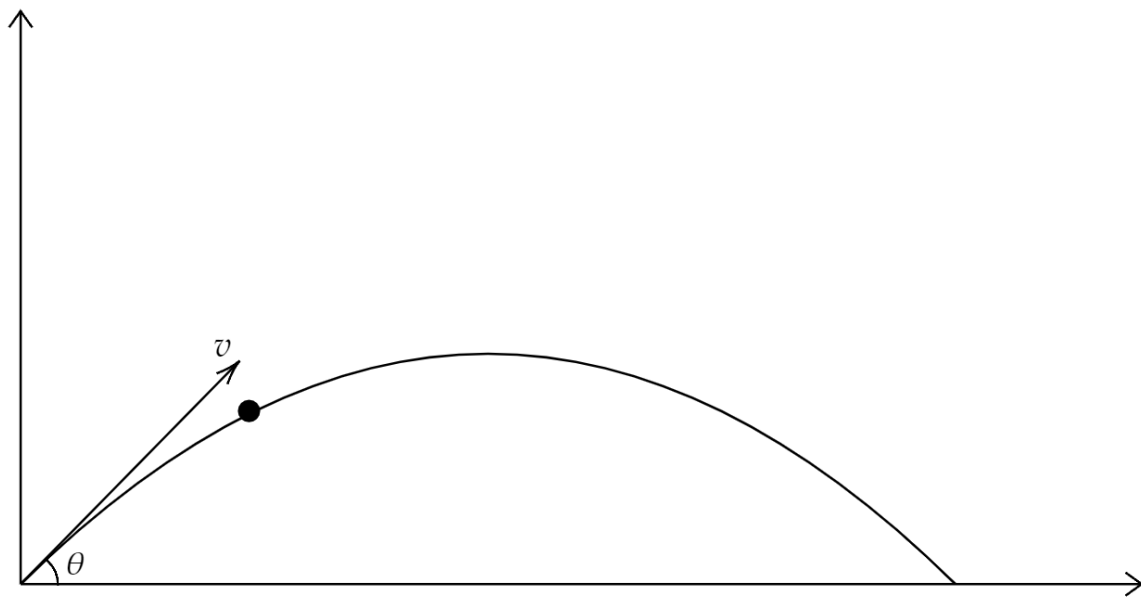


Det Skrå Kast

Eksamensprojekt i Fysik A

Daniel Schmidt Larsen
Viktor Vintergaard Lassen
Karl Johan Murphy Mogensen



Vejleder
Kasper Prindal-Nielsen
H.C Ørsted Gymnasiet Lyngby
28.03.22

Indhold

1	Formål	2
2	Forsøgsdesign	2
2.1	Materialeliste	2
2.2	Fremgangsmåde	2
3	Teori	2
3.1	Luftmodstand	3
3.2	Metode til usikkerhedsberegning	3
4	Opstilling af model i 1 dimension	3
5	Opstilling af model i 2 dimensioner	4
6	Resultater	6
7	Resultatbehandling	7
7.1	Test af model	7
8	Usikkerhedsberegning	8
9	Usikkerhed af model	9
10	Usikkerhed af parabel	11
11	Diskussion	11
12	Konklusion	12

1 Formål

Påvise formelen for luftmodstand i 2 dimensioner

2 Forsøgsdesign

For at testen den model der opstilles vil der opsamles noget data for et rigtig projektils bane gennem videoanalyse. De affyrede bolde skal alle være kugleformede og have samme diameter for at kunne affyres fra kanonen. Derfor varieres der på massen mellem de tre bolde da det vil øge indvirkningen som luftmodstanden har samt varriere hastighederne de bevæger sig med hvilket gør at modellen kan testes i adskillige forskellige situationer. Der var kun to bolde medhørende kanonen men for at sikre at luftmodstanden blev tydelig blev en tredje konstrueret ud af papir. Selvom den var kugleformet vil den selvfølgelig ikke have en lige så glat overflade. Masserne af de forskellige bolde ses i tabellen nedenfor.

