

Les constellations tournées pour les réseaux sans fil et l'internet des objets sous-marins

Tarak Arbi

► To cite this version:

Tarak Arbi. Les constellations tournées pour les réseaux sans fil et l'internet des objets sous-marins. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. Institut Polytechnique de Paris, 2020. Français. NNT : 2020IPPAE002 . tel-02888342

HAL Id: tel-02888342

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02888342>

Submitted on 3 Jul 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les constellations tournées pour les réseaux sans fil et l'internet des objets sous-marins

Thèse de doctorat de l'Institut Polytechnique de Paris
préparée à l'École nationale supérieure de techniques avancées

École doctorale n°626 École Doctorale de l'Institut Polytechnique de Paris (ED IPP)
Spécialité de doctorat : Réseaux, Informations et Communications

Thèse présentée et soutenue à Palaiseau, le 04 février 2020, par

TARAK ARBI

Composition du Jury :

Inbar FIJALKOW Professeure, ENSEA, CY Cergy Paris Univ.	Présidente
Jean Pierre CANCES Professeur, ENSIL ENSCI, Univ. Limoges	Rapporteur
Christophe LAOT Professeur, IMT Atlantique	Rapporteur
Frédéric LEHMANN Professeur, Telecom SudParis, IPP	Examineur
Jean-Marie GORCE Professeur, INSA Lyon	Examineur
Oudomsack Pierre PASQUERO Ingénieur expert, DGA	Examineur
Frédéric GOURGUE Responsable ingénierie, THALES	Examineur
Laurent MORTIER Professeur, ENSTA Paris, IPP	Invité
Benoît GELLER Professeur, ENSTA Paris, IPP	Directeur de thèse

*À ma mère Leila
À toute ma famille et mes amis*

Remerciements

J'ai eu l'immense privilège de préparer mon doctorat sous la supervision du professeur Benoit GELLER. Je lui suis très reconnaissant pour son implication scientifique dans ma formation, son soutien et ses conseils rigoureux et avisés qui m'ont permis d'évoluer tout au long de cette thèse.

Je remercie les professeurs Christophe LAOT et Jean Pierre CANCES d'avoir accepté de rapporter ce mémoire malgré leurs nombreuses responsabilités.

Je suis également honoré que les professeurs Inbar FIJALKOW, Frédéric LEHMANN et Jean-Marie GORCE participent à mon jury et contribuent à l'expertise de ma soutenance.

J'ai la chance d'avoir également dans mon jury des experts des télécoms appliquées grâce à la présence de Pierre O. PASQUERO de la DGA et Frédéric GOURGUE de THALES.

Laurent MORTIER et Bruno MONSUEZ, ingénieurs polytechniciens et enseignant-chercheurs à l'ENSTA Paris se sont intéressés à mon travail et ont contribué à son financement. Je les en remercie vivement.

Le professeur David FILLIAT, directeur de l'U2IS à l'ENSTA Paris, a permis de m'accueillir dans d'excellentes conditions matérielles et je lui en suis gré.

J'ai partagé mon bureau avec Zi YE et nos nombreux échanges m'ont permis d'avancer dans mon travail.

Enfin, je remercie les membres de l'U2IS dans leur ensemble (pour n'oublier personne !) en particulier pour la bonne ambiance et la sérénité pendant la durée de cette thèse.

Table des matières

Remerciements	i
Table des figures	ix
Liste des tableaux	x
Liste des Acronymes	xi
Introduction générale	1
1 Traitement du signal pour les communications numériques	5
1.1 Les fondamentaux	6
1.1.1 Les canaux de communication	6
1.1.1.1 Modèles mathématiques	6
1.1.1.2 Le canal acoustique sous-marin	8
1.1.2 Les techniques de diversité	9
1.2 Synchronisation de la phase	11
1.2.1 Position du problème	11
1.2.2 Critère du maximum de vraisemblance	12
1.2.3 Critère du Maximum A Posteriori	14
1.3 OFDM	16
1.3.1 Principe de fonctionnement	16
1.3.2 PAPR du signal OFDM	18
1.3.3 Techniques de réduction du PAPR	21
1.3.3.1 Techniques de distorsion du signal	21
1.3.3.2 Techniques de codage	21
1.3.3.3 Techniques probabilistes	22
1.4 Conclusion	23

2	État de l'art : codage et modulation	24
2.1	Modulation codée en treillis pour le canal BABG	25
2.1.1	Motivation	25
2.1.2	Principe de fonctionnement	26
2.1.2.1	Set Partitioning mapping	27
2.1.2.2	Codes convolutifs pour les modulations codées en treillis	28
2.1.3	Modulation multidimensionnelle codée en treillis	29
2.1.4	Les modulations turbocodées	30
2.2	Modulation codée binaire	30
2.2.1	Modulation codée sur les canaux à évanouissements avec entrelacement par symbole	30
2.2.2	Principe de la modulation codée (entrelacée) binaire sur les canaux à évanouissements	32
2.2.2.1	Modèle du système	32
2.2.2.2	La conception d'un système BICM	33
2.2.3	Modulation codée binaire décodée itérativement (BICM-ID)	35
2.3	Les constellations tournées	36
2.3.1	Principe de fonctionnement	36
2.3.2	Sélection de l'angle de rotation	39
2.3.3	Complexité de démodulation	41
2.4	Conclusion	43
3	La constellation tournée et uniformément distribuée	44
3.1	Modèle du système	45
3.2	Propriétés de la constellation tournée obtenue avec l'angle $\alpha = \arctan(1/N)$	48
3.3	Démodulation souple pour la constellation UP-RCQD M -QAM	51
3.3.1	Calcul des LLRs dans le domaine des entiers	52
3.3.2	Détermination de l'optimum global	53
3.3.3	Les points complémentaires	54
3.3.3.1	La recherche des points complémentaires sur les canaux à évanouissements	54
3.3.3.2	La recherche des points complémentaires sur les canaux à effacements	55
3.3.4	L'algorithme de démodulation souple proposé	58
3.3.5	Analyse de complexité de l'algorithme proposé	59
3.4	Résultats numériques	60
3.4.1	Les performances des constellations UP-RCQD M -QAM	61
3.4.2	Comparaison de l'algorithme proposé avec d'autres demappers	68

3.5 Conclusion	72
4 Réduction du PAPR avec les constellations tournées	73
4.1 Technique SLM aveugle pour les systèmes OFDM avec constellations tournées . . .	75
4.1.1 Modèle du système	75
4.1.2 Analyse de performance	78
4.1.2.1 Analyse du taux d'erreur d'indice de la séquence	78
4.1.2.2 Probabilité d'erreur bit	79
4.1.3 Algorithme SLM aveugle avec SSD	79
4.1.3.1 Préselection des constellations tournées	79
4.1.3.2 Estimation souple de l'indice de la séquence de phase au sens du maximum de vraisemblance	80
4.1.4 Résultats des simulations	81
4.1.4.1 La sélection des angles de rotation	81
4.1.4.2 Les performances du système	83
4.2 Technique d'entrelacement aveugle pour les systèmes OFDM avec SSD	87
4.2.1 Modèle du système	87
4.2.1.1 Du côté de l'émetteur	87
4.2.1.2 Estimation de l'indice de l'entrelaceur du côté du récepteur	88
4.2.2 Considération de la complexité	89
4.2.2.1 Les constellations tournées et uniformément distribuées UP-RCQD .	89
4.2.2.2 Estimation à faible complexité de l'indice de l'entrelaceur	91
4.2.2.3 Analyse de complexité	93
4.2.3 Résultats des simulations	94
4.3 Conclusion	97
5 Estimation de phase pour les constellations tournées	99
5.1 Modèle du système	100
5.2 Algorithme Proposé pour l'estimation de la phase	102
5.2.1 Critère du maximum a posteriori	102
5.2.2 Algorithme hors-ligne proposé	106
5.3 La borne de Cramér-Rao Bayésienne	107
5.4 Résultats des simulations	109
5.5 Conclusion	116
Conclusion générale	119
A Borne supérieure sur le canal de Rayleigh	120

B	Complexité de démodulation souple	122
C	Estimateur MAP : Le gradient de $\Delta_{\theta}^{(1)}$	123

Table des figures

1.1	Module d'un canal à évanouissement sélectif en temps et en fréquence.	7
1.2	Réponses impulsionnelles aux instants $t=0, 1$ et $2s$	9
1.3	La probabilité d'erreur en fonction du \overline{RSB} pour plusieurs ordres de diversité L . . .	11
1.4	Impact de l'erreur de synchronisation de phase sur le TEB pour une constellation 1024-QAM codée à $E_b/N_0=17\text{dB}$ sur le canal Gaussien.	12
1.5	Estimation séquentielle de la phase pour la constellation BPSK.	13
1.6	Spectres des différentes sous-porteuses.	17
1.7	Un exemple du module carré d'un symbole OFDM dans le domaine temporel. . . .	19
1.8	Un symbole OFDM avec un large PAPR (en dessous, à droite), la réponse réelle (rouge) et idéale d'un amplificateur (en haut, à droite) et la sortie de l'amplificateur à gauche.	19
1.9	$CCDF(\gamma)$ pour plusieurs valeurs de sous-porteuses N . En pointillés, les résultats de simulations Monte-Carlo et en traits continus les résultats de l'équation (1.36). . . .	20
2.1	Comparaison des capacités de plusieurs constellations M-PSK sur le canal Gaussien.	26
2.2	Structure générale du codeur/mapping pour les modulations codées en trellis.	27
2.3	Le principe de Set Partitioning.	27
2.4	Le code convolutif avec les restrictions imposées.	29
2.5	Système BICM.	33
2.6	Modèle équivalent de BICM avec un entrelacement idéal.	34
2.7	Les structures des constellations 8-PSK, (1,7) et 8-cross.	35
2.8	Mapping des symboles 8-PSK.	36
2.9	EXIT chart du mapping global en fonction de η pour une 8-PSK [65].	37
2.10	Les constellations QPSK classique (en bleu) et tournée (en rouge).	38
3.1	Le système BICM avec les constellations tournées.	45
3.2	La constellation 4-QAM tournée avec l'angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$	49

3.3	(T_I, T_Q) et sa représentation binaire $(b_0b_1b_2b_3)$ pour la constellation UP-RCQD 16-QAM.	51
3.4	Exemple de détermination des deux optimums locaux et des points complémentaires pour la UP-RCQD 16-QAM.	55
3.5	Comparaison de la capacité BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK.	61
3.6	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh sans effacement.	62
3.7	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	62
3.8	Comparaison de la capacité BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM.	63
3.9	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.	63
3.10	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	64
3.11	Comparaison de la capacité BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM.	64
3.12	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.	65
3.13	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	65
3.14	Comparaison du TEB avec $CR=1/2$ et $CR=5/6$ entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	66
3.15	Comparaison du TEB avec $CR=1/2$ et $CR=5/6$ entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	67
3.16	Comparaison du TEB avec $CR=1/2$ et $CR=5/6$ entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	67
3.17	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle $\arctan((1 - \sqrt{5})/2)$ pour la constellation 64-QAM.	68
3.18	Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD, l'angle $\arctan((1 - \sqrt{5})/2)$ et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 5% d'effacement.	69
3.19	Comparaison de la complexité des algorithmes considérés.	70

3.20	Les performances des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.	71
3.21	Les performances des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	71
4.1	Modèle du système.	75
4.2	Les constellations tournées \mathbb{X}_1 and \mathbb{X}_2 pour les signaux 64-QAM.	77
4.3	$P_{avg}(\beta_1, \beta_2)$ pour la constellation 64-QAM.	81
4.4	Comparaison du SIER pour différents seuils et pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.	82
4.5	Comparaison du TEB entre la méthode proposée, l'estimation ML dure et le cas où le récepteur dispose d'un RSI idéal, sur un canal de Rayleigh sans effacement.	83
4.6	Comparaison du TEB pour la constellation RCQD 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec $p = 0$ et $p = 15\%$ d'effacement.	84
4.7	Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 1024 sous-porteuses et la constellation RCQD 64-QAM.	85
4.8	Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 1024 sous-porteuses et la constellation RCQD 256-QAM.	86
4.9	Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 256 sous-porteuses et la constellation RCQD 64-QAM.	86
4.10	Modèle du système.	87
4.11	La constellation UP-RCQD QPSK.	90
4.12	Comparaison du IIER entre l'algorithme Max-Log et la méthode proposée avec plusieurs rayons r_a (64-QAM, $N = 256$ et $D = 16$).	94
4.13	Comparaison du TEB entre la méthode proposée pour plusieurs rayons r_a , l'algorithme Max-Log et le cas où le récepteur dispose d'un RSI idéal sur le canal de Rayleigh ($N = 256$, $D = 16$).	95
4.14	Comparaison du TEB pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans ou avec 15% d'effacement.	96
4.15	Comparaison de la complexité globale des algorithmes considérés.	97
4.16	Comparaison des performances en réduction du PAPR entre les algorithmes considérés pour la constellation 64-QAM et $N = 1024$	98
5.1	Les constellations \mathbb{S} , \mathbb{Z}_s et \mathbb{X} pour la constellation QPSK tournée avec l'angle de rotation défini dans DVB-T2 [82].	101

5.2	BCRB en fonction de la longueur de bloc N .	110
5.3	Boucles aller et retour pour la constellation QPSK tournée ($RSB=10$, $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$).	111
5.4	BCRBs en fonction du RSB pour les constellations QPSK et 16-QAM.	111
5.5	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel pour la constellation QPSK et $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$.	112
5.6	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel pour la constellation 16-QAM et $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$.	113
5.7	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel pour la constellation 16-QAM et $\sigma_w^2 = 0.0001\text{rad}^2$.	113
5.8	Comparaison de l'erreur quadratique moyenne entre l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel pour la constellation QPSK, $B_D T = 0.001$ et $\sigma_w^2 = 0.0001\text{rad}^2$.	114
5.9	Les performances de la constellation QPSK conventionnelle et l'UP-RCQD QPSK obtenues avec l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel pour $B_D T = 0.005$ et $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$.	115
5.10	Les performances de la constellation QPSK conventionnelle et l'UP-RCQD QPSK obtenues avec l'algorithme proposé et l'estimateur conventionnel sur le canal BCH1.	115

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques et paramètres de mesure.	8
2.1	Les valeurs des angles de rotation pour la norme DVB-T2.	40
3.1	Comparaison de la complexité des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sans effacement.	69
3.2	Comparaison de la complexité des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM avec effacement.	69
4.1	Les angles de rotation proposés pour un canal de Rayleigh sans effacement.	82
4.2	Les angles de rotation proposés pour un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.	82
4.3	Comparaison de la complexité globale des algorithmes considérés (M1 : Max-log, M2 : algorithme proposé $r_a > 0$, M3 : algorithme proposé, $r_a = 0$ et M4 : SLM aveugle [25]).	95
B.1	Complexité de démodulation sans effacement	122
B.2	Complexité de démodulation avec effacement	122

Liste des Acronymes

ACE	Active constellation Extension
BABG	Bruit Additif Blanc Gaussien
BCM	Block Coded Modulation
BICM	Bit Interleaved Coded Modulation
BICM-ID	BICM Iteratively Decoded
CA	Code Aided
CRLB	Cramer-Rao Lower Bound
CSI	Channel State Information
DA	Data Aided
DVB-T2	Digital Video Broadcasting- Terrestrial 2
FBMC	Filter Bank Multicarrier
FFT	Fast Fourier Transform
GFDM	Generalized Frequency Division Multiplexing
IFFT	Inverse Fast Fourier Transform
ISI	InterSymbol Interference
LLR	Log-Likelihood Ratio
LoS	Line of Sight
LTE	Long-Term Evolution
MAP	Maximum A Posteriori
MIMO	Multiple Input Multiple Output
ML	Maximum Likelihood
MMSE	Minimum Mean Square Error
MSE	Mean Squared Error
MSEW	Maximum Squared Euclidean Weight

MTCM Multiple Trellis Coded Modulation

MRC Maximal Ratio Combiner

NDA Non Data Aided

OFDM Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

OoB Out-of-Band

PAPR Peak-to-Average Power Ratio

PLL Phase-Locked Loop

PSK Phase Shift Keying

QAM Quadrature Amplitude Modulation

RCQD Rotated and Cyclic Q-Delayed

RSI Receiver Side Information

SIER Sequence Index Error Rate

SIMO Single Input Multiple Output

SISO Single Input Single Output

SLM SeLective Mapping

SSD Signal Space Diversity

TCM Trellis Coded Modulation

TEB Taux d'Erreur Binaire

TI Tone Injection

TR Tone Reservation

UFMC Universal Filtered Multi-Carrier

UP-RCQD Uniformly Projected - Rotated and Cyclic Q-Delayed

WiFi Wireless Fidelity

WPAN Wireless Personal Area Network

ZF Zero-Forcing

Introduction générale

Contexte applicatif et scientifique de la thèse

Le développement extraordinaire des systèmes de communication sans fil depuis quelques années a permis l'émergence de nouvelles technologies et de nouveaux services sans fil. Cela engendre des besoins de plus en plus contraints en termes d'efficacité spectrale et énergétique. En effet, l'augmentation du nombre d'utilisateurs et leurs demandes en terme des débits requièrent une utilisation judicieuse des ressources fréquentielles. De plus, la réduction de la consommation énergétique des communications sans fil n'a jamais été aussi prégnante à cause du coût de l'énergie, l'impact d'une consommation énergétique élevée sur la planète et la durée de vie des batteries des systèmes communicants.

Une des nouvelles technologies du 21-ième siècle est constituée par les réseaux de capteurs qui se présentent aujourd'hui comme une solution au besoin d'observer, d'analyser et de contrôler des phénomènes physiques sur des zones éventuellement étendues et hostiles d'accès. On estime que le nombre d'objets connectés dans le monde en 2019 est autour d'une vingtaine de milliards d'appareils et qu'en 2025 le nombre d'appareils triplerait. En effet, l'IoT devrait couvrir de plus en plus différents besoins de la vie humaine comme par exemple la surveillance des fonctions vitales d'un organisme ou la détection du stress hydrique des plantes, la gestion de l'énergie, la ville intelligente, le véhicule autonome, l'industrie 4.0, la sécurité...

En particulier, plusieurs besoins dans le contexte sous-marin seraient satisfaits avec le déploiement des capteurs comme l'aide à des forages de plus en plus profonds, la surveillance des zones sensibles, la détection des objets abimés en mer et la surveillance de l'écosystème. L'internet d'objets présente néanmoins plusieurs facteurs limitants. Notons tout d'abord que les capteurs sont alimentés en énergie par des batteries qui ne peuvent parfois pas être changées ni rechargées. Par conséquent, la durée de vie d'un réseau de capteurs est restreinte par la durée de vie des batteries des capteurs. L'efficacité énergétique est donc primordiale pour l'IoT. Étant donné que l'unité de communications est l'unité le plus énergivore du nœud-capteur, il est essentiel de réduire son activité et d'optimiser son efficacité afin de préserver la batterie du nœud-capteur et donc la durée de vie de tout le réseau.

En outre, le nombre de capteurs dans un réseau est en général très important. Le débit total du réseau est limité par plusieurs facteurs notamment le spectre disponible et l'efficacité spectrale de la modulation. Notons que la norme IEEE 802.15.4 recommande plusieurs modulations avec différentes efficacités spectrales afin de satisfaire les besoins variables des nœuds en terme de débit. De plus, le débit total du réseau est aussi limité par les pertes dues aux surcharges de la couche MAC et au codage canal que l'on cherche à diminuer en réduisant le trafic lié à la synchronisation et la transmission des paquets de petite taille, facteurs qui sont par ailleurs, préjudiciables à la consommation énergétique. De surcroît, la capacité de calcul ainsi que la mémoire d'un capteur sont souvent très limitées. L'utilisation des codes ou d'algorithmes de traitement de signal trop complexes n'est donc pas permise. Ces contraintes sont d'autant plus accentuées pour l'internet des objets sous-marins. En effet, le milieu sous-marin est le milieu le plus hostile pour les communications. Alors que, la plupart des systèmes de télécommunications utilisent les ondes électromagnétiques, le domaine sous-marin échappe à l'utilisation de ces ondes car l'eau est conductrice. Le seul vecteur capable de transporter l'information sous l'eau est constitué des ondes acoustiques mais cela reste difficile : la principale limitation est la bande passante ; au mieux, même sur des courtes distances, cette bande est limitée à un ordre de grandeur de la dizaine de kilohertz et on ne peut pas espérer transmettre des dizaines de mégabits par seconde. De plus, la propagation est perturbée par la variation de la célérité du son, vu que le milieu n'est pas homogène, et par les réflexions sur les interfaces d'où la déformation des signaux transmis et des interférences entre trajets multiples. Tout cela donne aux signaux acoustiques sous-marins un caractère fluctuant largement aléatoire sur des bandes passantes déjà étroites.

Les constellations tournées présentent des meilleures performances que les constellations classiques sur les canaux à évanouissements grâce à une diversité inhérente (qui peut se combiner à celle obtenue par la redondance du codage). Pour une telle raison, on désigne de telles constellations tournées par l'acronyme signal SSD (Signal Space Diversity). Grâce à leurs efficacité spectrale et énergétique, les constellations tournées ont été adoptées par les normes DVB-T2 et ATSC 3.0 afin de combattre l'évanouissement du signal et d'améliorer la qualité des communications sans fil. Cette technique consiste d'abord à corréliser les composantes (la composante en phase (I) et la composante en quadrature (Q)) d'un symbole d'une constellation conventionnelle de sorte que chaque composante du signal tourné porte l'information complète du symbole d'origine. Ces deux composantes sont ensuite émises sur deux canaux à évanouissements indépendants. Ce gain en diversité est donc obtenu sans aucune implication sur la consommation énergétique ni sur l'efficacité spectrale de la communication. Cela rend cette technique de modulation intéressante pour les systèmes avec des exigences élevées en termes d'efficacité énergétique et spectrale.

Toutefois, les constellations tournées souffrent de plusieurs facteurs limitants. D'abord, comme

les composantes en phase (I) et en quadrature (Q) subissent des atténuations différentes, les méthodes de détection basées sur la décorrélation telles que le forçage à zéro ou le démappeur MMSE ne sont plus optimales : un démappeur bidimensionnel est mieux adapté. Pour des constellations de valence élevée telles que 64-QAM ou 256-QAM, de tels démappeurs ont une complexité de calcul élevée qui a un impact non négligeable sur la conception de récepteur.

De surcroît, de nombreux standards récents utilisent la modulation multiporteuse Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) car cette modulation de faible complexité a une bonne efficacité spectrale. Néanmoins, les signaux OFDM souffrent d'une forte fluctuation avec des larges pics au cours du temps. Cela est problématique car l'amplificateur de puissance fonctionne généralement près de sa région de saturation pour des raisons d'efficacité énergétique ce qui introduit une distorsion irréversible du signal ainsi qu'une possible remontée spectrale hors bande. Pour faire face à ce problème, diverses techniques de réduction du PAPR (i.e. Peak to Average Power Ratio) ont été proposées et optimisées au cours des dernières décennies. Néanmoins, ces diverses techniques deviennent souvent inapplicables au cas des constellations tournées.

Un autre problème auquel le signal SSD doit faire face est la synchronisation de phase ; en effet, du fait que les composantes sont entrelacées, le signal reçu à un instant donné appartient à une constellation de taille égale au carré de la taille de la constellation initiale. Ainsi, pour un Rapport Signal sur Bruit (RSB) fixe, la distance Euclidienne minimale entre les points de constellation possibles est réduite, ce qui entraîne une réduction considérable des performances de synchronisation de phase, à la fois dans les modes Non Data-Aided (NDA) et Code-Aided (CA), par rapport au cas des signaux conventionnels.

Plan de ce mémoire de doctorat

Cette thèse est donc centrée sur les constellations tournées et elle se focalise sur ses facteurs limitants : la complexité de démodulation souple des symboles tournés, le large PAPR pour les systèmes OFDM utilisant les constellations tournées et la synchronisation de la phase des symboles tournés. Nous organisons le mémoire de thèse comme suit :

Dans le premier chapitre, nous allons fournir un aperçu général et classique des fonctions de base de la chaîne de communication.

Dans le deuxième chapitre, nous allons analyser les modulations codées et les modulations codées binaires avant d'introduire les constellations tournées. Les 3 chapitres suivants décrivent des contributions originales pour faire face à certaines limitations des constellations tournées.

Dans le troisième chapitre, nous allons étudier les propriétés des constellations tournées avec la série

d'angles de rotation $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$ et proposer un démappeur bidimensionnel à faible complexité pour le canal à évanouissements, avec ou sans effacements. Cela sera appliqué à la diffusion terrestre de TV numérique du DVB-T2.

Dans le quatrième chapitre, nous allons proposer deux méthodes distinctes pour la réduction du PAPR pour les systèmes OFDM utilisant les constellations tournées.

Ensuite, dans le cinquième chapitre, nous allons concevoir un algorithme de synchronisation de phase pour les constellations tournées. Nous allons aussi développer dans ce chapitre le calcul d'une borne minimale de Cramér-Rao. Cet algorithme sera appliqué au cas des canaux multi-trajets fluctuants et en particulier dans le cadre sous-marin. Enfin le mémoire se conclue par certaines perspectives.

Publications

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse ont donné lieu aux publications suivantes :

Revues internationales à comité de lecture

- «Near MAP Dynamical Phase Estimation Technique for RCQD Signals», T. Arbi and B. Geller, *IEEE Transactions on Signal Processing*, en préparation à la soumission, Dec. 2019.
- «Joint BER Optimization and Blind PAPR Reduction of OFDM Systems with Signal Space Diversity», T. Arbi and B. Geller, *IEEE Communications Letters*, vol. 23, no. 10, pp. 1866-1870, Oct. 2019.
- «Uniformly Projected RCQD QAM : A Low-Complexity Signal Space Diversity Solution Over Fading Channels With or Without Erasures», T. Arbi, B. Geller, J. Yang, C. Abdel Nour and O. Rioul, *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 64, no. 4, pp. 803-815, Dec. 2018.

Conférences internationales à comité de lecture

- «Near capacity RCQD constellations for PAPR reduction of OFDM systems», T. Arbi, I. Nasr and B. Geller, *IEEE Inter. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP*, Barcelona, Spain, May 2020.
- «Low Complexity Adaptive Turbo Equalization for Multipath Underwater Communication» Z. Ye, T. Arbi, B. Geller, *IEEE Oceans*, Marseille, France, Juin 2019.
- «Fast Soft Demapping for Underwater Acoustic Communications With Signal Space Diversity», Z. Ye, T. Arbi, B. Geller, *IEEE Oceans*, Charleston, United States, Oct. 2018.

Conférences nationales à comité de lecture

- «Performance et simplicité d'implantation des constellations tournées : une approche pragmatique», T. Arbi, J. Yang, C. Abdel Nour, O. Rioul, B. Geller, *XXVIe colloque GRETSI*, Juan-Les-Pins, France, Sept. 2017.

Chapitre 1

Traitement du signal pour les communications numériques

Sommaire

1.1 Les fondamentaux	6
1.1.1 Les canaux de communication	6
1.1.1.1 Modèles mathématiques	6
1.1.1.2 Le canal acoustique sous-marin	8
1.1.2 Les techniques de diversité	9
1.2 Synchronisation de la phase	11
1.2.1 Position du problème	11
1.2.2 Critère du maximum de vraisemblance	12
1.2.3 Critère du Maximum A Posteriori	14
1.3 OFDM	16
1.3.1 Principe de fonctionnement	16
1.3.2 PAPR du signal OFDM	18
1.3.3 Techniques de réduction du PAPR	21
1.3.3.1 Techniques de distorsion du signal	21
1.3.3.2 Techniques de codage	21
1.3.3.3 Techniques probabilistes	22
1.4 Conclusion	23

Ce chapitre établit le cadre de cette thèse en analysant différentes problématiques introduites par la chaîne générale de transmission numérique. La première section décrit les caractéristiques principales des canaux de transmission et note l'intérêt des techniques de diversité sur les canaux à évanouissements. La seconde section formalise le problème de la synchronisation de la phase et dérive

des estimateurs adaptifs, basés sur les estimateurs au sens du maximum de vraisemblance et au sens du maximum a posteriori, pour la synchronisation de la phase avec plusieurs modes de synchronisation. La section qui suit présente la modulation Orthogonal Frequency-Division Multiplexing (OFDM) et relève le problème des pics de puissance instantanée par rapport à la puissance moyenne (Peak-to-Average Power Ratio (PAPR)). En outre, cette section examine diverses techniques de réduction du PAPR. Enfin, la quatrième section conclue ce chapitre.

1.1 Les fondamentaux

1.1.1 Les canaux de communication

1.1.1.1 Modèles mathématiques

La conception d'un système de communication efficace requiert la connaissance du canal physique sur lequel l'information sera acheminée. En effet, le récepteur doit extraire les données émises du signal reçu qui a été souvent fortement perturbé par le canal physique séparant l'émetteur du récepteur. Il convient donc de modéliser mathématiquement le canal de communication à partir de ses caractéristiques. Le modèle le plus simple et prédominant dans l'analyse et la conception des systèmes de communication est le canal additif blanc Gaussien (Bruit Additif Blanc Gaussien (BABG)). Avec ce modèle, toutes les imperfections électroniques et potentielles interférences sont considérées posséder une densité de probabilité Gaussienne, étant donné le théorème central limite, qui s'ajoute simplement au signal émis [1, 2]. Si nous définissons $x(t)$ le signal à l'entrée du canal, le signal reçu s'écrit donc :

$$r(t) = x(t) + n(t). \quad (1.1)$$

Le modèle gaussien ne peut généralement pas être utilisé pour décrire le canal radio-mobile. En effet, le signal émis sur ce canal emprunte souvent différents chemins pour atteindre le récepteur. En considérant qu'il y a N chemins et en associant à chaque trajet un facteur d'atténuation et un temps d'arrivée, le signal à la sortie du canal s'écrit [1] :

$$r(t) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^N h_n(t) x_e(t - \tau_n(t)) e^{j2\pi f_c(t - \tau_n(t)) + \varphi_n} \right\}, \quad (1.2)$$

où $x_e(t)$ est l'enveloppe complexe du signal émis, N est le nombre de trajets, $\tau_n(t)$ et $h_n(t)$ sont le retard et l'amplitude de le n-ième trajet respectivement.

