таблицу. Первая строка – расширенный вектор c , где элементы мы запишем со знаком минус, чтобы решать задачу на минимум. Остальные строки – расширенная матрица A , последний столбик – вектор b , а первый элемент последнего столбца – значение целевой функции, равное 0.

Видим, что в первой строке (не включая значение целевой функции) есть отрицательные элементы, а значит оптимальное решение еще не найдено.

Разрешающая колонка находится путем выборки такого столбца, у которого элемент строки целевой функции отрицательный. Мы будем брать отрицательный элемент, максимальный по модулю.

Разрешающей строкой будет строка, содержащая наименьшее положительное отношение свободного числа к элементу разрешающего столбца.

Элемент, расположенный на пересечении разрешающих столбца и строки, называется разрешающим элементом.

−99.51	−4.43	−43.56	−20.65	−44.84	−62.67	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
94.59	4.49	55.51	73.94	36.69	4.80	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	44.98
24.97	25.35	7.01	7.30	85.63	81.97	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	92.47
56.79	97.75	64.67	78.62	41.92	86.50	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	66.64
89.46	8.34	18.91	76.28	60.01	92.08	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	59.89
51.41	97.51	49.57	86.14	88.13	33.39	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	19.37
86.80	44.25	81.53	89.32	27.79	39.62	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	58.58
50.12	34.00	55.81	47.61	42.98	42.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	88.31
83.16	92.15	70.01	40.77	63.22	57.51	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	78.15

Начальное угловое решение:

$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 44.98, 92.47, 66.64, 59.89, 19.37, 58.58, 88.31, 78.15)$

разрешающая строка = №6

разрешающий столбец = №1

разрешающий элемент = 51.412238730996926

Преобразовываем строки матрицы, то есть один из базисных столбцов станет не базисным, а разрешающий столбец – базисным:

1. Элементы разрешающей строки делим на разрешающий элемент, так как разрешающий элемент = 1, то строка останется прежней.
2. Преобразования остальных строк: Новая строка = Строка – элемент строки в разрешающем столбце * элемент разрешающей строки

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 184.32 & 52.38 & 146.08 & 125.75 & 1.96 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.94 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 37.49 \\ 0.00 & -174.91 & -35.68 & -84.54 & -125.45 & -56.64 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.84 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 9.35 \\ 0.00 & -22.02 & -17.07 & -34.54 & 42.82 & 65.75 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.49 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 83.07 \\ 0.00 & -9.96 & 9.92 & -16.53 & -55.43 & 49.62 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & -1.10 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 45.24 \\ 0.00 & -161.34 & -67.34 & -73.61 & -93.35 & 33.98 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -1.74 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 26.19 \\ 1.00 & 1.90 & 0.96 & 1.68 & 1.71 & 0.65 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.38 \\ 0.00 & -120.38 & -2.15 & -56.11 & -121.00 & -16.76 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.69 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 25.88 \\ 0.00 & -61.07 & 7.49 & -36.38 & -42.94 & 10.43 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.97 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 69.43 \\ 0.00 & -65.59 & -10.17 & -98.57 & -79.34 & 3.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.62 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 46.82 \end{pmatrix}$$

В первой строке (не включая значение целевой функции) НЕТ отрицательных элементов, а значит оптимальное решение найдено

$$\underline{\text{Оптимальное решение}} = \begin{pmatrix} 0.38 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\text{Целевая функция}} = 37.48633824605062$$

Двойственная задача

Двойственная задача будет выглядеть так:

$$\begin{cases} b \cdot x \rightarrow \min \\ A^T y \geq c \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Где c – неотрицательный 6-мерный вектор, y – неотрицательный 8-мерный вектор неизвестных, который необходимо найти, A^T – матрица 6×8 , b – неотрицательный 8-мерный вектор.

$$A^T = \begin{pmatrix} 94.59 & 24.97 & 56.79 & 89.46 & 51.41 & 86.80 & 50.12 & 83.16 \\ 4.49 & 25.35 & 97.75 & 8.34 & 97.51 & 44.25 & 34.00 & 92.15 \\ 55.51 & 7.01 & 64.67 & 18.91 & 49.57 & 81.53 & 55.81 & 70.01 \\ 73.94 & 7.30 & 78.62 & 76.28 & 86.14 & 89.32 & 47.61 & 40.77 \\ 36.69 & 85.63 & 41.92 & 60.01 & 88.13 & 27.79 & 42.98 & 63.22 \\ 4.80 & 81.97 & 86.50 & 92.08 & 33.39 & 39.62 & 42.99 & 57.51 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} 44.98 \\ 92.47 \\ 66.64 \\ 59.89 \\ 19.37 \\ 58.58 \\ 88.31 \\ 78.15 \end{pmatrix} \quad c = \begin{pmatrix} 99.51 \\ 4.43 \\ 43.56 \\ 20.65 \\ 44.84 \\ 62.67 \end{pmatrix}$$

Для начала приведем задачу к каноническому виду. Введем дополнительный 6-мерный вектор переменных $z = Ax - b$.

Тогда к вектору c дописываем m нулей и рассматриваем вектор $\begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}$. К матрице справа дописываем единичную матрицу со знаком минус, получаем:

$$\begin{cases} (b, 0) \cdot \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \min \\ (A^T(-I)) \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c \\ y, z \geq 0 \end{cases}$$

Двойственная задача не имеет начального углового решения, чтобы его найти необходимо решить вспомогательную задачу. Введем неотрицательный 8-мерный вектор u , тогда получим равенство $Ax + u = b$ и будем решать задачу не на наш минимум (начальный), а на сумму компонент вектора u , получим:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m u_i \rightarrow \min \\ (A^T(-I)I) \begin{pmatrix} y \\ z \\ u \end{pmatrix} = c \\ y, z \geq 0, u \geq 0 \end{cases}$$

И в качестве начальной точки для этой задачи рассмотрим $x = 0$, а $u = b$. Решаем симплекс-методом и если решение $u = 0$, то тогда мы получим точку x , для которой $x = b, x \geq 0$ и оно допустимое.