Papir	Let	Tung
0.76g	2.01g	9.72

Tabel 1: massen af de tre forskellige bolde

2.1 Materialeliste

- Kamera
- Kanon
- Bordtennisbold
- Stativ
- Lineal

2.2 Fremgangsmåde

1. Hæng kamera op i stativ så det ligger vandret
2. Placer kanonen på et bord så projektilet bane er vandret på kamerarets udsynsretning
3. Læg en lineal i udsyn af kameraret
4. Placer et let projektil i kanonen og affyr ved en vinkel på 45°
5. Affyr med de tre forskellige bolde og optag en video

3 Teori

affyr med de tre forskellige bolde og optag en video

3.1 Luftmodstand

Luftmodstanden er en kræft der kommer af at et objekt i bevægelse skubber luftmolekylerne i bevægelsesretningen væk hvorved det overføres kinetisk energi fra objektet til luften. Den teoretiske udledning er dog meget kompliceret hvorved den ikke vil gennemgås her. I stedet vil der blive argumenteret for hvorfor alle de forskellige variable i den færdige formel har betydning for størrelsen af kræften som ses følgende.

$$F_d = 0.5 \cdot A \cdot \rho \cdot c_w \cdot v^2$$

Her er A objektets maksimale tværsnitsareal i bevægelsesretningen. ρ er densiteten af atmosfæren, v er hastigheden og c_w er formfaktoren. v , ρ og A afgør hvor mange luftmolekyler pr sekund objektet støder sammen med og dermed hvor meget masse der skal flyttes pr sekund hvilket også kan ses på endhederne.

$$\frac{m}{s} \cdot \frac{kg}{s^90} = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

Hvis der kigges på newtones anden lov ses det også at der er en mængde af masse der ganges med den hastighed den accelereres til på 1 sekund hvilket også passer ret godt. Dette er selvfølgelig dog ikke en korrekt udledning.

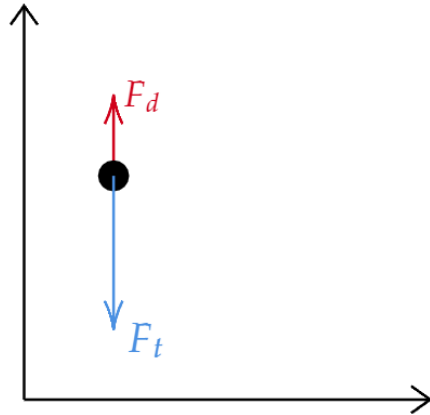
Til sidst er der formfaktoren. Formfaktoren er en konstant der beskriver en række komplicerede forhold og afgøres oftest eksperimentelt da det er langt nemmere end at udregne alle forholdene.

3.2 Metode til usikkerhedsberegning

Usikkerhedsberegningen bliver udregnet ud fra addition i kvadratur

4 Opstilling af model i 1 dimension

Vi starter med at kigge på en simplificeret situation i 1 dimension. Her har vi en kugle i frit fald.



Figur 1: Kraftdiagram 1d

Den bliver påvirket af tyngdekraften F_t og en luftmodstand F_d

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_d + \vec{F}_t$$

for luftmodstanden F_d bruger vi formelen

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

og tyngdekraften er massen gange tyngdeaccelerationen

$$\vec{F}_{res} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 - mg$$



og da den resulterende kraft er lig massen gange accelerationen får vi:

$$m \cdot \vec{a} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 - mg$$

nu kan vi dividere med massen for at få differentialligningen

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 - mg}{m}$$

For at gøre denne model mere overskuelig, kan vi løse differentialligningen, hvor vi efter kan integrere over tid for at få en stedfunktion for bolden. Med Maples "dsolve" funktion, får vi en løsning for $v(t)$