La réponse impulsionnelle du canal s'écrit donc :

$$h(\tau, t) = \sum_{n=1}^N h_n(t) e^{-j\phi_n(t)} \delta(\tau - \tau_n(t)), \quad (1.3)$$

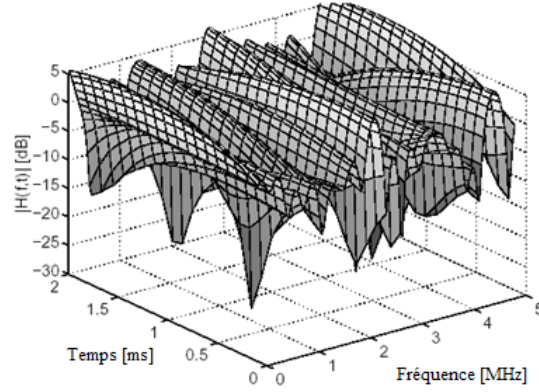


FIGURE 1.1 – Module d'un canal à évanouissement sélectif en temps et en fréquence.

où δ est l'impulsion de Dirac et :

$$\phi_n(t) = 2\pi f_c \tau_n(t) + \varphi_n. \quad (1.4)$$

Le canal peut provoquer des évanouissements aléatoires du signal lorsque les trajets interfèrent de façon destructive. Un canal à évanouissement est dit non sélectif en fréquence si le retard maximal τ_{max} est négligeable devant la durée du symbole T_s . Dans le cas contraire, le canal est dit sélectif en fréquence et introduit ainsi de l'interférence entre symboles. La réponse impulsionnelle du canal peut également dépendre du temps et la rapidité de cette sélectivité temporelle augmente de façon inversement proportionnelle avec la bande Doppler. La Figure 1.1 présente l'effet typique de la sélectivité temporelle et fréquentielle sur le module d'un canal.

Le canal de Rayleigh est souvent considéré pour l'analyse des performances des systèmes de communication sur les canaux à évanouissements à une distance donnée [1]. Avec ce modèle, le signal émis emprunte une multitude de chemins indirects (sans trajet dominant) et la dispersion des délais est faible par rapport à la durée symbole. Le signal à la réception s'écrit donc :

$$r(t) = h(t)x(t) + n(t), \quad (1.5)$$

où $h(t)$ est modélisé par une variable complexe Gaussienne centrée par le théorème central limite. L'atténuation de canal $|h(t)|$ suit alors une loi de Rayleigh de variance $\sigma_H^2 = 1$ par commodité pour référence et la phase $\arg(h(t))$ suit une loi uniforme sur $[-\pi, \pi[$. Par ailleurs, contrairement au canal de Rayleigh classique, l'atténuation $|h(t)|$ peut être égale à zéro avec un certain pourcentage dans le modèle dit canal d'évanouissement de Rayleigh "sévère" ou encore canal de Rayleigh avec effacements [3], lorsque l'amplitude est considérée comme négligeable sous un seuil.

Il est finalement à noter que plusieurs autres modèles ont été formulés et étudiés dans la littérature, tel que le canal de Rice où le signal reçu est la superposition de deux composantes, l'une issue d'un trajet direct dominant (Line of Sight LoS) et l'autre des trajets indirects.

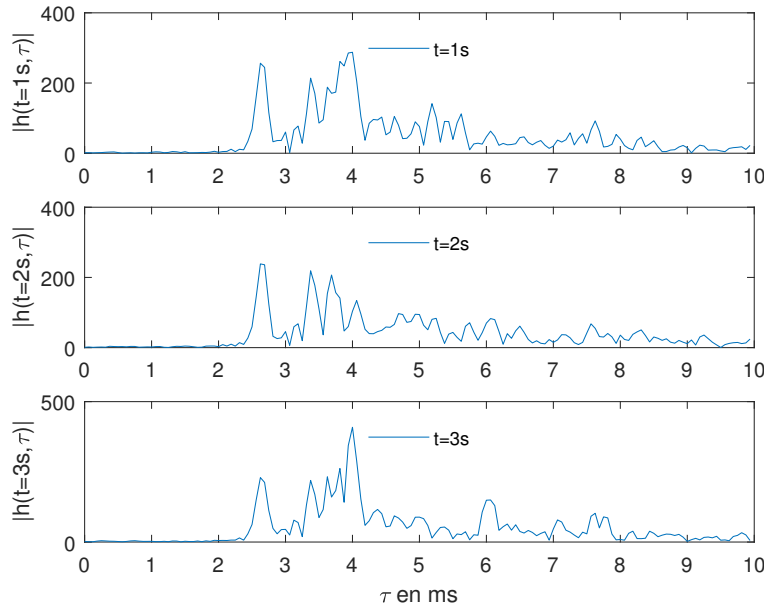
1.1.1.2 Le canal acoustique sous-marin

Du fait que l'eau de mer soit un conducteur électrique, les ondes électromagnétiques, couramment utilisées par les systèmes de communication radio, sont rapidement absorbées dans le milieu aquatique. Toutefois, les ondes acoustiques ont la faculté de se propager sur de plus longues distances. Tels les dauphins et d'autres cétacés, les communications sous-marines doivent donc se faire en modulant des "signaux sonores". A cause de la lenteur relative de la propagation de ces ondes par rapport aux ondes électromagnétiques, l'effet des différences de retards entre chemins multiples augmente, limitant ainsi la durée du temps symbole et par conséquent les débits, déjà très contraints par les micro-bandes passantes disponibles.

Contrairement au canal radioélectrique, le canal sous-marin est dépourvu d'un modèle standard sur lequel les chercheurs s'accordent, rendant ainsi difficile la conception et la comparaison des algorithmes de la couche physique et des techniques de modulation. Pour contourner ce problème, des bibliothèques contenant des réponses impulsionnelles de canaux sous-marins ont récemment été proposées dans la littérature. C'est l'exemple de Watermark [4, 5], une plateforme Matlab qui offre généreusement aux chercheurs les réponses impulsionnelles de 5 canaux dont les caractéristiques et les paramètres de mesure sont résumés dans le Table 1.1. Finalement, la Figure 1.2 illustre des réponses impulsionnelles obtenues pour le canal NOF1 aux instants $t=0, 1$ et 2 s.

paramètres	KAU2	KAU1	BCH1	NCS1	NOF1
Période de l'année	Juillet	Juillet	Mai	Juin	Juin
La portée	3160 m	1080 m	800 m	540 m	540 m
Profondeur de l'eau	100 m	100 m	20 m	80m	80 m
Bande de fréquence	4-8 kHz	4-8 kHz	32.5-37.5 kHz	10-18 kHz	10-18 kHz
Durée	32.9 s	32.9 s	59.4 s	32.6 s	32.9s
Type	SIMO	SIMO	SIMO	SISO	SISO
Hydrophones	16	16	4	1	1

TABLE 1.1 – Caractéristiques et paramètres de mesure.

FIGURE 1.2 – Réponses impulsionnelles aux instants $t=0, 1$ et $2s$.

1.1.2 Les techniques de diversité

Il est de coutume que les systèmes de communication utilisent des techniques dites de diversité pour combattre l'évanouissement, afin d'améliorer leurs performances. L'idée derrière ces techniques est triviale : si le récepteur reçoit L copies du signal émis sur des canaux indépendants, il y a peu de chance que ces copies soient simultanément atténuées en dessous d'un seuil critique.

Parmi les techniques de diversité les plus connues, nous distinguons [6] :

- *la diversité temporelle* : l'information est envoyée L fois à des instants différents séparés par au moins le temps de cohérence, défini comme étant le temps minimal entre deux instants pour que les atténuations de canal soient considérées comme indépendantes.
- *la diversité fréquentielle* : l'information est envoyée L fois à des fréquences différentes séparées par au moins la bande de cohérence, définie comme étant la bande minimale nécessaire entre deux fréquences pour que les atténuations de canal soient considérées comme indépendantes.
- *la diversité spatiale* : l'information est envoyée ou reçue L fois sur plusieurs antennes suffisamment séparées dans l'espace (de l'ordre de quelques longueurs d'onde dans la pratique).

Toutes ces techniques peuvent être considérées comme une simple forme d'un codage par répétition. Toutes les versions reçues pour un symbole peuvent alors du côté du récepteur être combinées d'une façon cohérente afin d'augmenter le rapport signal sur bruit avec un combineur à rapport maximal (Maximal Ratio Combiner), de façon analogue à un filtre adapté.

Supposons l'émission d'un symbole BPSK, $s_1 = a$ sur L canaux indépendants de Rayleigh. Le signal

reçu du canal global s'écrit :

$$\mathbf{r} = \mathbf{h}s_1 + \mathbf{n}, \quad (1.6)$$

où $\mathbf{h} = [h_1, h_2, \dots, h_L]^T$, $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_L]^T$ et $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_L]^T$.

Supposons que les atténuations de canal h_i soient connues au récepteur. En combinant les observations reçues avec un MRC, nous obtenons :

$$\frac{\mathbf{h}^*}{\|\mathbf{h}\|} \mathbf{r} = \|\mathbf{h}\| s_1 + \frac{\mathbf{h}^*}{\|\mathbf{h}\|} \mathbf{n}. \quad (1.7)$$

La probabilité d'erreur instantanée sachant \mathbf{h} peut alors s'obtenir [1] :

$$P_{e|\mathbf{h}} = Q(2\|\mathbf{h}\|^2 RSB), \quad (1.8)$$

où $RSB = a^2/N_0$ et N_0 est la densité spectrale unilatérale du bruit.

Pour obtenir la probabilité d'erreur globale, il faut calculer l'espérance de (1.8) par rapport aux atténuations aléatoires de canal. En supposant un canal de Rayleigh avec variance unitaire, nous pouvons obtenir [64] :

$$P_e = \left(\frac{1-\mu}{2}\right)^L \sum_{l=0}^{L-1} C_{L-1+l}^l \left(\frac{1+\mu}{2}\right)^l, \quad (1.9)$$

où C_{L-1+l}^l est un coefficient binomial et :

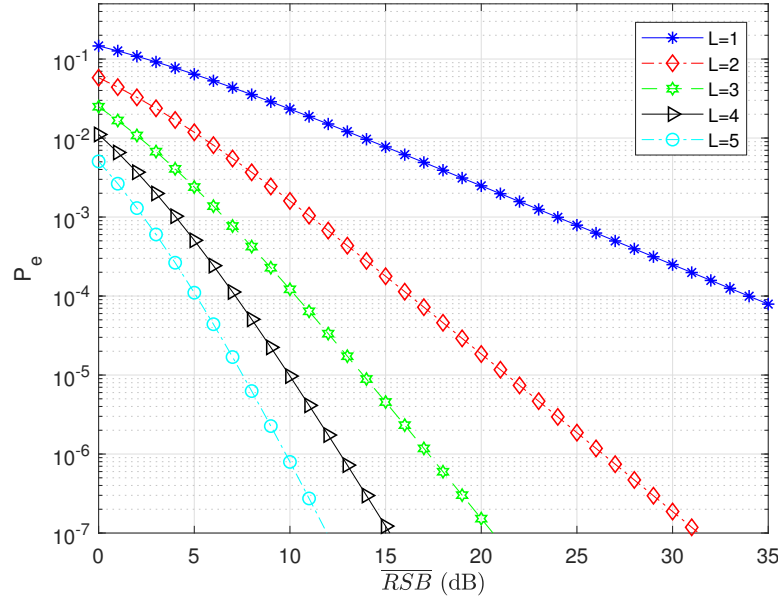
$$\mu = \sqrt{\frac{RSB}{1+RSB}}. \quad (1.10)$$

Pour un \overline{RSB} élevé, La probabilité P_e peut être approximée [64] par :

$$P_e \approx C_{2L-1}^L \frac{1}{(4\overline{RSB})^L}. \quad (1.11)$$

Il est donc clair que l'ordre de diversité L a un grand impact sur les performances du système de communication sur un tel canal à évanouissement (voir Figure 1.3). Sans diversité, la décroissance du taux d'erreur ne se fait que de façon inversement proportionnelle au rapport signal sur bruit moyen (par rapport à la décroissance exponentielle dans le canal BABG) ; au contraire, cette décroissance est d'autant plus importante que l'ordre de diversité augmente.

Finalement, d'autres méthodes pour augmenter la diversité peuvent être trouvées dans la littérature, telles que l'étalement de spectre, le codage canal avec entrelacement BICM et le pré-codage [1,6].

FIGURE 1.3 – La probabilité d’erreur en fonction du \overline{RSB} pour plusieurs ordres de diversité L .

1.2 Synchronisation de la phase

1.2.1 Position du problème

En-tête des divers traitements nécessaires à la bonne réception des symboles du côté du récepteur, se trouve la synchronisation de phase. En effet, pour une transmission en bande transposée, l’émetteur et le récepteur utilisent des oscillateurs locaux qui ne sont généralement pas totalement synchrones. Il en résulte une erreur de phase et un écart fréquentiel qui vient alors s’ajouter à un potentiel décalage Doppler. L’erreur de fréquence peut atteindre des valeurs relativement significatives limitant sérieusement les performances en termes de Taux d’Erreur Binaire (TEB) dans le cas d’une démodulation cohérente. Une synchronisation fine de fréquence et de phase est alors nécessaire afin de limiter ce décalage. En bande de base, cela se traduit par une rotation des symboles complexes, due aux erreurs de phase résiduelles. Sur un canal Gaussien, le signal reçu s’écrit donc [1, 33] :

$$r_k = s_k e^{j\beta_k} + n_k, \quad (1.12)$$

où s_k , β_k et n_k sont respectivement le symbole émis, l’erreur de phase résiduelle et un bruit complexe Gaussien de variance $2N_0$ tandis que k dans $\{1, \dots, N\}$ est l’indice temporel.

Pour atteindre les performances théoriques, une synchronisation parfaite de la phase β_k doit être effectuée car la moindre erreur de phase entraîne une dégradation relativement importante du TEB comme le montre la Figure 1.4 [34].

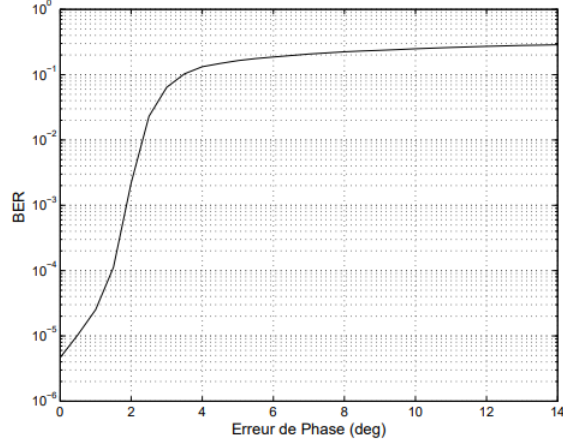


FIGURE 1.4 – Impact de l'erreur de synchronisation de phase sur le TEB pour une constellation 1024-QAM codée à $E_b/N_0=17\text{dB}$ sur le canal Gaussien.

Nous nous intéressons dans la suite de ce chapitre à la dérivation d'estimateurs adaptatifs basés sur le critère du maximum de vraisemblance et du maximum a posteriori et leurs mesures de performances.

1.2.2 Critère du maximum de vraisemblance

Pour simplifier les calculs plaçons-nous d'abord dans le mode Data Aided (DA) ; dans ce mode, les symboles reçus sont connus à l'avance par le récepteur. Nous généraliserons ensuite l'estimateur pour le mode Non Data Aided (NDA) et Code Aided (CA). Le critère du maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood (ML)) consiste à choisir la séquence de phase $\hat{\beta}$ de sorte que [33] :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} P(\mathbf{R}|\beta, \mathbf{S}), \quad (1.13)$$

où $\mathbf{R} = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$ et $\mathbf{S} = \{s_1, s_2, \dots, s_N\}$ représentent respectivement les observations reçues et les symboles émis (connus dans le mode DA).

En considérant l'indépendance des échantillons du bruit, (1.13) est équivalente à :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} \left(\sum_{i=1}^N \log(P(r_i|\beta_i, s_i)) \right). \quad (1.14)$$

En supprimant les termes constants par rapport au problème posé, le développement des expressions $P(r_i|\beta_i, s_i)$ conduit à l'égalité :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=1}^N \Re \{ r_i s_i^* e^{-\beta_i} \}, \quad (1.15)$$

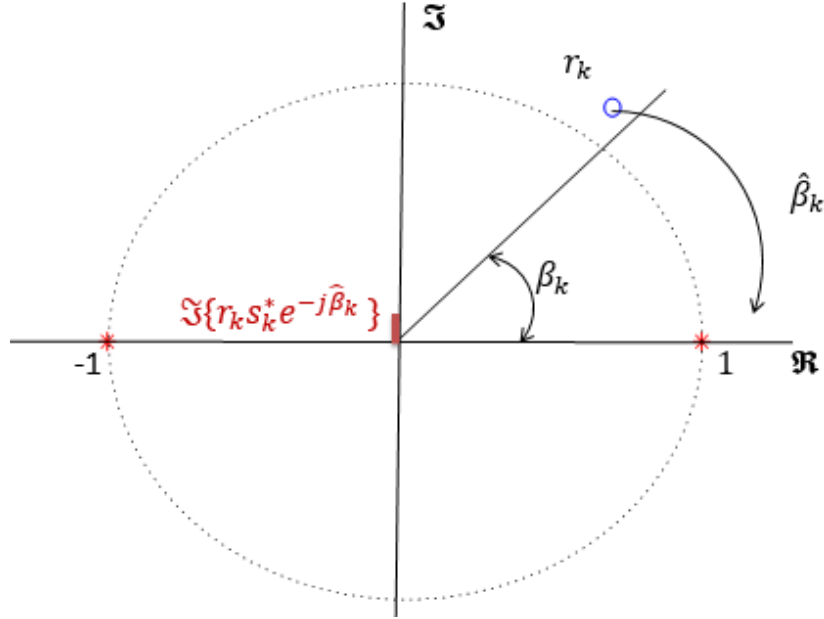


FIGURE 1.5 – Estimation séquentielle de la phase pour la constellation BPSK.

où $\Re\{z\}$ désigne la partie réelle de z .

A l'extremum, la solution ML doit satisfaire :

$$\left. \frac{\partial \left(\sum_{i=1}^N \Re \{ r_i s_i^* e^{-j\beta_k} \} \right)}{\partial \beta} \right|_{\hat{\beta}} = \sum_{i=1}^N \Im \{ r_i s_i^* e^{-j\hat{\beta}_i} \} = 0, \quad (1.16)$$

où $\Im\{z\}$ désigne la partie imaginaire de z .

Avec une boucle à verrouillage de phase (Phase-Locked Loop), l'optimisation (1.14) est faite d'une manière séquentielle au lieu de raisonner sur un bloc. Une PLL numérique est basée sur l'algorithme de descente de gradient stochastique, la dérivée instantanée du critère ML est calculée à chaque itération et utilisée dans l'itération suivante dans le but d'ajuster l'estimation (voir Figure 1.5) [33, 37] :

$$\hat{\beta}_{k+1} = \hat{\beta}_k + \mu \Im \{ r_k s_k^* e^{-j\hat{\beta}_k} \}. \quad (1.17)$$

Pour les systèmes de communication, les symboles s_k sont généralement inconnus du récepteur (NDA). Une approximation grossière de la PLL s'obtient dans le mode NDA en remplaçant simplement s_k par le symbole décidé \hat{s}_k (mode Decision Directed (DD)). Une approximation plus fine est obtenue en moyennant sur les symboles [37]. Pour une constellation QAM la PLL s'écrit alors [39, 40] :

$$\hat{\beta}_{k+1} = \hat{\beta}_k + \mu \Im \left\{ r_k \mathbb{E}_{QAM|r_k} (s_k^*) e^{-j\hat{\beta}_k} \right\}, \quad (1.18)$$

où :

$$\mathbb{E}_{QAM|r_k}(s_k^*) = \sum_{s_v \in QAM} s_v^* p(s_v), \quad (1.19)$$

avec :

$$p(s_v) = \frac{w(s_v, r_k, \beta_k)}{\sum_{s_p \in QAM} w(s_p, r_k, \beta_k)}, \quad (1.20)$$

et :

$$w(s_m, r_k, \beta_k) = e^{-\frac{|r_k - s_m e^{-j\beta_k}|^2}{2N_0}}. \quad (1.21)$$

De surcroît, il est possible d'améliorer les performances de synchronisation en présence d'un code correcteur d'erreur. En effet, comme pour le décodage turbo, la synchronisation peut être améliorée d'une façon itérative en considérant les nouvelles informations obtenues par le décodeur à l'itération précédente [37, 41]. Dans ce mode dit Code-Aided (CA), la PLL a la même forme que (1.18) et il suffit de tenir compte de l'information souple sur les symboles dans (1.21) qui devient alors :

$$w(s_m, r_k, \beta_k) = e^{-\frac{|r_k - s_m e^{-j\beta_k}|^2}{2N_0} + \sum_{p=0}^{\log_2 M} b_p^m \Lambda_p^k}, \quad (1.22)$$

où b_p^m et Λ_p^k indiquent respectivement le p -ième bit du symbole s_m et le logarithme du rapport de vraisemblance (Log-Likelihood Ratio (LLR)) du p -ième bit du k -ième symbole reçu fourni par le décodeur canal.

1.2.3 Critère du Maximum A Posteriori

Avec des connaissances préalables sur les paramètres à estimer, il est d'usage d'utiliser le cadre Bayésien et le critère du Maximum A Posteriori (MAP) au lieu du ML, car ces connaissances supplémentaires ont le potentiel d'améliorer les performances de l'estimation.

Supposons ici que la phase β_k suit une marche Brownienne [35, 36] :

$$\beta_{k+1} = \beta_k + w_k, \quad (1.23)$$

où w_k est un bruit blanc Gaussien centré de variance σ_β^2 .

Le critère MAP en mode DA, consiste à trouver $\hat{\beta}$ tel que :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} P(\beta | \mathbf{R}, \mathbf{S}). \quad (1.24)$$

En utilisant le théorème de Bayes, l'équation (1.24) peut s'écrire :

$$\hat{\beta} = \underset{\beta}{\operatorname{argmax}} (\log(P(\mathbf{R} | \beta, \mathbf{S})) + \log(P(\beta))), \quad (1.25)$$

où d'après (1.23), $P(\boldsymbol{\beta})$ s'écrit :

$$P(\boldsymbol{\beta}) = p(\beta_1) \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\beta^2}} \exp\left(-\frac{(\beta_i - \beta_{i-1})^2}{2\sigma_\beta^2}\right). \quad (1.26)$$

Dans le but de trouver le maximum de l'équation (1.25), nous avons pour tout indice k :

$$\left. \frac{\partial (\log(P(\mathbf{R}|\boldsymbol{\beta}, \mathbf{S})) + \log(P(\boldsymbol{\beta})))}{\partial \beta_k} \right|_{\hat{\beta}_k} = 0. \quad (1.27)$$

Nous obtenons alors [34, 37] :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 + \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_1 s_1^* e^{-j\hat{\beta}_1} \right\}, \text{ si } k=1, \\ \hat{\beta}_k = \frac{\hat{\beta}_{k+1} + \hat{\beta}_{k-1}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_k s_k^* e^{-j\hat{\beta}_k} \right\}, \text{ si } k=2, \dots, N-1, \\ \hat{\beta}_N = \hat{\beta}_{N-1} + \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_N s_N^* e^{-j\hat{\beta}_N} \right\}, \text{ si } k=N. \end{cases} \quad (1.28)$$

Le système d'équations (1.28) peut se mettre dans une forme plus générale afin d'inclure les modes NDA et CA [34, 37] :

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_2 + \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_1 \mathbb{E}_{QAM|r_1}(s_1^*) e^{-j\hat{\beta}_1} \right\}, \text{ si } k=1, \\ \hat{\beta}_k = \frac{\hat{\beta}_{k+1} + \hat{\beta}_{k-1}}{2} + \frac{1}{2} \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_k \mathbb{E}_{QAM|r_k}(s_k^*) e^{-j\hat{\beta}_k} \right\}, \text{ si } k=2, \dots, N-1, \\ \hat{\beta}_N = \hat{\beta}_{N-1} + \frac{\sigma_\beta^2}{N_0} \Im \left\{ r_N \mathbb{E}_{QAM|r_N}(s_N^*) e^{-j\hat{\beta}_N} \right\}, \text{ si } k=N, \end{cases} \quad (1.29)$$

où $\mathbb{E}_{QAM|r_k}(s_k^*)$ est donnée par (1.19) : l'espérance est obtenue avec (1.21) (resp. (1.22)) en mode NDA (resp. CA). De plus, en mode DA, (1.19) donne simplement le conjugué du symbole connu s_k .

Pour mettre en oeuvre (1.29) de façon pratique, [34, 37] proposent un algorithme hors ligne constitué de deux boucles travaillant sur un bloc de N données reçues ; une boucle PLL fonctionne classiquement dans le sens "direct" de données du bloc (du début vers la fin), et l'autre dans le sens "inverse" (de la fin vers le début du bloc). La première boucle PLL donne une première estimation séquentielle $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(F)}$ similaire à (1.18) (cf. 1-ère ligne de (1.31)). Ensuite, la deuxième boucle inverse est initialisée à la dernière phase estimée par la boucle directe $\hat{\beta}_N^{(F)}$. La boucle en sens inverse est alors appliquée pour donner une deuxième estimation séquentielle $\hat{\boldsymbol{\beta}}^{(B)}$ des phases du bloc, similaire à (1.18) mais avec des indices dans le sens décroissant vers le début du bloc (cf. 2-ième ligne de

(1.31)). Le résultat final est obtenu en moyennant les deux estimations :

$$\hat{\beta}_k^{(FB)} = \begin{cases} \hat{\beta}_k^{(B)} & \text{si } k = 1 \\ \frac{\hat{\beta}_k^{(F)} + \hat{\beta}_k^{(B)}}{2} & \text{si } k = 2 \dots N - 1 \\ \hat{\beta}_k^{(F)} & \text{si } k = N \end{cases} \quad (1.30)$$

où

$$\begin{cases} \hat{\beta}_k^{(F)} = \hat{\beta}_{k-1}^{(F)} + \mu \Im \left\{ r_k \mathbb{E}_{QAM|r_k}(s_k^*) e^{-j\hat{\beta}_{k-1}^{(F)}} \right\}, \\ \hat{\beta}_k^{(B)} = \hat{\beta}_{k+1}^{(B)} + \mu \Im \left\{ r_k \mathbb{E}_{QAM|r_k}(s_k^*) e^{-j\hat{\beta}_{k+1}^{(B)}} \right\}, \end{cases} \quad (1.31)$$

et μ est un pas approprié.

En effet, en effectuant la moyenne des deux estimations, [34, 37] montre qu'un gain de 2 à 3 dB sur l'erreur quadratique moyenne (MSE) peut être obtenu. Finalement, d'une façon itérative plusieurs allers-retours peuvent être effectués. Ils permettent d'améliorer les performances et d'approcher de la borne minimale de Cramér-Rao (CRLB).

1.3 OFDM

1.3.1 Principe de fonctionnement

Satisfaire le besoin en débits élevés requiert souvent l'utilisation d'un court temps symbole T_s . Comme évoqué précédemment, quand T_s n'est pas négligeable devant le retard maximal τ_{max} , des interférences entre symboles (InterSymbol Interference (ISI)) surgissent, limitant ainsi les performances du système. Certes, des méthodes d'égalisation pour combattre l'ISI sont proposées dans la littérature ; toutefois, elles requièrent des calculs supplémentaires qui peuvent avoir un impact significatif sur la conception du récepteur, et surtout dans le cas d'une large dispersion des retards, la convergence de ces méthodes peut rester problématique.

Pour limiter l'ISI avec une faible complexité, les modulations multiporteuses furent proposées. Elles consistent à diviser la bande fréquentielle en sous-bandes et à envoyer simultanément sur chacune des sous-porteuses disponibles une partie de l'information. Cela permet d'avoir un temps symbole T_s suffisamment long pour limiter l'effet néfaste de l'ISI, tout en conservant un débit élevé.

Pour bénéficier en plus d'une excellente efficacité spectrale, les sous-porteuses doivent être orthogonales en étant séparées par $\frac{1}{T_s}$ (voir Figure 1.6). En effet, malgré le recouvrement entre les spectres des différentes sous-porteuses, cela permet d'éviter les interférences entre sous-porteuses orthogonales. Les spectres des différentes sous-porteuses s'ajoutent et le spectre résultant est à peu près plat dans la bande utilisée, de largeur approximativement $W = \frac{N}{T_s}$ (en ignorant les lobes secondaires sur les bords) [7].