Вспомогательная задача

Составим симплекс-таблицу.

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 \\ 94.59 & 24.97 & 56.79 & 89.46 & 51.41 & 86.80 & 50.12 & 83.16 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 99.51 \\ 4.49 & 25.35 & 97.75 & 8.34 & 97.51 & 44.25 & 34.00 & 92.15 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 4.43 \\ 55.51 & 7.01 & 64.67 & 18.91 & 49.57 & 81.53 & 55.81 & 70.01 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 43.56 \\ 73.94 & 7.30 & 78.62 & 76.28 & 86.14 & 89.32 & 47.61 & 40.77 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 20.65 \\ 36.69 & 85.63 & 41.92 & 60.01 & 88.13 & 27.79 & 42.98 & 63.22 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 44.84 \\ 4.80 & 81.97 & 86.50 & 92.08 & 33.39 & 39.62 & 42.99 & 57.51 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 62.67 \end{pmatrix}$$

Выделим базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк. К первой строке добавим все остальные строки, умноженные на -1 . Получаем:

$$\begin{pmatrix} -270.02 & -232.24 & -426.25 & -345.09 & -406.16 & -369.29 & -273.50 & -406.84 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -275.67 \\ 94.59 & 24.97 & 56.79 & 89.46 & 51.41 & 86.80 & 50.12 & 83.16 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 99.51 \\ 4.49 & 25.35 & 97.75 & 8.34 & 97.51 & 44.25 & 34.00 & 92.15 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 4.43 \\ 55.51 & 7.01 & 64.67 & 18.91 & 49.57 & 81.53 & 55.81 & 70.01 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 43.56 \\ 73.94 & 7.30 & 78.62 & 76.28 & 86.14 & 89.32 & 47.61 & 40.77 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 20.65 \\ 36.69 & 85.63 & 41.92 & 60.01 & 88.13 & 27.79 & 42.98 & 63.22 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 44.84 \\ 4.80 & 81.97 & 86.50 & 92.08 & 33.39 & 39.62 & 42.99 & 57.51 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 62.67 \end{pmatrix}$$

Начальное угловое решение:

$$(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 99.51, 4.43, 43.56, 20.65, 44.84, 62.67)$$

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №3

разрешающий элемент = 97.74972599976931

$$\begin{pmatrix} -250.43 & -121.70 & 0.00 & -308.72 & 19.06 & -176.34 & -125.23 & -5.00 & 1.00 & -3.36 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 4.36 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -256.35 \\ 91.98 & 10.25 & 0.00 & 84.62 & -5.24 & 61.09 & 30.37 & 29.63 & -1.00 & 0.58 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.58 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 96.94 \\ 0.05 & 0.26 & 1.00 & 0.09 & 1.00 & 0.45 & 0.35 & 0.94 & -0.00 & -0.01 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.05 \\ 52.54 & -9.76 & 0.00 & 13.39 & -14.95 & 52.25 & 33.31 & 9.05 & 0.00 & 0.66 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.66 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 40.63 \\ 70.32 & -13.08 & 0.00 & 69.57 & 7.71 & 53.73 & 20.26 & -33.35 & 0.00 & 0.80 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.80 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 17.09 \\ 34.77 & 74.76 & 0.00 & 56.43 & 46.32 & 8.81 & 28.40 & 23.70 & 0.00 & 0.43 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.43 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 42.94 \\ 0.82 & 59.54 & 0.00 & 84.70 & -52.90 & 0.46 & 12.90 & -24.03 & 0.00 & 0.88 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & -0.88 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 58.75 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №4

разрешающий элемент = 69.57374944318065

$$\begin{pmatrix} 61.61 & -179.76 & 0.00 & 0.00 & 53.27 & 62.06 & -35.35 & -152.96 & 1.00 & 0.21 & 1.00 & -3.44 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 0.79 & 0.00 & 4.44 & 0.00 & 0.00 & -180.52 \\ 6.45 & 26.16 & 0.00 & 0.00 & -14.62 & -4.25 & 5.73 & 70.18 & -1.00 & -0.40 & 0.00 & 1.22 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.40 & 0.00 & -1.22 & 0.00 & 0.00 & 76.16 \\ -0.04 & 0.28 & 1.00 & 0.00 & 0.99 & 0.39 & 0.32 & 0.98 & -0.00 & -0.01 & -0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 \\ 39.00 & -7.25 & 0.00 & 0.00 & -16.43 & 41.91 & 29.41 & 15.46 & 0.00 & 0.51 & -1.00 & 0.19 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.51 & 1.00 & -0.19 & 0.00 & 0.00 & 37.34 \\ 1.01 & -0.19 & 0.00 & 1.00 & 0.11 & 0.77 & 0.29 & -0.48 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.25 \\ -22.27 & 85.38 & 0.00 & 0.00 & 40.06 & -34.77 & 11.97 & 50.75 & 0.00 & -0.22 & 0.00 & 0.81 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.22 & 0.00 & -0.81 & 1.00 & 0.00 & 29.08 \\ -84.79 & 75.47 & 0.00 & 0.00 & -62.29 & -64.95 & -11.77 & 16.56 & 0.00 & -0.09 & 0.00 & 1.22 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.09 & 0.00 & -1.22 & 0.00 & 1.00 & 37.95 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №2

