Московский Авиационный Институт
(национальный исследовательский университет)

«Метод конечных разностей во временной области (FDTD)»

Уравнения Максвелла

Уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}+\mathbf{j}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{D}=\rho$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B}=0$$

$$\mathbf{D}=\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$$

$$\mathbf{B}=\mu\mu_0\mathbf{H}$$

$$\mathbf{j}=\sigma(\mathbf{E}+\mathbf{E}_{\text{ст}})=$$

$$=\sigma\mathbf{E}+\mathbf{j}_{\text{ст}}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{F}=\begin{vmatrix}\mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ F_x & F_y & F_z\end{vmatrix}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{F}=\frac{\partial F_x}{\partial x}+\frac{\partial F_y}{\partial y}+\frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Оператор набла (∇) или оператор Гамильтона

$$\nabla \equiv \mathbf{x_0}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{y_0}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{z_0}\frac{\partial}{\partial z}$$

Свойства оператора набла (∇)

$$\nabla \phi = \mathbf{x}_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{y}_0 \frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial \phi}{\partial z} = ?$$

φ - скалярное поле

Свойства оператора набла (∇)

$$\nabla \phi = \mathbf{x_0}\frac{\partial \phi}{\partial x} + \mathbf{y_0}\frac{\partial \phi}{\partial y} + \mathbf{z_0}\frac{\partial \phi}{\partial z} = \mathrm{grad}\, \phi$$

φ - скалярное поле

Свойства оператора набла (∇)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z =$$

$$= \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = ?$$

a — векторное поле

Свойства оператора набла (∇)

$$\nabla \cdot \boldsymbol{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z =$$

$$= \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z} = \operatorname{div} \boldsymbol{a}$$

a — векторное поле

Свойства оператора набла (∇)

$$\nabla \times \mathbf{a} = \begin{vmatrix} \mathbf{x}_0 & \mathbf{y}_0 & \mathbf{z}_0 \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix} = \operatorname{rot} \boldsymbol{a}$$

a — векторное поле

Уравнения Максвелла

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{j}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}_{\text{ст}}) =$$

$$= \sigma \mathbf{E} + \mathbf{j}_{\text{ст}}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\nabla \times \mathbf{F} = \operatorname{rot} \mathbf{F}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \operatorname{div} \mathbf{F}$$

Одномерный метод FDTD

FDTD. Одномерный случай. Закон Ампера

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{H} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = ?$$

FDTD. Одномерный случай. Закон Ампера

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{H} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = \mathbf{x_0} \cdot 0 - \mathbf{y_0} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \mathbf{z_0} \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай. Закон Фарадея

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = ?$$

FDTD. Одномерный случай. Закон Фарадея

Пусть поле может меняться только вдоль оси X

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{E} =$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{x_0} & \mathbf{y_0} & \mathbf{z_0} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \mathbf{x_0} \cdot 0 - \mathbf{y_0} \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{z_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай

Объединяем предыдущие уравнения

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j} = -\mathbf{y}_0 \frac{\partial H_z}{\partial x} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\mathbf{y}_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + \mathbf{z}_0 \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай

$$\mathbf{x_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_x}{\partial t}+\mathbf{y_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}+\mathbf{z_0}\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}+\mathbf{x_0}j_x+\mathbf{y_0}j_y+\mathbf{z_0}j_z=$$

$$-\mathbf{y_0}\frac{\partial H_z}{\partial x}+\mathbf{z_0}\frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mathbf{x_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_x}{\partial t}-\mathbf{y_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}-\mathbf{z_0}\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t}=-\mathbf{y_0}\frac{\partial E_z}{\partial x}+\mathbf{z_0}\frac{\partial E_y}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай

Или в скалярном виде:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + j_x = 0$$

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + j_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай

Или в скалярном виде:

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} + j_x = 0$$

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

$$-\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial E_y}{\partial x} \qquad \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} + j_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

FDTD. Одномерный случай

Пусть существуют только E_z и H_y компоненты поля

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z = \frac{\partial H_y}{\partial x}$$

