Introducción a la Filoinformática: IBMB-UNLP/CONICET, Argentina. 2-6 Julio 2018.

Pablo Vinuesa (vinuesa@ccq.unam.mx)

Progama de Ingeniería Genómica, CCG-UNAM, México http://www.ccq.unam.mx/~vinuesa/

Todo el material del curso (presentaciones, tutoriales y datos de secuencias) lo encontrarás en: https://github.com/vinuesa/intro2phyloinfo

- Tema 5: Máxima verosimilitud: estima de parámetros y selección de modelos de sustitución
- 1. El criterio de optimización de máxima verosimilitud en filogenética
- 1. ML y estima de parámetros del modelo de sustitución
- 2. ML y acomodo de la heterogeneidad de tasas de sustitución entre sitios (pInv y Gamma)
- ML y contraste de hipótesis evolutivas (selección de modelos (LRT, AIC; hipótesis de reloj molec.)

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

 $L(H|D) = Pr(D|H) = Pr(D|\tau v\phi)$

- Lo mejor es pensar en los árboles como modelos. La verosimilitud de una topología particular (τ) será la probabilidad de los datos dada esa topología. Cada topología tiene como parámetros las longitudes de rama (v), y la verosimilitud de un modelo de sustitución (ϕ) cambia según varíen los valores de los parámetros de longitud de rama
- Por lo tanto se puede concebir la filogenética bajo el criterio de máxima verosimilitud
 como un problema de selección de modelos. Se trata de encontar las estimas de los valores de cada parámetro del modelo y luego comparar las verosimilitudes de los distintos modelos, escogiendo el mejor (topología) en base a su verosimilitud
- La topología que hace de nuestros datos el resultado evolutivo más probable (dado un modelo de sust.) es la estima de máxima verosimilitud de nuestra filogenia. Por tanto, al contrario que bajo los criterios de optimización de MP, LS o ME, bajo ML se trata de seleccionar modelos y parámetros que maximicen la función de optimización.

© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/

Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- La inferencia filogenética bajo el criterio de máxima verosimilitud se basa en el uso de una cantidad llamada log-likelihood, en base a la cual se evaluan las topologías alternativas. Se trata de encontrar aquella que maximiza este valor.
- El log-likelihood es el ln de la verosimilitud, que es igual a la probabilidad de los datos observados condicionada a una topología particular (τ), set de longitudes de rama (v) y modelo de sustitución (ϕ). Es por tanto una probabilidad condicional.
- Nótese que la verosimilitud no representa la probabilidad de que un árbol sea correcto;
 ésta viene determinada por la probabilidad posterior de la estadística bayesiana.
- Hablar de la "verosimilitud de un conjunto de datos" no es correcto ya que la verosimilitud está en función de los parámetros de un modelo estadístico, y no de los datos (D). Los datos son constantes siendo el modelo lo que es variable al calcular verosimilitudes. Se puede por lo tanto hablar de verosimilitudes como funciones de modelos o hipótesis (H). La verosimilitud de una hipótesis, dado un set de datos, es igual a la probabilidad condicional de los datos dada una hipótesis.

Formalmente: $L(H|D) = Pr(D|H) = Pr(D|\tau v\phi)$

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

 Cálculo del valor de máxima verosimilitud para una sola secuencia o árbol trivial con un solo nodo

primeros 25 nt del gen rpoB de Bradyrhizobium japonicum USDA110

ATGGCGCAGCAGACATTCACCGGTC

 $\mathcal{L} = \pi_A \, \pi_{\mathsf{T}} \, \pi_{\mathsf{G}} \, \pi_{\mathsf{G}$

```
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= 6 \ln (\pi_{A}) + 8 \ln (\pi_{C}) + 7 \ln (\pi_{G}) + 4 \ln (\pi_{T})
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= \pi_{A}^{nA} \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nG} \pi_{T}^{nT} = \pi_{A}^{6} \pi_{C}^{8} \pi_{G}^{7} \pi_{T}^{4}
= \pi_{C}^{nC} \pi_{G}^{nC} \pi_{G}^{nC} \pi_{C}^{nC} \pi_{
```