разрешающий элемент = 0.275371767858195

$$\begin{pmatrix} 35.31 & 0.00 & 652.79 & 0.00 & 698.30 & 314.55 & 175.50 & 489.14 & 1.00 & -7.11 & 1.00 & -2.64 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 8.11 & 0.00 & 3.64 & 0.00 & 0.00 & -164.62 \\ 10.28 & 0.00 & -94.99 & 0.00 & -108.48 & -40.99 & -24.95 & -23.26 & -1.00 & 0.67 & 0.00 & 1.10 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.67 & 0.00 & -1.10 & 0.00 & 0.00 & 73.84 \\ -0.15 & 1.00 & 3.63 & 0.00 & 3.59 & 1.40 & 1.17 & 3.57 & -0.00 & -0.04 & -0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.04 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.09 \\ 37.94 & 0.00 & 26.31 & 0.00 & 9.57 & 52.09 & 37.91 & 41.35 & 0.00 & 0.21 & -1.00 & 0.22 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.21 & 1.00 & -0.22 & 0.00 & 0.00 & 37.98 \\ 0.98 & 0.00 & 0.68 & 1.00 & 0.79 & 1.04 & 0.51 & 0.19 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.26 \\ -9.78 & 0.00 & -310.04 & 0.00 & -266.29 & -154.68 & -88.17 & -254.21 & 0.00 & 3.25 & 0.00 & 0.43 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & -3.25 & 0.00 & -0.43 & 1.00 & 0.00 & 21.53 \\ -73.75 & 0.00 & -274.07 & 0.00 & -333.10 & -170.96 & -100.29 & -253.02 & 0.00 & 2.98 & 0.00 & 0.88 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & -2.98 & 0.00 & -0.88 & 0.00 & 1.00 & 31.27 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №6

разрешающий столбец = №10

разрешающий элемент = 3.254025373438725

$$\begin{pmatrix} 13.92 & 0.00 & -25.00 & 0.00 & 116.15 & -23.62 & -17.26 & -66.60 & 1.00 & 0.00 & 1.00 & -1.69 & -1.19 & 1.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 2.69 & 2.19 & 0.00 & -117.56 \\ 12.29 & 0.00 & -31.32 & 0.00 & -53.79 & -9.23 & -6.84 & 28.95 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.01 & 0.21 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -1.01 & -0.21 & 0.00 & 69.42 \\ -0.27 & 1.00 & -0.25 & 0.00 & 0.25 & -0.53 & 0.07 & 0.39 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.36 \\ 38.58 & 0.00 & 46.48 & 0.00 & 26.89 & 62.15 & 43.65 & 57.88 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.20 & 0.07 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.20 & -0.07 & 0.00 & 36.58 \\ 0.99 & 0.00 & 1.05 & 1.00 & 1.10 & 1.22 & 0.62 & 0.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.24 \\ -3.01 & 0.00 & -95.28 & 0.00 & -81.83 & -47.54 & -27.10 & -78.12 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.13 & -0.31 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & -0.13 & 0.31 & 0.00 & 6.62 \\ -64.79 & 0.00 & 9.85 & 0.00 & -89.24 & -29.30 & -19.54 & -20.23 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.49 & 0.92 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.49 & -0.92 & 1.00 & 11.56 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №8

разрешающий элемент = 0.49715991115559705

147.22	0.00	116.27	133.97	264.16	140.06	65.45	0.00	1.00	0.00	1.00	-3.58	-1.03	1.00	0.00	1.00	0.00	4.58	2.03	0.00	-85.88
-45.65	0.00	-92.73	-58.23	-118.13	-80.37	-42.80	0.00	-1.00	0.00	0.00	1.83	0.14	0.00	1.00	0.00	0.00	-1.83	-0.14	0.00	55.65
-1.05	1.00	-1.08	-0.78	-0.61	-1.49	-0.42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.01	0.00	0.17
-77.25	0.00	-76.29	-116.42	-101.73	-80.09	-28.23	0.00	0.00	0.00	-1.00	1.83	-0.07	0.00	0.00	0.00	1.00	-1.83	0.07	0.00	9.05
2.00	0.00	2.12	2.01	2.22	2.46	1.24	1.00	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	-0.00	0.00	0.48
153.34	0.00	70.43	157.13	91.77	144.45	69.92	0.00	0.00	1.00	0.00	-2.08	-0.12	0.00	0.00	-1.00	0.00	2.08	0.12	0.00	43.77
-24.31	0.00	52.75	40.68	-44.29	20.40	5.58	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.08	0.96	-1.00	0.00	0.00	0.00	0.08	-0.96	1.00	21.18

разрешающая строка = №4

разрешающий столбец = №12

разрешающий элемент = 1.8326378309970468

-3.57	0.00	-32.65	-93.27	65.58	-16.27	10.34	0.00	1.00	0.00	-0.95	0.00	-1.17	1.00	0.00	1.00	1.95	1.00	2.17	0.00	-68.21
31.47	0.00	-16.57	57.98	-16.57	-0.42	-14.61	0.00	-1.00	0.00	1.00	0.00	0.21	0.00	1.00	0.00	-1.00	0.00	-0.21	0.00	46.61
-0.17	1.00	-0.21	0.54	0.55	-0.58	-0.09	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.01	0.00	0.07
-42.15	0.00	-41.63	-63.52	-55.51	-43.70	-15.40	0.00	0.00	0.00	-0.55	1.00	-0.04	0.00	0.00	0.00	0.55	-1.00	0.04	0.00	4.94
0.81	0.00	0.94	0.22	0.65	1.22	0.81	1.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	-0.00	0.00	0.62
65.84	0.00	-15.98	25.28	-23.45	53.74	37.95	0.00	0.00	1.00	-1.13	0.00	-0.20	0.00	0.00	-1.00	1.13	0.00	0.20	0.00	54.02
-27.89	0.00	49.22	35.29	-49.01	16.69	4.27	0.00	0.00	0.00	-0.05	0.00	0.96	-1.00	0.00	0.00	0.05	0.00	-0.96	1.00	21.60