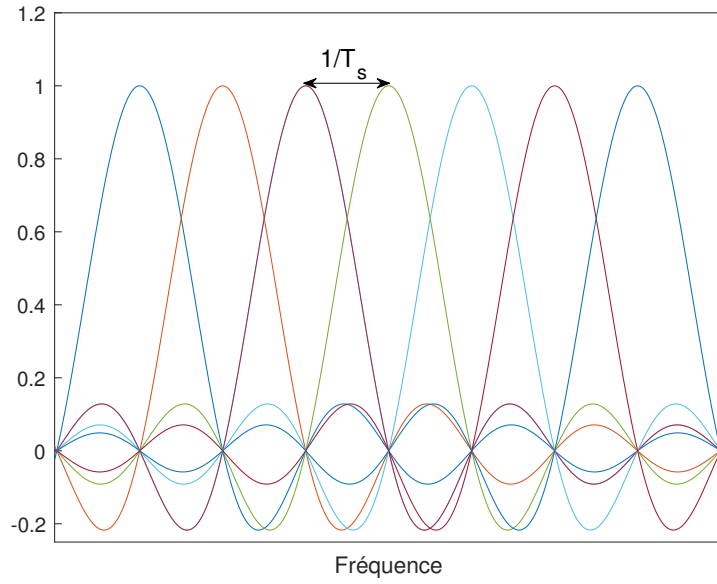


FIGURE 1.6 – Spectres des différentes sous-porteuses.

Le signal analogique en bande de base peut s'écrire :

$$x_e(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j2\pi \frac{kt}{T_s}}, \quad (1.32)$$

où N est le nombre de sous-porteuses et s_k est un symbole d'information sur la k -ième sous-porteuse. La bande occupée est $[-f_{max}, f_{max}]$ où la fréquence maximale vaut $f_{max} = \frac{N}{2T_s}$. Avec le théorème d'échantillonnage de Shannon [8], le signal peut être échantillonné avec une fréquence $f_e = 2f_{max}$ et le signal échantillonné s'écrit donc :

$$x_e(i) = x_e\left(\frac{iT_s}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k e^{j2\pi \frac{ki}{N}}. \quad (1.33)$$

Nous remarquons que la modulation consiste à simplement procéder à une simple transformée de Fourier discrète inverse des symboles qui peut être implantée efficacement avec un bloc Inverse Fast Fourier Transform (IFFT). Similairement, le signal reçu discrétisé avec la même fréquence f_e s'écrit :

$$r(i) = r\left(\frac{iT_s}{N}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k h_k e^{j2\pi \frac{ki}{N}} + n(i), \quad (1.34)$$

où $n(i)$ désigne le bruit additif souvent considéré BABG.

La réception consiste alors à faire une transformée de Fourier discrète directe des symboles reçus,

qui peut être implantée efficacement avec un bloc Fast Fourier Transform (FFT), pour obtenir les symboles $s_k h_k$ et de les démoduler ensuite d'une façon classique.

Par ailleurs, pour s'affranchir des interférences entre les symboles qui peuvent encore perturber le système, il est de coutume de rajouter un préfixe cyclique de durée supérieure à τ_{max} . Cela réduit évidemment le débit utile, mais cette perte peut relativement être minimisée en augmentant le nombre de sous-porteuses et donc la durée symbole T_s .

L'efficacité spectrale et la simplicité d'implantation de l'OFDM à l'aide de FFT, rend cette modulation particulièrement intéressante pour les communications à haut débit [9]. Par conséquent, de nombreuses normes de télécommunications l'ont adoptée telles que LTE, WiFi, WPAN, DVB-T2. . . . Finalement, signalons que la perte spectrale due au rajout du préfixe cyclique, l'émission hors bande (Out-of-Band (OoB)) due à l'utilisation d'un filtre de mise en forme rectangulaire ou encore la vulnérabilité vis-à-vis les erreurs de synchronisation temporelle ou fréquentielle ont motivé l'émergence dans la littérature de candidats alternatifs pour l'implémentation des modulations multiporteuses tels que FBMC, UPMC et GFDM [10].

1.3.2 PAPR du signal OFDM

Le signal OFDM est caractérisé par une forte fluctuation du signal avec des larges pics au cours du temps. En effet, vu qu'un signal OFDM est la somme d'un grand nombre de sous-porteuses modulées d'une façon indépendante (voir (1.33)), le signal résultant suit une distribution souvent considérée comme presque normale. Cela est problématique car avec des larges pics, l'amplificateur analogique doit opérer à un faible niveau afin d'éviter que ces pics n'atteignent sa région de saturation (voir Figures 1.7 et 1.8). Il en résulte une perte d'efficacité énergétique et de couverture. Dans le cas contraire, si l'amplificateur fonctionnait près de sa région de saturation, une distorsion non linéaire apparaîtrait conduisant ainsi à une perte significative de performance (voir la Figure 1.8 [11]).

Nous pouvons caractériser les fluctuations d'un signal par son PAPR ; c'est simplement le rapport de la puissance instantanée maximale sur la puissance moyenne du signal. Ainsi, le PAPR est une mesure sans dimension d'une forme d'onde qui indique à quel point les pics du signal sont larges. Pour le cas discret, le PAPR est donné par :

$$PAPR = \frac{\max_{n=0, \dots, N-1} |x_e(n)|^2}{\mathbb{E}(|x_e(n)|^2)}, \quad (1.35)$$

où l'expression de $x_e(n)$ est donnée par (1.33) dans le cas d'un signal OFDM.

Le PAPR est généralement analysé par sa fonction de répartition complémentaire (Complemen-

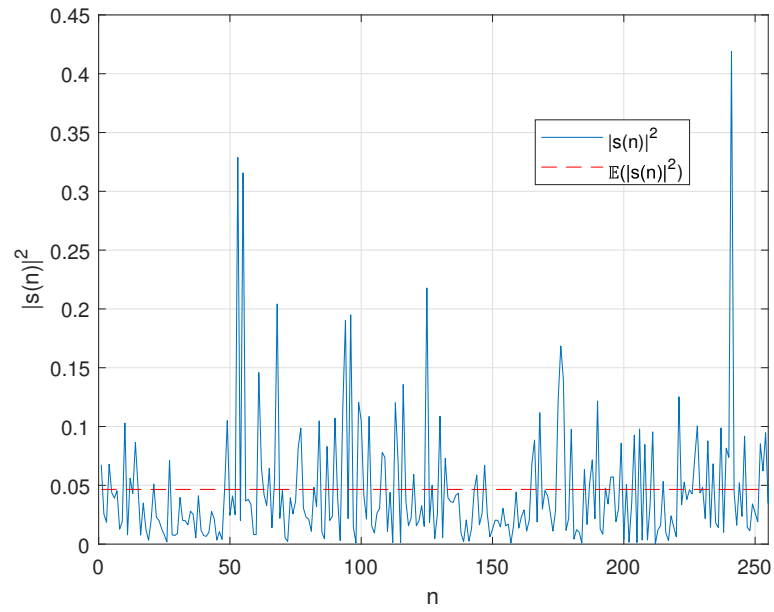


FIGURE 1.7 – Un exemple du module carré d’un symbole OFDM dans le domaine temporel.

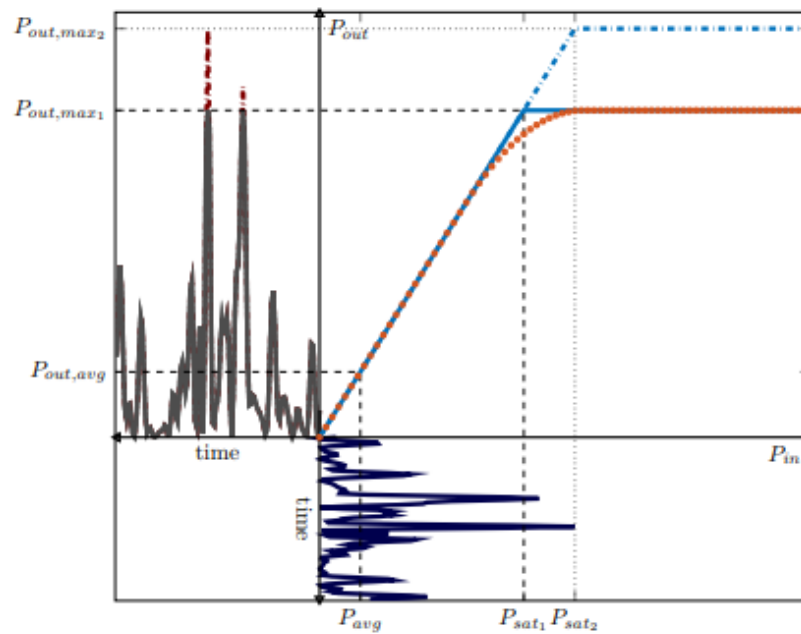


FIGURE 1.8 – Un symbole OFDM avec un large PAPR (en dessous, à droite), la réponse réelle (rouge) et idéale d’un amplificateur (en haut, à droite) et la sortie de l’amplificateur à gauche.

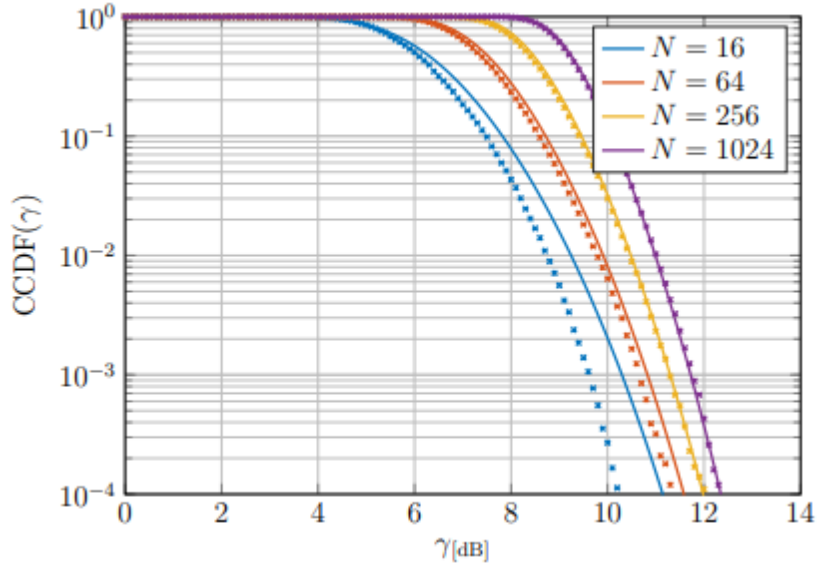


FIGURE 1.9 – $CCDF(\gamma)$ pour plusieurs valeurs de sous-porteuses N . En pointillés, les résultats de simulations Monte-Carlo et en traits continus les résultats de l'équation (1.36).

tary Cumulative Distribution Function (CCDF)), i.e. la probabilité que le PAPR dépasse un certain seuil γ . En supposant que les symboles s_k sont indépendants et identiquement distribués (Independent and Identically Distributed (i.i.d.)), il en découle que les symboles $x_e(n)$ sont alors aussi i.i.d et la CCDF peut être développée comme suit :

$$\begin{aligned}
 CCDF(\gamma) &= Pr(PAPR > \gamma) \\
 &= 1 - Pr(PAPR \leq \gamma) \\
 &= 1 - \prod_{n=0}^{N-1} Pr\left(\frac{|x_e(n)|^2}{\mathbb{E}\{|x_e(n)|^2\}} \leq \gamma\right) \\
 &= 1 - \left(\int_0^\gamma \exp(-z) dz\right)^N \\
 &= 1 - (1 - \exp(-\gamma))^N,
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

où la quatrième ligne dans (1.36) vient du fait que $\frac{|x_e(n)|^2}{\mathbb{E}\{|x_e(n)|^2\}}$ suit une distribution exponentielle d'espérance unitaire (i.e. $x_e(n)$ suit une distribution du khi-carré à deux degrés de liberté).

La Figure 1.9 montre les résultats de simulations Monte-Carlo et les résultats obtenus avec les résultats théoriques basés sur l'approximation central limite. Nous pouvons constater que pour $N \geq 64$ les résultats des simulations correspondent bien à la théorie [11].

1.3.3 Techniques de réduction du PAPR

Pour faire face au problème du PAPR élevé, diverses techniques de réduction du PAPR ont été proposées jusqu'à présent dans la littérature. Ces méthodes permettent de réduire le PAPR au prix d'une dégradation des performances en TEB, d'une perte d'efficacité spectrale ou énergétique et/ou d'une augmentation de complexité de calcul. Dès lors, aucune technique ne peut convenir à tous les systèmes de communication [12–15]. Une méthode appropriée pour un système doit répondre au mieux à ses exigences.

Dans le reste de cette section, nous passerons brièvement en revue les principales techniques proposées. Ces méthodes peuvent généralement être classées en trois catégories principales : techniques de distorsion du signal, techniques de codage et techniques probabilistes.

1.3.3.1 Techniques de distorsion du signal

Comme son nom l'indique, ces techniques introduisent intentionnellement une distorsion au signal dans le but de réduire le PAPR. La méthode la plus basique de cette classe consiste à simplement remplacer les pics du signal OFDM par une valeur prédéterminée dans le cas où l'amplitude du pic la dépasse (clipping). La nature du traitement introduit une distorsion du signal ainsi qu'une émission hors bande. Pour limiter cette dernière, il est coutume de filtrer le signal au risque de voir réapparaître des pics au-dessus du seuil. Au détriment d'une complexité élevée, une méthode itérative peut être utilisée afin de limiter l'émission hors bande et garantir une réduction désirable du PAPR [16].

Contrairement aux méthodes de clipping où le traitement effectué du côté de l'émetteur est irréversible, d'autres méthodes dites de compression-extension (companding) sont proposées dans la littérature. En effet, ces techniques préconisent l'utilisation d'une fonction monotone pour réduire les valeurs des pics et en même temps augmenter les faibles valeurs du signal. Néanmoins, la réduction du PAPR s'obtient toujours au dépens d'une dégradation de TEB due à une délocalisation des symboles de la constellation ainsi qu'une augmentation du niveau de bruit lors du decompanding. Plusieurs techniques de compositions (companding) ont été proposées dans la littérature telles que le " μ -law companding" et l'"exponential companding" [17–19].

1.3.3.2 Techniques de codage

L'idée de base de ces techniques est assez simple : elle consiste à choisir un sous-ensemble de mots de code avec un PAPR désirable. Les blocs de bits de données d'entrée sont alors mappés sur l'un des mots de codes présélectionnés avec un code correcteur (par exemple un code cyclique) [20, 21]. Cette méthode permet de réduire le PAPR au détriment d'une complexité plus élevée du côté de l'émetteur et du récepteur, ainsi qu'une réduction de l'efficacité spectrale.

1.3.3.3 Techniques probabilistes

Parmi les méthodes probabilistes, nous trouvons d'abord les algorithmes SeLective Mapping (SLM) [12, 15]. Avec cette technique, l'émetteur génère en parallèle pour le même bloc de symboles d'information plusieurs symboles OFDM possibles en multipliant les symboles par différentes séquences de phase et il choisit pour émission, le symbole OFDM ayant le plus faible PAPR. Cette technique permet alors de réduire statistiquement le PAPR au détriment d'une complexité élevée du côté de l'émetteur, vu que plusieurs blocs IFFT sont nécessaires du côté de l'émetteur, et d'une perte spectrale car pour chaque symbole OFDM, l'indice de la séquence de phase utilisé doit être codé et transmis au récepteur car ce dernier, dans les algorithmes SLM traditionnels, est primordial pour le décodage.

Pour éviter toute perte spectrale, des algorithmes aveugles SLM ont été proposés dans la littérature [22–24]. Ils proposent d'utiliser des algorithmes basés sur le critère ML du côté du récepteur pour estimer l'indice de la séquence de phase utilisé. La complexité élevée du côté du récepteur a motivé la proposition d'autres algorithmes de détection tels que le décodeur ML dur et un estimateur en deux étapes reposant sur un algorithme de Viterbi suivi d'une étape de vérification et de correction [25].

Il est finalement important de noter un effet de saturation pour les techniques SLM, en effet le gain additionnel en PAPR décroît au fur et à mesure que le nombre de séquences de phase possible augmente [12–15].

Par ailleurs, le principe des techniques probabilistes d'entrelacement est assez similaire à celui des techniques SLM. En effet, au lieu d'une multiplication par des séquences de phase, l'émetteur permute les symboles originaux de plusieurs façons et génère les symboles OFDM correspondants afin d'émettre celui avec le plus faible PAPR [26]. Similairement à la technique SLM classique, cette méthode induit une perte spectrale due à l'émission de l'indice de l'entrelaceur utilisé par l'émetteur. Afin de préserver l'efficacité spectrale, [27] propose d'incorporer l'indice de l'entrelaceur dans les symboles pilotes destinés à l'estimation de la réponse du canal. Toutefois, cela peut affaiblir les performances d'égalisation du côté du récepteur [28] et cette technique n'est pas adaptée au cas d'un canal à évanouissement lent [29].

De leur côté, les techniques dites de Tone Reservation (TR) sacrifient quelques sous-porteuses pour transmettre un signal de réduction du PAPR à la place des symboles d'information. Un bon choix de ce signal de réduction du PAPR peut alors réduire les pics du signal d'origine et ainsi réduire le PAPR [30]. En plus de la perte d'efficacité spectrale et énergétique, il s'ajoute une complexité du côté de l'émetteur dans l'optimisation du choix du signal de réduction du PAPR. En ignorant les sous-porteuses réservées, le récepteur décode sans surplus de complexité les symboles d'information.

Pour leur part, les méthodes dites de Tone Injection (TI) consistent à augmenter la taille de la constellation de façon à ce qu'un point de la constellation originale puisse être mappé différemment. Un point de la constellation d'origine est alors remplacé par un autre dans la constellation étendue dans le but de réduire le PAPR [31]. Ces techniques peuvent malheureusement augmenter la puissance moyenne de signal et augmenter la complexité du côté de l'émetteur.

Finalement, les méthodes dites Active Constellation Extension (ACE) mappent les symboles situés sur les bords extérieurs de la constellation d'origine sur des positions arbitraires sans diminuer la distance minimale entre les symboles. Cette liberté de mapping peut être exploitée pour réduire le PAPR [32]. Contrairement aux techniques TI, l'augmentation de la puissance moyenne de signal avec l'ACE est moins importante. Néanmoins, les performances en termes de réduction du PAPR décroissent au fur et à mesure de l'augmentation de la taille de constellation à cause de la nature même de l'ACE.

1.4 Conclusion

Nous avons tout d'abord présenté les caractéristiques principales des canaux à évanouissements. En général, le signal émis sur ce type de canal emprunte différents chemins pour atteindre le récepteur. Cela engendre une nécessité en synchronisation du côté du récepteur et un besoin d'égalisation dans certains cas. De surcroît, les signaux issus des multiples chemins peuvent s'ajouter d'une manière constructive ou destructive. Les canaux à évanouissements ne sont donc pas fiables, entraînant un besoin en techniques de diversité.

Sur des canaux sélectifs en fréquence, les systèmes de communication à haut débit utilisent souvent l'OFDM pour sa forte densité spectrale et sa faible complexité tout en évitant une égalisation. Néanmoins, cette modulation introduit un PAPR important à cause de la forme de ces signaux. Pour faire face à ce problème, de nombreux algorithmes ont été proposés et perfectionnés au cours des dernières décennies. Ces algorithmes permettent, au détriment d'une efficacité énergétique ou spectrale réduites ou d'une complexité élevée, de réduire le PAPR.

La fiabilité d'une modulation OFDM sur un canal à évanouissements repose souvent sur le choix d'un codage canal, au prix d'une redondance qui réduit le débit utile. Cela est l'objet de différents rappels spécifiques dans le chapitre 2.

Chapitre 2

État de l'art : codage et modulation

Sommaire

2.1	Modulation codée en treillis pour le canal BABG	25
2.1.1	Motivation	25
2.1.2	Principe de fonctionnement	26
2.1.2.1	Set Partitioning mapping	27
2.1.2.2	Codes convolutifs pour les modulations codées en treillis	28
2.1.3	Modulation multidimensionnelle codée en treillis	29
2.1.4	Les modulations turbocodées	30
2.2	Modulation codée binaire	30
2.2.1	Modulation codée sur les canaux à évanouissements avec entrelacement par symbole	30
2.2.2	Principe de la modulation codée (entrelacée) binaire sur les canaux à évanouissements	32
2.2.2.1	Modèle du système	32
2.2.2.2	La conception d'un système BICM	33
2.2.3	Modulation codée binaire décodée itérativement (BICM-ID)	35
2.3	Les constellations tournées	36
2.3.1	Principe de fonctionnement	36
2.3.2	Sélection de l'angle de rotation	39
2.3.3	Complexité de démodulation	41
2.4	Conclusion	43

Ce chapitre est organisé comme suit. La première section explique l'intérêt des modulations codées sur le canal Gaussien et présente le principe de fonctionnement des modulations codées en

treillis. La section qui suit est dédiée à la présentation de la modulation codée (entrelacée) binaire et elle souligne l'ordre de diversité élevé que l'on peut avoir avec ce schéma de codage sur les canaux à évanouissements. De surcroît, la troisième section présente les constellations tournées, démontre leur intérêt sur les canaux à évanouissements et passe en revue plusieurs méthodes pour la sélection de l'angle de rotation. Le problème de complexité élevée de démodulation pour ces constellations tournées est introduit et l'apport de plusieurs démodulateurs est résumé dans cette même section. Enfin, la quatrième section conclue ce chapitre et ouvre des perspectives couvertes par les chapitres suivants.

2.1 Modulation codée en treillis pour le canal BABG

On appelle modulation codée (Coded Modulation (CM)), la combinaison d'une constellation de valence supérieure à 2 avec un code de correction d'erreur.

2.1.1 Motivation

Pour améliorer les performances en TEB à énergie de transmission et débit utile fixés, et avant même l'avènement des turbo-codes, les chercheurs en codage canal ont longtemps cru qu'il fallait nécessairement sacrifier l'efficacité spectrale ; dès lors le codage était d'un intérêt limité pour les systèmes contraints en bande passante [42, 43]. En première approche, on aurait pu penser qu'il suffisait d'augmenter la taille de constellation ; la Figure 2.1 montre la capacité du canal Gaussien avec une entrée équiprobable [44] ; nous pouvons remarquer que par exemple, avec la constellation QPSK non codée nous atteignons une capacité de 2 bits/symbole avec un $TEB = 10^{-5}$ à un $RSB=12.9$ dB alors qu'avec la constellation 8-PSK codée avec un rendement $2/3$ ces performances seraient possibles à un $RSB=5.9$ dB, soit une différence de 7 dB.

Toutefois, dans la pratique, si nous ajoutons un bit codé à 2 bits d'information et utilisons la constellation 8-PSK, d'une façon indépendante, des résultats décevants sont obtenus ; il nous faut un code convolutif de rendement $2/3$ à 64 états et un décodage de Viterbi juste pour rattraper les mêmes performances que la constellation 4-PSK non codée [44] et donc les gains théoriques potentiels ne sont pas atteints. Les gains ont tendance à saturer avec un nombre d'états croissant exponentiellement.

Pour comprendre les raisons de ces mauvais résultats, il nous faut examiner la probabilité d'erreur du système.

Supposons que le mot de code $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ de n symboles réels ou complexes a été transmis ; avec la borne de l'union [2], nous pouvons majorer la probabilité qu'un autre mot de code $\hat{\mathbf{x}}$ soit

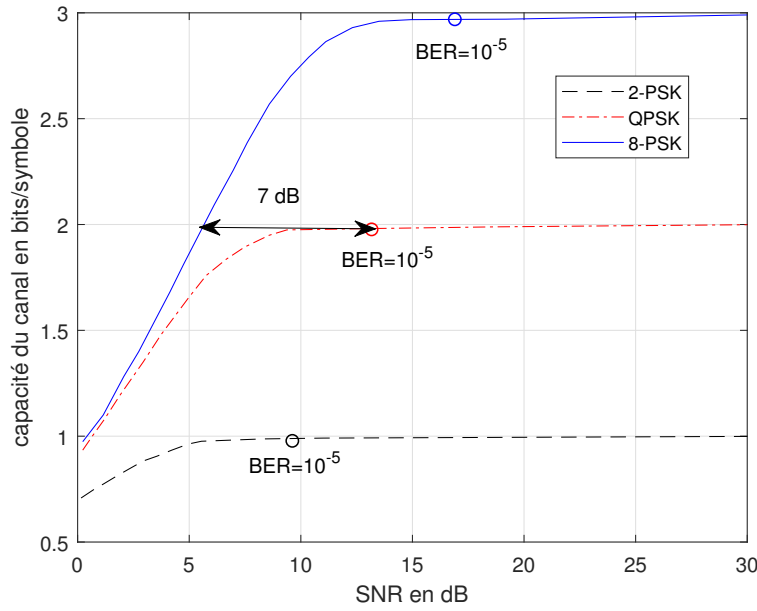


FIGURE 2.1 – Comparaison des capacités de plusieurs constellations M-PSK sur le canal Gaussien.

détecté au lieu de \mathbf{x} :

$$P_e(\mathbf{x}) \leq \sum_{\hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x}} Q\left(\frac{d_E^2(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})}{2\sigma_n^2}\right), \quad (2.1)$$

où $d_E(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ est la distance Euclidienne entre \mathbf{x} et $\hat{\mathbf{x}}$, σ_n^2 est la variance de bruit par dimension et la fonction Q est donnée par :

$$Q(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du. \quad (2.2)$$

Optimiser la constellation et le codage canal d'une façon indépendante n'est donc pas une bonne approche sur le canal Gaussien ; en effet, avec les constellations M-aires avec $M > 2$, rien ne garantit qu'un code avec une bonne distribution de distances de Hamming donnera une bonne distribution de distances Euclidiennes.

Nous nous focalisons dans la suite du paragraphe 2.1.2 sur la modulation codée avec un code convolutif appelé modulation codée en treillis (Trellis Coded Modulation (TCM)). D'une façon analogue, les modulations codées en blocs sont proposées dans la littérature [43, 47].

2.1.2 Principe de fonctionnement

Pour optimiser conjointement le codage et la modulation, Ungerboeck [44–46] propose les modulations codées en treillis (TCM) basées à la fois sur l'utilisation d'un code convolutif (qui rajoute

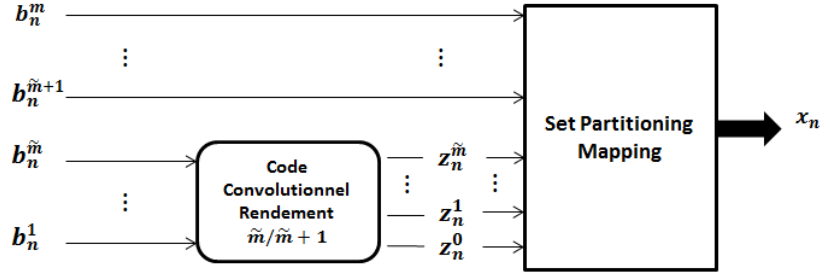


FIGURE 2.2 – Structure générale du codeur/mapping pour les modulations codées en treillis.

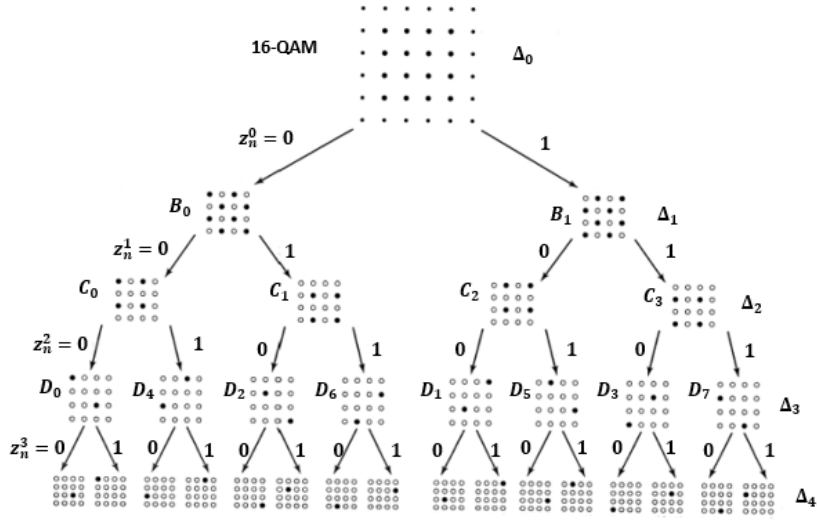


FIGURE 2.3 – Le principe de Set Partitioning.

un bit codé) et sur le principe du Set Partitioning mapping des constellations. La structure générale du codeur/mapping des points de la constellation pour les modulations codées en treillis est donnée par la Figure 2.2.

On travaille sur des groupes de m bits que l'on divise en 2 sous-groupes de \tilde{m} bits et de $m - \tilde{m}$ bits ; \tilde{m} désigne pour chaque groupe de m bits à coder, ceux qui bénéficient d'une redondance par un code convolutif de rendement $\tilde{m}/\tilde{m} + 1$ et les $\tilde{m} + 1$ bits encodés sélectionnent un premier sous-ensemble de points possibles dans la constellation (cf. Set Partitioning ci-dessous). Les $m - \tilde{m}$ restants (éventuellement aucun) ne bénéficient d'aucune redondance et désignent le cas échéant un point précis dans le sous-ensemble présélectionné par les bits codés.

2.1.2.1 Set Partitioning mapping

L'idée de Set Partitioning est illustrée par la figure 2.3 pour la constellation 16-QAM et $\tilde{m}+1 = 4$. On veut étiqueter les points de la constellation en fonction des bits codés. Pour cela, on part d'une

constellation ayant une certaine distance Euclidienne minimale Δ_0 entre points et on divise tout d'abord la constellation (e.g. 16-QAM de la figure 2.3) en deux sous-ensembles afin d'augmenter au maximum la distance Euclidienne minimale Δ_1 entre les points de chaque sous-ensemble. Nous associons $z_n^0 = 0$ (resp. $z_n^0 = 1$) pour identifier l'un de ces deux sous-ensembles noté B_0 (resp. l'autre sous-ensemble noté B_1). B_0 et B_1 sont à leur tour divisés similairement en sous-ensembles C_0 , C_1 , C_2 et C_3 que nous pouvons distinguer avec les deux bits z_n^1 et z_n^0 . Le processus continue récursivement et s'achève après $\tilde{m} + 1$ itérations. Nous obtenons alors un arbre de partition avec une propriété fondamentale : si le label de deux sous-ensembles concordent dans les q premières positions mais diffère au niveau du bit z_n^q , alors les deux sous-ensembles sont au même niveau q de l'arbre et la distance Euclidienne minimale qui sépare les symboles de chaque sous symbole est Δ_q . Nous allons voir à présent le lien entre le Set Partitioning et le code convolutif de rendement $\tilde{m}/\tilde{m}+1$.

