Parzen window

Парзеновское окно - случай алгоритма kNN взвешенных соседей, где вес определяется формулой:

$$w(i,u) = K\left(\frac{1}{h}\rho(u, x_u^{(i)})\right)$$

, где ρ - расстояние, $K(z)$ - функция ядра, невозрастающая на $[0;\infty)$. Сам алгоритм имеет вид:

$$a(u; X^l; h) = argmax_{y \epsilon Y} \sum_{i:y^(i)=y} K\left(\frac{\rho(u, x_u^{(i)})}{h}\right)$$

Оптимальное значение h находим по методу leave-one-out:

$$h = argmax_h \sum_{i=1}^{l} \log p_h\left(x_i; X^m / x_i\right)$$

Таблица функций ядер, которые были использованы в данном примере для Ирисов Фишера:

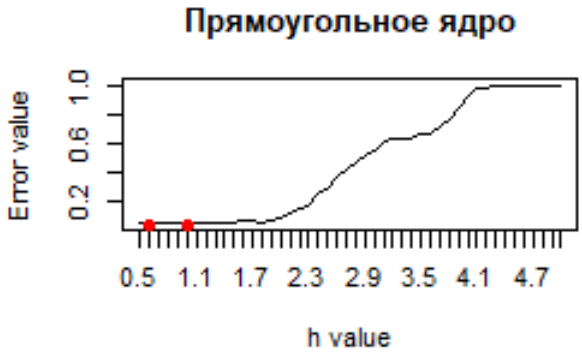
№	Ядро $K(u)$	формула
1	Епанечникова	$K(u) = \frac{3}{4}(1-u^2)[\|u\| \leq 1]$
2	Квартическое	$K(u) = \frac{15}{16}(1-u^2)^2[\|u\| \leq 1]$
3	Треугольное	$K(u) = (1-\|u\|)[\|u\| \leq 1]$
4	Гауссовское	$K(u) = (2\pi)^{\left(\frac{1}{2}\right)} \exp^{(-\frac{1}{2}u^2)}[\|u\| \leq 1]$
5	Прямоугольное	$K(u) = \frac{1}{2}[\|u\| \leq 1]$

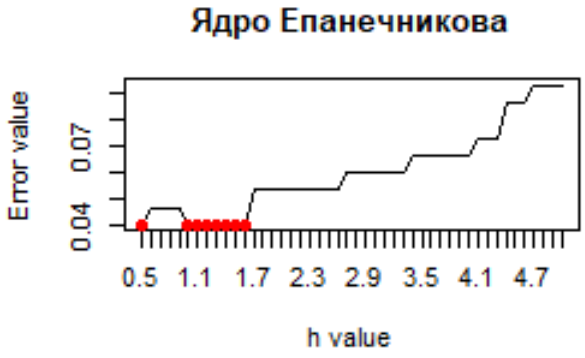
Классификация ведется по 3 и 4 признакам ириса в датафрейме, т.е. по Petal.Length и Petal.Width.

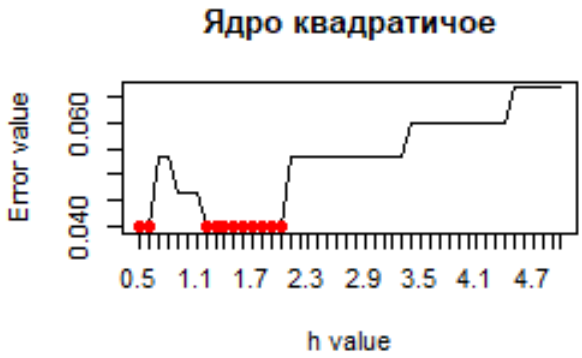
Запишем результаты в таблицу:

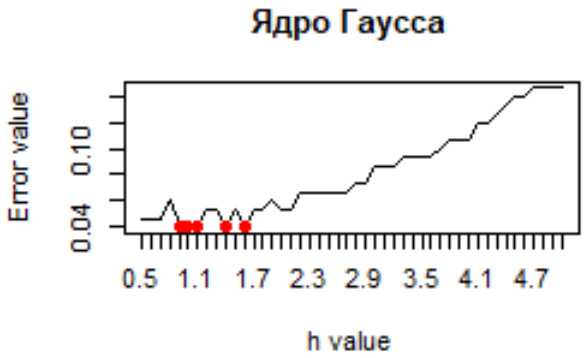
№	Ядро	Минимальное кол-во ошибок при LOO	Оптимальный выбор h
1	Епанечникова	6	0.5 и $[1, 1.6]$ с шагом 0.1
2	Квартическое	6	$[0.5, 0.6]$ и $[1.2, 2]$
3	Треугольное	6	$[0.5, 0.6]$ и $[1.1, 2.7]$
4	Гауссовское	6	[0.9, 1.1] и 1.4, 1.6
5	Прямоугольное	6	0.6 и 1

Представим графики зависимости h от кол-ва ошибок(красные точки - минимальное значение ошибки):









Для более точного нахождения h нужно брать шаг меньше, чем 0.1, хотя даже на этих графиках видно, начиная с какого шага точность резко падает.

Итоговая точность для всех ядер с наилучшим h из интервала [0.5, 5], шагом в 0.1 - 96%. Повысить точность можно, использовав все 4 признака Ирисов.

Парзеновское окно с переменной шириной

Теперь алгоритм будет иметь вид:

$$a(u; X^l; h) = argmax_{y \epsilon Y} \sum_{i:y^(i)=y} K\left(\frac{\rho(u, x_u^{(i)})}{\frac{u}{x_u^(k+1)}}\right)$$

Подбор k осуществляется так же LOO. Функции ядер будем использовать те же и использвать те же признаки из датасета. Полчуенный результат:

№	Ядро	Минимальное кол-во ошибок при LOO	Оптимальный выбор k
1	Епанечникова	2	$k = 4, 5$
2	Квартическое	2	$k = 4, 5$
3	Треуольное	2	$k = 4, 5, 71$
4	Гауссовское	2	$k = 4, 5, 147$
5	Прямоугольное	2	$k = 147$

Как видно, этот вариант окна дает результат лучше, чем предыдущий. Максимальная точно достикается при всех ядрах. Результаты одинаковы, т.к. в данном случае ядро не имеет особого значения, лучший выбор k указан в таблице. Лучшая точность - 99%