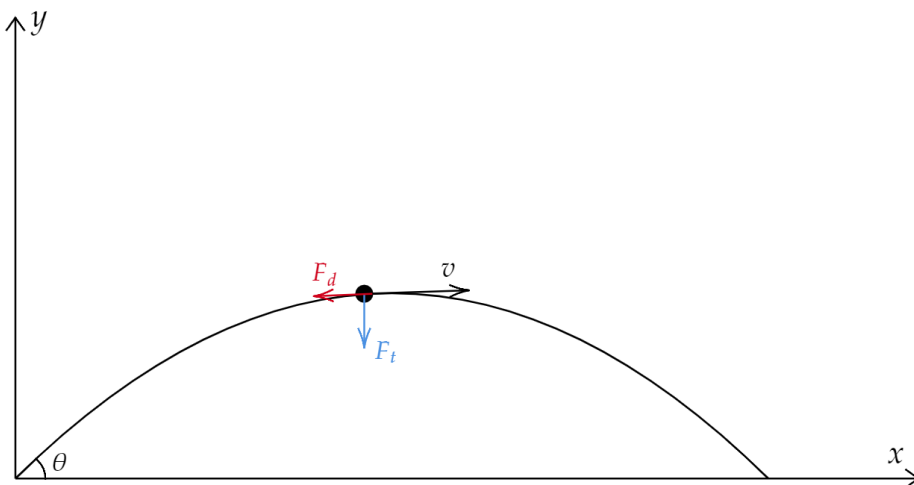
$$v(t) = - \frac{\tanh\left(\frac{\sqrt{mg \cdot c_w \cdot \rho \cdot A} \cdot (C + t) \cdot \sqrt{2}}{2m}\right) \sqrt{mg \cdot c_w \cdot \rho \cdot A} \cdot \sqrt{2}}{A \cdot c_w \cdot \rho}$$

$$s(t) = \int v(t) dt$$

I fysik kan vi godt lide at beskrive situationer med differentialligninger, så derfor vil den overstående differentialligning være rigeligt, men hvis man gerne vil kigge på positionen af bolden, er stedfunktionen modellen vi skal have fat i.

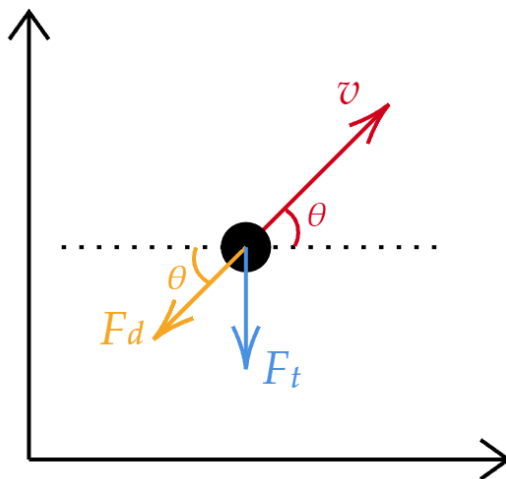
5 Opstilling af model i 2 dimensioner

Som med alle andre situationer, starter vi med en skitse vores situation.



Figur 2: Skitse af model i 2d

I systemet har vi en bold skudt af sted med en eller anden bestemt startvinkel og start hastighed. Når bolden kommer i luften, bliver den påvirket både af tyngdekraften F_t og luftmodstanden F_d . Her er decellerationen fra luftmodstanden F_d er modsatrettet hastigheden v af bolden. Ud fra en fritlegemeanalyse, kan vi opstille disse kræfter.