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №4

разрешающий элемент = 0.5413717451999963

-32.76	172.28	-68.45	0.00	159.81	-115.83	-5.77	0.00	1.00	0.00	1.01	0.00	-3.34	1.00	0.00	1.00	-0.01	1.00	4.34	0.00	-56.25
49.61	-107.11	5.69	0.00	-75.15	61.48	-4.59	0.00	-1.00	0.00	-0.22	0.00	1.56	0.00	1.00	0.00	0.22	0.00	-1.56	0.00	39.18
-0.31	1.85	-0.38	1.00	1.01	-1.07	-0.17	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	0.02	0.00	0.13
-62.03	117.34	-66.01	0.00	8.66	-111.52	-26.38	0.00	0.00	0.00	0.79	1.00	-1.52	0.00	0.00	0.00	-0.79	-1.00	1.52	0.00	13.09
0.88	-0.40	1.03	0.00	0.44	1.45	0.84	1.00	0.00	0.00	-0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	-0.01	0.00	0.59
73.75	-46.70	-6.28	0.00	-48.99	80.72	42.32	0.00	0.00	1.00	-1.66	0.00	0.39	0.00	0.00	-1.00	1.66	0.00	-0.39	0.00	50.78
-16.85	-65.18	62.76	0.00	-84.66	54.36	10.36	0.00	0.00	0.00	-0.79	0.00	1.78	-1.00	0.00	0.00	0.79	0.00	-1.78	1.00	17.07

разрешающая строка = №7

разрешающий столбец = №6

разрешающий элемент = 54.35702631727898

-68.67	33.39	65.29	0.00	-20.60	0.00	16.32	0.00	1.00	0.00	-0.67	0.00	0.46	-1.13	0.00	1.00	1.67	1.00	0.54	2.13	-19.87
68.67	-33.39	-65.29	0.00	20.60	0.00	-16.32	0.00	-1.00	0.00	0.67	0.00	-0.46	1.13	1.00	0.00	-0.67	0.00	0.46	-1.13	19.87
-0.64	0.57	0.85	1.00	-0.65	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	-0.02	0.00	0.00	-0.01	0.00	-0.01	0.02	0.46
-96.60	-16.37	62.74	0.00	-165.01	0.00	-5.12	0.00	0.00	0.00	-0.83	1.00	2.14	-2.05	0.00	0.00	0.83	-1.00	-2.14	2.05	48.11
1.33	1.34	-0.65	0.00	2.70	0.00	0.57	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.04	0.03	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.04	-0.03	0.13
98.78	50.10	-99.48	0.00	76.73	0.00	26.92	0.00	0.00	1.00	-0.49	0.00	-2.26	1.49	0.00	-1.00	0.49	0.00	2.26	-1.49	25.43
-0.31	-1.20	1.15	0.00	-1.56	1.00	0.19	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.03	-0.02	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.03	0.02	0.31

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №1

разрешающий элемент = 1.327815966105103

0.00	102.86	31.68	0.00	118.92	0.00	45.63	51.72	1.00	0.00	-0.61	0.00	-1.68	0.25	0.00	1.00	1.61	1.00	2.68	0.75	-13.08
0.00	-102.86	-31.68	0.00	-118.92	0.00	-45.63	-51.72	-1.00	0.00	0.61	0.00	1.68	-0.25	1.00	0.00	-0.61	0.00	-1.68	0.25	13.08
0.00	1.22	0.53	1.00	0.66	0.00	0.31	0.48	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.01	0.01	0.53
0.00	81.34	15.45	0.00	31.26	0.00	36.12	72.75	0.00	0.00	-0.75	1.00	-0.87	-0.11	0.00	0.00	0.75	-1.00	0.87	0.11	57.66
1.00	1.01	-0.49	0.00	2.03	0.00	0.43	0.75	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.03	0.02	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.03	-0.02	0.10
0.00	-49.82	-51.12	0.00	-123.96	0.00	-15.24	-74.39	0.00	1.00	-0.58	0.00	0.81	-0.50	0.00	-1.00	0.58	0.00	-0.81	0.50	15.66
0.00	-0.89	1.00	0.00	-0.93	1.00	0.32	0.23	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.01	0.00	-0.02	0.01	0.34

разрешающая строка = №2

разрешающий столбец = №13

разрешающий элемент = 1.6831044831459474

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
0.00	-61.11	-18.82	0.00	-70.66	0.00	-27.11	-30.73	-0.59	0.00	0.36	0.00	1.00	-0.15	0.59	0.00	-0.36	0.00	-1.00	0.15	7.77
0.00	0.71	0.38	1.00	0.07	0.00	0.08	0.23	-0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.01	0.59
0.00	28.08	-0.96	0.00	-30.33	0.00	12.49	45.97	-0.52	0.00	-0.43	1.00	0.00	-0.24	0.52	0.00	0.43	-1.00	0.00	0.24	64.43
1.00	-0.89	-1.08	0.00	-0.17	0.00	-0.42	-0.20	-0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02	0.02	0.00	-0.01	0.00	0.00	-0.02	0.34
0.00	-0.04	-35.79	0.00	-66.40	0.00	6.84	-49.36	0.48	1.00	-0.87	0.00	0.00	-0.38	-0.48	-1.00	0.87	0.00	0.00	0.38	9.33
0.00	0.53	1.44	0.00	0.71	1.00	0.95	0.94	0.01	0.00	-0.02	0.00	0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.01	0.16