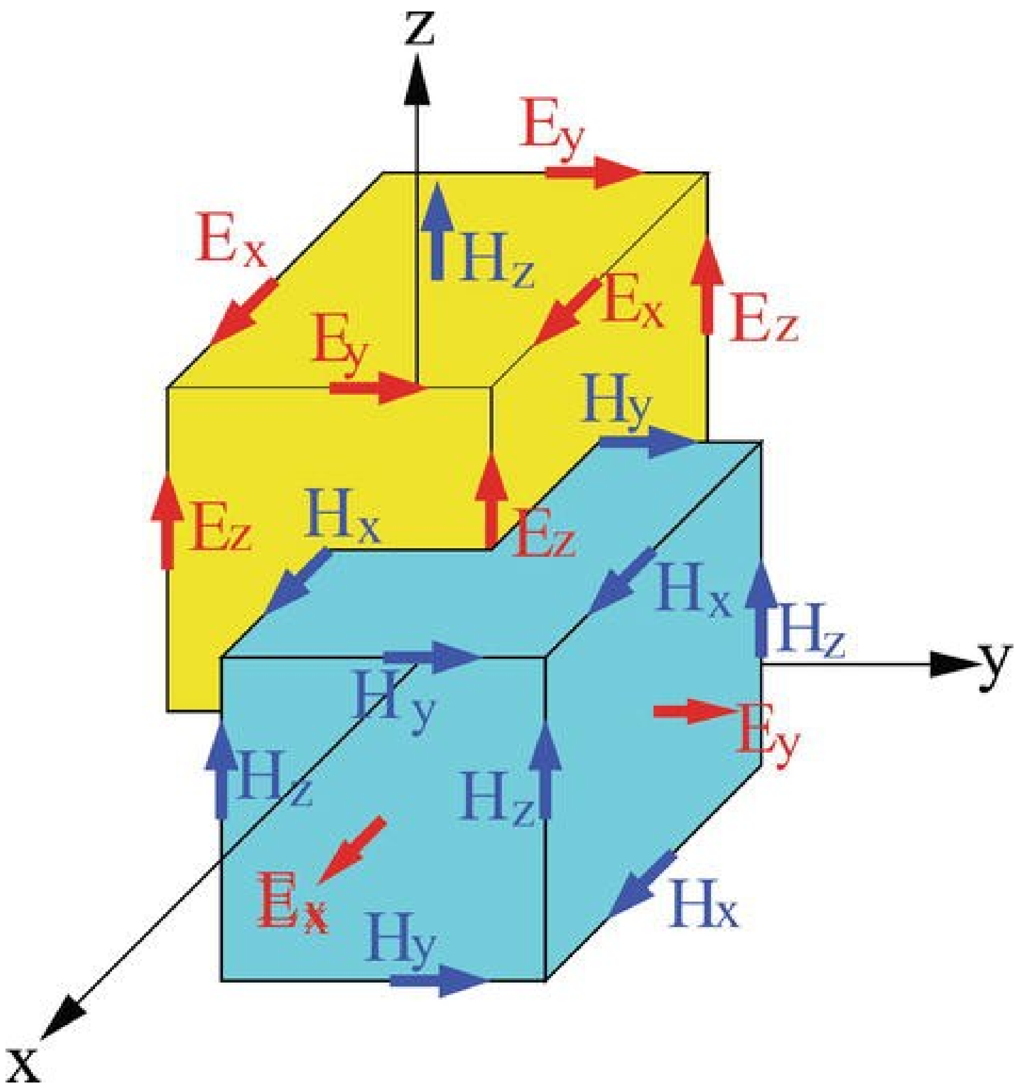
Дискретизация

$$E_z(x, t) = E_z(m\Delta x, q\Delta t) = E_z^q[m]$$

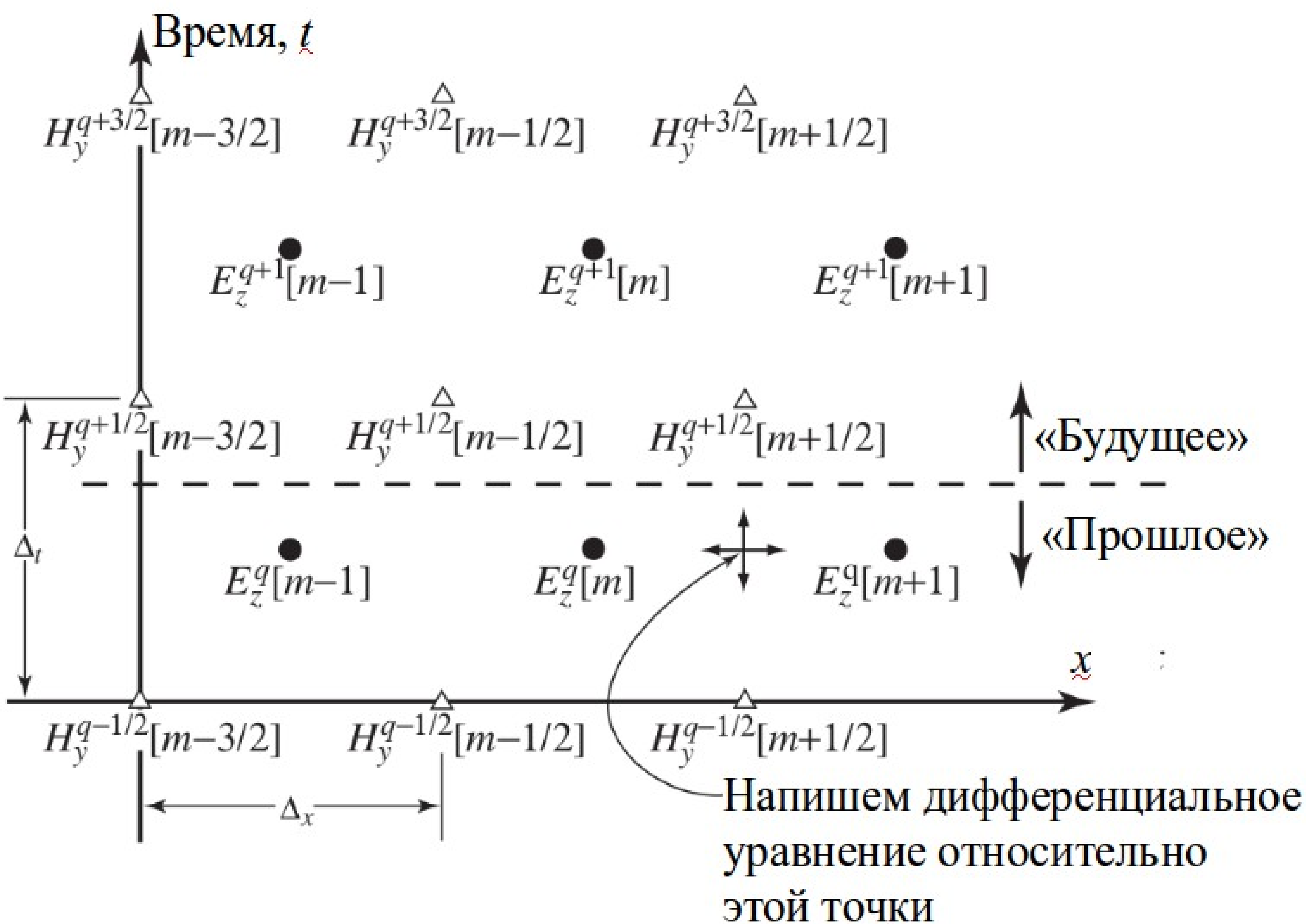
$$H_y(x, t) = H_y(m\Delta x, q\Delta t) = H_y^q[m]$$