Figur 3 - Kraftdiagram

Tyngdekraften F_t er simpel, og genkendes som

$$\vec{F}_t = -m \cdot g$$

for luftmodstanden F_d bruger vi formelen

$$\vec{F}_d = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

hvor c_w er en konstant der afhænger af genstandens form, som beskriver dens aerodynamiske form. ρ er densiteten af omgivelserne. A er overfladearealet i retning af bevægelsen, og v er hastighedens størrelse. Vi kan nu betragte bevægelsen langs x-aksen og y-aksen individuelt. i x-retningen har vi ikke nogen tyngdekraft, men her har vi en del af luftmodstanden. vi finder denne luftmodstandskomponent med lidt trigonometri. Der vil også være en start hastighed i x-retningen

$$F_x = -F_d \cdot \cos(\theta)$$

$$F_x = -\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \cdot \cos(\theta)$$

I y-retningen ser vi, at luftmodstanden også påvirker samtdig med, at tyngdekraften er tilstede. Den resulterende kraft i y-retningen er derfor

$$F_y = F_d \cdot \sin(\theta) + F_t$$

$$F_y = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \cdot \sin(\theta) - mg$$

en samlet kraftvektor er derfor

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \cdot \cos(\theta) \\ \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \cdot \sin(\theta) - mg \end{bmatrix}$$

Fra Newtons anden lov kan vi, da den resulterende kraft er lig masse gange acceleration, sige

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{F} \cdot \frac{1}{m}$$

Vi husker her, at både accelerationen \vec{a} er en 2-dimensionelle vektorstørrelse, så derfor kan skrives som

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_x}{dt} \\ \frac{dv_y}{dt} \end{bmatrix} = \vec{F} \cdot \frac{1}{m}$$

6 Resultater

Rå dataen kom i form af slow motion videoer af boldens bane. Denne blev så behandlet i logger pro ved at lave en videoanalyse. Videoanalysen blev lavet ved at sætte et punkt ved boldens position og så bevæge videoen en frame frem og derefter sætte et nyt punkt. Herefter kan man ved at angive hvor lang en distance den enkelte pixel dækker over få boldens position over tid. Et eksempel på videoanalysen ses på figuren nedenfor



figur 4 - videoanalyse

Her angiver den grønne streg højden af bordet hvilket bruges til at udregne længden af den enkelte pixel. Højden af bordet blev brugt da det ønskes at bruge et objekt der er samme distance væk fra kameraret som kanonen og bolden da længden af den enkelte pixel i meter er afgjort af hvor tæt på kameraret man måler. Objekter der er for langt væk kan derfor ikke bruges da det vil få det til at virke som om bolden bevægede sig hurtigere end den faktisk gør. Frameraten der blev brugt til video analysen var 30 frames pr sekund da en højere framerate slørrede bolden for meget til at sætte punkterne ordenligt. En tabel over startværdierne for de forskellige bolde ses i Tabel 2

Værdi	Papir	Let	Tung
$v_0(m/s)$	5.514	7.026	6.390
$\alpha(rad)$	0.599	0.612	0.662

Tabel 2: de starparametre der blev udregnet fra videoanalysen

Som det ses har den lette bold en lavere hastighed selvom den har den mindste masse så fjederen burde have accelereret den til en højere hastighed end de andre kugler. Det skyldes nok at overfladen ikke var lige så glat så friktionen mellem siden af kanonen og bolden har nok være signifikant højere hvilket også kan have forskudt vinklen.

7 Resultatbehandling

7.1 Test af model

Herefter ønskes det at sammenligne modellen med den opsamlede data. Dette gøres ved at indsætte startværdierne der blev fundet ved videoanalysen i den opsatte model og se på hvor godt grafen passer samt hvor tæt på forskellige værdier som højdepunktet og punktet for nedslaget er med det opsamlede data. For yderligere at teste validiteten af modellen vil modellen for det skrå kast uden vindmodstand også bruges. Denne model vil ikke udledes her da den allerede er blevet udledt i en tidligere opgave men den har en algebraisk løsning som er følgende