разрешающая строка = №7

разрешающий столбец = №8

разрешающий элемент = 0.9445970034952578

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	-0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	
0.00	-43.91	27.97	0.00	-47.64	32.53	3.81	0.00	-0.15	0.00	-0.37	0.00	1.00	-0.43	0.15	0.00	0.37	0.00	-1.00	0.43	13.13
0.00	0.58	0.03	1.00	-0.10	-0.24	-0.15	0.00	-0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.01	0.55
0.00	2.34	-70.96	0.00	-64.77	-48.66	-33.76	0.00	-1.19	0.00	0.67	1.00	0.00	0.19	1.19	0.00	-0.67	-1.00	0.00	-0.19	56.41
1.00	-0.78	-0.77	0.00	-0.02	0.22	-0.21	0.00	-0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01	0.02	0.00	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.38
0.00	27.59	39.37	0.00	-29.42	52.26	56.51	0.00	1.20	1.00	-2.06	0.00	0.00	-0.84	-1.20	-1.00	2.06	0.00	0.00	0.84	17.95
0.00	0.56	1.52	0.00	0.75	1.06	1.01	1.00	0.01	0.00	-0.02	0.00	0.00	-0.01	-0.01	0.00	0.02	0.00	0.00	0.01	0.17

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №11

разрешающий элемент = $1.4615058212909225e - 2$

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
0.00	-29.06	28.69	25.55	-50.30	26.34	-0.04	0.00	-0.36	0.00	0.00	0.00	1.00	-0.58	0.36	0.00	0.00	0.00	-1.00	0.58	27.24
0.00	39.76	1.93	68.42	-7.15	-16.58	-10.30	0.00	-0.57	0.00	1.00	0.00	0.00	-0.40	0.57	0.00	-1.00	0.00	0.00	0.40	37.77
0.00	-24.48	-72.26	-46.16	-59.95	-37.48	-26.81	0.00	-0.80	0.00	0.00	1.00	0.00	0.45	0.80	0.00	0.00	-1.00	0.00	-0.45	30.93
1.00	-1.07	-0.78	-0.50	0.04	0.34	-0.14	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.10
0.00	109.40	43.34	140.79	-44.13	18.15	35.31	0.00	0.04	1.00	0.00	0.00	0.00	-1.65	-0.04	-1.00	0.00	0.00	0.00	1.65	95.66
0.00	1.51	1.57	1.64	0.58	0.66	0.76	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.02	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	1.08

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №14

разрешающий элемент = $1.649738064202113e - 2$

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00
35.21	-66.65	1.25	8.00	-49.05	38.20	-4.87	0.00	-0.76	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.76	0.00	0.00	0.00	-1.00	0.00	30.81
24.12	14.02	-16.86	56.40	-6.28	-8.46	-13.61	0.00	-0.84	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.84	0.00	-1.00	0.00	0.00	0.00	40.22
-27.56	4.94	-50.78	-32.42	-60.94	-46.76	-23.03	0.00	-0.49	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.49	0.00	0.00	-1.00	-0.00	0.00	28.14
60.62	-64.70	-47.23	-30.21	2.16	20.41	-8.32	0.00	-0.69	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.69	0.00	0.00	0.00	-1.00	6.15
100.31	2.32	-34.82	90.79	-40.54	51.93	21.54	0.00	-1.11	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.11	-1.00	0.00	0.00	0.00	105.84
1.14	0.30	0.68	1.08	0.62	1.04	0.60	1.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	1.20

Оптимальное решение = $\begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 1.20 \end{pmatrix}$

Решение двойственной задачи

Составим симплекс-таблицу для двойственной задачи. Из прошлой матрицы убираем столбцы, соответствующие вектору u , первую строку заменяем на расширенный вектор b и значение целевой функции приравниваем к нулю.

$$\left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 44.98 & 92.47 & 66.64 & 59.89 & 19.37 & 58.58 & 88.31 & 78.15 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 35.21 & -66.65 & 1.25 & 8.00 & -49.05 & 38.20 & -4.87 & 0.00 & -0.76 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 30.81 \\ 24.12 & 14.02 & -16.86 & 56.40 & -6.28 & -8.46 & -13.61 & 0.00 & -0.84 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 40.22 \\ -27.56 & 4.94 & -50.78 & -32.42 & -60.94 & -46.76 & -23.03 & 0.00 & -0.49 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 28.14 \\ 60.62 & -64.70 & -47.23 & -30.21 & 2.16 & 20.41 & -8.32 & 0.00 & -0.69 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 6.15 \\ 100.31 & 2.32 & -34.82 & 90.79 & -40.54 & 51.93 & 21.54 & 0.00 & -1.11 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 105.84 \\ 1.14 & 0.30 & 0.68 & 1.08 & 0.62 & 1.04 & 0.60 & 1.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.20 \end{array} \right)$$

Выделяем базисные столбцы с помощью элементарных преобразований строк матрицы. К первой строке добавляем седьмую строку, умноженную на -1 .

$$\left(\begin{array}{cccccccccccccccc} -43.90 & 69.01 & 13.27 & -24.18 & -28.95 & -22.99 & 41.21 & 0.00 & 0.94 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -93.51 \\ 35.21 & -66.65 & 1.25 & 8.00 & -49.05 & 38.20 & -4.87 & 0.00 & -0.76 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 30.81 \\ 24.12 & 14.02 & -16.86 & 56.40 & -6.28 & -8.46 & -13.61 & 0.00 & -0.84 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 40.22 \\ -27.56 & 4.94 & -50.78 & -32.42 & -60.94 & -46.76 & -23.03 & 0.00 & -0.49 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 28.14 \\ 60.62 & -64.70 & -47.23 & -30.21 & 2.16 & 20.41 & -8.32 & 0.00 & -0.69 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 6.15 \\ 100.31 & 2.32 & -34.82 & 90.79 & -40.54 & 51.93 & 21.54 & 0.00 & -1.11 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 105.84 \\ 1.14 & 0.30 & 0.68 & 1.08 & 0.62 & 1.04 & 0.60 & 1.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.20 \end{array} \right)$$

