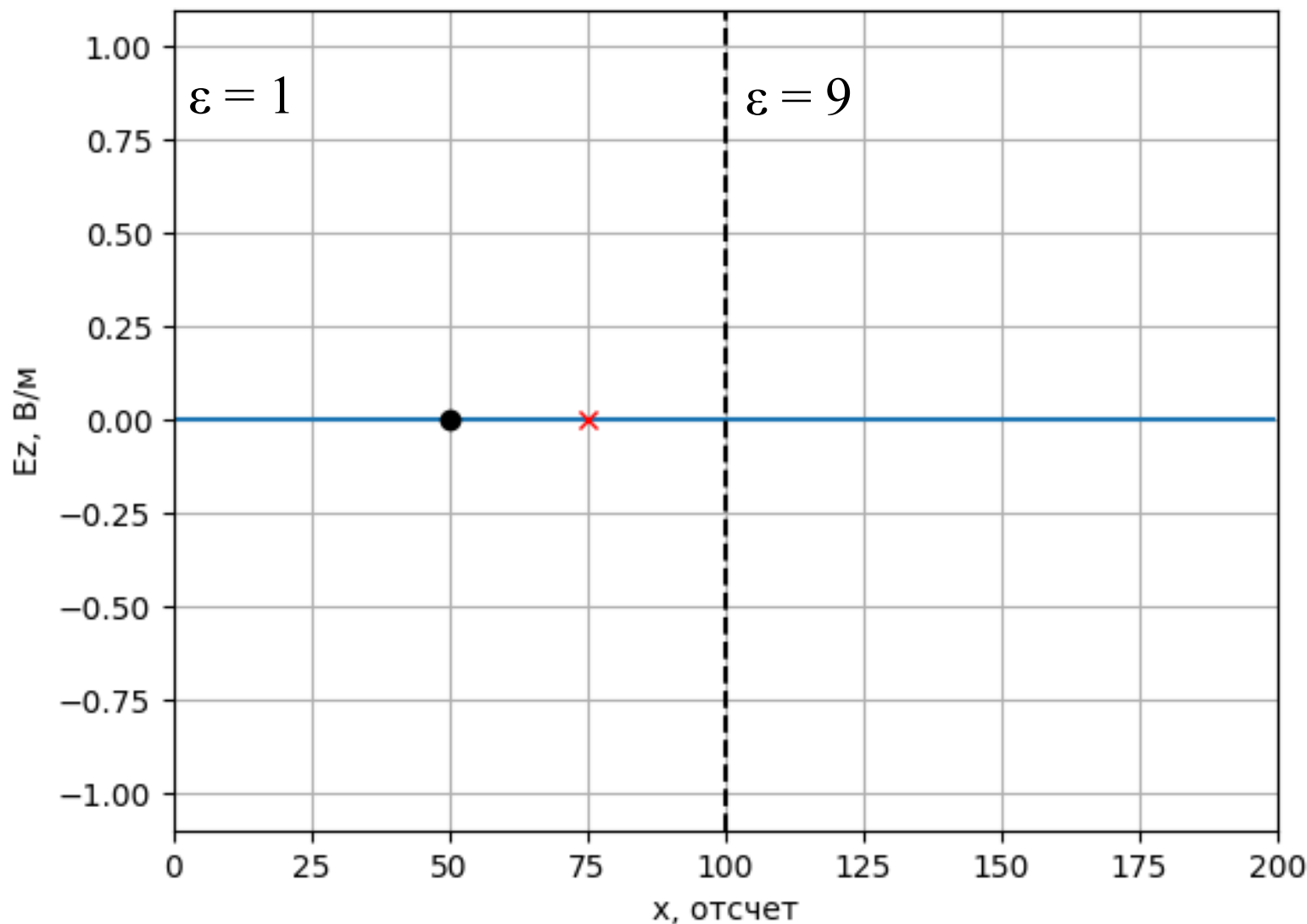


«Метод конечных разностей во временной области (FDTD)»

Моделирование распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

Геометрия решаемой задачи (fdtd_heterogen_01.py)



Конечно-разностная схема

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2]=$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m] \right) \frac{1}{\mu W_0} S_c$$

$$E_z^{q+1}[m]=$$

$$= E_z^q[m] + \left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2] \right) \frac{W_0}{\varepsilon} S_c$$

Конечно-разностная схема

$$\begin{aligned}
 H_y^{q+1/2}[m+1/2] &= \\
 &= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m] \right) \frac{1}{\underline{\mu}[m+1/2] W_0} S_c
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_z^{q+1}[m] &= \\
 &= E_z^q[m] + \left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2] \right) \frac{W_0}{\underline{\varepsilon}[m]} S_c
 \end{aligned}$$

Хранение компонент поля и параметров материалов в реализации FDTD ⁷

Индекс →	0	1	2	3		$M-4$	$M-3$	$M-2$	$M-1$
E_z	E_0	E_1	E_2	E_3	...	E_{M-4}	E_{M-3}	E_{M-2}	E_{M-1}
eps	ε_0	ε_1	ε_2	ε_3	...	ε_{M-4}	ε_{M-3}	ε_{M-2}	ε_{M-1}

Индекс →	0	1	2	3		$M-4$	$M-3$	$M-2$	$M-1$
H_y	$H_{1/2}$	$H_{1+1/2}$	$H_{2+1/2}$	$H_{3+1/2}$...	$H_{M-4+1/2}$	$H_{M-3+1/2}$	$H_{M-2+1/2}$	$H_{M-1+1/2}$
μ	$\mu_{1/2}$	$\mu_{1+1/2}$	$\mu_{2+1/2}$	$\mu_{3+1/2}$...	$\mu_{M-4+1/2}$	$\mu_{M-3+1/2}$	$\mu_{M-2+1/2}$	$\mu_{M-1+1/2}$