Δx — пространственное смещение
Δt — временное смещение
m — номер пространственного шага
q — номер временного шага

Трехмерная ячейка для метода FDTD (ячейка Йи, Yee cell)



Пространственно-временная сетка для одномерного случая



Переходим к конечным разностям. Закон Фарадея

$$\mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}\bigg|_{(m+1/2)\Delta x,\, q\Delta t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}\bigg|_{(m+1/2)\Delta x,\, q\Delta t}$$

Переходим к конечным разностям. Закон Фарадея

$$\mu\mu_0 \frac{H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q-1/2}[m+1/2]}{\Delta_t}=$$

$$=\frac{E_z^q[m+1]-E_z^q[m]}{\Delta_x}$$

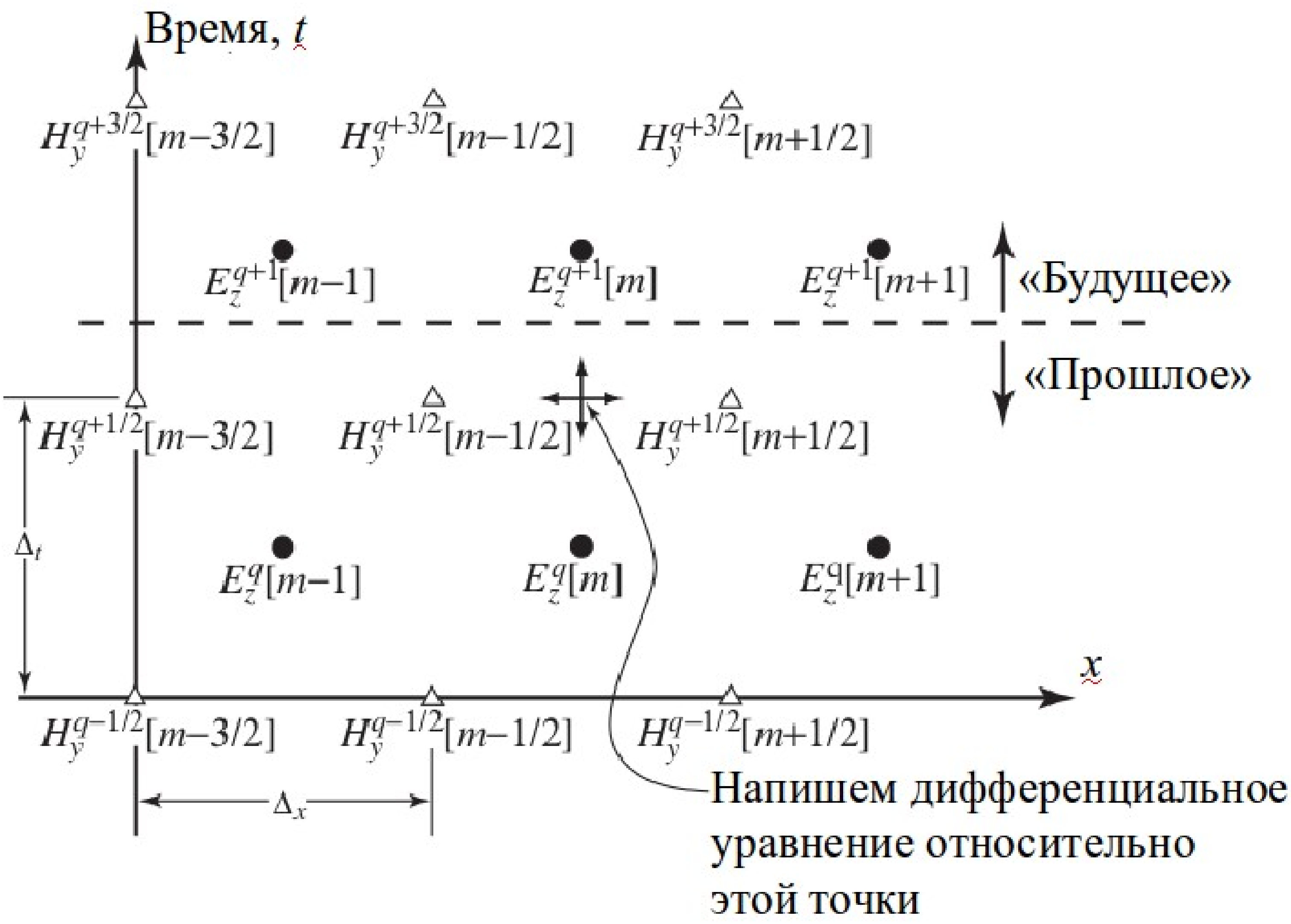
Переходим к конечным разностям. Закон Фарадея

Из предыдущего уравнения

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] =$$

$$= H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)$$

Пространственно-временная сетка для одномерного случая



Переходим к конечным разностям. Закон Ампера

$$\left(\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} + j_z\right)\Bigg|_{m\Delta x,(q+1/2)\Delta t} = \frac{\partial H_y}{\partial x}\Bigg|_{m\Delta x,(q+1/2)\Delta t}$$