2.1.2.2 Codes convolutifs pour les modulations codées en treillis

Soit d_{free} la distance Euclidienne minimale entre deux mots de code convolutif que l'on cherche à maximiser afin d'améliorer les performances. La distance d_{free} est égale au minimum entre d'une part la distance minimale $\Delta_{\tilde{m}+1}$ entre deux chemins qui divergent et puis convergent sur une branche du treillis (souvent appelé transition parallèle ; elle caractérise le treillis d'une TCM qui contient des bits non codés), et d'autre part, la distance minimale $d_{free}(\tilde{m})$ entre deux chemins qui divergent et puis convergent sur plus de deux branches :

$$d_{free} = \min(\Delta_{\tilde{m}+1}, d_{free}(\tilde{m})), \quad (2.3)$$

où :

$\Delta_{\tilde{m}+1}$ est la distance minimale entre les transitions parallèles dans le diagramme en treillis qui a été maximisée en utilisant le Set Partitioning mapping et

$d_{free}(\tilde{m})$ est la distance Euclidienne minimale entre les transitions non parallèles qui doit être maximisée avec la sélection d'un bon code convolutif. Pour ce faire, Ungerboeck considère un code convolutif récursif systématique défini par les polynômes suivants :

$$H(D) = \left[\frac{h^{(\tilde{m})}(D)}{h^{(0)}(D)}, \dots, \frac{h^{(1)}(D)}{h^{(0)}(D)}, 1 \right] \quad (2.4)$$

où $h^{(j)} = h_0^{(j)} + h_1^{(j)}D + \dots + h_v^{(j)}D^v$ pour tout j , avec comme normalisation $h_0^{(0)} = h_v^{(0)} = 1$. Pour obtenir un bon code [44–46], il faut que les symboles qui partent ou qui entrent dans le même état du treillis soient séparés par au moins la distance Δ_1 . Cette condition permet de garantir que $2\Delta_1 \leq d_{free}(\tilde{m})$ et donc de maximiser la distance minimale d_{free} dans (2.3). Pour satisfaire cette condition, il suffit d'imposer que $h_0^{(1)} = h_0^{(2)} = \dots = h_0^{(\tilde{m})} = 0$ et $h_v^{(1)} = h_v^{(2)} = \dots = h_v^{(\tilde{m})} = 0$

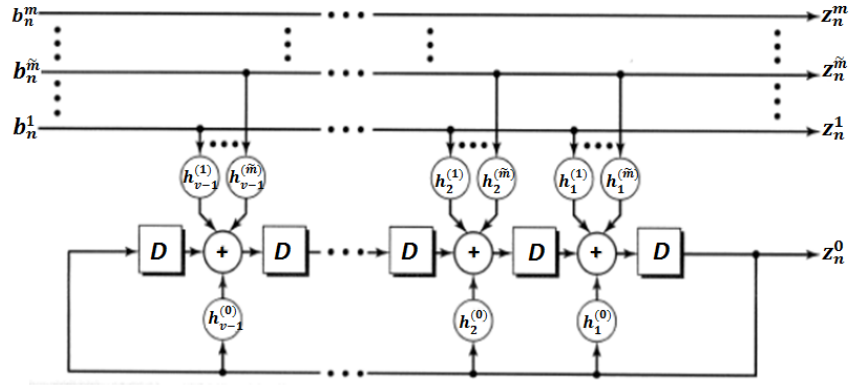


FIGURE 2.4 – Le code convolutif avec les restrictions imposées.

afin que z_n^0 soit le même pour les symboles qui entrent et qui sortent d'un même état ; cela garantit avec le Set Partitioning une distance de $2\Delta_1$ au moins. La Figure 2.4 illustre la structure de code convolutif avec les restrictions imposées.

Via une recherche exhaustive, les meilleurs codes ont été obtenus dans la littérature [42–44] pour plusieurs configurations de paramètres. Ces codes avec le Set Partitioning mapping permettent un gain de codage asymptotique significatif.

Un des inconvénients principaux de cette approche est que le code convolutif à utiliser varie avec les paramètres du système (tels que m , \tilde{m} , v , la constellation utilisée). Pour contourner cette limitation, Viterbi [48] propose une approche dite pragmatique avec l'utilisation d'un seul code convolutif (avec $v = 6$ et de rendement $1/2$), défini par $H^0(D) = 1 + D + D^2 + D^3 + D^6$ et $H^1(D) = 1 + D^2 + D^3 + D^4 + D^6$. Malgré la sous-optimalité de ce code, un gain de codage quasi-optimal est obtenu par rapport à de nombreuses configurations de paramètres possibles.

2.1.3 Modulation multidimensionnelle codée en treillis

Avec les modulations codées en Treillis, Ungerboeck s'est limité au cas où le code convolutif rajoute un bit codé à m bits source et les $m + 1$ bits sélectionnent un symbole d'une constellation réelle ou complexe. Dans la littérature, le principe a été généralisé pour mapper les $m + 1$ bits sur L symboles de constellation (L dimensions dans le cas réel ou $2L$ dimensions dans le cas complexe) [42, 43, 52, 56].

Similairement aux modulations TCM, les modulations multidimensionnelles codées en treillis (Multiple Trellis Coded Modulation (MTCM)) consistent à encoder un sous-ensemble de \tilde{m} bits avec un code convolutif de rendement $\tilde{m}/\tilde{m} + 1$. Les $(\tilde{m} + 1)$ bits sélectionnent un sous-ensemble de la constellation multidimensionnelle avec le même principe du Set Partitioning, tandis que les autres $(m - \tilde{m})$ bits restants choisissent un point constitué de L symboles réels ou complexes dans le sous-

ensemble présélectionné.

Grâce aux degrés de liberté supplémentaires de choisir parmi L symboles au lieu d'un seul, citons les avantages suivants de la MTCM par rapport à la TCM [42, 43] :

- Une meilleure efficacité spectrale peut être réalisée.
- Des gains supplémentaires de codage peuvent être obtenus avec des techniques de mise en forme de la constellation (signal shape).
- Les constellations multidimensionnelles peuvent être conçues avec un meilleur PAPR.

2.1.4 Les modulations turbocodées

Plus récemment, pour concevoir des systèmes avec un gain de codage important et à grande efficacité spectrale, les modulations turbocodées ont été proposées par [49–51, 53, 54]. Comme son nom l'indique, les modulations turbocodées sont basées sur l'association de turbo-code /modulation. Pour faire cette association, [51] propose une approche pragmatique associant un turbo code et une modulation ; avec cette technique, un seul turbo code est nécessaire, le mapping de Gray (ou quasi-Gray) est utilisé, et le récepteur estime avec le même décodeur que pour les turbocodes binaires les symboles à partir des LLRs normalisés des bits reçus.

Différemment de, [51], [49, 50] proposent de concaténer deux TCMs en parallèle séparés par un entrelaceur opérant au niveau symbole (i.e. l'ordre des bits qui constituent un symbole reste donc inchangé). Les symboles à transmettre avec ce schéma sont sélectionnés alternativement des symboles à la sortie de la première TCM et la sortie désentrelacée de la deuxième TCM. Un autre schéma TTCM est proposé dans [53, 54] avec deux différences principales par rapport à [49, 50] : avec ce schéma, l'entrelacement se fait au niveau bit et au lieu de poinçonner des bits de parité, [53] suggère un poinçonnage des bits systématiques.

Les schémas TTCM permettent généralement un avantage de 0.5 dB à 1 dB par rapport à l'approche pragmatique [51]. Toutefois, l'approche pragmatique présente plusieurs avantages telles que la comptabilité avec les turbo-codes binaires et la simplicité d'adaptation à plusieurs configurations de paramètres [55].

2.2 Modulation codée binaire

2.2.1 Modulation codée sur les canaux à évanouissements avec entrelacement par symbole

Le critère de la maximisation de la distance Euclidienne entre les mots codés s'est révélé d'une grande importance pour la conception d'un système de communication performant sur le canal Gaussien.

Le chemin vers la modulation codée binaire a commencé lorsque les chercheurs ont voulu adapter des modulations codées aux canaux à évanouissements. En effet, sur ces canaux, d'autres critères ont été formulés dans la littérature dans la quête des systèmes plus performants [57]. Pour ce faire, [57] considère un canal de Rice sans mémoire de paramètre K (pour $k = 0$, on retrouve une loi de Rayleigh). Notons qu'un entrelaceur opérant au niveau symbole est utilisé. De surcroît, il est supposé que le récepteur décode une information d'état de canal (Channel State Information (CSI)) idéale. Avec le modèle discret, le signal reçu s'écrit alors :

$$r_k = h_k x_k + n_k, \quad (2.5)$$

où x_k est le symbole émis à l'instant k , n_k est un bruit blanc Gaussien de densité spectrale unilatérale N_0 et h_k est l'atténuation de canal suivant la densité de probabilité :

$$P(h) = \begin{cases} 2h(1+K)e^{-K-h^2(1+K)}I_0\left(2h\sqrt{K(1+K)}\right), & \text{si } h \geq 0, \\ 0, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2.6)$$

$I_0(x)$ étant la fonction de Bessel de 1^{ère} espèce et du 1^{er} ordre.

Avec la borne de l'union [2], la probabilité d'erreur binaire est majorée par :

$$P_b \leq \sum_{\mathbf{x} \in C} \sum_{\hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x} \in C} d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) P(\mathbf{x}) P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}), \quad (2.7)$$

où C est l'ensemble des mots codés, $d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ est la distance de Hamming entre les bits des mots codés \mathbf{x} et $\hat{\mathbf{x}}$, $P(\mathbf{x})$ est la probabilité que \mathbf{x} soit émis et $P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})$ est la probabilité que $\hat{\mathbf{x}}$ soit détecté alors que \mathbf{x} est envoyé. Pour un RSB suffisamment large, $P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}})$ peut être majorée par [57] :

$$P(\mathbf{x} \rightarrow \hat{\mathbf{x}}) \leq \prod_{x_n, \hat{x}_n \in \chi | x_n \neq \hat{x}_n} \frac{e^{-K}}{\left(\frac{E_s}{N_0}\right) \left(\frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{4(1+K)}\right)}, \quad (2.8)$$

où E_s est l'énergie moyenne d'un symbole de constellation χ émis et l'argument sous le signe produit désigne les suites des symboles codés qui diffèrent (en au moins une position de symbole) sur la longueur d'un mot de code. On peut finalement réécrire (2.7) :

$$P_b \leq \sum_{\mathbf{x} \in C} \sum_{\hat{\mathbf{x}} \neq \mathbf{x} \in C} d_H(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}) P(\mathbf{x}) \left(\frac{N_0}{E_s}\right)^{\alpha(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})} \frac{e^{-K}}{\prod_{x_n, \hat{x}_n \in \chi | x_n \neq \hat{x}_n} \left(\frac{|x_n - \hat{x}_n|^2}{4(1+K)}\right)}, \quad (2.9)$$

où $\alpha(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ est le nombre de symboles de la constellation qui diffèrent entre les 2 mots de code \mathbf{x} de $\hat{\mathbf{x}}$.

Ainsi, il est clair que les performances asymptotiques à fort rapport signal sur bruit dépendent avant tout de $L = \min_{\mathbf{x} \neq \hat{\mathbf{x}} \in C} (\alpha(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}}))$, où L peut être vu comme un ordre de diversité. Il est donc important de retenir que sur un canal à évanouissement, le critère de distance Euclidienne à maximiser ne rentre plus en compte et les modulations TCM à la Ungerboeck perdent leur intérêt ; en effet, elles ont été optimisées pour leurs propriétés de distance Euclidienne avant tout, et du fait des transitions dite parallèles dues aux bits non codés de la TCM, $\alpha(\mathbf{x}, \hat{\mathbf{x}})$ minimal vaut en général 1 pour les TCM et on ne peut plus bénéficier d'effet de diversité (cf. (2.9)). [57] a légèrement amélioré les résultats obtenus avec une TCM à la Ungerboeck en faisant des combinaisons linéaires des bits d'information qui suppriment les transitions parallèles mais L reste au mieux limité à une faible valeur et au pire $L = 1$. De surcroît, on peut remarquer dans (2.9) que les performances asymptotiques dépendent en deuxième lieu du "produit distance 2D" entre les mots codés le long des chemins erronés les plus courts (cf. terme de droite dans (2.9)), où ce produit distance est seulement calculé sur les indices pour lesquels les symboles de constellation χ entre \mathbf{x} et $\hat{\mathbf{x}}$ diffèrent. La section suivante traite donc de modulations codées mieux adaptées que la TCM aux canaux à évanouissements : il s'agit des BICM (Bit-Interleaved Coded Modulation (BICM)).

2.2.2 Principe de la modulation codée (entrelacée) binaire sur les canaux à évanouissements

2.2.2.1 Modèle du système

La Figure 2.5 introduit le système BICM [58, 59]. Du côté de l'émetteur, les bits sont codés avec un code correcteur d'erreur. Les bits codés c_k sont ensuite entrelacés avec un entrelaceur π et chaque groupe de $\log_2(M)$ bits est transformé en un symbole d'une constellation χ avec une fonction de mapping μ , où M est la taille de la constellation.

L'entrelaceur peut être vu comme l'association à chaque indice k d'un bit codé, de deux indices (k', i) où k' désigne l'indice du symbole transmis $x_{k'}$ d'une constellation χ vérifiant $l^i(x_{k'}) = c_k$ et $l^i(x_{k'})$ indique le i -ème bit du symbole $x_{k'}$. La nouveauté par rapport à la section précédente est que l'entrelacement se fait systématiquement à présent au niveau bit, plutôt qu'au niveau symbole.

Du côté du récepteur, le décodage ML cohérent consiste à calculer :

$$\hat{c} = \operatorname{argmax}_{c \in C} \sum_k \log \left(P_{\cdot | \theta_{k'}} (r_{k'} | l^i(x_{k'}) = c_k) \right), \quad (2.10)$$

où $r_{k'}$ et $\theta_{k'}$ désignent respectivement le symbole reçu et le CSI associés à l'émission du symbole $x_{k'}$ et $P_{\cdot | \theta_{k'}}$ désigne la densité de probabilité où $\theta_{k'}$ est supposé connu.

Avec un entrelacement dit "idéal" le modèle BICM est équivalent à $\log_2(M)$ canaux binaires paral-

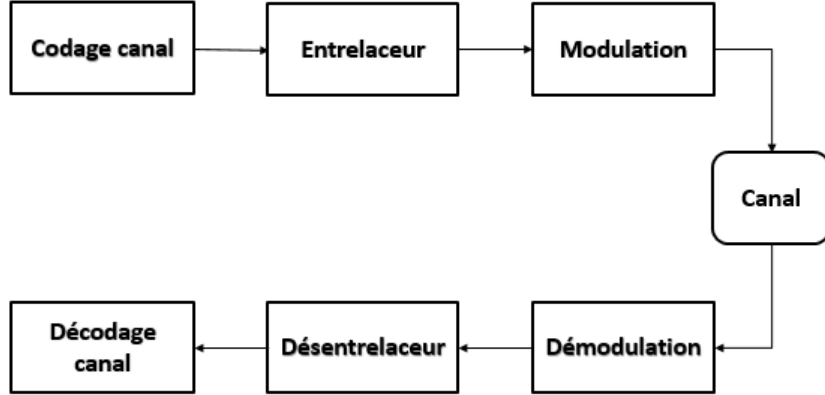


FIGURE 2.5 – Système BICM.

lèles indépendants et sans mémoire (voir Figure 2.6).

Le récepteur, connaissant la fonction d'entrelacement π , calcule alors la métrique suivante :

$$\lambda_{\theta_{k'}}^i(r_{k'}, c_k) = P_{\cdot|\theta_{k'}}(r_{k'} | l^i(x_{k'}) = c_k), \quad (2.11)$$

et sélectionne le mot codé \hat{c} grâce à (2.10).

2.2.2.2 La conception d'un système BICM

Étant donné qu'avec un entrelaceur parfait le canal est sans mémoire, nous simplifions les notations en renonçant dans cette sous-section à l'utilisation des indices k et k' .

Considérons un décodeur avec des connaissances additionnelles appelé « genie decoder » [60] qui sait que seuls 2 mots de codés restent vraisemblables. Ces 2 mots sont la séquence de symboles émis \mathbf{x} et il n'y a qu'un seul concurrent possible \mathbf{y} . Dans ce cas, la probabilité d'erreur sur un canal de Rayleigh avec une parfaite connaissance du canal pour une constellation linéaire M-QAM/PSK peut être approximée pour un RSB élevé par [59] :

$$\log_{10} P_b \approx -d_f(C) \left[(R d_h^2)_{dB} + \left(\frac{E_b}{N_0} \right)_{dB} \right] / 10 + const, \quad (2.12)$$

où $d_f(C)$ est la distance minimum de Hamming (appelée parfois distance libre) du code, $R = r_c \log_2 M$ est l'efficacité spectrale où r_c est le rendement du code et d_h^2 , paramètre caractéristique des constellations étiquetées, est donné par [59] :

$$d_h^2 = \left(\frac{1}{M \log_2 M} \sum_{i=1}^{\log_2 M} \sum_{b=0}^1 \sum_{x \in \mathbf{x}_b^i} \frac{1}{|x - y|^2} \right)^{-1}, \quad (2.13)$$

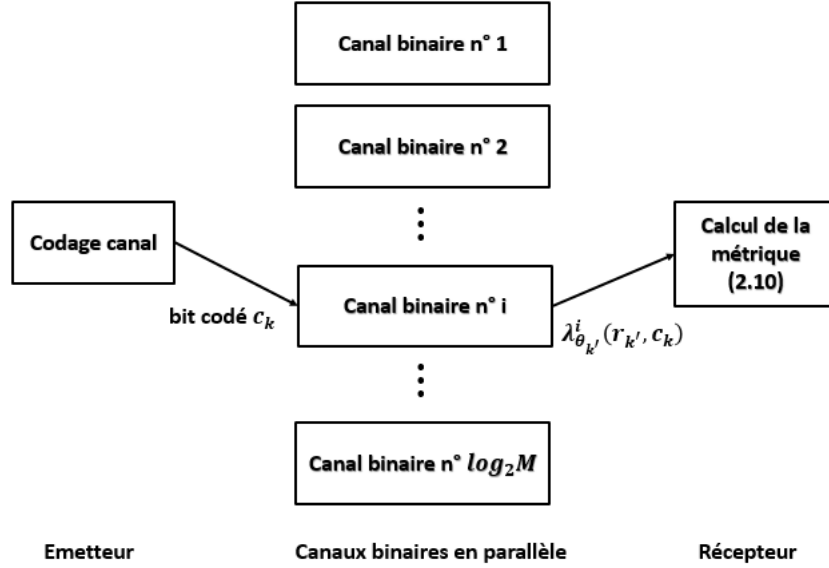


FIGURE 2.6 – Modèle équivalent de BICM avec un entrelacement idéal.

où $|x - y|$ désigne la distance Euclidienne entre les symboles x et y de la constellation, χ_b^i indique l'ensemble des points x de la constellation χ dont le i -ième bit de l'étiquetage vaut b : $l^i(x) = b$ et y est le point de la constellation le plus proche dont le i -ième bit de l'étiquetage vaut le complémentaire de b : $l^i(y) = \bar{b}$.

L'équation (2.12) montre que la diversité du code est égale à $d_f(C)$, ce qui est donc significativement supérieur à la diversité que l'on pourrait obtenir avec une modulation TCM sur les canaux à évanouissements [57, 59]. De plus, différemment au cas des TCM, le code correcteur d'erreur avec un entrelacement par bit est à choisir indépendamment de la constellation et du mapping ; en effet, il faut simplement choisir le code avec la plus large distance libre possible. De surcroît, le meilleur mapping doit donner la valeur la plus élevée de d_h^2 . [59] compare les valeurs de d_h^2 pour le Gray mapping ou le quasi-Gray mapping quand le Gray mapping n'est pas possible et le Set Partitioning mapping d'Ungerboeck pour plusieurs constellations. Il en résulte que le Gray (ou le quasi-Gray) mapping donne systématiquement des meilleurs résultats que le SP mapping [59].

Par ailleurs, la capacité de la modulation codée binaire à entrée discrète et uniforme, et à sortie souple s'écrit en supposant une parfaite connaissance de l'état de canal CSI [58] :

$$C_{BICM} = \log_2 M - \sum_{i=1}^{\log_2 M} \mathbb{E}_{b,r,\theta} \left(\log_2 \frac{\sum_{z \in \chi} P_{\cdot|\theta}(r|z)}{\sum_{z \in \chi_b^i} P_{\cdot|\theta}(r|z)} \right), \quad (2.14)$$

où \mathbb{E} désigne l'espérance.

Finalement, on peut noter que [61] compare la capacité BICM pour plusieurs constellations à

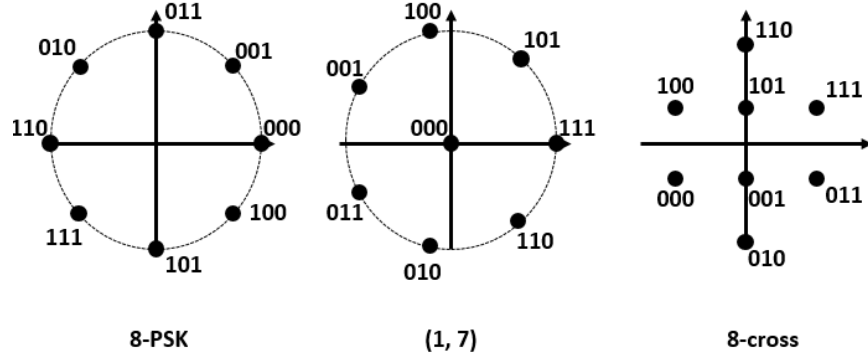


FIGURE 2.7 – Les structures des constellations 8-PSK, (1,7) et 8-cross.

8 et à 16 symboles. La meilleure constellation à 8 symboles peut être, en fonction de l'efficacité spectrale du système, soit la 8-PSK, soit la 8-cross ou encore la constellation (1,7) (voir Figure 2.7). Parmi les constellations à 16 symboles considérées par [61], la 16-QAM permet, indépendamment de l'efficacité spectrale, d'obtenir la meilleure capacité.

2.2.3 Modulation codée binaire décodée itérativement (BICM-ID)

Le modèle BICM peut être considéré comme l'association de deux codages en série (un code correcteur d'erreur par exemple de type turbo-code convolutif et un mappeur pour l'étiquetage des points de la constellation), séparés par un entrelaceur. En réception, à l'instar du décodage turbo [62], en procédant à un décodage itératif, on peut théoriquement améliorer les performances. En effet, à chaque itération, le démappeur utilise l'information extrinsèque à la sortie du décodeur de l'itération précédente comme une information a priori $L(c_j)$ et calcule les nouveaux LLRs :

$$L(\hat{c}_j) = \log \left(\frac{P(c_j = 1 | r_{k'})}{P(c_j = 0 | r_{k'})} \right) = \log \left(\frac{\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} e^{\log(P(r_{k'} | x, h_{k'}) + P(x))}}{\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} e^{\log(P(r_{k'} | x, h_{k'}) + P(x))}} \right), \quad (2.15)$$

où x dans \mathcal{X}_b^i désigne tout point de la constellation dont le i -ième bit vaut b et $P(x)$ est donnée par la sortie du décodeur à l'itération précédente (Pour préciser les notations des indices, le j -ième bit d'information est porté par le i -ième bit du k' -ième symbole).

La sortie extrinsèque du démappeur est alors :

$$L_e(\hat{c}_j) = L(\hat{c}_j) - L(c_j). \quad (2.16)$$

Après le désentrelacement, le décodeur prend à son tour en compte les nouvelles informations fournies par le démappeur afin d'améliorer le décodage. En effectuant plusieurs itérations, les performances de TEB peuvent être considérablement améliorées.

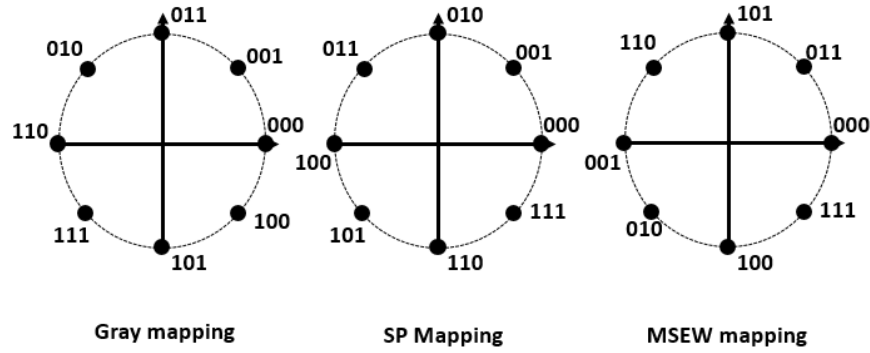


FIGURE 2.8 – Mapping des symboles 8-PSK.

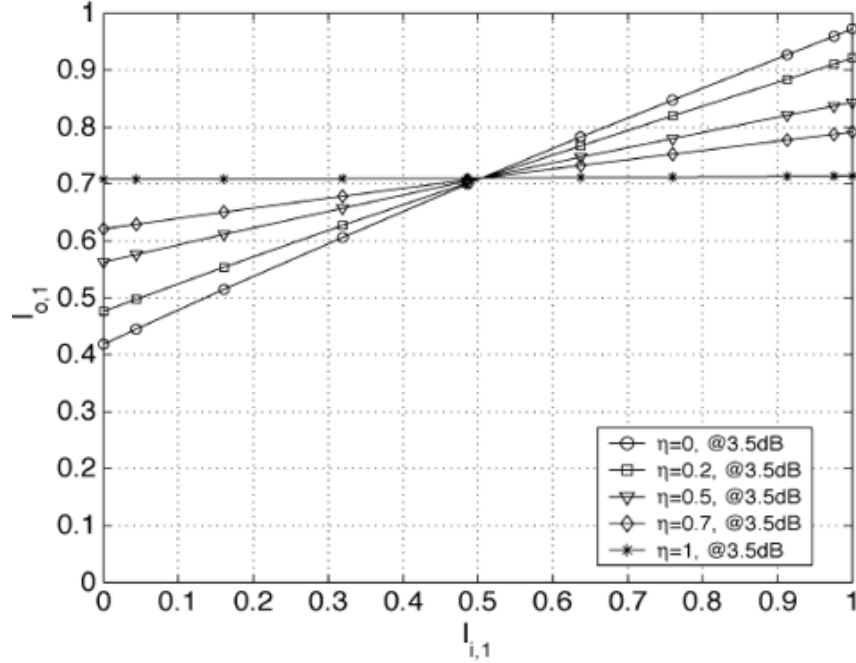
A un RSB suffisamment élevé, si la séquence décodée \hat{c} est différente de celle émise c , il est très probable que la distance de Hamming entre ces deux séquences soit égale à la distance minimum du code correcteur d'erreur $d_f(C)$. Avec un large entrelaceur, l'hypothèse que chacun de ces bits erronés soit envoyé sur des symboles x_k différents est assez vraisemblable. Par conséquent, [65] propose un mappeur appelé Maximum Squared Euclidean Weight (MSEW) qui maximise la distance Euclidienne entre les symboles qui diffèrent d'un seul bit (voir figure 2.8).

De surcroît, pour assurer théoriquement la convergence du décodage itératif, il faut que la fonction EXIT chart du démappeur complète au mieux à celle du décodeur afin de permettre l'amplification de l'information au cours des itérations successives. Ainsi, [65] propose, pour des mots de N symboles d'un émetteur, d'utiliser alternativement deux mappeurs suivant les positions des symboles tels qu'une proportion $\eta = N_d/N$ des symboles soit mappée avec le Gray mapping, alors que les autres symboles sont mappés avec le MSEW mapping. L'allure de la fonction EXIT du mappeur global change en fonction de η comme le montre la Figure 2.9 où $I_{i,1}$ (resp. $I_{o,1}$) représente l'information mutuelle entre l'information extrinsèque et les bits codés à l'entrée (resp. à la sortie) du démappeur respectivement sur le canal Gaussien à un RSB = 3.5 dB. Il suffirait alors, dans la conception du système de communication, de fixer le taux η pour que la fonction EXIT du mappeur global corresponde au mieux à celle du décodeur comme évoqué précédemment.

2.3 Les constellations tournées

2.3.1 Principe de fonctionnement

Les techniques de diversité évoquées dans la sous-section 1.1.2 ne sont qu'une forme de codage par répétition. [66, 67–69] proposent une autre forme de codage plus sophistiquée dite diversité de modulation (Signal Space Diversity (SSD)) qui permet d'augmenter la diversité de façon inhérente.

FIGURE 2.9 – EXIT chart du mapping global en fonction de η pour une 8-PSK [65].