$$y(x) = -\frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + h_x$$

Denne model vil fremover refereres til som parabeln da kurven følger en parabel. Programmet der simulere den opstillede model er programmeret sådan at det automatisk medregner usikkerheder ved at simulere 6000 kast med en tilfældig kombination af usikkerheder. Derfor kan graferne ikke afbildes ved siden af hindanden og sammenlignes på den måde. I stedet vil der kigges på toppunkt og distancen bolden bevæger sig da disse stadig vil kunne undersøges generelt. Med distancen bevæget menes der hvor langt bolden nået at komme i videoanalysen. Den findes ved at se hvornår bolden opnår sluthøjden fra videoanalysen i de to modeller. Toppunktet blive blot set som det højeste punkt i den opsamlede data da grafen er meget flad i toppen vil afvigelsen nemlig ikke være betydelig. Her findes den procentmæssige afvigelse fra den reel data. Dette gøres blot ved at dividere værdien som modellen forudser med distancen som bolden reelt bevægede.

$$\frac{\text{model}}{\text{data}} \cdot 100$$

Resultaterne der fås ses i tabellen nedenfor

Model	Papir	Let	Tung
Toppunkt	1.65 m	1.95 m	2.00 m
Parabel	97%	110%	95%
Model	94%	100%	91%
Distance bevæget	3.11 m	3.66 m	3.64 m
Parabel	128%	129%	110%
Model	96%	108%	74%

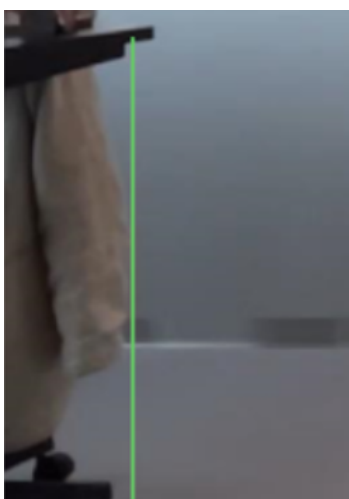
Tabel 3: målt toppunkt og distance bevæget samt procentmæssig afvigelse som de to modeller har fra disse værdier

8 Usikkerhedsberegning

Herefter blev der lavet en usikkerhedsberegning for at vurdere hvor præcis den opstillede model var. Først skulle usikkerheden på de enkelte parametre dog først vurderes.

parametre	Papirbold	Let bold	Tung bold
Hastighed	10%	10%	10%
Længde	0.01m	0.01m	0.01m
Formfaktor	0.02	0.01	0.01
Tværsnits areal	$0.39cm^2$ pr σ	$0.39cm^2$ pr σ	$0.39cm^2$ pr σ
Vinkel	$0.075rad$ pr σ	$0.058rad$ pr σ	$0.066rad$ pr σ

Tabel 4: vurderede/udregnede usikkerheder på de forskellige startværdier



figur 5 - referencelængde

Den høje usikkerhed på hastigheden skyldes den måde som hver pixels længde blev angivet. Det eneste objekt der kunne bruges som reference til højden var bordet som kanonen stod på da det var det eneste objekt der havde samme distance til kameraret. Det er dog meget svært at placere en streg der går lodret ned da det er svært at vurdere hvilket punkt er direkte under, se Figur 2. dette gør at længden som der er angivet for hver pixel, ikke er særlig præcis og da hastigheden er meget afhængig af dette, er usikkerheden på den dermed også stor. Det er også derfor den er angivet i procent da denne usikkerhed forårsager en procentmæssig forstørrelse/formindskning af den rigtig hastighed. Usikkerheden for længden blev vurderet ud efter hvor præcist en prik kunne sættes i videoanalysen. Vurderingen blev lavet ved at se hvor lang bolden var i videoanalysen da det kan forventes at punktet altid placeres på bolden selvom det måske ikke nødvendigvis er det samme sted. Her var resultatet meget tæt på 0.01 m hvorved dette blev brugt som usikkerheden. Formfaktoren blev blot taget for en tabelværdi da kuglerne var produceret kugleformede og dermed nok vil passe godt med tabelværdien for en kugle. Her blev der derfor blot placeret en usikkerhed på 1 for det sidste decimal ud over papirskuglen som var mindre kugleformet og derfor fik den dobbelte usikkerhed. Usikkerheden for tværsnitsarealet blev udregnet ved brug af følgende formel, som er forklaret oppe i teoriafsnittet, fordi den blev udregnet ud fra en målt diameter og ikke målt direkte.