Переходим к конечным разностям. Закон Ампера

$$\varepsilon\varepsilon_0 \frac{E_z^{q+1}[m]-E_z^{q}[m]}{\Delta_t}+j_z^{q+1/2}[m]=$$

$$=\frac{H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q+1/2}[m-1/2]}{\Delta_x}$$

Переходим к конечным разностям. Закон Ампера

$$E_z^{q+1}[m] =$$

$$= E_z^{q}[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0\,\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right) -$$

$$- \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\, j_z^{q+1/2}[m]$$

Основные единицы системы СИ

- Длина — м
- Масса — кг
- Время — с
- Сила тока — А
- Температура — К
- Количество вещества — моль
- Сила света — кд

$$\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\,\dot{j}_z^{\,q+1/2} \Rightarrow \left[\frac{с\cdot м\cdot A}{Ф\cdot м^2}\right] = \left[\frac{с\cdot A}{Ф\cdot м}\right]$$

$$[Ф] = \left[\frac{A^2\cdot с^4}{кг\cdot м^2}\right]$$

$$\frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\,\dot{j}_z^{q+1/2} \Rightarrow \left[\frac{с\cdot м\cdot А}{Ф\cdot м^2}\right] = \left[\frac{с\cdot А}{Ф\cdot м}\right] = \left[\frac{с\cdot А\cdot кг\cdot м^2}{м\cdot А^2\cdot с^4}\right] =$$

$$= \left[\frac{м\cdot кг}{А\cdot с^3}\right] = \left[\frac{В}{м}\right]$$

$$\left[В\right] = \left[\frac{м^2\cdot кг}{А\cdot с^3}\right]$$

Формулы для метода конечных разностей во временной области

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] = H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] = E_z^q[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right) - \frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0} j_z^{q+1/2}[m]$$

Учет источника сигнала

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q}[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0\,\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] - \frac{\Delta_t}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\,\dot{j}_z^{q+1/2}[m]$$

или

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] + E_{z\,\text{ст}}^{q+1/2}[m]$$

Критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви

$$v_{max}\Delta_t \leqslant \frac{1}{\sqrt{\Delta_x^{-2}+\Delta_y^{-2}+\Delta_z^{-2}}}$$

$$v_{max} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{min}\mu_{min}}}$$

Критерий устойчивости Куранта-Фридриха-Леви

$$v_{max}\Delta_t \leqslant \frac{1}{\sqrt{\Delta_x^{-2}+\Delta_y^{-2}+\Delta_z^{-2}}}$$

$$v_{max}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{min}\mu_{min}}}$$

$$\text{Если}\ \Delta_x=\Delta_y=\Delta_z=\Delta$$

$$v_{max}\Delta_t \leqslant \frac{\Delta}{\sqrt{N}}$$

N — размерность пространства (N = 1, 2, 3)

Критерий устойчивости для одномерной задачи

$c\Delta_t$ — максимальное расстояние, которое может пройти волна за один временной шаг Δ_t в вакууме.

Число Куранта

$$S_c = c\Delta_t / \Delta_x$$

Условие устойчивости

$$c\Delta_t \leq \Delta_x$$

или

$$S_c \leq 1$$

Коэффициенты в конечно-разностной схеме

$$H_y^{q+1/2}\left[m+1/2\right]=$$

$$=H_y^{q-1/2}\left[m+1/2\right]+\frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q\left[m+1\right]-E_z^q\left[m\right]\right)$$

$$E_z^{q+1}\left[m\right]=$$

$$=E_z^q\left[m\right]+\frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}\left[m+1/2\right]-H_y^{q+1/2}\left[m-1/2\right]\right)$$

Коэффициенты в конечно-разностной схеме

$$\frac{1}{\mu\mu_0}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu\mu_0}\frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{c\,\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\mu W_0}S_c$$

$$W_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$$ - волновое сопротивление свободного пространства

$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$ - скорость света в вакууме

$\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м

$\varepsilon_0 = 1 / (\mu_0 c^2) = 8.85\cdot10^{-12}$ Ф/м

Коэффициенты в конечно-разностной схеме

$$\frac{1}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\varepsilon\,\varepsilon_0}\frac{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}\frac{\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{1}{\varepsilon}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{c\,\Delta_t}{\Delta_x}=\frac{W_0}{\varepsilon}S_c$$

$W_0=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ - волновое сопротивление свободного пространства

$c=\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$ - скорость света в вакууме