Cette diversité permet donc un gain de codage sur les canaux à évanouissements sélectifs et ainsi un gain en performance et ce, sans compromettre l'efficacité spectrale et énergétique du système de communication. Pour ce faire, la première étape consiste en une simple rotation de la constellation classique notée \mathbb{S} par un angle de rotation. Les symboles de la constellation tournée sont donnés alors par :

$$x = \mathbf{R} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

où \mathbf{R} est la matrice de rotation :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

et $\theta \in [0, 2\pi[$ est un angle de rotation. La rotation seule ne permet pas un gain en diversité, il est en effet primordial de transmettre les composantes x_1 et x_2 d'un symbole tourné x sur deux canaux indépendants, par exemple pour exploiter la diversité fréquentielle sur un canal sélectif en fréquence, mais cette diversité ne pourrait pas être exploitée si les symboles n'étaient pas tournés avant émission. Pour mieux illustrer le principe de fonctionnement, considérons la constellation QPSK classique. Les symboles tournés correspondants sont donnés par :

$$x_A = \mathbf{R} \begin{bmatrix} a \\ a \end{bmatrix}, \quad x_B = \mathbf{R} \begin{bmatrix} -a \\ a \end{bmatrix}, \quad x_C = \mathbf{R} \begin{bmatrix} -a \\ -a \end{bmatrix}, \quad x_D = \mathbf{R} \begin{bmatrix} a \\ -a \end{bmatrix}.$$

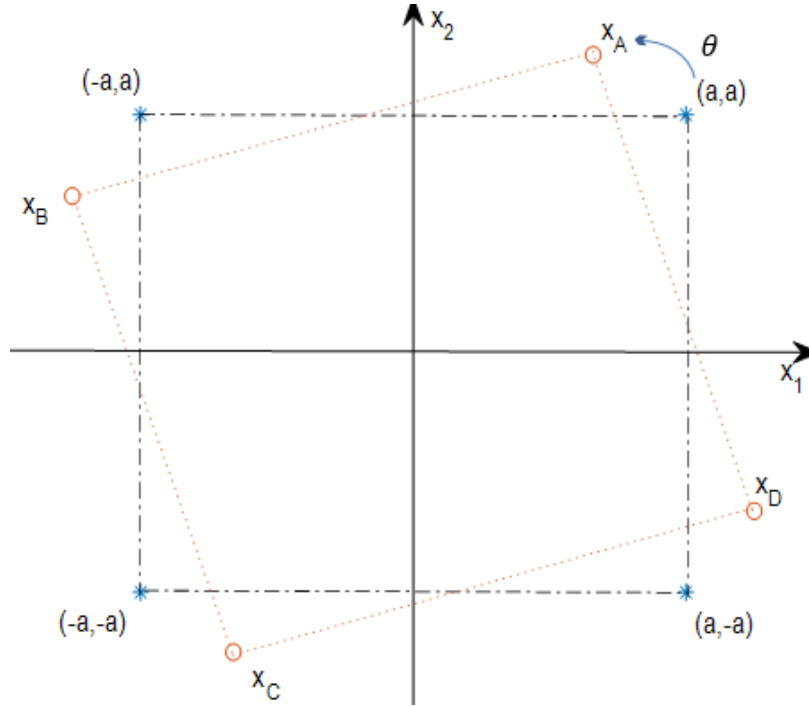


FIGURE 2.10 – Les constellations QPSK classique (en bleu) et tournée (en rouge).

Le signal reçu s'écrit :

$$r_i = h_i z_i + n_i, \quad i = 1, 2, \quad (2.19)$$

où z désigne le symbole émis, h_1 (resp. h_2) représente le coefficient d'évanouissement de la composante en phase z_1 (resp. en quadrature z_2) et n_i est un bruit Gaussien blanc de variance N_0 .

Contrairement à la constellation classique (non tournée), chaque symbole de la constellation tournée possède sa propre composante en phase et sa propre composante en quadrature (voir figure 2.10), distinctes des autres composantes de tous les autres points de la constellation. Si une de ces deux composantes est effacée par le canal, elle est perdue avec les constellations classiques, alors que le récepteur pourrait quand même retrouver toute l'information (en phase et en quadrature) avec les constellations tournées, puisque la seule composante reçue porte à la fois l'information en phase et en quadrature d'origine et permet d'identifier un symbole de la constellation classique.

Pour mieux appréhender la diversité de modulation, nous examinons dans la suite la probabilité d'erreur [64]. Sans perte de généralité, supposons que le symbole x_A soit émis ; la probabilité d'erreur peut être majorée avec la borne de l'union :

$$P_e \leq P\{x_A \rightarrow x_B\} + P\{x_A \rightarrow x_C\} + P\{x_A \rightarrow x_D\}. \quad (2.20)$$

La probabilité conditionnelle $P\{x_A \rightarrow x_B | h_1, h_2\}$ s'écrit :

$$P\{x_A \rightarrow x_B | h_1, h_2\} = Q\left(\sqrt{\frac{h_1^2(x_{A1} - x_{B1})^2 + h_2^2(x_{A2} - x_{B2})^2}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{RSB(h_1^2 d_1^2 + h_2^2 d_2^2)}{2}}\right), \quad (2.21)$$

où $RSB = a^2/N_0$ et :

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{a}(x_A - x_B) = \begin{bmatrix} 2\cos\theta \\ 2\sin\theta \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

En utilisant l'inégalité $Q(x) \leq \frac{1}{2}e^{-\frac{x^2}{2}}$ [63] et ensuite en faisant l'espérance par rapport à h_1 et h_2 en supposant que ces deux variables soient indépendantes et suivent la loi de Rayleigh avec variance unitaire, nous obtenons [64] :

$$P\{x_A \rightarrow x_B\} \leq \left(\frac{1}{1 + RSB(d_1^2/4)}\right) \left(\frac{1}{1 + RSB(d_2^2/4)}\right). \quad (2.23)$$

Pour $\theta \neq 0 \left[\frac{\pi}{4}\right]$ (afin que $d_1 \neq 0$ et $d_2 \neq 0$), nous pouvons réécrire (2.23) pour un RSB élevé :

$$P\{x_A \rightarrow x_B\} \leq \frac{16}{\delta_{AB}} RSB^{-2}, \quad (2.24)$$

où δ_{AB} est le produit distance entre x_A et x_B et s'écrit :

$$\delta_{AB} = (d_1 d_2)^2. \quad (2.25)$$

Similairement, nous pouvons obtenir $P\{x_A \rightarrow x_C\}$ et $P\{x_A \rightarrow x_D\}$. Nous pouvons finalement réécrire (2.20) :

$$P_e \leq \frac{48}{\min_{j=B,C,D} \delta_{Aj}} RSB^{-2}. \quad (2.26)$$

Il est donc clair que pour tout i et j , $\delta_{ij} > 0$ et la diversité obtenue par rotation est égale à 2. Plusieurs angles de rotation permettent d'obtenir une diversité égale 2. Dans la section suivante, nous examinons les critères proposés dans la littérature pour la sélection de cet angle de rotation.

2.3.2 Sélection de l'angle de rotation

L'angle de rotation conditionne les performances du système, il faut donc le choisir judicieusement [64, 67, 68, 70–76]. Dans la littérature, plusieurs sont les critères proposés à cette fin. D'abord, l'équation (2.26) suggère que l'angle optimal est celui qui maximise le produit distance minimum

QPSK	16-QAM	64-QAM	256-QAM
29 °	16.8 °	8.6 °	3.3 °

TABLE 2.1 – Les valeurs des angles de rotation pour la norme DVB-T2.

entre les symboles de la constellation tournée χ :

$$\theta = \underset{\alpha}{argmax} \left[\min_{x,y \in \chi} \prod_{i=1}^2 |x_i - y_i| \right]. \quad (2.27)$$

Indépendamment de la taille de la constellation, ce critère conduit aux angles du nombre d'Or [67] :

$$\theta_1 = atan\left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right). \quad (2.28)$$

Le nombre élevé de voisins à produit distance minimale appelé « kissing number » peut rendre le choix de θ_1 sous-optimal. Un critère alternatif consiste plutôt à étudier la probabilité d'erreur symbole moyenne [71, 72] :

$$Ps(\theta_i) \leq \frac{1}{|\chi|} \sum_{x \in \chi} P(x) \sum_{\hat{x} \neq x \in \chi} P(x \rightarrow \hat{x}), \quad (2.29)$$

où $|\chi|$ est la taille de la constellation ; $P(x \rightarrow \hat{x})$ peut être majorée dans l'expression suivante qui généralise (2.23) (voir annexe A) :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \prod_{i=1}^2 \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}}. \quad (2.30)$$

En minimisant (2.29) par un algorithme de descente de gradient, [71] propose alors quelques angles de rotation pour les constellations QPSK, 8-PSK et 16-QAM sur un canal de Rayleigh.

De surcroît, d'autres critères ont été considérés dans la littérature tels que la distance Euclidienne au carré minimale entre les composantes des symboles tournés, la distance de Hamming moyenne entre les symboles voisins en termes de produit de distance, la maximisation de la capacité BICM et la capacité des modulations codées [73–76].

En outre, des angles de rotation ont été proposés également pour donner les meilleures performances sur un canal de Rice et de Nakagami et pour un système BICM-ID [77–80].

Finalement, la norme DVB-T2 préconise l'utilisation d'un angle de rotation pour chaque taille de constellation [81, 82]. Ils sont résumés dans la Table 2.1.

Il n'y a donc pas d'angle de rotation optimum dans toutes les cas de figures car ceux-ci dépendent de la modulation, du canal et du schéma de codage, mais il faut retenir qu'il faut en général faire

des simulations préalables qui permettent d'éviter certains angles moins favorables alors que de nombreux angles de rotation permettent des performances assez proches.

2.3.3 Complexité de démodulation

Le processus de démappage souple consiste à calculer les logarithmes de rapport de vraisemblance pour chaque bit :

$$\begin{aligned}
 \Lambda(l^i(x)) &= \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} p(r|x, h) \right) - \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} p(r|x, h) \right) \\
 &= \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} \exp \left\{ - \left(\frac{|r_1 - h_1 x_1|^2}{\sigma^2} + \frac{|r_2 - h_2 x_2|^2}{\sigma^2} \right) \right\} \right) \\
 &\quad - \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} \exp \left\{ - \left(\frac{|r_1 - h_1 x_1|^2}{\sigma^2} + \frac{|r_2 - h_2 x_2|^2}{\sigma^2} \right) \right\} \right), \tag{2.31}
 \end{aligned}$$

où $l^i(x)$ représente le i -ème bit du symbole x , h est le vecteur canal (h_1, h_2) , σ^2 dénote la variance de bruit par dimension, \mathcal{X}_b^i désigne l'ensemble des symboles de la constellation tournée dont le i -ième bit est égal à b avec $b = 0$ ou $b = 1$ et x_1 (resp. x_2) désigne la composante en phase (resp. en quadrature) du symbole x .

Une solution de démappage souple avec une perte négligeable [82] souvent utilisée dans la pratique est obtenue avec l'approximation Max-Log, s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \Lambda(l^i(x)) &= \frac{1}{\sigma^2} \min_{x \in \mathcal{X}_1^i} \{ |r_1 - h_1 x_1|^2 + |r_2 - h_2 x_2|^2 \} \\
 &\quad - \frac{1}{\sigma^2} \min_{x \in \mathcal{X}_0^i} \{ |r_1 - h_1 x_1|^2 + |r_2 - h_2 x_2|^2 \}. \tag{2.32}
 \end{aligned}$$

Vu que les modulations tournées rompent l'indépendance entre les composantes I et Q, les deux composantes doivent être considérées ensemble pour le calcul de $\Lambda(l^i(x))$ pour chaque bit transmis b_i avec $i = 0, 1, \dots, \log_2 M$, où M est la taille de la constellation. Par conséquent, le calcul du LLR exact (2.31) ou obtenu avec l'approximation max-log (2.32) nécessite d'explorer tous les symboles de la constellation. Pour des constellations de valence élevée telles que 64-QAM ou 256-QAM, de tels démappeurs ont donc une complexité de calcul élevée qui a un impact non négligeable sur la conception du récepteur [84].

Afin de réduire cette complexité de calcul, l'utilisation de démappeurs sous-optimaux basés sur

l'approximation Max-Log est généralement privilégiée dans la pratique. De plus, dans la littérature, des méthodes de décorrélation telles que le Zero-Forcing (ZF) et Minimum Mean Square Error (MMSE) sont proposées [83] ; les atténuations de canal, ainsi que la matrice de la rotation, sont alors traitées par le récepteur comme la réponse d'un canal MIMO à 2 entrées et 2 sorties. Dès lors, avec une égalisation classique, on peut séparer les deux composantes et le démapping des symboles « égalisés » peut donc se faire d'une façon traditionnelle avec une complexité en $O(\log_2(M))$. Néanmoins, l'élévation du niveau de bruit et la perte en performance quand la matrice de réponse de canal est singulière rendent ces méthodes de démapping « unidimensionnelles » fortement sous-optimales et mal adaptées aux modulations tournées.

Pour remédier à cette perte de performance, nous allons à présent résumer l'apport de plusieurs démappeurs bidimensionnels proposés dans la littérature [85–89]. Ces méthodes permettent de meilleures performances que les démappeurs unidimensionnels mais avec une complexité plus élevée.

[85] propose de décomposer l'espace de la constellation QAM en 4 sous-régions selon le signe de la partie réelle et imaginaire du symbole égalisé. Le démapping souple est alors effectué dans une de ces régions. Bien que cette méthode réduit la complexité pour une M -QAM et permet de meilleures performances que [83], la complexité de démapping reste toujours élevée de l'ordre de $O(M)$.

En outre, les auteurs de [86] proposent de diviser la constellation en $2\sqrt{M}$ sous-régions pour les composantes I et Q respectivement, et de sélectionner deux sous-régions pour chaque bit selon le symbole égalisé. Cette méthode est plus simple que [85]. Néanmoins, à cause de la faible dépendance parmi les bits d'un symbole QAM, le nombre total des points de la constellation nécessaire pour le démapping des bits d'un symbole est approximativement égale à $\sqrt{M} ((\log_2 M) / 2)$, ce qui rend la complexité de cette technique finalement comparable à celle proposée dans [85].

De surcroît, [87] propose de séparer l'espace de la constellation en 16 sous-quadrants indépendants. Pour chacun de ces sous-quadrants, [87] construit un histogramme des points de la constellation participant au calcul du Max-Log LLR. Dès lors, 16 histogrammes sont utilisés pour le démapping où la complexité associée et le nombre total des points de la constellation impliqué dans la procédure de démapping souple dépendent du RSB.

Finalement, [88, 89] proposent une méthode pour sélectionner $2\sqrt{M}$ points de la constellation. Les valeurs des LLRs pour les bits d'un symbole sont calculés avec ces points déjà sélectionnés. Cette méthode permet, avec une complexité réduite, d'atteindre les mêmes performances que l'algorithme

Max-Log.

2.4 Conclusion

L'ordre de diversité du système de communication, sur les canaux à évanouissements, est un paramètre de performance d'importance considérable. Bien que les modulations codées permettent des gains substantiels en performance sur le canal Gaussien grâce à la maximisation de la distance Euclidienne entre mots codés, elles deviennent, en général, obsolètes sur les canaux à évanouissements vu que c'est la diversité et non pas la distance Euclidienne qui influence le plus les performances du système. Avec le modèle BICM, la diversité du code a été nettement améliorée par rapport aux modulations codées, ce qui le rend très attractif pour les normes de communication sans fils.

Finalement, il est possible d'augmenter la diversité sans sacrifier ni l'efficacité énergétique ni celle spectrale du système en utilisant les constellations tournées. En effet, nous avons montré que la rotation de la constellation et l'émission des composantes en phase et en quadrature des symboles tournés sur des canaux indépendants permettent de bénéficier de diversité. Ce gain en performance se fait au détriment d'une complexité plus élevée du côté du récepteur. Cette complexité provient du fait qu'il faut considérer l'ensemble des points d'une constellation complexe à deux dimensions, alors que les composantes en phase et en quadrature peuvent être traitées séparément dans le cas d'un demappeur d'une constellation QAM non tournée classique. Plusieurs algorithmes ont été proposés dans la littérature pour simplifier le demapping. Toutefois, hormis la norme DVB-T2, la complexité de démodulation de ces signaux continue de constituer un frein pour une adoption plus large de cette technique par les normes de communication sans fil.

Le fil directeur au cours des chapitres suivants sera celui des constellations tournées où nous apporterons plusieurs contributions en commençant par la complexité de démodulation dans le chapitre 3.

Chapitre 3

La constellation tournée et uniformément distribuée

Sommaire

3.1	Modèle du système	45
3.2	Propriétés de la constellation tournée obtenue avec l'angle $\alpha = \arctan(1/N)$	48
3.3	Démodulation souple pour la constellation UP-RCQD M-QAM	51
3.3.1	Calcul des LLRs dans le domaine des entiers	52
3.3.2	Détermination de l'optimum global	53
3.3.3	Les points complémentaires	54
3.3.3.1	La recherche des points complémentaires sur les canaux à évanouissements	54
3.3.3.2	La recherche des points complémentaires sur les canaux à effacements	55
3.3.4	L'algorithme de démodulation souple proposé	58
3.3.5	Analyse de complexité de l'algorithme proposé	59
3.4	Résultats numériques	60
3.4.1	Les performances des constellations UP-RCQD M -QAM	61
3.4.2	Comparaison de l'algorithme proposé avec d'autres demappers	68
3.5	Conclusion	72

La norme DVB-T2 est la première à utiliser les constellations M -QAM tournées dont les performances théoriques sont meilleures que celles des constellations M -QAM conventionnelles sur des canaux à évanouissements. Toutefois, comme évoqué précédemment, leur complexité de démodulation

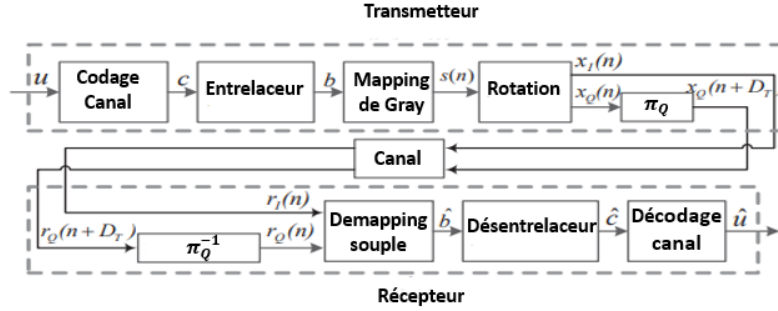


FIGURE 3.1 – Le système BICM avec les constellations tournées.

constitue un frein pour une diffusion plus large de cette technique. En effet, pour des constellations de valence élevée, les démappeurs bidimensionnels proposés dans la littérature ont une complexité de calcul élevée qui a un impact non négligeable sur la conception du récepteur.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une série d'angles de rotation particulière avec des propriétés structurales intéressantes. En s'appuyant sur ces dernières, nous allons développer un démappeur à faible complexité dédié à ces angles.

Ce chapitre est organisé comme suit. Tout d'abord, la première section introduit le modèle du système de communication BICM avec les constellations tournées. Ensuite, les propriétés structurales de la série d'angles $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$, sont présentées sans la deuxième section. La section qui suit détaille la solution de démodulation souple proposée sur un canal à évanouissement avec ou sans effacements. Les performances des angles $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$ et celles du démappeur proposé sont données dans la quatrième section, ce qui nous permet de tirer des conclusions à la fin de ce chapitre.

3.1 Modèle du système

La Fig. 3.1 présente le modèle du système. Nous considérons les constellations M -QAM où $N = \sqrt{M}$ est une puissance de 2. Chaque groupe de bits d'information u est transformé en un mot de code c avec un code correcteur d'erreur. Ensuite le mot de code c est entrelacé afin que les bits consécutifs du mot de code c soient transmis émis sur des canaux indépendants.

Après l'entrelacement au niveau bit, chaque groupe de $\log_2 M$ bits consécutifs est transformé, avec le mapping de Gray, en un symbole complexe de la constellation M -QAM :

$$s(n) = s_I(n) + js_Q(n), \quad (3.1)$$

où $s_I(n)$ et $s_Q(n)$ sont les composantes en phase et en quadrature du symbole $s(n)$ à l'instant n ; ces deux composantes s'écrivent :

$$s_I(n) = 2p_I - N + 1, \quad (3.2)$$

$$s_Q(n) = 2p_Q - N + 1, \quad (3.3)$$

où p_I et p_Q prennent des valeurs entières dans l'ensemble $A_c = \{0, 1, \dots, N - 1\}$. On peut noter que conformément au mapping de Gray défini dans DVB-T2 [82], la composante $s_I(n)$ (ou p_I) est déterminée par les bits d'indices pairs, alors que la $s_Q(n)$ (ou p_Q) est déterminée par les bits d'indices impairs.

Comme évoqué précédemment, la première étape pour générer des symboles tournés (Rotated and Cyclic Q-Delayed (RCQD)) est de corréliser les composantes $s_I(n)$ et $s_Q(n)$ à travers la multiplication de $s(n)$ par un angle de rotation proprement sélectionné $\exp(j\alpha)$:

$$\begin{aligned} x(n) &= x_I(n) + jx_Q(n) = s(n) \exp(j\alpha) \\ &= (s_I(n) \cos \alpha - s_Q(n) \sin \alpha) + j(s_I(n) \sin \alpha + s_Q(n) \cos \alpha). \end{aligned} \quad (3.4)$$

La deuxième étape consiste à différer cycliquement la composante $x_Q(n)$, afin que les composantes $x_I(n)$ et $x_Q(n)$ du symbole tourné $x(n)$ soient émis sur deux canaux indépendants, comme suit :

$$z(n) = \beta (x_I(n) + jx_Q(n + D_T)), \quad (3.5)$$

$$z(n - D_T) = \beta (x_I(n - D_T) + jx_Q(n)), \quad (3.6)$$

où β est un facteur de normalisation qui dépend de la taille de la constellation QAM (e.g. $\beta = 1/\sqrt{170}$ pour la constellation 256-QAM) et D_T est un entier.

Par ailleurs, les systèmes de radiodiffusion terrestres utilisent généralement la modulation OFDM [82] ; le symbole reçu $y(n)$ sur une sous-porteuse OFDM s'écrit :

$$y(n) = H(n) z(n) + w(n), \quad (3.7)$$

où $H(n)$ est l'atténuation complexe du canal, supposée connue du récepteur, dont le module $|H(n)|$ suit une distribution de Rayleigh de variance unitaire et $w(n)$ est un bruit blanc additif Gaussien de variance σ^2 supposée également connue du récepteur. Les observations sur les composantes I et Q ($x_I(n)$ et $x_Q(n)$) du symbole $x(n)$, peuvent être extraites, à partir des deux symboles reçus $y(n)$

et $y(n - D_T)$ respectivement, comme suit :

$$\begin{aligned}
 r_I(n) &= \Re \left\{ y(n) e^{-j \arg\{H(n)\}} \right\} \\
 &= \beta \Re \left\{ H(n) e^{-j \arg\{H(n)\}} (x_I(n) + j x_Q(n + D_T)) \right\} + v_I(n) \\
 &= \beta h_I(n) x_I(n) + v_I(n),
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\begin{aligned}
 r_Q(n) &= \Im \left\{ y(n - D_T) e^{-j \arg\{H(n - D_T)\}} \right\} \\
 &= \beta \Im \left\{ H(n - D_T) e^{-j \arg\{H(n - D_T)\}} (x_I(n - D_T) + j x_Q(n)) \right\} \\
 &\quad + v_Q(n) \\
 &= \beta h_Q(n) x_Q(n) + v_Q(n),
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

où $r_I(n)$ et $r_Q(n)$ sont les observations des composantes $x_I(n)$ et $x_Q(n)$. Les atténuations de canal $h_I(n)$ et $h_Q(n)$, et les termes de bruit $v_I(n)$ et $v_Q(n)$ sont donnés par :

$$h_I(n) = H(n) e^{-j \arg\{H(n)\}}, \tag{3.10}$$

$$h_Q(n) = H(n - D_T) e^{-j \arg\{H(n - D_T)\}}, \tag{3.11}$$

$$v_I(n) = \Re \left\{ w(n) e^{-j \arg\{H(n)\}} \right\}, \tag{3.12}$$

$$v_Q(n) = \Im \left\{ w(n - D_T) e^{-j \arg\{H(n - D_T)\}} \right\}. \tag{3.13}$$

Afin de simplifier les notations, nous renonçons dans la suite à l'indice (n) .

Par la suite, le récepteur calcule les LLRs des bits avec (2.31). Avec une perte négligeable en performance, le calcul des LLRs peut se faire également avec l'approximation Max-Log (2.32).

Dans le cas où une seule composante est reçue (l'autre composante est effacée), l'équation (2.31) se simplifie en :

$$\begin{aligned}
 \Lambda(l^i(x)) &= \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_0^i} \exp \left(-\frac{2|r_m - h_m x_m \beta|^2}{\sigma^2} \right) \right) \\
 &\quad - \log \left(\sum_{x \in \mathcal{X}_1^i} \exp \left(-\frac{2|r_m - h_m x_m \beta|^2}{\sigma^2} \right) \right),
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

où l'indice m désigne la composante (I ou Q) reçue.

Similairement à (2.32), le calcul du LLR avec l'approximation Max-Log en cas d'effacement s'écrit :

$$\begin{aligned} \Lambda(l^i(x)) &= \frac{2}{\sigma^2} \min_{x \in \mathcal{X}_1^i} \{|r_m - h_m x_m \beta|^2\} \\ &\quad - \frac{2}{\sigma^2} \min_{x \in \mathcal{X}_0^i} \{|r_m - h_m x_m \beta|^2\}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

De plus, quand les deux composantes (I et Q) d'un symbole sont effacées, les LLRs de tous les bits portés par le symbole valent 0.

Finalement, à partir des LLRs calculés et désentrelacés, le décodage canal est effectué afin d'estimer au mieux les bits d'information $\hat{\mathbf{u}}$.

3.2 Propriétés de la constellation tournée obtenue avec l'angle

$$\alpha = \arctan(1/N)$$

Les composantes x_I et x_Q (voir (3.4)) d'un symbole de la constellation M -QAM tournée avec l'angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$ peuvent être réécrites comme suit :

$$x_I = (Ns_I - s_Q) \sin \alpha, \quad (3.16)$$

$$x_Q = (Ns_Q + s_I) \sin \alpha. \quad (3.17)$$

Propriété 1 Avec l'angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$, les composantes I (resp. Q) des symboles tournés sont uniformément distribuées le long de l'axe I (resp. Q) avec une distance minimale constante $d_{1D, \min} = 2 \sin \alpha$ entre chaque couple de points consécutifs.

Preuve. À partir de (3.2)-(3.3) et (3.16)-(3.17), les deux composantes des symboles tournés peuvent être réécrites :

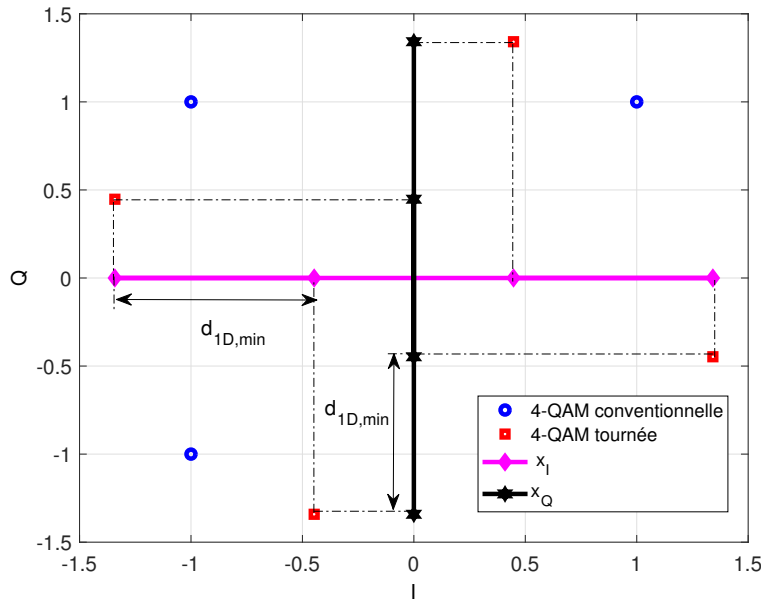
$$x_I = (2(Np_I + (-p_Q + N - 1)) - M + 1) \sin \alpha, \quad (3.18)$$

$$x_Q = (2(Np_Q + p_I) - M + 1) \sin \alpha. \quad (3.19)$$

Soient $x_1 = (x_{I,1}, x_{Q,1})$ et $x_2 = (x_{I,2}, x_{Q,2})$ deux symboles de la constellation tournée tels que $x_2 \neq x_1$ et x_2 est un voisin de x_1 ; en termes de distance entre leurs composantes en phase, (i.e., $|x_{I,2} - x_{I,1}|$), (3.18) devient :

$$|x_{I,1} - x_{I,2}| = 2|N(p_{I,1} - p_{I,2}) - (p_{Q,1} - p_{Q,2})| \sin \alpha. \quad (3.20)$$

Supposons que $|x_{I,2} - x_{I,1}| < 2 \sin \alpha$, selon (3.20) on obtient : $|N(p_{I,1} - p_{I,2}) - (p_{Q,2} - p_{Q,1})| < 1$;


 FIGURE 3.2 – La constellation 4-QAM tournée avec l’angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$.

cela implique que les couples d’indices entiers $(p_{I,1}, p_{Q,1}) = (p_{I,2}, p_{Q,2})$, ce qui est impossible puisque $x_2 \neq x_1$. De plus, supposons que $|x_{I,2} - x_{I,1}| > 2 \sin \alpha$ et soit x_3 un symbole tourné tel que $(p_{I,3}, p_{Q,3}) = (p_{I,1}, p_{Q,1} - 1)$ si $p_{Q,1} \neq 0$ ou $(p_{I,3}, p_{Q,3}) = (p_{I,1}, p_{Q,1} + 1)$ sinon. Selon (3.20) on obtient : $|x_{I,3} - x_{I,1}| = 2 \sin \alpha$; ce qui est impossible car x_2 est l’un des symboles le plus proche de x_1 en termes de distance $|x_{I,2} - x_{I,1}|$. Dès lors, sur l’axe des I, les voisins de tout symbole tourné sont à une distance minimale constante $d_{1D,min} = 2 \sin \alpha$. Similairement, la propriété 1 peut être prouvée pour les composantes en quadrature. CQFD. \square

La Fig. 3.2 illustre la propriété 1 pour la constellation 4-QAM. Par conséquent, les constellations tournées avec l’angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$ est appelée, dans la suite, les constellations tournées et uniformément distribuées (Uniformly Projected RCQD (UP-RCQD)).