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №1

разрешающий элемент = 60.61568328325168

$$\left(\begin{array}{cccccccccccccccc} 0.00 & 22.14 & -20.94 & -46.06 & -27.38 & -8.20 & 35.18 & 0.00 & 0.44 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.72 & -89.06 \\ 0.00 & -29.06 & 28.69 & 25.55 & -50.30 & 26.34 & -0.04 & 0.00 & -0.36 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.58 & 27.24 \\ 0.00 & 39.76 & 1.93 & 68.42 & -7.15 & -16.58 & -10.30 & 0.00 & -0.57 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.40 & 37.77 \\ 0.00 & -24.48 & -72.26 & -46.16 & -59.95 & -37.48 & -26.81 & 0.00 & -0.80 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.45 & 30.93 \\ 1.00 & -1.07 & -0.78 & -0.50 & 0.04 & 0.34 & -0.14 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.10 \\ 0.00 & 109.40 & 43.34 & 140.79 & -44.13 & 18.15 & 35.31 & 0.00 & 0.04 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.65 & 95.66 \\ 0.00 & 1.51 & 1.57 & 1.64 & 0.58 & 0.66 & 0.76 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & 1.08 \end{array} \right)$$

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №4

разрешающий элемент = 68.42258069945404

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 48.91 & -19.64 & 0.00 & -32.19 & -19.36 & 28.25 & 0.00 & 0.06 & 0.00 & 0.67 & 0.00 & 0.00 & 0.46 & -63.63 \\ 0.00 & -43.91 & 27.97 & 0.00 & -47.64 & 32.53 & 3.81 & 0.00 & -0.15 & 0.00 & -0.37 & 0.00 & 1.00 & -0.43 & 13.13 \\ 0.00 & 0.58 & 0.03 & 1.00 & -0.10 & -0.24 & -0.15 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.55 \\ 0.00 & 2.34 & -70.96 & 0.00 & -64.77 & -48.66 & -33.76 & 0.00 & -1.19 & 0.00 & 0.67 & 1.00 & 0.00 & 0.19 & 56.41 \\ 1.00 & -0.78 & -0.77 & 0.00 & -0.02 & 0.22 & -0.21 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.38 \\ 0.00 & 27.59 & 39.37 & 0.00 & -29.42 & 52.26 & 56.51 & 0.00 & 1.20 & 1.00 & -2.06 & 0.00 & 0.00 & -0.84 & 17.95 \\ 0.00 & 0.56 & 1.52 & 0.00 & 0.75 & 1.06 & 1.01 & 1.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.17 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №7

разрешающий столбец = №5

разрешающий элемент = 0.7491472172422953

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 72.97 & 45.79 & 0.00 & 0.00 & 26.12 & 71.48 & 42.97 & 0.68 & 0.00 & -0.36 & 0.00 & 0.00 & 0.06 & -56.14 \\ 0.00 & -8.31 & 124.80 & 0.00 & 0.00 & 99.85 & 67.79 & 63.59 & 0.78 & 0.00 & -1.90 & 0.00 & 1.00 & -1.02 & 24.23 \\ 0.00 & 0.66 & 0.24 & 1.00 & 0.00 & -0.09 & -0.01 & 0.14 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.58 \\ 0.00 & 50.75 & 60.70 & 0.00 & 0.00 & 42.87 & 53.23 & 86.46 & 0.07 & 0.00 & -1.40 & 1.00 & 0.00 & -0.61 & 71.50 \\ 1.00 & -0.77 & -0.73 & 0.00 & 0.00 & 0.24 & -0.19 & 0.02 & -0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.38 \\ 0.00 & 49.58 & 99.18 & 0.00 & 0.00 & 93.83 & 96.02 & 39.28 & 1.77 & 1.00 & -3.00 & 0.00 & 0.00 & -1.20 & 24.80 \\ 0.00 & 0.75 & 2.03 & 0.00 & 1.00 & 1.41 & 1.34 & 1.33 & 0.02 & 0.00 & -0.03 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.23 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №3

разрешающий столбец = №11

разрешающий элемент = $1.1268571893482172e - 2$

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 93.93 & 53.44 & 31.80 & 0.00 & 23.11 & 71.15 & 47.40 & 0.48 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.17 & -37.81 \\ 0.00 & 102.83 & 165.34 & 168.61 & 0.00 & 83.88 & 66.05 & 87.09 & -0.28 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -2.22 & 121.40 \\ 0.00 & 58.49 & 21.34 & 88.74 & 0.00 & -8.40 & -0.92 & 12.37 & -0.55 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.63 & 51.14 \\ 0.00 & 132.69 & 90.60 & 124.33 & 0.00 & 31.09 & 51.95 & 103.79 & -0.71 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & -1.49 & 143.15 \\ 1.00 & -1.16 & -0.88 & -0.60 & 0.00 & 0.30 & -0.18 & -0.06 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.03 \\ 0.00 & 225.09 & 163.20 & 266.27 & 0.00 & 68.62 & 93.28 & 76.39 & 0.11 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -3.09 & 178.26 \\ 0.00 & 2.62 & 2.72 & 2.84 & 1.00 & 1.14 & 1.31 & 1.73 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.03 & 1.87 \end{pmatrix}$$