Коэффициенты в конечно-разностной схеме

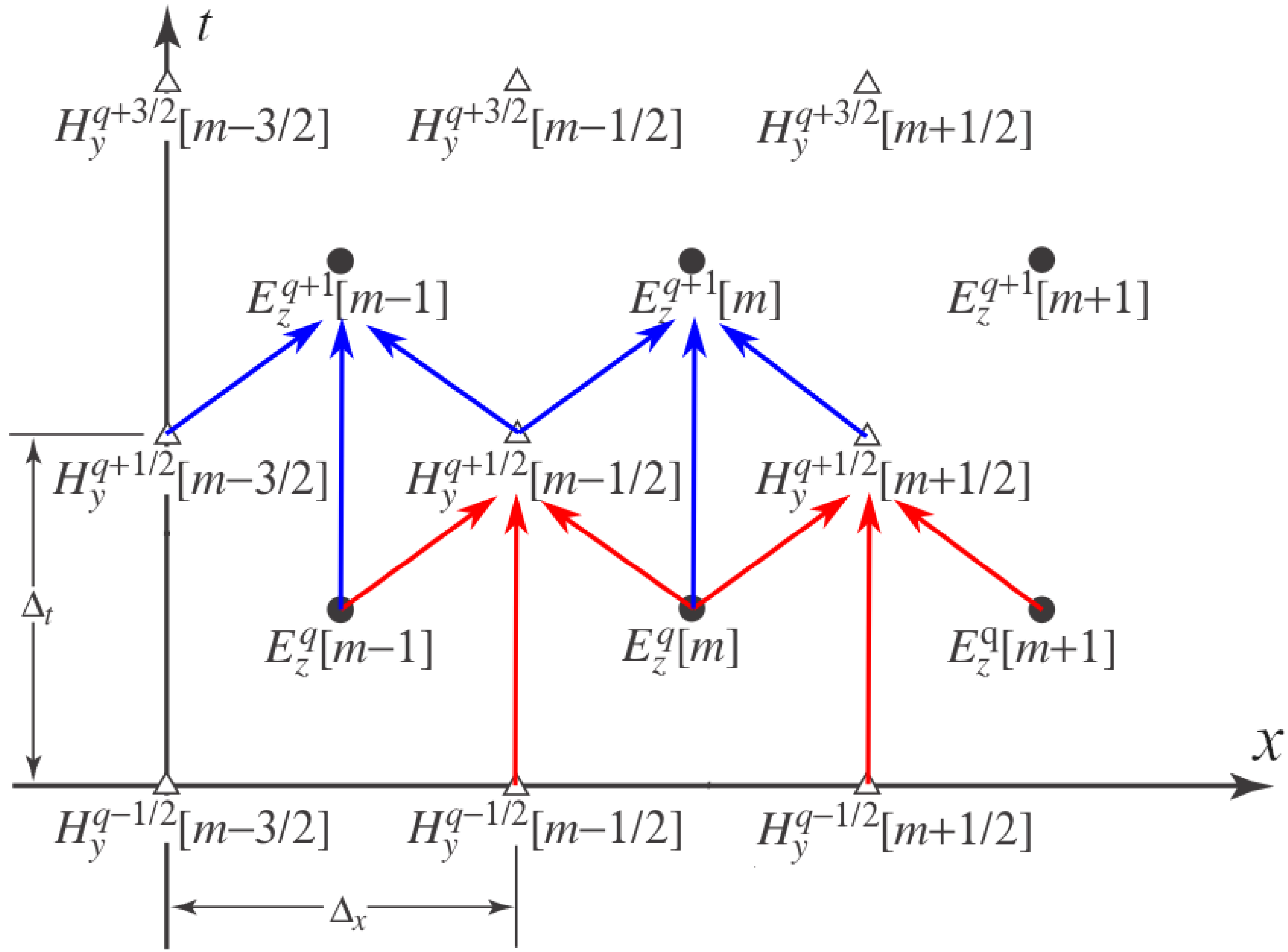
$$H_y^{q+1/2}[m+1/2]=$$

$$=H_y^{q-1/2}[m+1/2]+\left(E_z^q[m+1]-E_z^q[m]\right)\frac{1}{\mu W_0}S_c$$

$$E_z^{q+1}[m]=$$

$$=E_z^q[m]+\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2]-H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)\frac{W_0}{\varepsilon}S_c$$

Расчет полей H_y и E_z в одномерном методе FDTD



Хранение компонент поля в реализации FDTD

Индекс →	0	1	2	3		*M*-4	*M*-3	*M*-2	*M*-1
Ez	E_0	E_1	E_2	E_3	• • •	$E_{M\text{-}4}$	$E_{M\text{-}3}$	$E_{M\text{-}2}$	$E_{M\text{-}1}$

Индекс →	0	1	2	3		*M*-4	*M*-3	*M*-2	*M*-1
Hy	$H_{1/2}$	$H_{1+1/2}$	$H_{2+1/2}$	$H_{3+1/2}$	• • •	$H_{M\text{-}4+1/2}$	$H_{M\text{-}3+1/2}$	$H_{M\text{-}2+1/2}$	$H_{M\text{-}1+1/2}$

Хранение компонент поля в реализации FDTD

Индекс →	0	1	2	3		M-4	M-3	M-2	M-1
Ez	?	E_1	E_2	E_3	• • •	$E_{M\text{-}4}$	$E_{M\text{-}3}$	$E_{M\text{-}2}$	$E_{M\text{-}1}$

Индекс →	0	1	2	3		M-4	M-3	M-2	M-1
Hy	$H_{1/2}$	$H_{1+1/2}$	$H_{2+1/2}$	$H_{3+1/2}$	• • •	$H_{M\text{-}4+1/2}$	$H_{M\text{-}3+1/2}$	$H_{M\text{-}2+1/2}$	?