 A primera vista podemos sospechar que el modelo de F81 se va a ajustar mejor a los datos que el de JC69, ya que las frecuencias de nucleótidos difieren claramente de 0.25, con exceso de Cs y defecto de Ts

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

 Cálculo del valor de máxima verosimilitud para una sola secuencia o árbol trivial con un solo nodo

primeros 25 nt del gen ropB de Bradyrhizobium japonicum USDA110

ATGGCGCAGCAGACATTCACCGGTC

- Cálculo de InL bajo el modelo de JC69

$$\ln L = 6 \ln (\pi_{A}) + 8 \ln (\pi_{C}) + 7 \ln (\pi_{G}) + 4 \ln (\pi_{T})$$

= 6 \ln (0.25) + 8 \ln (0.25) + 7 \ln (0.25) + 4 \ln (0.25) = -29.1

$$- \frac{\text{C\'alculo de ln} L \text{ bajo el modelo de F81}}{\ln L = 6 \ln (0.24) + 8 \ln (\pi_c) + 7 \ln (\pi_c) + 4 \ln (\pi_\tau)}$$

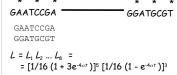
$$= 6 \ln (0.24) + 8 \ln (0.32) + 7 \ln (0.28) + 4 \ln (0.16) = -26.6$$

$$\pi_\tau = 0.16$$

-Por lo tanto el modelo de F81 se ajusta mejor a los datos (-26.6 > -29.1). Esta diferencia será tanto más notoria cuanto más larga sea la secuencia.

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

· Esquema del procedimiento del cálulo del valor de verosimilitud de un árbol con 4 OTUs



 En un "árbol" con sólo 2 OTUs no tenemos ningún nodo interior o ancestral. El cómputo lo realizamos directamente sobre los datos observados

La complicación adicional que encontramos para el cálculo de verosimilitudes de árboles con > 3 OTUs radica esencialmente en que tenemos ahora nodos interiores para los que carecemos de observaciones. Se trata de unidades taxonómicas hipotéticas HTUs. En este caso, para calcular la verosimilitud del árbol tenemos que considerar cada posible estado de caracter para cada nodo interior y para cada topología !!!.



© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/ Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018

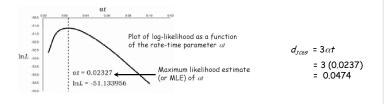
Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

· Estima del parámetro compuesto αt del modelo JC69 para los primeros 30 nts de la $\psi \eta$ globina de gorila y orangutan

gorilla GAAGTCCTTGAGAAATAAACTGCACACACTGG orangutan GGACTCCTTGAGAAATAAACTGCACACACTGG

$$L = \left\lceil \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}e^{-4\alpha t}\right) \right\rceil^{28} \left\lceil \left(\frac{1}{4}\right) \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}e^{-4\alpha t}\right) \right\rceil^{2}$$

· ¿Cómo estimamos el valor de αt ? La estima de máxima verosimilitud se obtiene del análisis de la función de verosimilitud, esencialmente probando diversos valores para el parámetro y determinando cuál maximiza la función.



Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

· Esquema del procedimiento del cálculo del valor de verosimilitud de un árbol con 4 OTUs

total es el producto de las veros, por sitio.

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

¿Vale la pena tanto trabajo?

- · Uso eficiente de la información
 - la MP ignora los sitios constantes y autapomórficos
 - los métodos de distancia pierden toda la información no capturada en la matriz de distancias pareadas
 - la inferencia bajo MV es más consistente que los métodos anteriores cuando existe heterogeneidad en longitudes de rama (inconsistencia en MP) y cuando el diámetro de los árboles es grande (inconsistencia en métodos de distancia)
- · Generalidad de modelo
 - algunos modelos pueden implementarse en métodos de distancia, pero la estima del valor de los parámetros no puede hacerse de manera precisa y consistente
 - los modelos más complejos sólo pueden implementarse bajo MV