разрешающая строка = №5

разрешающий столбец = №14

разрешающий элемент = $1.7656702845772976e - 2$

$$\begin{pmatrix} 9.35 & 83.07 & 45.24 & 26.19 & 0.00 & 25.88 & 69.43 & 46.82 & 0.38 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -37.49 \\ 125.45 & -42.82 & 55.43 & 93.35 & 0.00 & 121.00 & 42.94 & 79.34 & -1.71 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 125.75 \\ 35.68 & 17.07 & -9.92 & 67.34 & 0.00 & 2.15 & -7.49 & 10.17 & -0.96 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 52.38 \\ 84.54 & 34.54 & 16.53 & 73.61 & 0.00 & 56.11 & 36.38 & 98.57 & -1.68 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 146.08 \\ 56.64 & -65.75 & -49.62 & -33.98 & 0.00 & 16.76 & -10.43 & -3.50 & -0.65 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.96 \\ 174.91 & 22.02 & 9.96 & 161.34 & 0.00 & 120.38 & 61.07 & 65.59 & -1.90 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 184.32 \\ 1.84 & 0.49 & 1.10 & 1.74 & 1.00 & 1.69 & 0.97 & 1.62 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.94 \end{pmatrix}$$

$$\text{Оптимальное решение} = \begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 1.94 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

$$\text{Целевая функция} = 37.486338246050494$$

Ответ

Оптимальное решение П.З.:

$$\begin{pmatrix} 0.38 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

Целевая функция

37.48633824605062

Оптимальное решение Д.З.:

$$\begin{pmatrix} 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 1.94 \\ 0.00 \\ 0.00 \\ 0.00 \end{pmatrix}$$

Целевая функция

37.486338246050494

Целевая функция двойственной задачи = 37.486338246050 Значения целевых функций немного отличаются из-за погрешности вычислений.

Приложение (Я.П.: Haskell)

Весь исходный код этого приложения можно найти по адресу <https://github.com/AJMC2002/opt-methods/tree/main>.

Библиотека

```
-- src/Optimization/DirectTask.hs
module Optimization.DirectTask (solveDirect, getNextSimplex, getOptSol,
ifBasisDo, isBasis) where

import Control.Monad (guard, (=>))
import Data.Function (on)
import Data.Functor ((<&>))
import Data.List (elemIndex, minimumBy)
import Data.Massiv.Array as A
import Formst
import Utils (identity, zeros)
import Prelude as P

solveDirect :: Matrix P Double -> Vector P Double -> Vector P Double -> IO
(Vector P Double, Double)
```

```

solveDirect a b c = do
  putStrLn "Прямая задача"
  putStrLn $ showMat simplex 2
  getNextSimplex (simplex, []) <&> getOptSol (size a)
where
  Sz2 m n = size a
  simplex =
    computeP @P
      $ concat'
        2
        [ computeP @P $ concat' 1 [resize' (Sz2 1 n) ((-1) *. c), zeros
$ Sz2 1 (m + 1)] -- c | 0 vec | 0
        , computeP @P $ concat' 1 [a, identity m, resize' (Sz2 m 1) b]
-- a | identity | b
        ]

getNextSimplex :: (Matrix P Double, [(Int, Int, Double)]) -> IO (Matrix P Double,
[(Int, Int, Double)])
getNextSimplex mat_pivots = maybe (return mat_pivots) (printSimplexData ==>
getNextSimplex) (updateSimplex mat_pivots)

updateSimplex :: (Matrix P Double, [(Int, Int, Double)]) -> Maybe (Matrix P
Double, [(Int, Int, Double)])
updateSimplex (simplex, pivots) = do
  let Sz2 m n = size simplex

  let c =
    filter ((0 >) . snd)
      $ P.take (n - 1)
      $ P.zip [0 ..]
      $ toList
      $ simplex
      !> 0

  guard $ not $ null c
  let pivot_col = fst $ minimumBy (compare `on` snd) c

  let b_ratios =
    filter ((0 <=) . snd)
      $ P.drop 1
      $ P.zip [0 ..]
      $ toList
      $ (simplex <= (n - 1))
      $ (!!) (simplex <= pivot_col)
      $ )

  guard $ not $ null b_ratios
  let pivot_row = fst $ minimumBy (compare `on` snd) b_ratios

  let pivot_val = simplex ! (pivot_row :. pivot_col)

  let new_simplex =
    makeArray
      (ParN 0)

```

```

(size simplex)
( \ (i :: j) ->
  let
    val = simplex ! (i :: j)
  in
    if i == pivot_row && j == pivot_col
    then 1
    else
      if i == pivot_row
      then val / pivot_val
      else
        if j == pivot_col
        then 0
        else val - (simplex ! (i ::
pivot_col)) * (simplex ! (pivot_row :: j)) / pivot_val
    )
    new_pivots = pivots ++ [(pivot_row, pivot_col, pivot_val)]

Just
( new_simplex
, new_pivots
)

printSimplexData :: (Matrix P Double, [(Int, Int, Double)]) -> IO (Matrix P
Double, [(Int, Int, Double)])
printSimplexData
(simplex, pivots) = do
  let (row, col, val) = last pivots
  putStrLn $ "\"разрешающая строка\" = \"№\" ++ show (row + 1)
  putStrLn $ "\"разрешающий столбец\" = \"№\" ++ show (col + 1)
  putStrLn $ "\"разрешающий элемент\" = \" \" ++ show val
  putStrLn $ showMat simplex 2
  return (simplex, pivots)

getOptSol :: Sz2 -> (Matrix P Double, [(Int, Int, Double)]) -> (Vector P Double,
Double)
getOptSol (Sz2 _ a_cols) (simplex, pivots) =
  let Sz2 _ simplex_cols = size simplex
  updateOptSol sol [] = sol
  updateOptSol sol ((i, j, _) : ps) =
    updateOptSol
      ( if j < a_cols && (simplex ! (i :: j)) == 1
      then replaceVal sol j (simplex ! (i :: (simplex_cols - 1)))
      else sol
      )
    ps
  replaceVal list i newVal =
    l ++ [newVal] ++ r
  where
    (l, r') = P.splitAt i list
    r = if null r' then r' else P.tail r'
  in ( fromList (ParN 0)