Хранение компонент поля в реализации FDTD

Индекс →	0	1	2	3		M-4	M-3	M-2	M-1
Ez	**0**	E_1	E_2	E_3	• • •	$E_{M\text{-}4}$	$E_{M\text{-}3}$	$E_{M\text{-}2}$	$E_{M\text{-}1}$

Индекс →	0	1	2	3		M-4	M-3	M-2	M-1
Hy	$H_{1/2}$	$H_{1+1/2}$	$H_{2+1/2}$	$H_{3+1/2}$	• • •	$H_{M\text{-}4+1/2}$	$H_{M\text{-}3+1/2}$	$H_{M\text{-}2+1/2}$	**0**

Используемый источник

$$E_{\text{ст}}(t) = E_{\text{ст}}(q\Delta_t) = e^{-\left(\frac{q\Delta_t - 30\Delta_t}{10\Delta_t}\right)^2} = e^{-\left(\frac{q-30}{10}\right)^2} = E_{\text{ст}}[q]$$

Схема алгоритма FDTD

Начало

Задание начальных условий E_z^0, $H_y^{1/2}$

Цикл по времени q = [1...maxTime - 1]:

    Цикл по пространству m = [0...maxSize - 2]:

        Расчет $H_y^{q+1/2}$

    Цикл по пространству m = [1...maxSize - 1]:

        Расчет E_z^{q+1}

    Ввод поля с помощью источников возбуждения

Вывод результатов

Конец

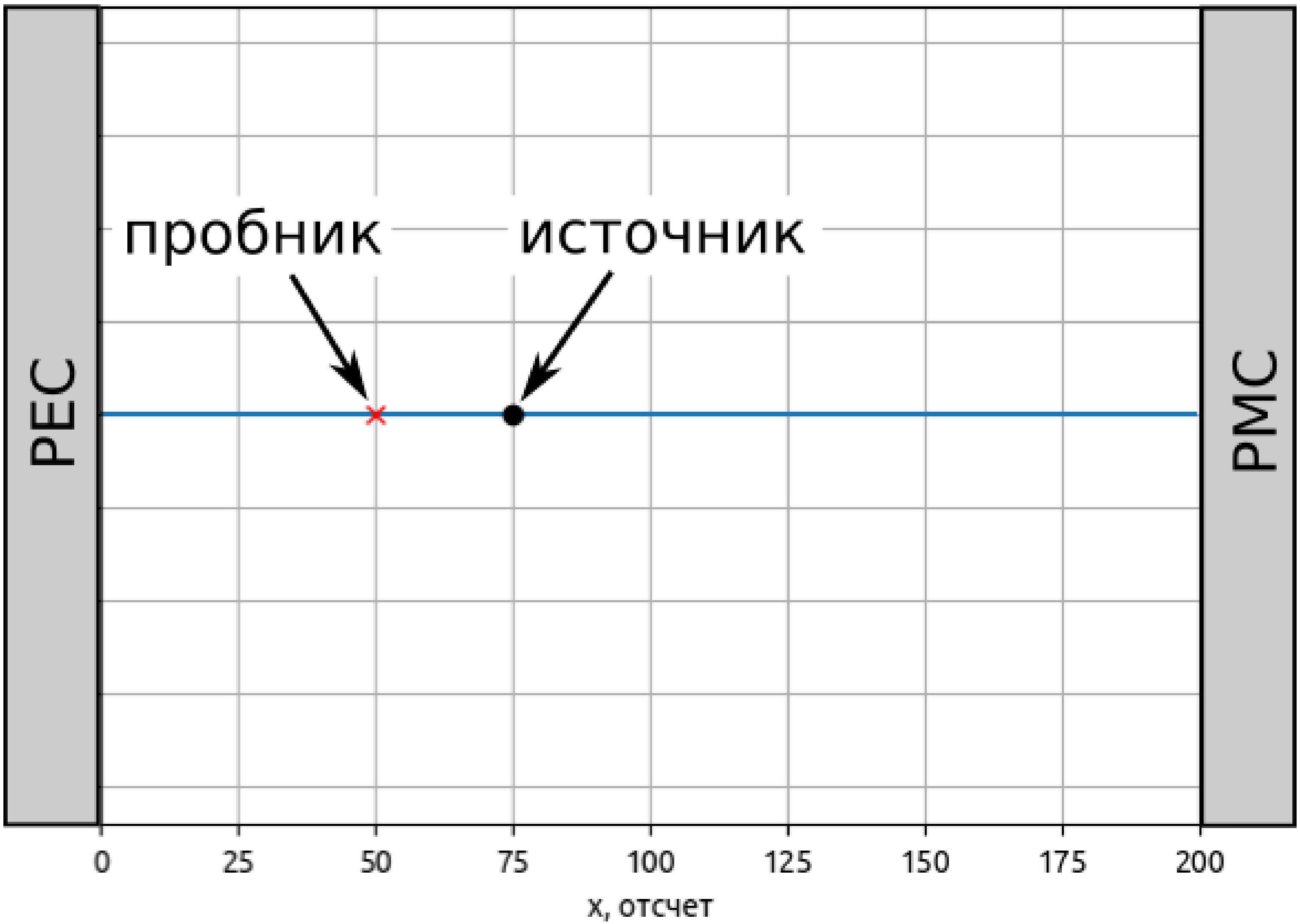
Формулы для алгоритма FDTD

$$H_y^{q+1/2}[m+1/2] \leftarrow H_y^{q-1/2}[m+1/2] + \frac{\Delta_t}{\mu\mu_0\Delta_x}\left(E_z^q[m+1] - E_z^q[m]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^q[m] + \frac{\Delta_t}{\varepsilon\varepsilon_0\Delta_x}\left(H_y^{q+1/2}[m+1/2] - H_y^{q+1/2}[m-1/2]\right)$$