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \cdot \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \cdot \delta y\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial n} \cdot \delta n\right)^2}$$

Følgende formel blev brugt til at måle tværsnitsarealet hvorved tværsnitsarealet for alle bolde blev målt til at være 2.5 cm

$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{2.5}{2}\right)^2$$

Da diameteren er det eneste parametre med en usikkerhed på, går potensen og kvadratroden ud med hinanden hvorved følgende udtryk fås

$$\delta A = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial d} \cdot \delta d\right)^2} = \frac{\partial A}{\partial d} \cdot \delta d$$

Til sidst indsættes værdierne og usikkerheden udregnes til at være 0.39 cm² cm²

pr standardafvigelse. DA alle blev målt til at have samme diameter, vil dette være usikkerheden for alle formlerne

$$\delta A = \frac{\partial A}{\partial d} \cdot \delta d = \frac{\partial A}{\partial d} \cdot 0.1 = 0.39 \text{ cm}^2$$

For at udregne usikkerheden på vinklen blev samme formel og metodik brugt. Der gennemgås derfor kun hurtigt hvordan det blev gjort. Følgende formel blev brugt til at udregne vinklen

$$v = \tan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

dette kan udtrykkes som ændringen i sted i den givne retning over tid hvilket giver følgende udtryk.

$$v = \tan\left(\frac{\frac{x_2 - x_1}{\Delta t}}{\frac{y_2 - y_1}{\Delta t}}\right) = \tan\left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right)$$

her er x_1 det første punkts x-værdi og x_2 er det efterfølgende punkt mens Δt er tidsperioden mellem de to punkter blev placeret. Dette er også sådan hastigheden udregnes men på denne måde kan det udtrykkes ved brug af enkelte datapunkter i stedet for den udregnede hastighed. det ønskes da man så kan bruge rå data i stedet for data der allerede er blevet behandlet hvilket vil mindske usikkerhederne på ens målinger. Herefter kan dette udtryk partialdifferanceres ift. de fire variable den har og usikkerheder pr standardafvigelse kan findes

$$\delta v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial x_1} \cdot \delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x_2} \cdot \delta x_2\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y_1} \cdot \delta y_1\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y_2} \cdot \delta y_2\right)^2}$$

Det gav en forskellig usikkerhed på vinklen for de tre bolde som kan ses i Tabel 4

9 Usikkerhed af model

For at vurdere validiteten af modellen har et program lavet 6000 simuleringer med start betingelser fra forsøget, hvoraf der tilfældigt gives værdier indenfor usikkerhederne. Fra videoanalysen er altså taget starthastigheden og startpositionen for kuglen, og målinger på tværsnitsareal, ved brug af diameter, og massen af kuglen. Usikkerhederne er her vurderet efter usikkerhederne angivet i afsnit 8. Programmet har derefter for alle 6000 simuleringer valgt en tilfældig værdi i alle intervaller. Programmet bruger Eulers metode til at bestemme løsningen for differential ligningen.

For den lette kugle på $0.76 \text{ g} \pm 0.01 \text{ g}$ skal den i højdeintervallet $[0.09, 0.24]$ have en afstand i intervallet $[3.046, 3.114]$, hvor det på figur 6 kan ses at længde intervallet for simuleringen gav intervallet $]2.881, 3.125]$. Da disse intervaller falder sammen, må simuleringens model være korrekt.