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 2. Selección de modelos de sustitución de secuencias de DNA y Proteína
- Se deben de usar pruebas estadísticas para seleccionar el modelo que mejor se ajusta a los datos de entre los disponibles. Este ajuste de los modelos a los datos puede ser evaluado usando pruebas de razones de verosimilitud (likelihood ratio tests, LRTs) o usando criterios de información de Akaike o bayesianao (AIC y BIC, respectivamente). Se puede usar una prueba de LRT para evaluar la capacidad que tiene un modelo particular en ajustar los datos.
- Idealmente debemos de seleccionar el mejor modelo para cada gen o región genómica que queramos analizar. No conviene hacerlo para una supermatriz de alineamientos concatenados. El uso de modelos particionados en los que se ajusta el modelo para cada posición de los codones, por cada gen a analizar, resultan generalmente en ajustes globales significativamente mejores que modelos promediados para cada gen.

© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/

Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 2. Selección de modelos de sustitución de secuencias de DNA
- En términos generales modelos complejos se ajustan mejor a los datos que los simples. Idealmente se ha de seleccionar un modelo los suficientemente complejo (rico en parámetros) como para describir adecuadamente las características más notables del patrón de sust. del set de datos, pero no sobreparametrizando, para evitar colineariedad de parámetros (redundancia), tiempos excesivamente largos de cómputo y estimas poco precisas de los parámetros por excesiva varianza.

$y = -1.5972 x^5 + 23.167 x^4 - 126.18 x^3 + 319.17 x^2 - 369.22 x + 155.67$

ajuste a los datos observados producidos por una función polinomial vs. una func. lineal

- añadir parámetros a un modelo generalmente mejora su ajuste a los datos observados
- modelos infra-parametrizados conducen a un pobre ajuste a los datos observados
- modelos supra-parametrizados conducen a una pobre predicción de eventos futuros existen métodos estadísticos para seleccionar modelos ajustados a cada set de datos

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

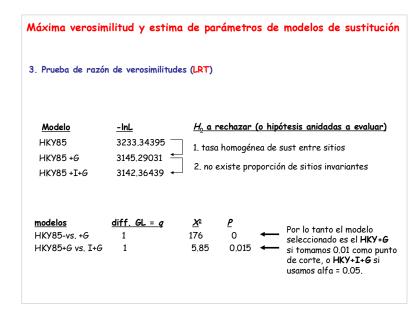
- 3. Prueba de razón de verosimilitudes (LRT)
- Una manera natural y muy usada de comparar el ajuste relativo de dos modelos alternativos a una matriz de datos es contrastar las verosimilitudes resultantes mediante la prueba de razones de verosimilitud (RV) ó likelihood ratio test (LRT):

$$\Delta = 2(\log_e L_1 - \log_e L_0)$$

donde L_1 es el valor de ML global para la hipótesis alternativa (modelo más rico en parámetros) y L_0 es el valor de ML global para la hipótesis nula (el modelo más simple). $\Delta >= 0$ siempre, ya que los parámetros adicionales van a dar una mejor explicación de la variación estocástica en los datos que el modelo más sencillo.

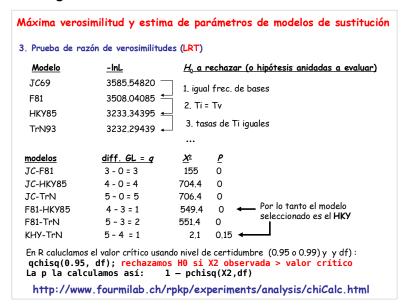
*Cuando los modelos a comparar están anidados (L_o es un caso especial de L_1) el estadístico Δ sigue aproximadamente una distribución X on q grados de libertad, donde q = diferencia entre el no. de parámetros libres entre L_1 y L_0 .