$$E_z^{q+1}[m] \leftarrow E_z^{q+1}[m] + E_{z\,\text{ст}}^{q+1/2}[m]$$

Геометрия задачи



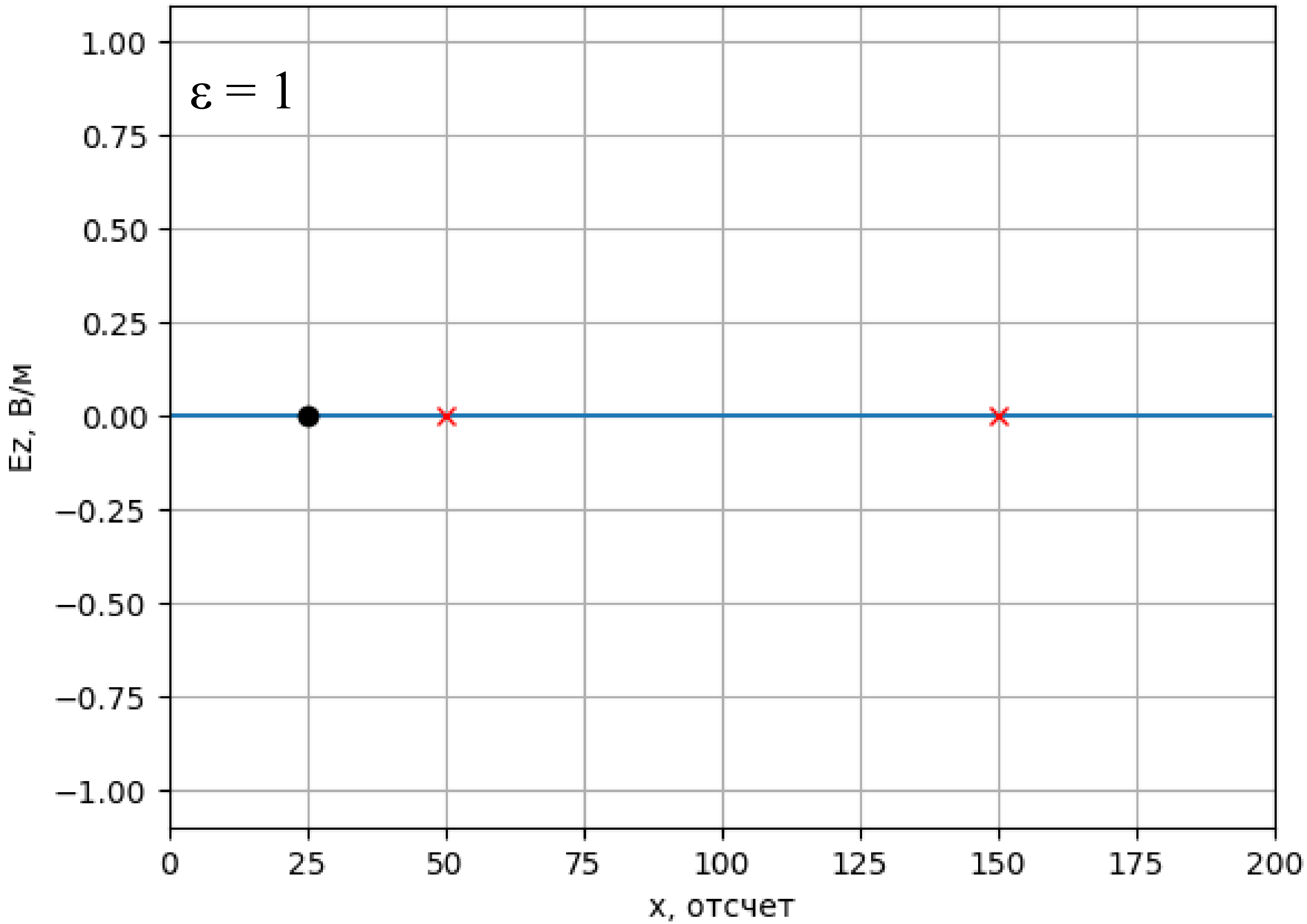
Реализация одномерного FDTD на Python

Распространение импульса в свободном пространстве.

Число Куранта равно 1.

fdtd_first_version_01.py
fdtd_first_version_02.py
fdtd_first_version_03.py
fdtd_first_version_04.py
fdtd_first_version_05.py
fdtd_first_version_06.py

Измерение скорости распространения волны (fdtd_first_version_speed.py)



Измерение скорости распространения волны (fdtd_first_version_speed.py)

$$v = \frac{L}{t} = \frac{m \cdot \Delta x}{q \cdot \Delta t}$$

$$\Delta t = S_c \frac{\Delta x}{c}$$

$$v = \frac{m \cdot \Delta x \cdot c}{q \cdot S_c \cdot \Delta x} = \frac{m \cdot c}{q \cdot S_c}$$