```

```

        $ updateOptSol (P.replicate a_cols 0) pivots
    , abs $ simplex ! (0 .. (simplex_cols - 1))
    )

-- DONT FORGET TO ADD THE +1 TO THE ROW INDEX
ifBasisDo :: Matrix P Double -> Int -> (Int -> a, a) -> a
ifBasisDo mat j (case_just, case_nothing) =
    let column = P.drop 1 $ toList (mat <! j)
    in if P.sum column == 1
        then maybe case_nothing case_just (elemIndex 1 column)
        else case_nothing

isBasis mat j = ifBasisDo mat j (\i -> (mat ! ((i + 1) .. j)) == 1, False)

-- src/Optimization/DualTask.hs
module Optimization.DualTask (solveHelper, solveDual) where

import Data.Functor ((<&>))
import Data.Massiv.Array as A
import Formst
import Optimization.DirectTask
import Utils (identity, zeros)
import Prelude as P

solveDual :: Matrix P Double -> Vector P Double -> Vector P Double -> IO (Vector
P Double, Double)
solveDual a b c = do
    let Sz2 m n = size a
    (prev_simplex, pivots) <- solveHelper a c
    putStrLn "Двойственная задача"
    let !simplex' =
        computeP @P
            $ concat'
                2
                [ computeP @P
                    $ concat'
                        1
                        [ resize' (Sz2 1 m) b
                          , zeros (Sz2 1 (n + 1))
                        ]
                    , computeP @P
                        $ concat'
                            1
                            [ extract' (1 .. 0) (Sz2 n (m + n)) prev_simplex
                              , extract' (1 .. (m + 2 * n)) (Sz2 n 1) prev_simplex
                            ]
                ]
    putStrLn $ "Pre-simplex: " ++ showMat simplex' 2
    let !simplex =
        foldl
            ( \accum j ->
                ifBasisDo

```

```

        accum
        j
        ( \i ->
            makeArray @P
                (ParN 0)
                (size accum)
                ( \(i' :: j') ->
                    if i' == 0 && j' == j
                    then 0
                    else
                        if i' == 0
                            then (accum ! (0 :: j')) -
                                (accum ! (0 :: j)) * (accum ! ((i + 1) :: j'))
                        else accum ! (i' :: j')
                )
            , accum
        )
    )
    simplex'
    [0 .. (n + m - 1)]
    putStrLn $ showMat simplex 2

    getNextSimplex (simplex, pivots) <&> getOptSol (size $ A.transpose a)

solveHelper :: Matrix P Double -> Vector P Double -> IO (Matrix P Double, [(Int,
Int, Double)])
solveHelper a c = do
    putStrLn "Вспомогательная задача"
    putStrLn $ "Pre-simplex: " ++ showMat simplex' 2
    putStrLn $ showMat simplex 2
    (finalSimplex, pivots) <- getNextSimplex (simplex, [])
    let (!optSol, _) = getOptSol (size $ A.transpose a) (finalSimplex, pivots)
    putStrLn $ "\"Оптимальное решение\" = " ++ showVec optSol 2 ++ "\n"
    return (finalSimplex, pivots)
where
    Sz2 m n = size a
    !simplex' =
        computeP @P
            $ concat'
                2
                [ computeP @P
                    $ concat'
                        1
                        [ zeros $ Sz2 1 (m + n)
                        , 1 +. (zeros @P $ Sz2 1 n)
                        , zeros $ Sz2 1 1 -- 0 vec | 1 vec | 0
                        ]
                , computeP @P
                    $ concat'
                        1
                        [ computeP @P $ A.transpose a
                        , (-1) *. identity n

```

```

        , identity n
        , resize' (Sz2 n 1) c -- aT | -identity | identity | c
    ]
]
!simplex =
    computeP @P
    $ concat'
    2
    [ resize' (Sz2 1 (m + 2 * n + 1))
      $ fromList (ParN 0)
      $ P.map
        ( \j ->
            (simplex' ! (0 .. j)) - P.sum (P.drop 1 $ toList
(simplex' <! j))
            )
        [0 .. (m + 2 * n)]
    , computeP @P $ concat' 1 [computeP @P $ A.transpose a, (-1) *.
identity n, identity n, resize' (Sz2 n 1) c]
    ]

```

Бинарный

```

-- exe/Main.hs
module Main where

import Data.Massiv.Array as A
import Formst
import Optimization.DirectTask qualified as DirectTask
import Optimization.DualTask qualified as DualTask
import System.Random qualified as R
import Prelude as P

main :: IO ()
main = do
    let
        -- Initial values
        salt = 190902
        gen1 = R.mkStdGen salt
        gen2 = snd $ R.split gen1
        gen3 = snd $ R.split gen2
        rng = (0 :: Double, 100)
        comp = ParN 0
        a = computeP $ uniformRangeArray gen1 rng comp (Sz2 8 6) :: Matrix P
Double
        b = computeP $ uniformRangeArray gen2 rng comp (Sz1 8)
        c = computeP $ uniformRangeArray gen3 rng comp (Sz 6)
        putStrLn $ showMat a 2
        putStrLn $ showVec b 2
        putStrLn $ showVec c 2
        sol <- DirectTask.solveDirect a b c
        putStrLn $ "\"Оптимальное решение\" = " ++ showVec (fst sol) 2
        putStrLn $ "\"Целевая функция\" = " ++ show (snd sol) ++ "\n"

```



```
putStrLn $ showMat (computeP @P $ transpose a) 2
sol2 <- DualTask.solveDual a b c
putStrLn $ "\"Оптимальное решение\" = " ++ showVec (fst sol2) 2
putStrLn $ "\"Целевая функция\" = " ++ show (snd sol2)
```