For højdemålingen findes intervallet ved at den største måling er den nedre grænse for intervallet og den øvre grænse for intervallet findes ved skæringspunktet mellem 2 linjer dannet ved brug af de 2 til venstre liggende punkter for toppunktet, og de 2 til højre liggende punkter for toppunktet. Dette gøres på baggrund af at denne hældning vil være for numerisk stor og derfor skære over toppunktet. For dette findes intervallet $[1.647, 1.750]$, hvoraf simuleringen fandt intervallet $]1.487, 1.601]$ se Figur 6. Simuleringen ligger derfor uden for intervallet og modellen må antages at være forkert.

```
højde 1.6014916, 1.4873939
længde 2.8814828, 3.1250894
```

figur 6 - usikkerheds interval for papir bolden

For kuglen på $2.01 \text{ g} \pm 0.01 \text{ g}$ skal den i højdeintervallet $[1.318, 1.428]$ have en afstand i intervallet $[3.523, 3.661]$, hvor det på Figur 7 kan ses at længde intervallet for simuleringen gav intervallet $]3.897, 4.001]$. Da disse intervaller ikke falder sammen, må simuleringens model her være forkert.

På samme vis som ved den lette kugle findes højdeintervallet $[1.945, 1.956]$, hvoraf simuleringen forudser intervallet $[1.934, 1.947]$. Simuleringen og det givne interval har et fælles interval, men dette ligger ved grænsen for begge intervaller og er derfor usikkert.

```
højde 1.9474133, 1.9336933
længde 4.0013866, 3.8970242
```

figur 7 - usikkerheds interval for den lette bold

For kuglen på $9.72 \text{ g} \pm 0.01 \text{ g}$ skal den i højdeintervallet $[1.610, 1.703]$ have en afstand i intervallet $[3.472, 3.638]$, hvor det på Figur 8 kan ses at længde intervallet for simuleringen gav intervallet $]3.897, 4.001]$. Da disse intervaller ikke falder sammen, må simuleringens model her være forkert.

På samme vis som ved den lette kugle findes højdeintervallet $[1.998, 2.005]$, hvoraf simuleringen forudser intervallet $[1.758, 1.908]$. Simuleringen og det givne interval stemmer ikke overens og modellen modvises også her.

```
højde 1.9077748, 1.7584577
længde 3.1250224, 2.2531488
```

figur 8 - usikkerheds interval for den tunge bold

Den procentmæssige afvigelse som disse intervaller har fra de målte værdier ses i Tabel 5

Model	Papir	Let	Tung
Toppunkt procent afvigelse	90-97%	99-100%	88-95%
Distance bevæget procent afvigelse	93-100%	106-109%	62-86%

Tabel 5 - interval med de mulige procentmæssige som usikkerhedderne kan medføre

10 Usikkerhed af parabel

Da parabeln har en algebraisk løsning kan den generelle metode til vurdering af usikkerheder bruges igen. Som det ses i nedenstående funktion har den generelle model 3 led

$$y(x) = -\frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + \tan(\alpha) \cdot x + h_x$$

$$-\frac{g}{2 \cdot v^2 \cdot \cos^2(\alpha)}$$

$$\tan(\alpha)$$

$$h_s$$

Usikkerheden kendes allerede på h_s hvorved der kun udregnes for de to andre led. Det gøres ved brug af den generelle metode for usikkerhedsberegning som der er blevet gennemgået i teoriafsnittet. I det første led er der kun en usikkerhed på v og hvorved det kun er dem der partial differentieres i forhold til. usikkerheden på dem udregnes med en standartafvigelses nøjagtighed. Når usikkerhederne på ledende er fundet, kan usikkerhederne på modellen findes ved brug af min-max metoden. Dette vil ikke overestimere usikkerhederne da usikkerheden på ledende kun regnes med en standartafvigelse. De resulterende grafer kan ses i nedenstående figurer og intervallerne for distancen bevæget samt toppunkt kan ses i Tabel 6.