Отображение компонент поля E и H

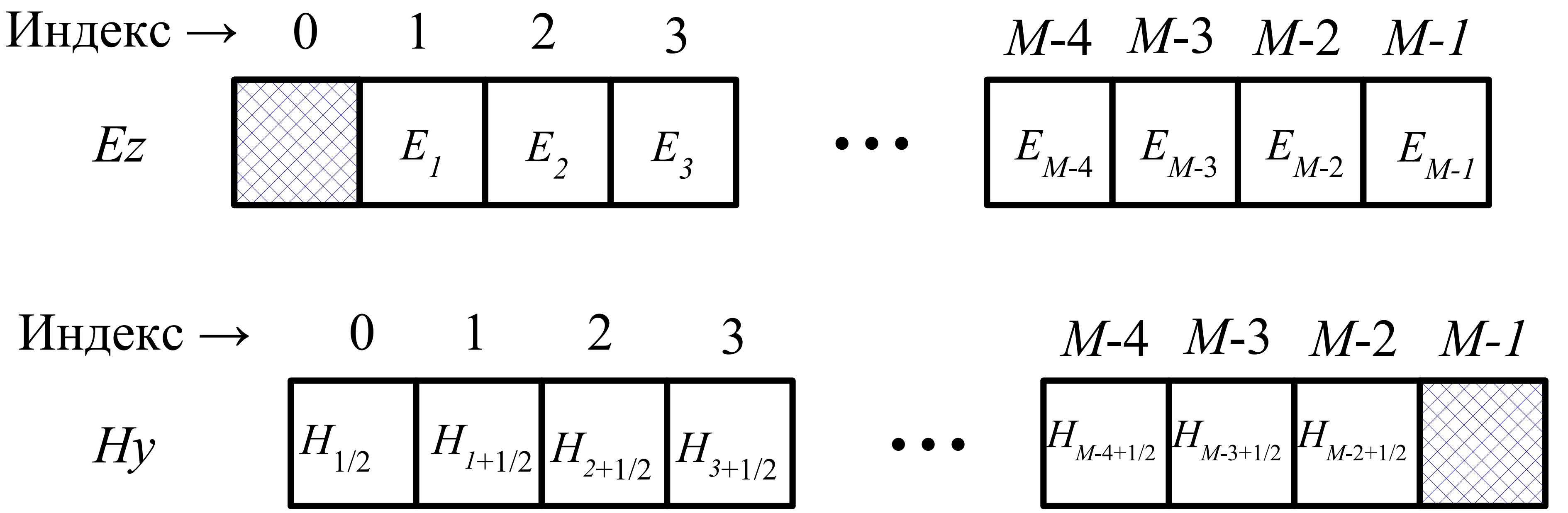
fdtd_first_version_EH.py

Достоверность расчета

- Скорость распространение волны в вакууме равна скорости света.
- Коэффициент отражения электрической компоненты поля от PEC равен -1.
- Коэффициент отражения электрической компоненты поля от PMC равен +1.
- Коэффициент отражения магнитной компоненты поля от PEC равен +1.
- Коэффициент отражения магнитной компоненты поля от PMC равен -1.

Простейшие поглощающие граничные условия

Хранение компонент поля в реализации FDTD



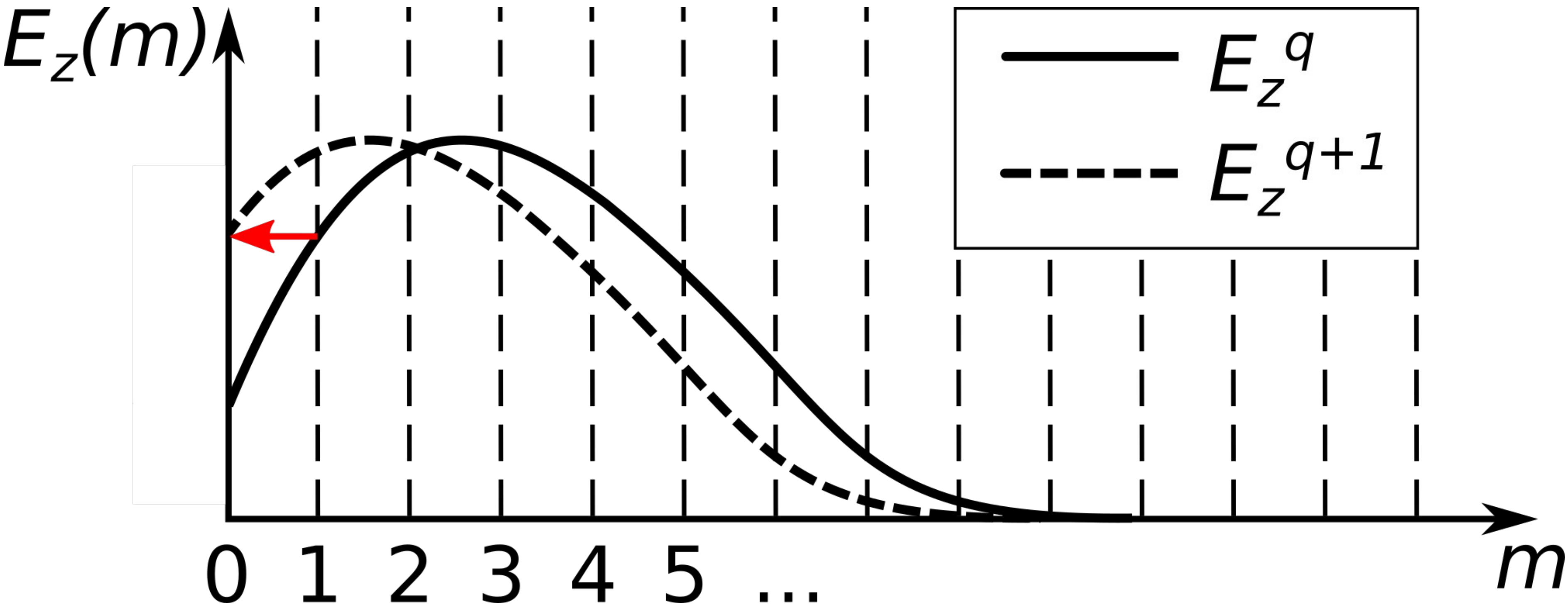
Простейшее поглощающие граничные условия

Работают только для $S_c = 1$

$$H_y^{q+1/2}[\text{end}] = H_y^{q-1/2}[\text{end}-1]$$

$$E_z^{q+1}[0] = E_z^{q}[1]$$

Простейшее поглощающие граничные условия



Демонстрация поглощающих условий

fdtd_abc_simple.py