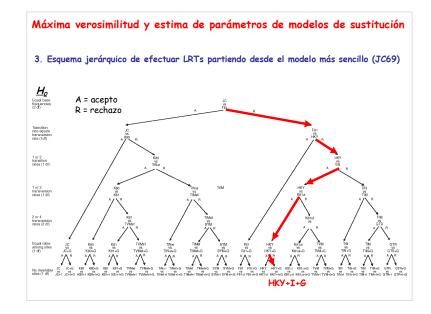
Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución 3. Prueba de razón de verosimilitudes (LRT) El LRT es por tanto una prueba estadística para cuantificar la bondad relativa de ajuste entre dos modelos anidados. Veamos un ejemplo. Vamos seleccionar entre los modelos JC69, F81, HKY85 y TrN93 para el set de datos de mtDNA-primates.nex, considerando sólo las regiones codificadoras y eliminando Lemur_catta, Tarsius_syrichta y Saimiri_scireus y usando un árbol NJ sobre el cual estimar parámetros Modelo <u>-InL</u> ¿ Qué podemos concluír de estos valores de JC69 3585.54820 -lnL en cuanto a la importancia relativa de F81 3508.04085 los parámetros considerados por estos **HKY85** 3233,34395 modelos en cuanto al nivel de ajuste a los datos TrN93 3232.29439 que alcanzan?



© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/

Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018





Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 4. Selección de modelos usando criterios de información
- *LRT compara pares de modelos anidados. Los criterios de información como el Akaike information criterion (AIC) y Bayesian information criterion (BIC) comparan simultáneamente todos los modelos en competición y permiten seleccionar modelos aunque no sean anidados.
- Se trata nuevamente de incorporar tanta complejidad (parámetros) al modelo como requieran los datos. La verosimilitud para cada modelo es penalizada en función del número de parámetros: a mayor cantidad de parámetros mayor penalización.

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 4. Selección de modelos usando criterios de información: AIC
- · Se pueden usar los estadísticos de diferencias en AIC (Δ) y ponderaciones de Akaike para cuantificar el nivel de incertidumbre en la selección del modelo. Las Δ , son AICs re-escalados con respecto modelo con el AIC más bajo (minAIC), de modo que Δ , = AIC, minAIC.

Las Δ_i son fáciles de interpretar y permiten ordenar los modelos cadidatos. Así, modelos con Δ_i en un rango de 1-2 con respecto al modelo ganador tienen un soporte sustancial y deben de ser considerados como modelos alternativos. Modelos con Δ_i en un rango de 3-7 con respecto al modelo ganador tienen un soporte significativamente inferior, y modelos con Δ_i > 10 carecen de soporte.

© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/

Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 4. Selección de modelos usando criterios de información
- *AIC. Es un estimador no sesgado del parámetro de contenido de información de

 Kullback-Leibler, el cual es una medida de la información perdida al usar un modelo

 para aproximar la realidad. Por tanto, a menor valor de AIC mejor ajuste del

 modelo a los datos. Al penalizar por cada parámetro adicional, considera tanto la

 bondad de ajuste como la varianza asociada a la estima de los parámetros.

AIC_i = -2ln
$$L_i$$
 + 2 N_i N_i = no. de parámetros libres en el modelo i

$$L_i$$
 = verosimilitud bajo el modelo i

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 4. Selección de modelos usando criterios de información: AIC
- * Las ponderaciones o pesos de Akaike (w,) son los AIC relativos normalizados para cada modelo en competición y pueden ser interpretados como la probabilidad de que un modelo es la mejor abstracción de la realidad dados los datos. Para R modelos candidatos a evaluar: $\exp\left(-\frac{1}{2}\Delta_i\right)$

$$w_{i} = \frac{exp\left(-\frac{1}{2}\Delta_{i}\right)}{\sum_{r=1}^{R} exp\left(-\frac{1}{2}\Delta_{r}\right)}$$

• Una aplicación muy útil de los w, es que la inferencia se puede promediar a partir de los modelos que muestran valores de no w, triviales. Así, una estima del valor del parámetro a de la distribución gamma promediada a partir de varios modelos se calcularía así: $\hat{\overline{\alpha}} = \sum\nolimits_{i=1}^R w_i \hat{\overline{\alpha}}_i$

lambién podemos reconstruir filogenias bajo los distintos modelos con peso significativo y combinar los árboles resultantes acorde a sus pesos de Akaike. Esta estrategia es particularmente útil en un contexto bayesiano.

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

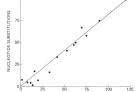
5. LRT del reloj molecular global



Emile Zuckerkandl, uno de los pioneros de la disciplina de la evolución molecular, fue de los primeros en descubrir que las moléculas de DNA y las proteínas que codifican son "documentos de la historia evolutiva" dada la relativa constancia con la que acumulan variaciones (mutaciones).