Model	Papir	Let	Tung
Toppunkt	1.40 – 1.98 m	1.84 – 2.65 m	1.69 - 2.14 m
Distance bevæget	3.11 – 5.37 m	3.40 – 6.78 m	3.45 - 4.63 m
Toppunkt procent afvigelse	85-120%	95-136%	85-107%
Distance bevæget procent afvigelse	100-173%	93-185%	95-127%

Tabel 6: intervallet over mulige værdier usikkerhederne medføre samt intervallerne over den resulterende procentmæssige afvigelse

11 Diskussion

Der blev derfor opstillet en model som blev sammenlignet med virkelig data samt en model uden luftmodstand. Her passede modellen med luftmodstand signifikant bedre med nedslagspunktet for de to lette bolde men en del værre for den tunge. Det kan indikere at den opsatte model overvurdere betydningen af luftmodstanden. Den forudser dog kun toppunktet ca. lige så godt som den normale model og den beregner altid at den kommer samme længde eller kortere end dataen viser. Der blev derfor lavet en usikkerhedsberegning for at vurdere om usikkerhederne kunne forklare dette. Her ses det at usikkerhederne for parabeln forklare afvigelsen men at den for simuleringen ikke gør. Usikkerheden for parabeln er dog så stor at den i praktisk ikke kan bruges. Derudover angiver intervallerne også at den generelt forudser at bolden kommer for langt hvilket også er forventet da luftmodstanden ikke medregnes. Derudover blev der kun regnet med en standartafvigelse på alle data, hvilket gør at de reelle usikkerheder er langt større. usikkerhederne for den opstillede model derimod kan ikke forklare afvigelsen intervallerne er dog langt mindre og der er kun regnet med en standartafvigelse på alle parametre så igen er usikkerhederne også undervurderet. Dog kan det siges at generelt er den

opstillede model mere præcis men den passer ikke så godt for den tunge bold. det at den ikke passer på den tunge bold men de to andre angiver at der har været nogle fejlkilder på spil da den forøgede masse burde mindske ændringen som der er på denne model ift. den normale model som passede fint. dette kunne F.eks. være forårsaget af en fejl i konstanterne i luftmodstanden eller massen der har gjort at luftmodstandens effekt er blevet overvurderet. Det kunne også blot være forårsaget af at usikkerhederne blev undervurderet men intervallet udfolder sig ikke tæt på den reel værdi så det virker ikke sandsynligt.

For modellen i 1 dimension var videoanalyse ikke muligt. Et forsøg blev opsat med en bold i frit fald, men stedfunktionen, som blev udledt, kunne loggerpro ikke håndtere, hvilket gjorde det umuligt at undersøge modellen. Dette problem kan løses med bedre software, men dette havde gruppen ikke tilgængeligt, så derfor er modellen ikke testet.

12 Konklusion

Formålet var at opstille en model for det skrå kast der inkorporerede luftmodstanden hvorved den ville repræsentere virkeligheden bedre. Der blev derfor opstillet en model som blev sammenlignet med virkelig data samt en model uden luftmodstand. Her passede den opstillede model generelt bedre end parablen ud over for den tunge bold hvor den passede meget dårligt. For usikkerhederne passede parablen dog bedre men den havde dog meget høje usikkerheder og den opstillede model blev også kun regnet med få standartafvigelser. Disse usikkerheder forklarer dog ikke hvorfor modellen ikke passer på den tunge kugle hvor luftmodstandens indvirkning er blevet overvurderet. Dette skyldes dog sandsynligvis nok en fejlkilde da modellen passer langt bedre på de to situationer hvor luftmodstanden har størst betydning samt at parablen passer langt bedre end modellen for den tunge bold på trods af der næsten ikke burde være forskel på resultaterne. Det betyder dog stadig at det ikke kan siges at modellen er bedre da den ud fra den opsamlede data ikke gælder i alle situationer. Det kan derfor konkluderes at det ikke er lykket lave en generelt bedre model men det skyldes sandsynligvis blot en fejlkilde men en ny dataopsamling er nødvendigt før det kan bekræftes