Учет параметров среды

Если $\varepsilon = f_{\varepsilon}(m)$, $\mu = f_{\mu}(m)$

$$Ez[m] = Ez[m] + (Hy[m] - Hy[m - 1]) * Sc * W0 / eps[m]$$

$$Hy[m] = Hy[m] + (Ez[m + 1] - Ez[m]) * Sc / (W0 * mu[m])$$

Демонстрация моделирования распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

Коэффициенты отражения и прохождения

Для волны, падающей по нормали:

Коэффициент отражения:

$$\Gamma = \frac{\dot{E}_{отр}}{\dot{E}_{пад}} = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}$$

Коэффициент прохождения:

$$T = \frac{\dot{E}_{пр}}{\dot{E}_{пад}} = \frac{2W_2}{W_2 + W_1}$$

$$W = \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\varepsilon \varepsilon_0}} = W_0 \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

Коэффициенты отражения и прохождения идеального диэлектрика

Для границы раздела двух диэлектриков

$$\mu_1 = \mu_2 = 1$$

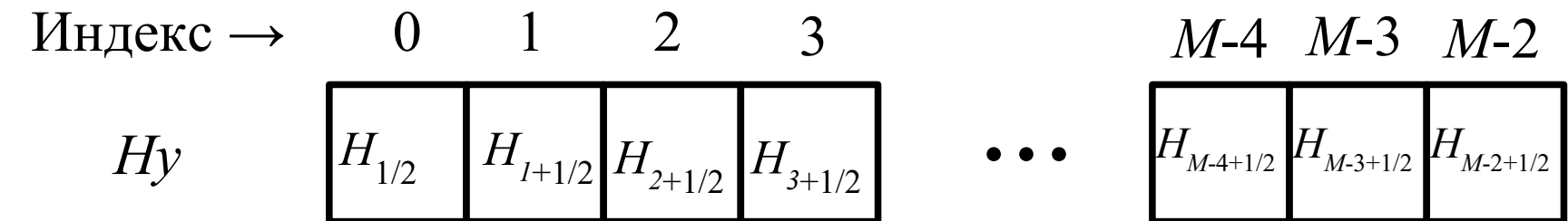
Коэффициент отражения:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_1}}$$

Коэффициент прохождения:

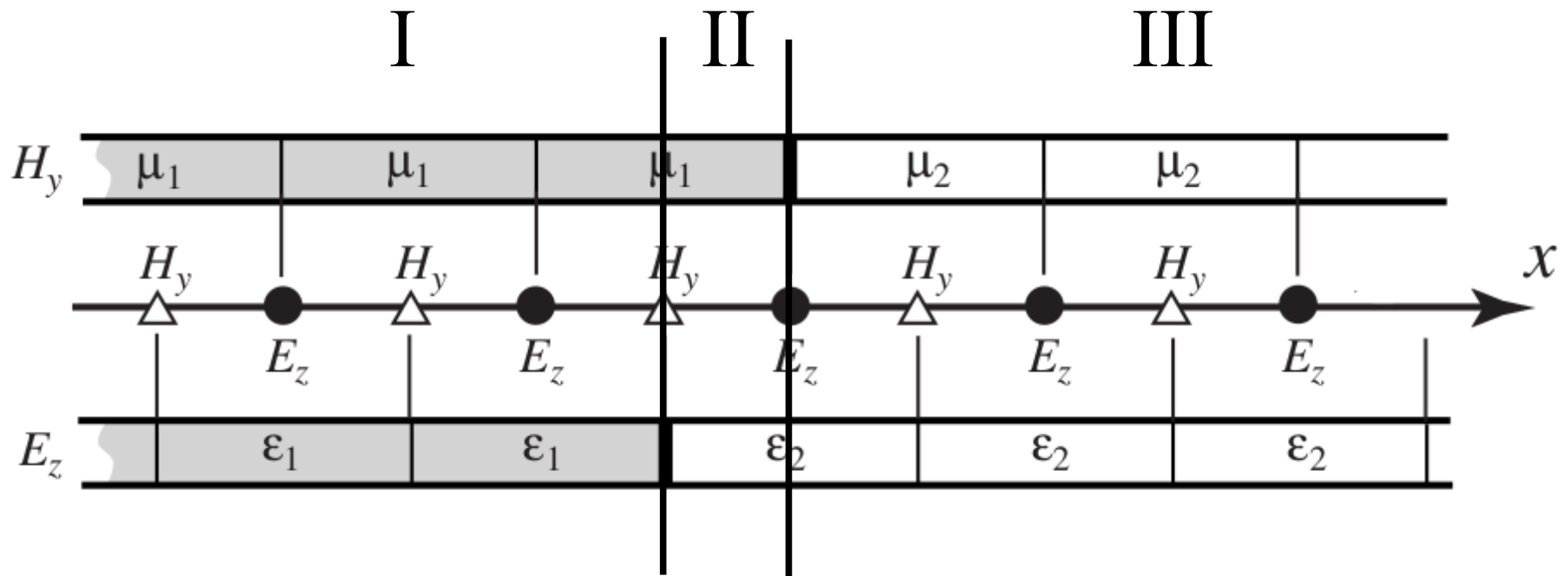
$$T = \frac{2\sqrt{\epsilon_1}}{\sqrt{\epsilon_2} + \sqrt{\epsilon_1}}$$





Демонстрация моделирования распространения электромагнитной волны в неоднородных средах

Погрешность из-за дискретной сетки



Погрешность из-за дискретной сетки