Propriété 2 Pour la constellation UP-RCQD M -QAM, le couple d’indices (p_I, p_Q) peut être déterminé par une seule composante x_m du symbole tourné, où m est dans $\{I, Q\}$.

Preuve. Soient T_I et T_Q deux entiers définis comme suit :

$$T_I = \frac{x_I}{2 \sin \alpha} + \frac{(M-1)}{2} = N p_I + (-p_Q + (N-1)), \quad (3.21)$$

$$T_Q = \frac{x_Q}{2 \sin \alpha} + \frac{(M-1)}{2} = N p_Q + p_I. \quad (3.22)$$

L’équation (3.21) (resp. (3.22)) indique que p_I (resp. p_Q) est porté sur les $(\log_2 M)/2$ bits les plus significatifs de la représentation binaire de l’entier T_I (resp. T_Q), alors que p_Q (resp. p_I) est porté sur les $(\log_2 M)/2$ bits le moins significatifs de l’entier T_I (resp. T_Q). Donc, à partir de la valeur de

T_I , p_I et p_Q peuvent être obtenus comme suit :

$$\begin{cases} p_I = \left\lfloor \frac{T_I}{N} \right\rfloor, \\ p_Q = N - 1 - (T_I - Np_I), \end{cases} \quad (3.23)$$

où $\lfloor a \rfloor$ désigne la partie entière de a .

Similairement, p_I et p_Q peuvent être extraites de T_Q comme suit :

$$\begin{cases} p_Q = \left\lfloor \frac{T_Q}{N} \right\rfloor, \\ p_I = T_Q - Np_Q. \end{cases} \quad (3.24)$$

CQFD. □

Dans la pratique, toutes les multiplications et divisions par N s'effectuent par $(\log_2 M)/2$ décalages à droite ou à gauche. Dès lors, aucune opération de multiplication ou de division n'est nécessaire dans (3.23) et (3.24). Par ailleurs, étant donné que la relation entre les couples (T_I, T_Q) et (p_I, p_Q) est fixe pour une constellation donnée, la conversion mutuelle entre (T_I, T_Q) et (p_I, p_Q) peut s'effectuer à l'aide d'un tableau de consultation, ce qui permet de réduire la complexité.

Propriété 3 *Pour la constellation UP-RCQD M -QAM, tout ensemble de N valeurs consécutives de T_I (resp. T_Q) contient toutes les valeurs possibles de p_Q (resp. p_I).*

Preuve. T_I et T_Q prennent des valeurs entières ; donc les restes des divisions par tout groupe de N valeurs consécutives de T_I (resp. T_Q) par N sont $0, 1, \dots, N-1$ et pour chaque division, il y a une correspondance unique entre le reste de cette division et p_Q (resp. p_I) d'après (3.23) (resp. (3.24)).

CQFD. □

Cela est illustré par la Figure 3.3 dans le cas de la constellation UP-RCQD 16-QAM.

Ces 3 propriétés seront utilisées dans la démodulateur proposé à la section 3.3 suivante qui va exploiter la structure régulière de la constellation tournée et le fait de pouvoir travailler avec des couples d'entiers (T_I, T_Q) .

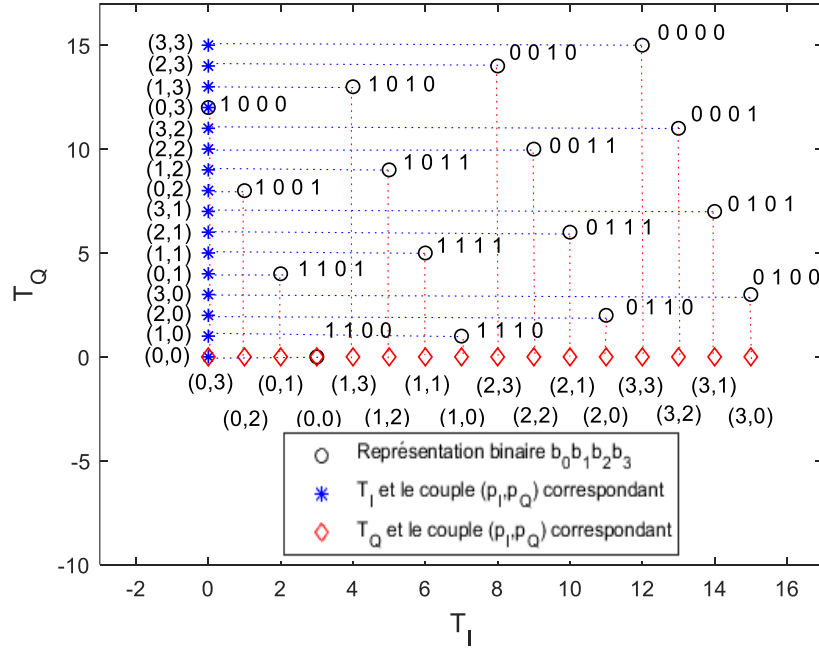


FIGURE 3.3 – (T_I, T_Q) et sa représentation binaire $(b_0 b_1 b_2 b_3)$ pour la constellation UP-RCQD 16-QAM.

3.3 Démodulation souple pour la constellation UP-RCQD M -QAM

Les composantes reçues r_m (non effacées) ($m \in \{I, Q\}$) peuvent être préalablement égalisées comme suit :

$$\begin{aligned}
 R_m &= \frac{r_m}{2\beta h_m \sin \alpha} + \frac{(M-1)}{2} \\
 &= \frac{x_m}{2 \sin \alpha} + \frac{(M-1)}{2} + \frac{v_m}{2\beta h_m \sin \alpha} \\
 &= T_m + \frac{v_m}{2\beta h_m \sin \alpha},
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

où T_m est donné par (3.21) ou (3.22).

Donc, d'après (3.8), (3.9) et (3.25), le terme $|r_m - h_m \beta x_m|^2$ peut être réécrit :

$$|r_m - h_m \beta x_m|^2 = (2\beta \sin \alpha)^2 |h_m (R_m - T_m)|^2, \tag{3.26}$$

où m est dans $\{I, Q\}$.

3.3.1 Calcul des LLRs dans le domaine des entiers

En tenant compte de (3.26), le calcul du LLR avec l'approximation Max-Log (2.32) devient :

$$\begin{aligned} \Lambda(l^i(x)) &= \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2} \min_{T \in \mathbf{T}_1^i} \{|h_I(R_I - T_I)|^2 + |h_Q(R_Q - T_Q)|^2\} \\ &\quad - \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2} \min_{T \in \mathbf{T}_0^i} \{|h_I(R_I - T_I)|^2 + |h_Q(R_Q - T_Q)|^2\}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

où \mathbf{T}_0^i (resp. \mathbf{T}_1^i) désigne l'ensemble des points de la constellation dont le i -ième bit vaut 0 (resp. 1).

Dans le cas où une seule composante est effacée, (3.27) s'écrit :

$$\begin{aligned} \Lambda(l^i(x)) &= \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2/2} \min_{T \in \mathbf{T}_1^i} \{|h_m(R_m - T_m)|^2\} \\ &\quad - \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2/2} \min_{T \in \mathbf{T}_0^i} \{|h_m(R_m - T_m)|^2\}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

où m désigne I ou Q selon la composante reçue.

Pour un canal à évanouissement sans effacement, le démodulateur Max-Log dans (3.27) requiert l'évaluation de $2 \log_2 M$ distances Euclidiennes minimales (i.e. $\min_{T \in \mathbf{T}_b^i} \{|h_I(R_I - T_I)|^2 + |h_Q(R_Q - T_Q)|^2\}$) pour calculer $\log_2 M$ valeurs de LLRs. Parmi ces distances Euclidiennes, la moitié (i.e. $\log_2 M$ distances) peuvent être trouvées une fois que le point qui maximise la vraisemblance (ML), noté $T_{opt} = (T_{I,opt}, T_{Q,opt})$, (i.e., le point le plus proche en termes de distance Euclidienne à l'observation reçue) est localisé. De surcroît, les autres $\log_2 M$ termes de distances dans (3.27) nécessitent la recherche des points de la constellation $T_{cplm}^i = (T_{I,cplm}^i, T_{Q,cplm}^i)$ les plus proches de l'optimum global T_{opt} dont le i -ième bit vaut le complémentaire du i -ième bit de l'optimum global. Dès lors, l'algorithme proposé comprend deux étapes : d'abord la localisation de l'optimum global et ensuite la recherche des points complémentaires. Enfin, le récepteur calcule les LLRs des bits comme suit :

$$\Lambda(l^i(x)) = \begin{cases} \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2} \left(d(T_{cplm}^i, R) - d(T_{opt}, R) \right), & l^i(T_{opt}) = 0, \\ \frac{(2\beta \sin \alpha)^2}{\sigma^2} \left(d(T_{opt}, R) - d(T_{cplm}^i, R) \right), & l^i(T_{opt}) = 1, \end{cases} \quad (3.29)$$

où $d(T_x, R)$ désigne la distance Euclidienne bidimensionnelle entre le point T_x (T_{opt} ou T_{cplm}^i) et l'observation échantillonnée R :

$$d(T_x, R) = |h_I(R_I - T_{I,x})|^2 + |h_Q(R_Q - T_{Q,x})|^2. \quad (3.30)$$

Pour un canal à effacements, le démappeur Max-Log (3.28) peut s'écrire :

$$\Lambda(l^i(x)) = \begin{cases} \frac{2(2\beta \sin\alpha)^2}{\sigma^2} \left(d(T_{cplm}^i, R_m) - d(T_{opt}, R_m) \right), & l^i(T_{opt}) = 0, \\ \frac{2(2\beta \sin\alpha)^2}{\sigma^2} \left(d(T_{opt}, R_m) - d(T_{cplm}^i, R_m) \right), & l^i(T_{opt}) = 1, \end{cases} \quad (3.31)$$

où m désigne la composante I ou Q selon l'observation reçue ; $d(T_{opt}, R_m)$ désigne la distance Euclidienne unidimensionnelle entre la composante m du point T_x (T_{opt} ou T_{cplm}^i) et l'observation égalisée R_m :

$$d(T_x, R_m) = |h_m(R_m - T_{m,x})|^2. \quad (3.32)$$

Pour simplifier les notations, dans le cas où une seule composante (I ou Q) est effacée, T_{opt} (resp. T_{cplm}^i) ne désigne pas un point bidimensionnel ; nous considérons plutôt que $T_{opt} = T_{m,opt}$ (resp. $T_{cplm}^i = T_{m,cplm}^i$), où m désigne la composante reçue.

3.3.2 Détermination de l'optimum global

Proposition *Pour la constellation UP-RCQD M-QAM, l'optimum local $T_{m,Loc\ opt}$, où m désigne la composante I ou Q (i.e. le point le plus proche de l'observation égalisée R_m), est obtenu en minimisant (3.26) comme suit :*

$$T_{m,Loc\ opt} = \begin{cases} 0, & \text{si } R_m \leq 0, \\ \text{round}(R_m), & \text{si } 0 \leq R_m < (M-1), \\ M-1, & \text{si } R_m \geq (M-1). \end{cases} \quad (3.33)$$

Cette proposition indique que chaque observation reçue R_m identifie un seul optimum local unidimensionnel ; dans le cas où $T_{I,Loc\ opt}$ et $T_{Q,Loc\ opt}$ donnés par (3.33) conduisent au même couple (p_I, p_Q) (voir (3.23)-(3.24)), alors ce couple est forcément l'optimum global car les deux distances Euclidiennes (3.26) sont minimisées (voir (3.27)). Toutefois, pour un faible rapport signal sur bruit, les deux optimums locaux $T_{I,Loc\ opt}$ et $T_{Q,Loc\ opt}$ peuvent conduire à deux couples (p_I, p_Q) distincts et l'optimum global qui minimise (3.27) peut ne pas être l'un de ces deux couples. Dans ce cas, nous proposons de chercher l'optimum global T_{opt} dans deux régions centrées autour des observations R_m (où m est dans $\{I, Q\}$) de rayon d ; ces régions s'écrivent :

$$\tilde{\mathbf{T}}_m = \begin{cases} \{0, \dots, 2d-1\}, & \text{si } R_m < d, \\ \{M-2d, \dots, M-1\}, & \text{si } R_m \geq M-d, \\ \{\lfloor R_m \rfloor - d + 1, \dots, \lfloor R_m \rfloor + d\}, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.34)$$

Chaque point T dans $\tilde{\mathbf{T}}_m$ détermine un couple (p_I, p_Q) et ce couple désigne un symbole unique de la constellation conventionnelle (non tournée) (s_I, s_Q) . $\tilde{\mathbf{T}}_m$ contient exactement $2d$ points. On peut noter que la probabilité de trouver le vrai optimum global T_{opt} parmi les $4d$ points des ensembles $\tilde{\mathbf{T}}_I$ et $\tilde{\mathbf{T}}_Q$ augmente avec le rayon d .

Par ailleurs, différemment du décodage sphérique [90], l'algorithme proposé utilise l'observation égalisée R_m plutôt que r_m . De surcroît, remarquons que le rayon d implique un nombre exact de points (cf. (3.34)) utilisés dans le calcul des LLRs, tandis qu'avec [90], on ne peut pas prédéterminer le nombre de points impliqués dans le demapping.

Finalement, il est à noter que dans le cas où une seule composante est effacée, l'optimum local $T_{m,Loc\ opt}$ est forcément l'optimum global T_{opt} (voir (3.26) et (3.28)).

3.3.3 Les points complémentaires

3.3.3.1 La recherche des points complémentaires sur les canaux à évanouissements

Selon la propriété 3, la région centrée sur l'optimum local $T_{I,Loc\ opt}$ (resp. $T_{Q,Loc\ opt}$) avec un rayon $d = N/2$ contient toutes les valeurs possibles de p_Q (resp. p_I). Donc, avec ce choix $\tilde{\mathbf{T}}_I$ et $\tilde{\mathbf{T}}_Q$ garantissent de trouver tous les points T_{cplm}^i complémentaires à $T_{I,Loc\ opt}$ ou $T_{Q,Loc\ opt}$.

Exemple : Pour la constellation UP-RCQD 16-QAM mappé avec le mapping de Gray, soit ($R_I = 4.4, R_Q = 9.3$) le couple d'observations reçues et égalisées.

En utilisant (3.33), on obtient ces deux optimums locaux : le point de composante en phase le plus proche $T_{I,Loc\ opt} = 4$ (cf. $(p_I, p_Q) = (1, 3)$) et le point de composante en quadrature le plus proche $T_{Q,Loc\ opt} = 9$ (cf. $(p_I, p_Q) = (1, 2)$) (voir Figure 3.4). Les deux régions centrées sur les observations reçues avec un rayon $d = \frac{\sqrt{16}}{2} = 2$ sont $\tilde{T}_I = \{3, 4, 5, 6\}$ et $\tilde{T}_Q = \{8, 9, 10, 11\}$. La région \tilde{T}_I comprend les symboles $(p_I, p_Q) = (0, 0), (1, 3), (1, 2)$ et $(1, 1)$ et la région \tilde{T}_Q comprend les symboles $(p_I, p_Q) = (0, 2), (1, 2), (2, 2)$ et $(3, 2)$ (voir Figure 3.4). Nous pouvons remarquer que la région centrée sur R_I (resp. R_Q) contient toutes les valeurs possibles de p_Q (resp. p_I), garantissant ainsi de trouver tous les points complémentaires à $T_{I,Loc\ opt}$ (resp. $T_{Q,Loc\ opt}$).

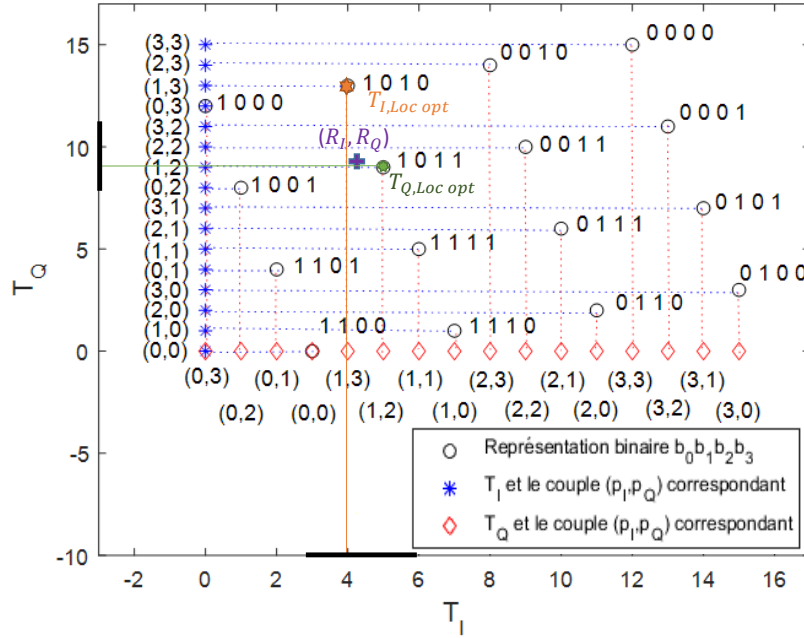


FIGURE 3.4 – Exemple de détermination des deux optimums locaux et des points complémentaires pour la UP-RCQD 16-QAM.

3.3.3.2 La recherche des points complémentaires sur les canaux à effacements

Pour un canal à évanouissements avec effacements, nous pouvons simplifier davantage le démodulateur pour la constellation UP-RCQD M -QAM mappée avec le mapping de Gray, sans aucune dégradation de performance par rapport au démodulateur Max-Log grâce aux deux propriétés suivantes.

Tout d'abord, soit \mathbf{T}_I (*resp.* \mathbf{T}_Q) l'ensemble de tous les composantes en phase T_I (*resp.* en quadrature T_Q) possibles : $\mathbf{T}_m = \{T_{m,0}, T_{m,1}, \dots, T_{m,M-1}\}$, où $T_{m,0} < T_{m,1} < \dots < T_{m,M-1}$ et m est dans $\{I, Q\}$.

Lemme 1 *Pour la constellation UP-RCQD M -QAM mappée avec le mapping de Gray, soient d_1 et d_2 deux entiers tels que $0 < d_1 < d_2 < M - 1$. Si $l^i(T_{m,d_1}) = l^i(T_{m,d_2}) = b$ où le bit b est dans $\{0, 1\}$ et l'indice i dans $\{0, 1, \dots, \log_2(M) - 1\}$, et si $l^i(T_{m,k}) = \bar{b}$ pour tout entier k entre $d_1 + 1$ et $d_2 - 1$, alors $d_2 - d_1$ est impair.*

Ce Lemme provient directement des symétries qui caractérisent le mapping de Gray (e.g. la Figure 3.3 illustre ce Lemme pour la constellation UP-RCQD 16-QAM et nous pouvons observer qu'à l'exception des bords $T_{m,0}$ and $T_{m,M-1}$ qui ne sont pas concernés par ce Lemme, la valeur de chaque bit est constante sur un nombre pair de points adjacents).

Propriété 4 *Pour la constellation UP-RCQD M -QAM mappée avec le mapping de Gray, soit T_m*

la seule composante reçue d'un symbole $T = (T_I, T_Q)$ dont le i -ième bit vaut b . Il n'y a qu'un seul symbole de la constellation à distance Euclidienne minimale de T_m dont le i -ième bit vaut \bar{b} .

Preuve. Supposons que la Propriété 4 soit fausse et qu'il y ait deux points unidimensionnels T_{m,c_1} et T_{m,c_2} à la même distance minimale de T_m dont le i -ième bit vaut \bar{b} , i.e. :

$$\begin{aligned} |T_m - T_{m,c_1}| &= |T_m - T_{m,c_2}| \\ &= \min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |T_m - T_{m,k}|. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Cela impliquerait qu'il y ait un nombre impair de points consécutifs avec le i -ième bit égal à b entre T_{m,c_1} et T_{m,c_2} ; donc, selon le Lemme 1, T_m ne peut être que $T_{m,0}$ ou $T_{m,M-1}$; dans ces deux cas T_m ne peut pas être situé entre T_{m,c_1} et T_{m,c_2} puisque T_m est un point de bord. CQFD. \square

Lemme 2 Soient a, b et c des nombres réels tel que $|a - b| \geq |b - c|$, alors :

$$|a - c| = \begin{cases} |a - b| + |b - c|, & \text{si } \min(a, c) \leq b \leq \max(a, c), \\ |a - b| - |b - c|, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.36)$$

Ce Lemme nous sera utile pour prouver la Propriété suivante.

Propriété 5 Soient, pour la constellation UP-RCQD M -QAM mappée avec le mapping de Gray, la seule composante reçue R_m et T_{opt} l'optimum global dont le i -ième bit vaut b .

Si $T_{m,cp2}^i$ est le point le plus proche de T_{opt} dont le i -ième bit vaut \bar{b} :

$$T_{m,cp2}^i = \underset{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}}{\operatorname{argmin}} |T_{opt} - T_{m,k}|, \quad (3.37)$$

et si T_{cplm}^i est le point le plus proche de R_m dont le i -ième bit vaut \bar{b} :

$$T_{cplm}^i = \underset{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}}{\operatorname{argmin}} |R_m - T_{m,k}|, \quad (3.38)$$

alors $T_{m,cp2}^i$ est égale à T_{cplm}^i .

Preuve. Soit $T_m^{i,\bar{b}} \in \mathbf{T}_m$ un symbole dont le i -ième bit vaut \bar{b} .

Si $R_m \leq 0$ ou $R_m \geq M - 1$, alors $\min(R_m, T_m^{i,\bar{b}}) \leq T_{opt} \leq \max(R_m, T_m^{i,\bar{b}})$, et en appliquant le Lemme 2, nous obtenons :

$$|R_m - T_m^{i,\bar{b}}| = |R_m - T_{opt}| + |T_{opt} - T_m^{i,\bar{b}}|, \quad (3.39)$$

ce qui implique que :

$$\begin{aligned} \min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |R_m - T_{m,k}| &= |R_m - T_{opt}| \\ &+ \min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |T_{opt} - T_{m,k}|. \end{aligned} \quad (3.40)$$

Par conséquent, $T_{m,cp2}^i = T_{cplm}^i$ pour $R_m \leq 0$ ou $R_m \geq M - 1$.

Si $0 < R_m < M - 1$, la distance entre R_m et $T_{m,cp2}^i$ peut être majorée, selon l'inégalité triangulaire, comme suit :

$$\begin{aligned} |R_m - T_{m,cp2}^i| &= |R_m - T_{opt} + T_{opt} - T_{m,cp2}^i| \\ &\leq |R_m - T_{opt}| + |T_{opt} - T_{m,cp2}^i| \\ &\leq 0.5 + \min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |T_{opt} - T_{m,k}|. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Considérons un autre point $T_m^{i,\bar{b}} \neq T_{m,cp2}^i$ dont le i -ième bit vaut \bar{b} ; la distance entre R_m et $T_m^{i,\bar{b}}$ peut être minorée comme suit :

$$\begin{aligned} |R_m - T_m^{i,\bar{b}}| &= |T_{opt} - T_m^{i,\bar{b}} + R_m - T_{opt}| \\ &\geq |T_{opt} - T_m^{i,\bar{b}}| - |R_m - T_{opt}| \\ &\geq \left(\min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |T_{opt} - T_{m,k}| + 1 \right) - 0.5, \end{aligned} \quad (3.42)$$

où la deuxième inégalité dans (3.42) provient de la Propriété 4.

À partir de (3.42) et ensuite de (3.41), nous obtenons l'inégalité suivante pour tout $T_m^{i,\bar{b}}$:

$$\begin{aligned} |R_m - T_m^{i,\bar{b}}| &\geq 0.5 + \min_{T_{m,k} \in \mathbf{T}_m | l^i(T_{m,k}) = \bar{b}} |T_{opt} - T_{m,k}| \\ &\geq |R_m - T_{m,cp2}^i|. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Par conséquent, en prenant le minimum dans le terme à gauche de l'équation (3.43), nous obtenons que $T_{cplm}^i = T_{m,cp2}^i$ pour $0 < R_m < M - 1$ (voir (3.38)). CQFD. \square

La propriété 5 énonce que tous les points complémentaires T_{cplm}^i les plus proches de l'observation reçue peuvent être déterminés par l'optimum global T_{opt} au lieu de l'observation égalisée R_m . Par conséquent, une fois que l'observation R_m est arrondie à T_{opt} , les points impliqués dans le calcul des LLRs sont fixés et il n'est donc pas nécessaire de faire des comparaisons de distances Euclidiennes, ce qui réduit significativement la complexité de calcul sur un canal à effacements.

Nous détaillons, à présent, une méthode pour trouver systématiquement les points complémen-

taires à T_{opt} .

Quand la composante en quadrature Q est effacée, la distance Euclidienne entre l'optimum global T_{opt} et un autre point T_I ($T_I \neq T_{opt}$) (voir (3.21)) est donnée par :

$$|T_{I,opt} - T_I| = |N(p_{I,opt} - p_I) - (p_{Q,opt} - p_Q)|. \quad (3.44)$$

Etant donné que les bits à indices impairs dépendent seulement de p_Q (voir la section 3.1), les points les plus proches T_I avec des bits complémentaires à $T_{I,opt}$ se trouvent parmi les $N/2$ points les plus proches à $T_{I,opt}$.

Pour trouver les points complémentaires pour les bits à indices pairs, nous devons trouver les $N/2$ "points" les plus proches de $p_{I,opt}$; selon (3.44), ces points ne sont pas des voisins de $T_{I,opt}$, nous devons donc assigner à chacun de ces p_I , un point en fixant p_Q ; nous fixons $p_Q = 0$ (resp. $p_Q = N - 1$) si $(p_{I,opt} - p_I) > 0$ (resp. $(p_{I,opt} - p_I) < 0$).

Similairement, quand la composante en phase I est effacée, la distance Euclidienne entre l'optimum global T_{opt} et un autre point T_Q ($T_Q \neq T_{opt}$) (voir (3.22)) est donnée par :

$$|T_{Q,opt} - T_Q| = |N(p_{Q,opt} - p_Q) - (p_{I,opt} - p_I)|. \quad (3.45)$$

Puisque les bits à indices pairs dépendent uniquement de p_I , les points les plus proches T_Q avec des bits complémentaires à $T_{Q,opt}$ se trouvent parmi les $N/2$ points les plus proches de $T_{Q,opt}$.

Afin de trouver les points complémentaires pour les bits à indices impairs, nous devons trouver les $N/2$ "points" les plus proches de $p_{Q,opt}$. Ces points ne sont pas des voisins de $T_{Q,opt}$, nous devons donc assigner à chacun de ces p_Q un point en fixant p_I ; nous fixons $p_I = 0$ (resp. $p_I = N - 1$) si $(p_{Q,opt} - p_Q) > 0$ (resp. $(p_{Q,opt} - p_Q) < 0$).

3.3.4 L'algorithme de démodulation souple proposé

En rassemblant les résultats des sections précédentes, l'algorithme de démodulation souple comprend quatre étapes :

- 1) Transformer les composantes reçues r_m en R_m par (3.25). Si une seule composante est effacée, R_m est mis à 0. Si les deux composantes (I/Q) sont effacées, les LLRs sont directement mis à 0.
- 2) Pour un canal à évanouissements sans effacement, trouver N points centrés sur R_I et N points centrés sur R_Q en utilisant (3.34) avec $d = N/2$, et chercher parmi ces $2N$ points, l'optimum global. Il est à noter que l'optimum global T_{opt} est obtenu directement si les deux optimums

locaux pointent sur le même couple (p_I, p_Q) . Par ailleurs, si une seule composante est reçue (dans le cas d'un canal à effacements), l'optimum global est localisé directement avec (3.33) et la distance Euclidienne entre l'optimum global et l'observation est calculée avec (3.32).

- 3) Dans le cas où les deux composantes sont reçues, tous les points avec des bits complémentaires à T_{opt} sont choisis parmi les $2N$ points précédemment sélectionnés pour lesquels la distance minimale est calculée avec (3.30). Dans le cas où une seule composante en phase est effacée, les N points complémentaires sont sélectionnés comme indiqué dans le paragraphe 3.3.3.2 ; Les distances Euclidiennes entre ces points complémentaires et l'observation égalisée sont ensuite calculées avec (3.32).
- 4) Une fois les distances Euclidiennes minimales obtenues pour T_{opt} dans la deuxième étape et pour les points complémentaires dans la troisième étape, le calcul du LLR est alors effectué pour tous les bits en utilisant (3.29) (resp. (3.31)) pour un canal à évanouissements sans effacement (resp. avec effacements).

3.3.5 Analyse de complexité de l'algorithme proposé

La complexité de l'algorithme proposé est évaluée en nombre de Points Candidats (PCs), Multiplications Réelles (MRs), Comparaisons Réelles (CRs), Inversions Réelles (IRs) et Sommations (additions ou soustractions) Réelles (SRs).

Pour un angle de rotation α , les composantes x_I et x_Q d'un symbole de la constellation M -QAM tournée sont obtenues avec (3.4). Cette opération nécessite 4 MRs and 2 SRs. Toutefois, quand l'angle de rotation vaut $\alpha = \arctan(1/N)$, les composantes x_I et x_Q sont obtenues avec (3.16) et (3.17). Hors, comme évoqué précédemment, les multiplications par N peuvent être implantées par $(\log_2 M)/2$ décalages à gauche. L'opération de rotation dans ce cas donc ne nécessite que 2 MRs et 2 SRs.