* Nace la hipótesis del reloj molecular que postula que la distancia genética entre dos secuencias que codifican para la misma proteína, pero aislada de diferentes organismos, incrementa más o menos linealmente con respecto al tiempo de divergencia entre las especies. Es decir, la tasa de evolución para una proteína dada es relativamente contante a lo largo del tiempo



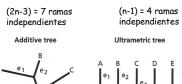


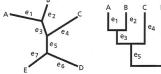


Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

5. LRT del reloj molecular global

- In ausencia de un reloj molecular (modelo de tasas libres de evolución) y para un árbol bifurcante no enraizado se han de inferir 2n-3 longitudes de rama.
- Forzando un modelo de evolución bajo reloj molecular global (todos los linajes evolucionan con igual tasa), el árbol está enraizado y se tienen que estimar sólo n-1 longitudes de rama.

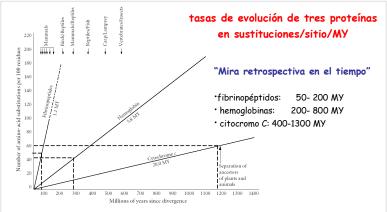




Constraints $e_1 = e_2$ $e_6 = e_7$ $e_4 = e_1 + e_3$ $e_4 + e_5 = e_6 + e_8$

© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/

Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018



• Distintas proteínas presenta diversas tasas de sustitución. Así los fibrinopéptidos presentan relativamente pocas constricciones, presentando una elevada tasa de sustitución neutral. Citocromo C, en cambio, presenta mayores constricciones evolutivas y presenta una tasa de sustitución menor. La hipótesis del reloj molecular dice que esta tasa, para ciertas proteínas, se mantiene constante en distintos linajes.

(de Hartl y Clark, 1997. Principles of Population Genetics, Sinauer)

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

5. LRT del reloj molecular global y local

- · La hipótesis de **reloj molecular** = H_0 por representar un caso particular (restringido) de la hipótesis más general (H_1) que asume distintas tasas para cada linaje. Por ello podemos evaluar la hipótesis de reloj molecular usando LRTs. Para ello comparamos el valor del estadístico LRT con una distribución X 2 con (2n-3) (n-1) = n-2 GL, ya que la única diferencia en estima de parámetros es el número de longitudes de rama que hay que estimar.
- La hipótesis de reloj molecular puede ser relajada, permitiendo una tasa constante de sustitución sólo dentro de un clado particular y asumiendo tasas heterogéneas para el resto de los linajes de una filogenia (modelo de reloj molecular local).
 El reloj molecular global sería un caso especial de un modelo de reloj local, el cual a su vez es representa un modelo constreñido o especial del modelo de tasas libres. Estos modelos pueden ser comparados de manera pareada usando LRTs.

Máxima verosimilitud y estima de parámetros de modelos de sustitución

- 5. LRT del reloj molecular global: un ejemplo
- Usaremos nuevamente el set de datos de mtDNA-primates.nex, eliminando a
 Lemur_catta, Tarsius_syrichta y Saimiri_scireus y excluyendo regiones no codificadoras.
- Obtenemos una filogenia NJ sobre la cual estimaremos los parámetros del modelo de sust. HKY+I+G bajo modelo de tasas libres.
- Enraizamos el árbol en memoria con rootTrees y reestimamos el valor global de verosimilitud usando los mismos valores de parámetros estimados en (2), forzando el modelo de reloj molecular global (lset clock=yes:)

-InL	hipótesis
3124.46376	tasas libres
3126.86992	reloj global

$$\Delta$$
 = 2(ln L_1 - ln L_0) = 4.81232
 GL = no. OTUs -2 = 9-2 = 7

P = 0.6828

podemos aceptar la hipótesis de reloj global

© Pablo Vinuesa 2018, vinuesATccg[dot]unam[dot]mx, http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/ Intoducción a la filoinformática – pan-genómica y filogenómica. IBBM-UNLP/CONYCET, Argentina. Julio 2018