La complexité de démodulation du côté du récepteur, quand les deux composantes (I et Q) sont reçues est détaillée ci-dessous :

- À l'étape 1, $(1/2\beta h_m \sin \alpha)$ et $((M-1)/2)$ sont constants et ils n'ont donc pas besoin d'être recalculés pour chaque composante reçue ; par conséquent, la transformation (3.25) de r_I en R_I et r_Q en R_Q ne nécessite que 2 SRs, 2 MRs et 2 IRs.
- À l'étape 2, la sélection de deux régions requiert 4 CRs (voir (3.34)). Chaque terme $|h_I(R_I - T_I)|^2 + |h_Q(R_Q - T_Q)|^2$ nécessite 4 MRs et 3 SRs. Vu qu'il y a $2N$ distances à calculer, $8N$ MRs et $6N$ SRs sont globalement nécessaires. La recherche du point avec une distance minimale nécessite $(2N-1)$ CRs. Par conséquent, l'étape 2 demande un total de $8N$ MRs, $6N$ SRs et $(2N+3)$ CRs.

- À l'étape 3, $\log_2 M$ distances minimales sont requises pour les $\log_2 M$ bits complémentaires. Étant donné que chaque bit nécessite $(2N - 2)$ CRs, cette étape requiert un total de $(2N - 2) \log_2 M$ CRs.
- À l'étape 4, multiplier le terme $\left((2\beta \sin \alpha)^2 / \sigma^2\right)$ nécessite 1 MR. Il y a donc un total de $\log_2 M$ MRs et $\log_2 M$ SRs pour les $\log_2 M$ bits.

En conclusion, calculer les valeurs LLRs pour un symbole (3.29) nécessite $2N$ PCs, $(8N + \log_2 M + 2)$ MRs, $((2N - 2)(1 + \log_2 M) + 5)$ CRs, 2 IRs et $(6N + \log_2 M + 2)$ RSs.

Dans le cas où une seule composante est effacée, la complexité nécessaire pour la démodulation est détaillée ci-dessous :

- À l'étape 1, la transformation de r_m en R_m nécessite 1 SR, 1 MR et 1 IR.
- À l'étape 2, arrondir le terme R_m en $T_{m,opt}$ nécessite 2 CRs. Calculer la distance $|h_m(R_m - T_{m,opt})|^2$ implique 2 MRs et 1 SR. Par conséquent, 2 MRs, 1 SR et 2 CRs sont nécessaires pour cette étape.
- À l'étape 3, la sélection des deux régions ($N/2$ PCs dans chaque région) nécessite 4 CRs et $2N$ MRs et N SRs sont nécessaires afin de calculer N distances. Vu que $\log_2 M$ distances minimales sont requises pour les $\log_2 M$ bits complémentaires et puisque chacun d'entre eux a besoin de $(N/2 - 1)$ CRs, cette étape nécessite un total de $2N$ MRs, N SRs et $((N/2 - 1) \log_2 M + 4)$ CRs.
- À l'étape 4, multiplier le terme $\left(2(2\beta \sin \alpha)^2 / \sigma^2\right)$ demande 1 MR. Il y a donc un total de $\log_2 M$ MRs et $\log_2 M$ SRs pour les $\log_2 M$ bits.

En conclusion, calculer les $\log_2 M$ valeurs de LLRs pour un symbole (3.31) nécessite N PCs, $(2N + \log_2 M + 3)$ MRs, $((N/2 - 1) \log_2 M + 4)$ CRs, 1 RI et $(N + \log_2 M + 4)$ SRs.

Il est à noter que cet algorithme a été intégré dans un composant réel [91].

3.4 Résultats numériques

Cette section comprend deux parties. La première sous-section présente les performances des constellations UP-RCQD M -QAM en termes de capacité BICM et de TEB sur un canal à évanouissement de Rayleigh avec et sans effacements, tandis que la deuxième sous-section compare l'algorithme proposé à d'autres méthodes actuellement utilisées, telles que l'algorithme Max-Log [82], la technique MMSE [83], l'algorithme Sub-Region [85] et la méthode PD-DEM [86], en termes de performance en TEB et de complexité de calcul pour la constellation 256-QAM. Il est à noter que la constellation 256-QAM est la seule constellation tournée pour laquelle la norme DVB-T2 utilise le même angle de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$, ce qui nous permet de faire des comparaisons directes

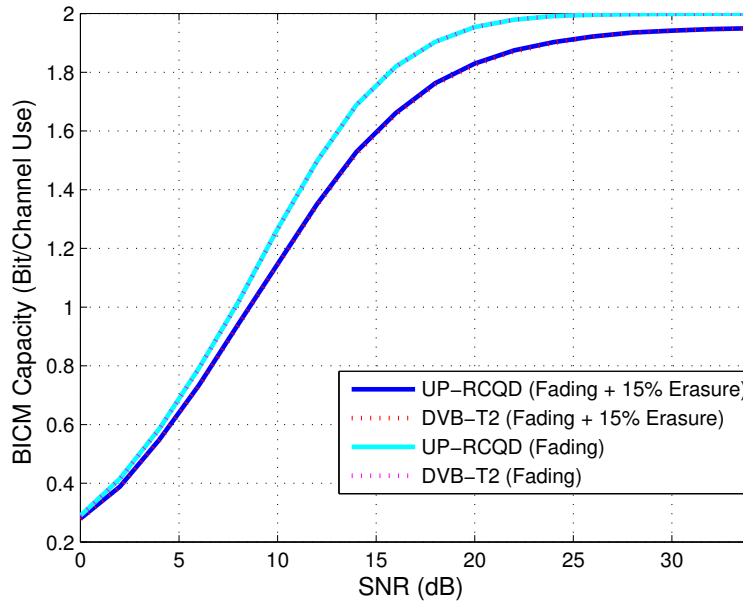


FIGURE 3.5 – Comparaison de la capacité BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK.

des performances et des complexités des algorithmes considérés.

Par ailleurs, dans nos simulations, la capacité BICM est évaluée à travers des simulations de Monte-Carlo et les courbes de TEB sont obtenus avec le code LDPC défini dans DVB-T2 [82] de longueur 64 800 bits pour plusieurs taux de codage et avec un décodeur min-sum effectuant 25 itérations.

3.4.1 Les performances des constellations UP-RCQD M -QAM

Les Figures 3.5, 3.8 et 3.11 comparent les capacités BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour les constellations QPSK, 16-QAM and 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec et sans effacements, tandis que les Figures 3.6, 3.9 et 3.12 (resp. les Figures 3.7, 3.10 et 3.13) comparent leurs performances en termes de TEB avec un taux de codage 4/5 sur un canal de Rayleigh sans effacement (resp. avec 15% d'effacement).

Nous pouvons tout d'abord observer que, pour toutes les constellations, les performances en termes de capacité BICM de l'UP-RCQD sont quasiment équivalentes à celles de l'angle utilisé par DVB-T2 sur un canal de Rayleigh sans effacement. Cela indique que des performances similaires en termes de TEB peuvent être obtenues avec les deux angles de rotation sur ce canal ; cela est illustré par les Figures 3.6, 3.9 et 3.12 (écarts inférieurs à 0.1 dB). En outre, ces figures montrent que le démodulateur proposé atteint quasiment les mêmes performances que l'algorithme Max-Log.

La capacité BICM de la solution UP-RCQD surpasse celle de l'angle utilisé par DVB-T2 pour toutes les constellations considérées sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement (voir les Figures

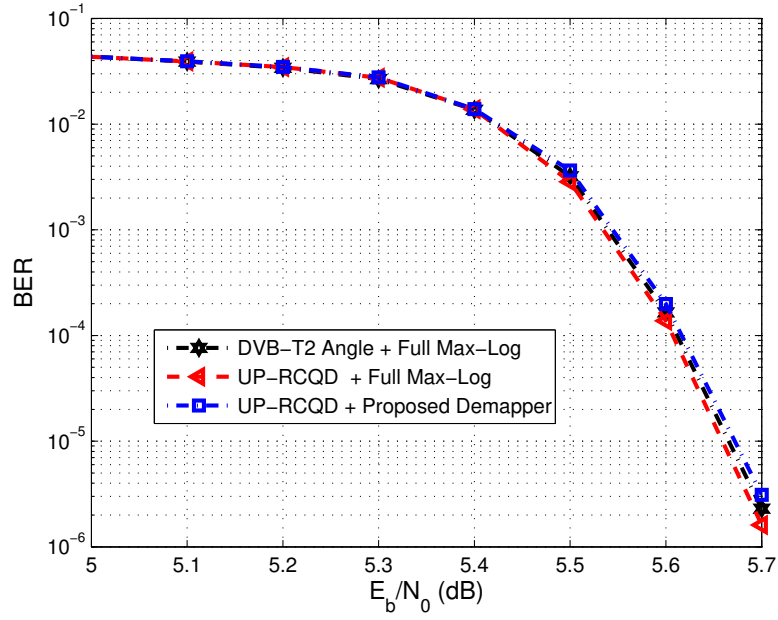


FIGURE 3.6 – Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh sans effacement.

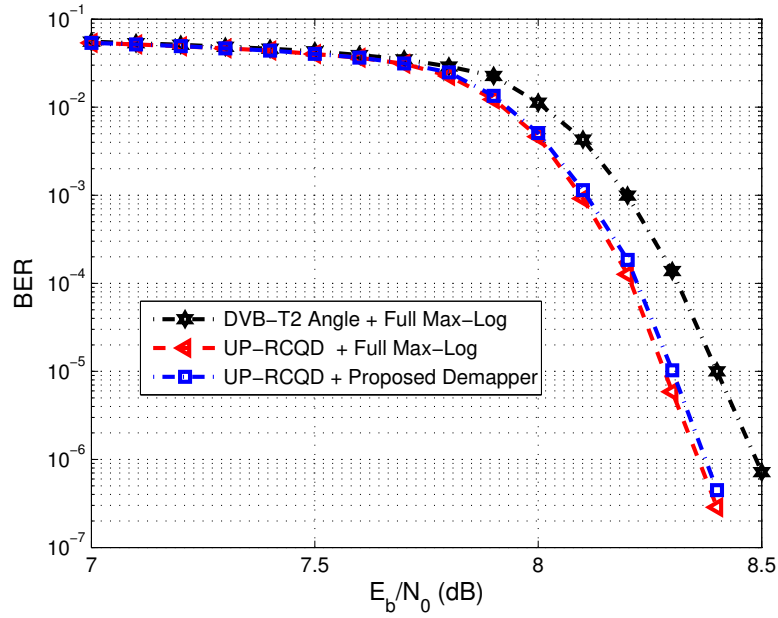


FIGURE 3.7 – Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

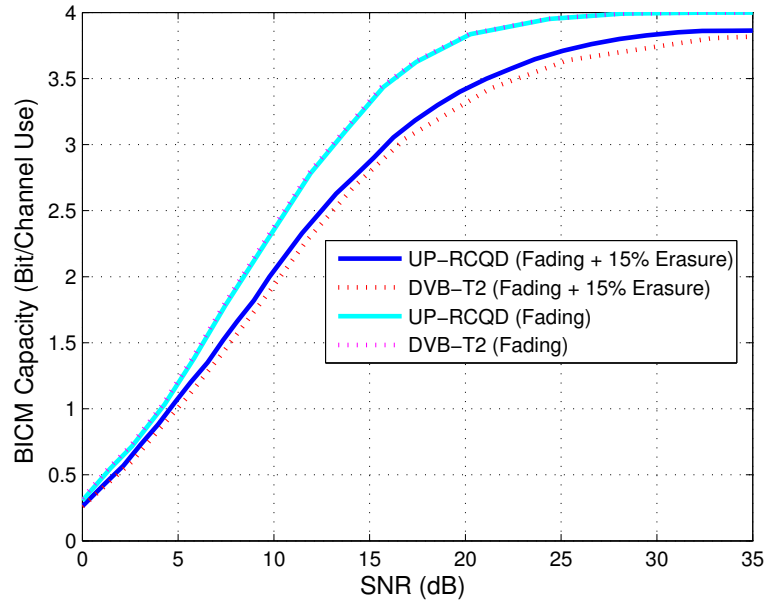


FIGURE 3.8 – Comparaison de la capacité BICM entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM.

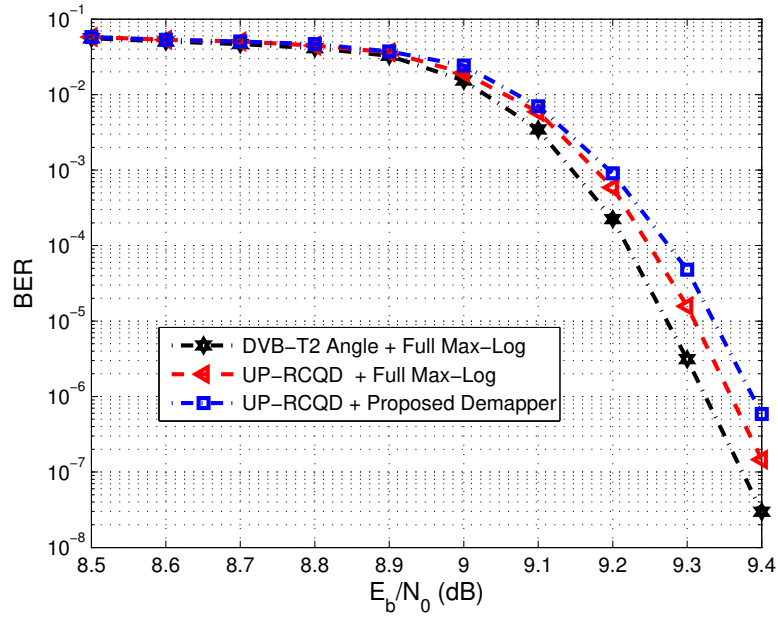


FIGURE 3.9 – Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.

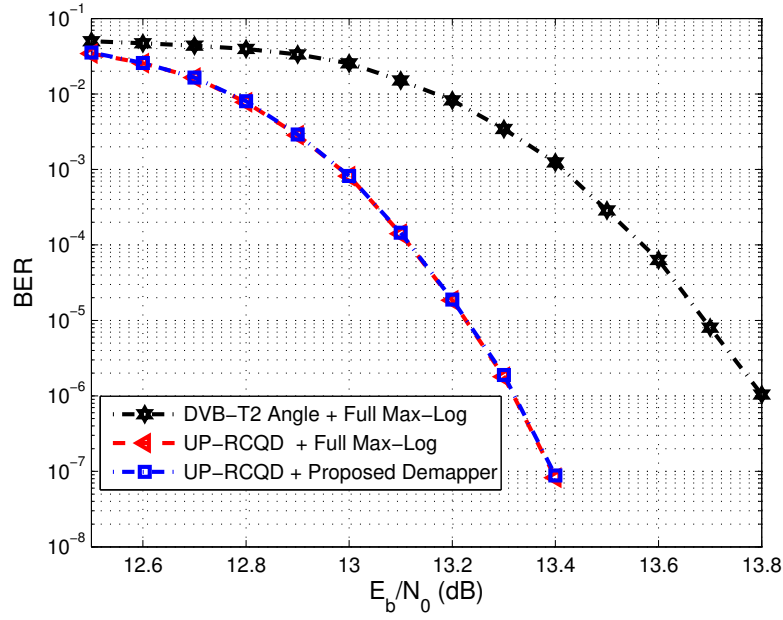


FIGURE 3.10 – Comparaison du TEB entre l’UP-RCQD et l’angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d’effacement.

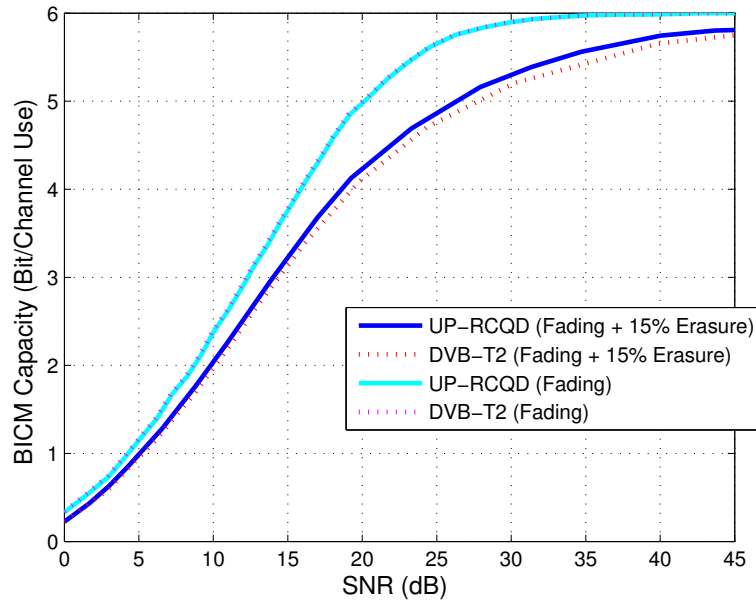


FIGURE 3.11 – Comparaison de la capacité BICM entre l’UP-RCQD et l’angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM.

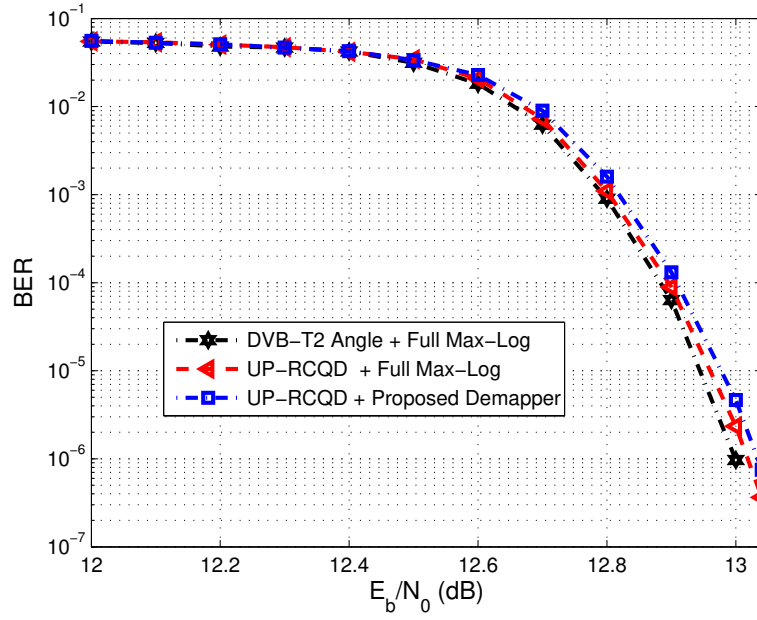


FIGURE 3.12 – Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.

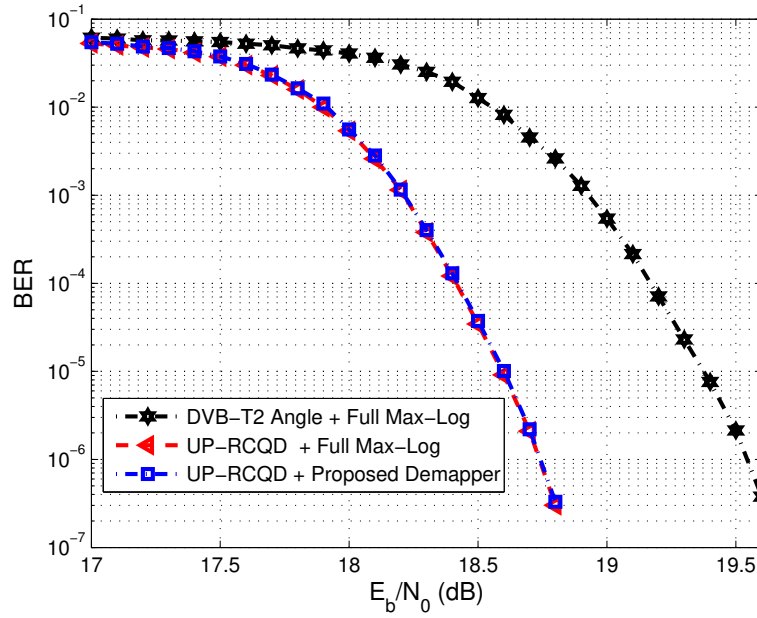


FIGURE 3.13 – Comparaison du TEB entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

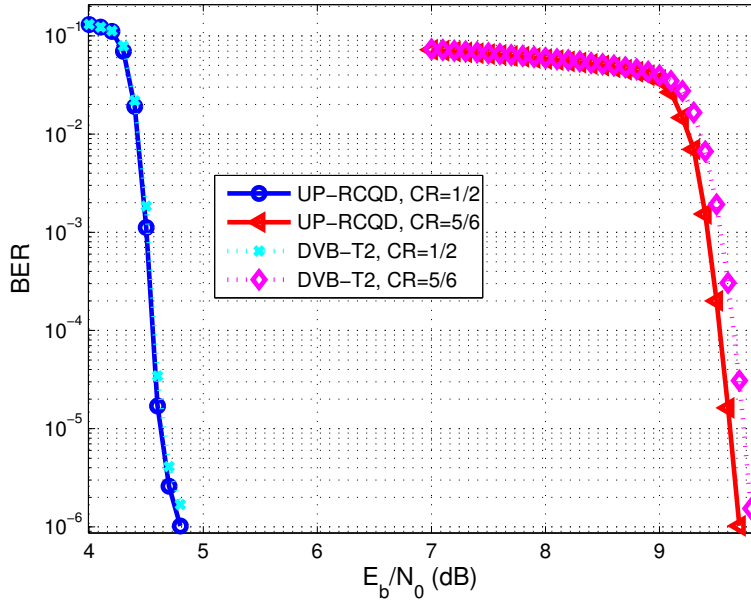


FIGURE 3.14 – Comparaison du TEB avec CR=1/2 et CR=5/6 entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation QPSK sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

3.5, 3.8 et 3.11). En cohérence avec ces résultats théoriques, les Figures 3.7, 3.10 et 3.13 montrent que l'angle $\alpha = \arctan(1/N)$ dépasse l'angle utilisé par DVB-T2 de 0.1 dB, 0.5 dB et 0.8 dB pour les constellations QPSK, 16-QAM et 64-QAM respectivement à $TEB = 10^{-6}$. Cet écart est encore plus élevé pour des taux d'effacement plus importants.

Il est à noter que le gain de codage dépend à la fois de la taille de la constellation et du taux de codage (Code Rate (CR)) ; les figures 3.14, 3.15 et 3.16 montrent les TEBs obtenus avec la solution UP-RCQD et les angles utilisés par DVB-T2 pour les taux de codage 1/2 et 5/6 sur un canal à évanouissement de Rayleigh avec 15% d'effacement pour les constellations QPSK, 16-QAM et 64-QAM respectivement. Les Figures 3.14, 3.15 et 3.16 montrent que la différence entre les gains de codage augmente avec la taille de la constellation ; pour CR=5/6 (courbes en rouge), cette différence avec la constellation QPSK est d'environ 0.15 dB à $TEB = 10^{-6}$, alors qu'elle est approximativement de 1.4 dB avec la constellation 64-QAM. De surcroît, le gain de codage augmente avec les taux de codage mesurés.

Enfin, il est à noter que le gain de codage par rapport aux angles utilisés par DVB-T2 sur un canal à effacements s'explique par le fait que les angles de rotation $\alpha = \arctan(1/N)$ maximisent la distance Euclidienne minimale entre les composantes (I et Q) des symboles tournés (voir Propriété 1).

La Figure 3.17 compare les performances obtenues avec l'angle $\alpha = \arctan(1/N)$ à celles obtenues

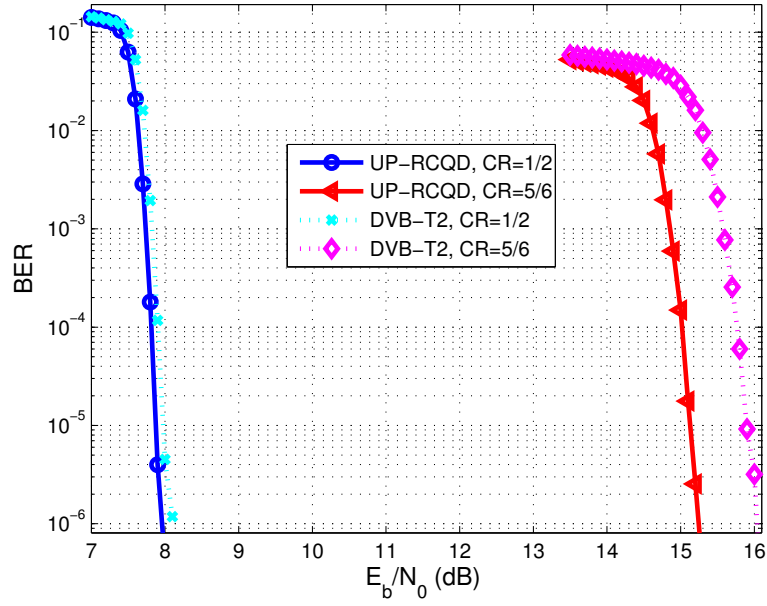


FIGURE 3.15 – Comparaison du TEB avec CR=1/2 et CR=5/6 entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 16-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

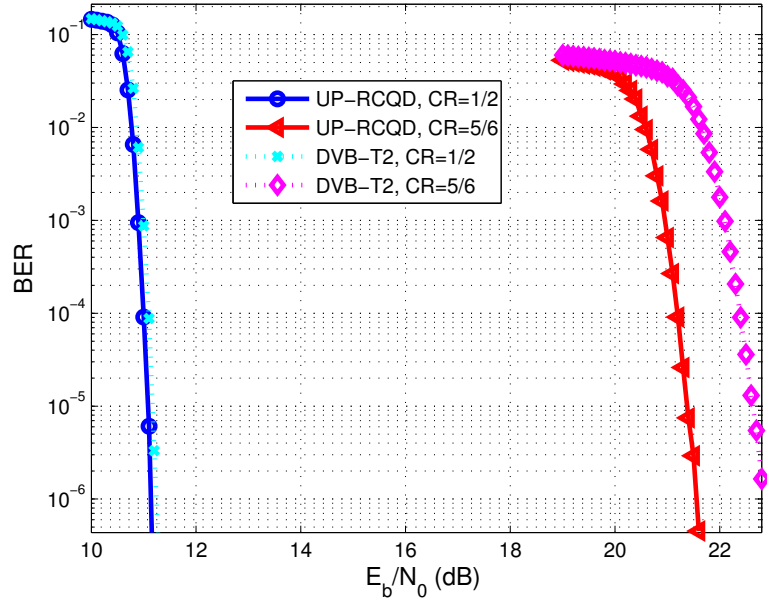


FIGURE 3.16 – Comparaison du TEB avec CR=1/2 et CR=5/6 entre l'UP-RCQD et l'angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

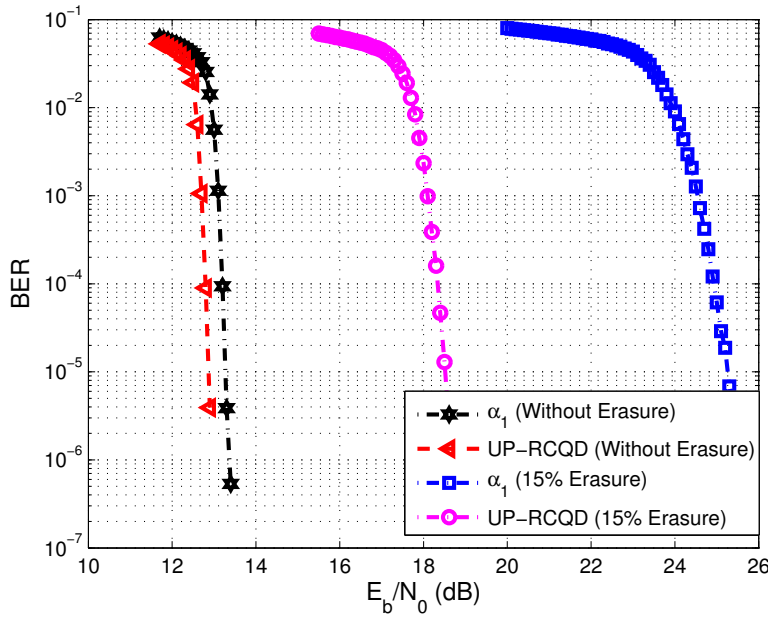


FIGURE 3.17 – Comparaison du TEB entre l’UP-RCQD et l’angle $\arctan((1 - \sqrt{5})/2)$ pour la constellation 64-QAM.

avec l’angle $\alpha_1 = \arctan((1 - \sqrt{5})/2)$ [67] pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec et sans effacements. Comme évoqué précédemment, α_1 est obtenu dans [67] en maximisant le produit distance minimale entre les symboles et il est souvent considéré comme étant asymptotiquement optimal pour les constellations tournées. Les performances obtenues avec la solution UP-RCQD surpassent celles obtenue avec l’angle α_1 de 0.4 dB (resp. 5.5 dB) sur un canal de Rayleigh sans effacement (resp. avec 15% d’effacement).

Enfin, pour un taux d’effacement plus faible, le gain en TEB de l’UP-RCQD est compris entre celui obtenu sur un canal de Rayleigh sans effacement et avec 15% d’effacement ; par exemple, la Figure 3.18 compare les TEBs obtenues avec l’UP-RCQD, l’angle α_1 et l’angle utilisé par DVB-T2 sur un canal de Rayleigh avec 5% d’effacement.

En conclusion, ces angles permettent, en plus d’un algorithme à faible complexité, d’obtenir des bonnes performances sur un canal de Rayleigh sans effacement, comparables à celles obtenues avec les angles du DVB-T2, et de meilleures performances que les angles du DVB-T2 sur les canaux à effacements.

3.4.2 Comparaison de l’algorithme proposé avec d’autres demappers

Les Tableaux 3.1 et 3.2 comparent pour différents algorithmes la complexité nécessaire, en termes de nombre de PCs, MRs, SRs, CRs et IRs, pour la démodulation d’un symbole de la constellation 256-QAM dans le cas où les deux composantes sont reçues et dans le cas où une seule composante

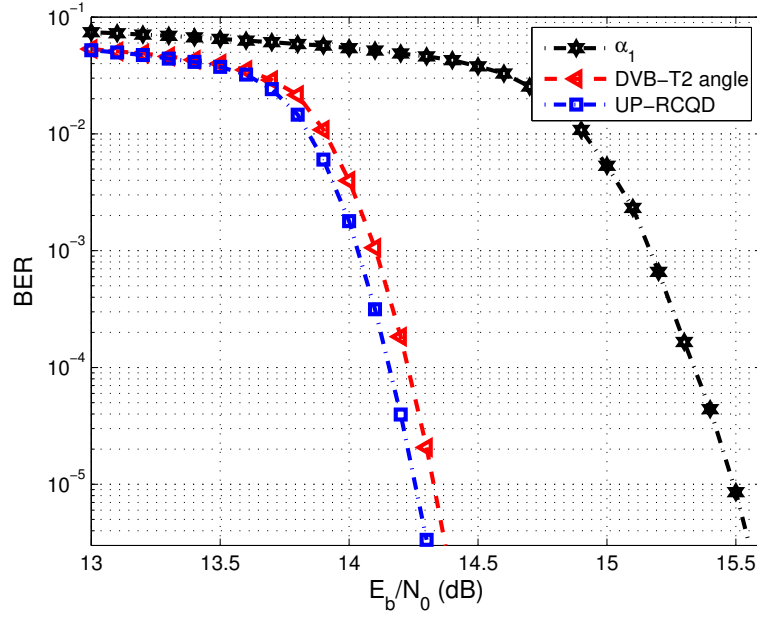


FIGURE 3.18 – Comparaison du TEB entre l’UP-RCQD, l’angle $\arctan((1 - \sqrt{5})/2)$ et l’angle utilisé par DVB-T2 pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec 5% d’effacement.

TABLE 3.1 – Comparaison de la complexité des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sans effacement.

	PR	MR	SR	CR	IR
Max-Log	256	1032	776	2032	0
Sub-Region	81	332	251	632	0
MMSE	16	64	48	112	6
PD-DEM	80	390	279	241	0
Proposé	32	138	106	275	2

TABLE 3.2 – Comparaison de la complexité des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM avec effacement.

	PC	MR	SR	CR	IR
Max-Log	256	520	264	2032	0
Sub-Region	144	296	152	1136	0
MMSE	16	54	43	112	5
PD-DEM	80	230	119	241	0
Proposé	16	43	28	60	1

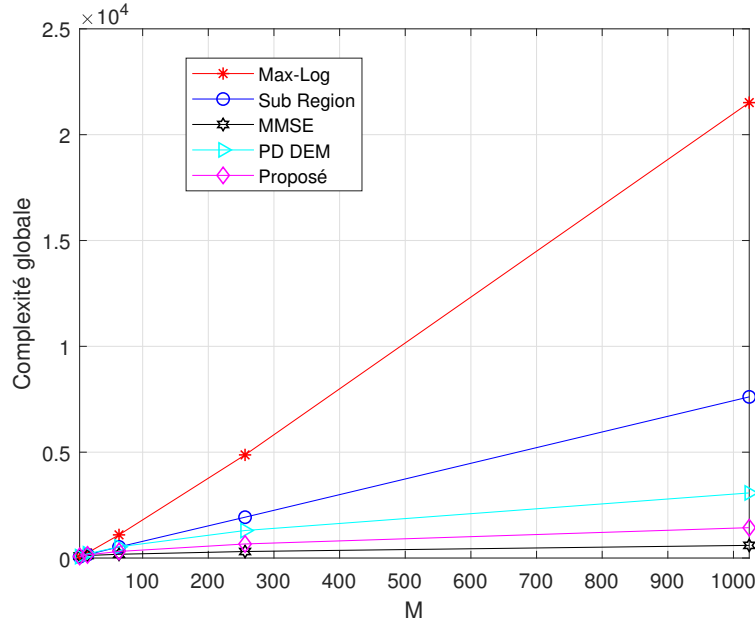


FIGURE 3.19 – Comparaison de la complexité des algorithmes considérés.

est effacée respectivement. De plus, la Figure 3.19 illustre la complexité globale des algorithmes considérés dans le cas d'un canal sans effacement (voir Annexe B); nous supposons que le coût d'une CR ou d'une SR est égal à un et que les coûts d'une MR et d'une IR sont égaux à deux et quatre respectivement. En outre, la Figure 3.20 montre le TEB pour les algorithmes considérés sur un canal à évanouissement de Rayleigh sans effacement. La méthode MMSE est la méthode avec la complexité de calcul la plus faible (voir Figure 3.19). Néanmoins, elle donne les pires performances en termes de TEB car les algorithmes basés sur la décorrélation ne sont pas optimaux pour les constellations tournées [90]. Nous pouvons constater aussi que, parmi les algorithmes étudiés, les démodulateurs bidimensionnels peuvent atteindre des performances quasi-optimales. En particulier, la méthode proposée atteint presque les mêmes performances que l'algorithme Max-Log; toutefois, elle réduit le nombre de PCs de 88%, le nombre de MRs de 87%, le nombre de SRs de 82%, le nombre de CRs de 87% et ne nécessite que 2 IRs supplémentaires par rapport à l'algorithme Max-Log. En outre, en comparaison avec la méthode PD-DEM, la méthode 2D de complexité la plus faible dans la littérature, l'algorithme proposé réduit le nombre de PCs de 60% et le nombre de MRs de 64 %, et permet de meilleures performances (voir Figure 3.19).

La Figure 3.21 montre le TEB pour les algorithmes considérés sur un canal à évanouissement de Rayleigh avec effacements. Nous pouvons remarquer que la méthode MMSE donne les pires performances avec un plancher d'erreur très élevé.

Vu que l'algorithme proposé localise systématiquement et correctement les points ML et tous les points complémentaires, ses performances en TEB sont quasi-optimales avec une complexité encore

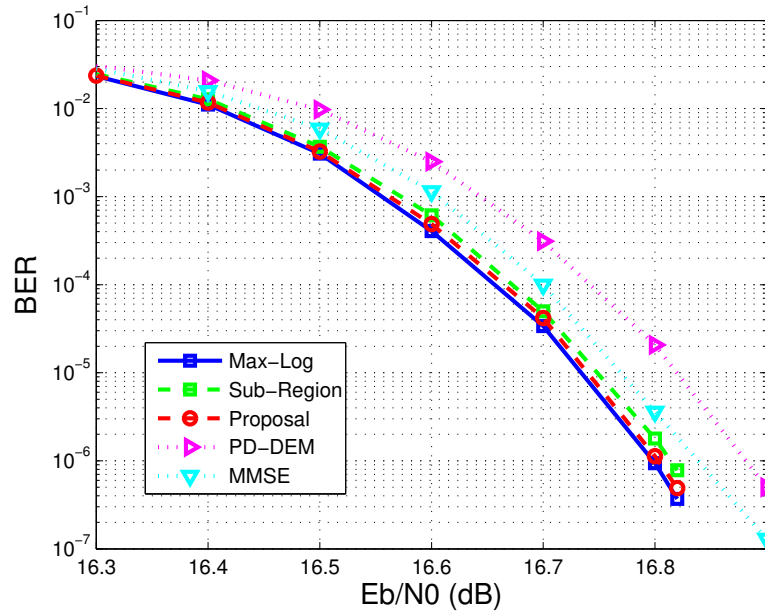


FIGURE 3.20 – Les performances des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.

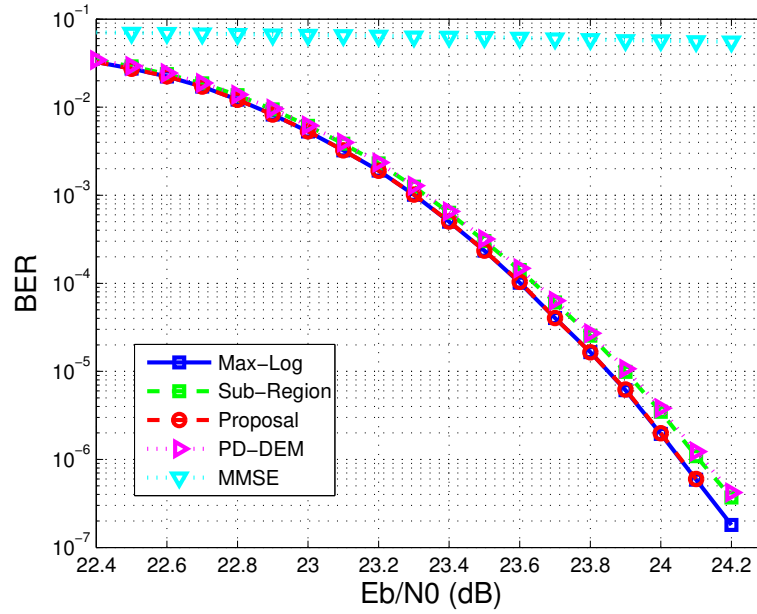


FIGURE 3.21 – Les performances des algorithmes considérés pour la constellation 256-QAM sur un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

plus réduite. En effet, il réduit, en cas d’effacement, le nombre de PCs de 96%, le nombre de MRs de 92%, le nombre de SRs de 72% et le nombre de CRs de 99% par rapport à l’algorithme Max-Log et ne nécessite qu’une seule IR supplémentaire (voir Tableau 3.2).

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié une série d’angles de rotation avec des propriétés structurales intéressantes pour différents signaux RCQD. À partir de ces propriétés, nous avons conçu un démodulateur à faible complexité pour les canaux à évanouissements avec ou sans effacements.

Les avantages de la solution proposée sont nombreux. D’abord, le nombre de points impliqués dans la démodulation souple est fixé par le rayon choisi de la sphère. Deuxièmement, le démodulateur est toujours capable, dans le cas d’effacement, de trouver les points optimaux pour la démodulation, ce qui lui permet d’avoir les mêmes performances que l’algorithme Max-Log.

De surcoût, la solution UP-RCQD permet approximativement les mêmes performances que les angles utilisés par DVB-T2 sur les canaux à évanouissements sans effacement. En outre, de meilleures performances sont obtenues avec les constellations UP-RCQD sur les canaux à effacements.

Finalement, l’avantage essentiel de cette solution est sa faible complexité du côté de l’émetteur et du côté du récepteur, ce qui la rend bien adaptée à une implantation électronique.

Grâce aux bonnes performances des angles proposés et à la simplicité d’implémentation du démodulateur proposé, on pourrait envisager l’utilisation des constellations tournées pour d’autres standards sans fil, plus contraints en énergie comme les systèmes mobiles. Comme indiqué dans le premier chapitre, le PAPR est un autre facteur important dans le choix d’une modulation. Il fait l’objet d’étude du chapitre suivant.

Chapitre 4

Réduction du PAPR avec les constellations tournées

Sommaire

4.1	Technique SLM aveugle pour les systèmes OFDM avec constellations tournées	75
4.1.1	Modèle du système	75
4.1.2	Analyse de performance	78
4.1.2.1	Analyse du taux d'erreur d'indice de la séquence	78
4.1.2.2	Probabilité d'erreur bit	79
4.1.3	Algorithme SLM aveugle avec SSD	79
4.1.3.1	Préselection des constellations tournées	79
4.1.3.2	Estimation souple de l'indice de la séquence de phase au sens du maximum de vraisemblance	80
4.1.4	Résultats des simulations	81
4.1.4.1	La sélection des angles de rotation	81
4.1.4.2	Les performances du système	83
4.2	Technique d'entrelacement aveugle pour les systèmes OFDM avec SSD	87
4.2.1	Modèle du système	87
4.2.1.1	Du côté de l'émetteur	87
4.2.1.2	Estimation de l'indice de l'entrelaceur du côté du récepteur	88
4.2.2	Considération de la complexité	89
4.2.2.1	Les constellations tournées et uniformément distribuées UP-RCQD	89
4.2.2.2	Estimation à faible complexité de l'indice de l'entrelaceur	91
4.2.2.3	Analyse de complexité	93

4.2.3 Résultats des simulations	94
4.3 Conclusion	97

Nous avons rappelé dans le premier chapitre l'importance du PAPR et présenté différentes techniques de la littérature à ce sujet. Ce chapitre propose deux techniques distinctes et originales de réduction du PAPR pour les systèmes OFDM utilisant les constellations tournées.

Dans la première section, une technique SLM aveugle est étudiée ; cette section propose un algorithme de sélection de deux constellations tournées pour réduire le PAPR, qui permettent d'optimiser conjointement les performances théoriques des constellations tournées et les performances de détection aveugle du côté du récepteur. Cette section est organisée comme suit. La première sous-section esquisse brièvement la technique proposée et décrit le modèle du système. Les performances du système en termes de décodage aveugle, de la probabilité d'erreur bit et de l'information mutuelle moyenne sont analysées dans la deuxième sous-section, ce qui nous permet, dans la sous-section qui suit de formuler un algorithme pour la sélection d'un couple d'angles de rotation. Un algorithme de décodage aveugle basé sur le critère ML est aussi présenté dans cette même section.

La deuxième section propose une technique d'entrelacement à faible complexité pour la réduction du PAPR pour les systèmes OFDM avec les constellations tournées. Grace à la dépendance entre les composantes I et Q du symbole tourné, nous proposons une technique de réduction du PAPR complètement aveugle basée sur un entrelacement. De surcroît, afin de baisser la complexité du côté du récepteur, nous concevons un estimateur à faible complexité pour les constellations tournées et uniformément projetées ; cela est possible grâce aux propriétés structurelles intéressantes qui caractérisent cette constellation comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent.

Cette deuxième partie de chapitre est organisée comme suit : la première sous-section dresse un aperçu de la solution proposée et dérive un estimateur ML qui permet au récepteur de décoder en aveugle les symboles reçus. La sous-section suivante rappelle très brièvement les caractéristiques principales de la constellation UP-RCQD, ce qui nous permet de développer un estimateur ML à faible complexité. Une analyse de la complexité de la solution proposée est également fournie avant de présenter les résultats des simulations et de conclure.

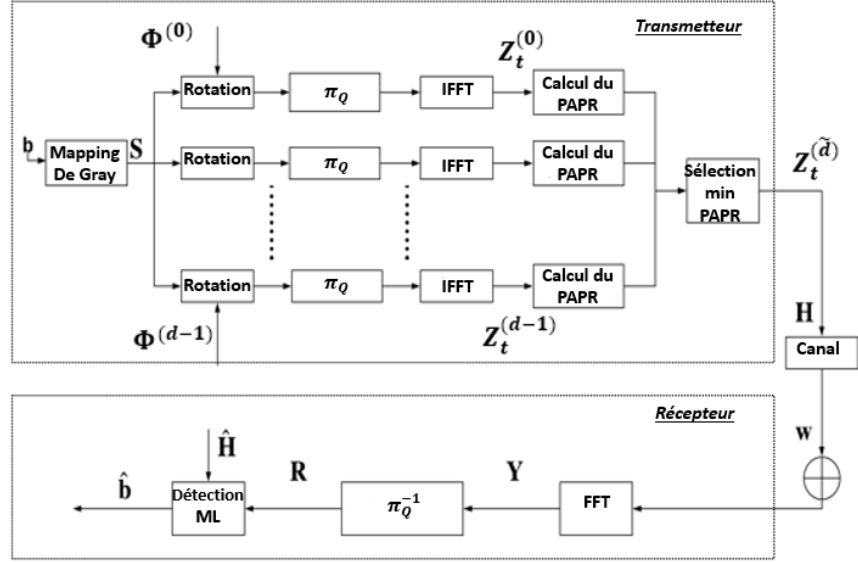


FIGURE 4.1 – Modèle du système.

4.1 Technique SLM aveugle pour les systèmes OFDM avec constellations tournées

4.1.1 Modèle du système

Nous considérons dans cette première partie 4.1 de chapitre le modèle du système décrit par la Figure 4.1.

Chaque groupe de $N (\log_2(M))$ bits d'information est transformé en une série de symboles complexes de la constellation M -QAM $\mathbf{S} = \{s(0), s(1), \dots, s(N-1)\}$ avec le mapping de Gray tel que :

$$s(n) = s_1(n) + js_2(n), \quad (4.1)$$

où $s_1(n)$ et $s_2(n)$ sont les composantes en phase et en quadrature du symbole $s(n)$ respectivement. Différemment des modulations RCQD classiques où l'émetteur tourne tous les symboles avec le même angle de rotation, nous considérons ici que l'émetteur dispose d'un alphabet d'angles de rotation et on considère D séquences d'angles $\Phi^{(d)} = \{\phi_0^{(d)}, \phi_1^{(d)}, \dots, \phi_{N-1}^{(d)}\}$ où $d = 0, 1, \dots, D-1$.

Pour chaque séquence de phase $\Phi^{(d)}$ et pour tout indice n dans $\{0, 1, \dots, N-1\}$, l'émetteur tourne le symbole $s(n)$ tel que :

$$x^{(d)}(n) = s(n)e^{j\phi_n^{(d)}} = x_1^{(d)}(n) + jx_2^{(d)}(n). \quad (4.2)$$

La deuxième étape classique consiste à différer cycliquement la composante en quadrature $x_2^{(d)}(n)$

afin que les deux composantes $x_1^{(d)}(n)$ et $x_2^{(d)}(n)$ soient émis sur deux canaux indépendants :

$$z_f^{(d)}(n) = x_1(n) + jx_2(n + \Delta_T), \quad (4.3)$$

où Δ_T est un entier.

Ensuite, l'émetteur génère en parallèle D symboles OFDM tels que :

$$\mathbf{Z}_t^{(d)} = IFFT(\mathbf{Z}_f^{(d)}), \quad (4.4)$$

où $\mathbf{Z}_t(d) = (z_t^{(d)}(0), z_t^{(d)}(1), \dots, z_t^{(d)}(N-1))^T$, $\mathbf{Z}_f(d) = (z_f^{(d)}(0), z_f^{(d)}(1), \dots, z_f^{(d)}(N-1))^T$ et $IFFT$ désigne la transformée Fourier rapide inverse :

$$z_t^{(d)}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} z_f^{(d)}(k) e^{\frac{2\pi n k}{N}}. \quad (4.5)$$

Par la suite, l'émetteur calcule le PAPR du symbole OFDM correspondant à chaque séquence de phase $\Phi^{(d)}$:

$$PAPR(d) = \frac{\max_{n=0, \dots, N-1} |z_t^{(d)}(n)|^2}{\mathbb{E}(|\mathbf{Z}_t^{(d)}|)^2}. \quad (4.6)$$

Finalement, l'émetteur trouve l'indice de la séquence de phase \tilde{d} avec le plus faible PAPR :

$$\tilde{d} = \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmin}} PAPR(d), \quad (4.7)$$

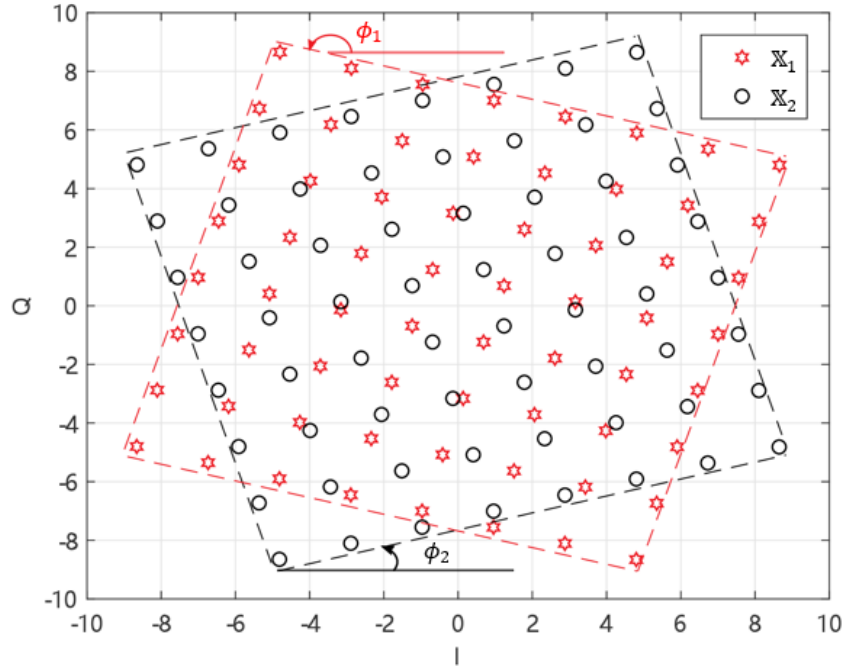
et il émet le symbole OFDM correspondant $\mathbf{Z}_t^{(\tilde{d})}$.

Il est à noter qu'afin de réduire la complexité du côté du récepteur, le nombre d'angles de rotation possibles dans les séquence de phase est limité à deux (i.e. $\{\phi_n^{(d)} \in \{\phi_1, \phi_2\}, \forall(d, n)\}$). De plus, afin d'éviter un retard de transmission éventuellement prohibitif, plusieurs blocs IFFTs peuvent être implantés en parallèle et l'algorithme peut être interrompu lorsque le PAPR obtenu est inférieur à un seuil jugé satisfaisant.

Du côté du récepteur, le signal reçu après FFT s'écrit :

$$r(n) = h(n)z^{(\tilde{d})}(n) + w(n), \quad (4.8)$$

où $h(n)$ est l'atténuation du canal suivant une loi de Rayleigh de variance unitaire et $w(n)$ est un bruit BABG de variance $2N_0$.

FIGURE 4.2 – Les constellations tournées \mathbb{X}_1 and \mathbb{X}_2 pour les signaux 64-QAM.

Ensuite, le récepteur extrait les observations sur les composantes en phase et en quadrature du symbole $x^{(\tilde{d})}(n)$ comme suit :

$$\begin{cases} y_1(n) = \Re\{r(n)\} = h_1(n)x_1^{(\tilde{d})}(n) + v_1(n), \\ y_2(n) = \Im\{r(n - \Delta_T)\} = h_2(n)x_2^{(\tilde{d})}(n) + v_2(n), \end{cases} \quad (4.9)$$

où h_i (avec $i \in \{1, 2\}$) et $v(n) = v_1(n) + jv_2(n)$ ont des modèles statistiques identiques à ceux de $h(n)$ et $w(n)$ respectivement.

Enfin, le récepteur utilise le critère du maximum de vraisemblance (ML) pour estimer les symboles émis tels que :

$$\hat{\mathbf{S}} = \underset{d=0,1,\dots,D-1 | \mathbf{S} \in \mathbb{S}^N}{\operatorname{argmax}} P(\mathbf{Y}/\Phi^{(d)}, \mathbf{S}, \mathbf{H}), \quad (4.10)$$

où $\hat{\mathbf{S}}$ désigne les symboles estimés, \mathbb{S} est l'ensemble des symboles possibles et \mathbf{Y} (resp. \mathbf{H}) dénote les observations reçues (resp. les atténuations de canal).

Il est à noter qu'afin d'éviter toute perte spectrale liée à la transmission de l'indice de la séquence de phase \tilde{d} , qui doit en plus être codé de façon robuste afin d'éviter de perdre tous les symboles, cet indice n'est pas transmis. Ainsi, le critère ML dans l'équation (4.10) doit considérer toutes les séquences de phases possibles. De surcroît, détecter les symboles selon (4.10) est équivalent à estimer d'abord la séquence de phase avec le critère ML et ensuite estimer les N symboles émis séparément.

Les angles de rotation ϕ_1 et ϕ_2 ont un impact significatif sur les performances du système dans (4.10). Ils doivent donc être soigneusement sélectionnés (voir Figure 4.2). Nous nous intéressons dans la suite de ce chapitre à l'analyse de leur impact sur les performances du système dans le but de concevoir un critère pour la sélection de ces deux angles de rotation qui, outre le PAPR, permet à la fois d'optimiser le TEB et les performances de détection aveugles du côté du récepteur.

4.1.2 Analyse de performance

4.1.2.1 Analyse du taux d'erreur d'indice de la séquence

Afin de réduire le taux d'erreur d'indice de la séquence (Sequence Index Error Rate (SIER)), pour les constellations classiques, la distance Euclidienne entre les symboles dans \mathbb{X}_1 et dans \mathbb{X}_2 , où \mathbb{X}_i est la constellation tournée avec l'angle de rotation ϕ_i , est maximisée dans [24]; toutefois, ce critère n'est guère efficace pour les constellations tournées vu que les composantes en phase en quadrature des symboles tournées ne subissent pas la même atténuation de canal [67]. De plus, à cause de l'approximation d'un RSB élevé et du nombre élevé de plus proches voisins (kissing number) [67], utiliser le critère de maximisation de produit distance minimale pour sélectionner les angles de rotation peut mener à des performances sous-optimales. Au lieu de cela et afin de réduire le SIER, nous considérons ici plutôt la minimisation de la probabilité d'erreur moyenne P_{avg} entre les points des constellations \mathbb{X}_1 et \mathbb{X}_2 (voir Figure 4.2) :

$$P_{avg}(\phi_1, \phi_2) = \sum_{x \in \mathbb{X}_1} P(x) \sum_{\hat{x} \in \mathbb{X}_2} P(x \rightarrow \hat{x}). \quad (4.11)$$

$P(x \rightarrow \hat{x})$ peut être écrit :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) = (1 - p)^2 P^{1,2}(x \rightarrow \hat{x}) + p(1 - p) \sum_{i=1}^2 P^i(x \rightarrow \hat{x}) + p^2, \quad (4.12)$$

où $P^{1,2}(x \rightarrow \hat{x})$ (resp. $P^i(x \rightarrow \hat{x})$) est la probabilité de détecter \hat{x} lorsque le symbole x est émis dans le cas où les deux composantes sont reçues (resp. seulement la i -ième composante est reçue) et p dénote la probabilité d'effacement.

De plus, similairement à [67], $P^{1,2}(x \rightarrow \hat{x})$ et $P^i(x \rightarrow \hat{x})$ peuvent être majorés comme suit :

$$P^{1,2}(x \rightarrow \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \prod_{i=1}^2 \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}}, \quad (4.13)$$

$$P^i(x \rightarrow \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}}. \quad (4.14)$$

Par ailleurs, soit la séquence de phase binaire $\mathbf{C}^{(d)} = \{c_0^{(d)}, c_1^{(d)} \dots, c_{N-1}^{(d)}\}$ où $0 \leq d \leq D-1$ et :

$$c_n^{(d)} = \begin{cases} 0 & \text{si } \phi_n^{(d)} = \phi_1 \\ 1 & \text{si } \phi_n^{(d)} = \phi_2. \end{cases} \quad (4.15)$$

En plus du choix des angles de rotation, il est trivial que le SIER dépend aussi des séquences de phase binaires $\mathbf{C}^{(d)}$; en effet, les performances s'améliorent avec l'augmentation de la distance de Hamming minimale entre ces séquences. Par conséquent, nous proposons d'utiliser les séquences de Hadamard étant donné qu'elles permettent d'avoir une distance minimale de Hamming élevée [94].

4.1.2.2 Probabilité d'erreur bit

Rappelons qu'au-delà de l'estimation de la séquence de phase, les deux angles de rotation ont également une influence considérable sur le TEB. En supposant que l'indice de la séquence de phase soit correctement estimé, la probabilité d'erreur sur les bits peut être développée comme suit :

$$P_b(\phi_1, \phi_2) = \sum_{i=1}^2 P(\phi_i) P_b(\phi_i), \quad (4.16)$$

où $P(\phi_i)$ et $P_b(\phi_i)$ sont la probabilité que l'angle de rotation ϕ_i est utilisé et la probabilité d'erreur bit quand l'angle ϕ_i est sélectionné respectivement.

Il faut retenir que la probabilité $P_b(\phi_i)$ peut être majorée comme suit :

$$P_b(\phi_i) \leq \frac{1}{\log_2 M} \sum_{x \in \mathbb{X}_i} P(x) \sum_{\hat{x} \in \mathbb{X}_i} d_H(x, \hat{x}) P(x \rightarrow \hat{x}), \quad (4.17)$$

où la probabilité $P(x \rightarrow \hat{x})$ est donnée dans (4.12)-(4.14) et $d_H(x, \hat{x})$ est la distance de Hamming entre les représentations binaires des symboles x et \hat{x} .

Cela signifie qu'à fort RSB, la probabilité d'erreur bit ne dépend pas seulement du produit distance, mais aussi du mapping via la distance de Hamming entre deux points quelconques de la constellation et en particulier les points voisins en termes de produit distance. Il est à noter que différemment de (4.11), les deux symboles x et \hat{x} appartiennent dans (4.17) à la même constellation tournée \mathbb{X}_i , avec i est dans $\{0, 1\}$, puisque nous cherchons avec (4.17) à minimiser le TEB pour une constellation tournée donnée.

4.1.3 Algorithme SLM aveugle avec SSD

4.1.3.1 Préselection des constellations tournées

Pour concevoir un système de communication robuste, le couple d'angles de rotation doit tout d'abord permettre un faible SIER car une erreur sur l'estimation de l'indice de la séquence de phase,

du côté du récepteur, peut mener à une perte conséquente des performances du système.

Plusieurs couples d'angles de rotation peuvent satisfaire cette condition ; dès lors, nous proposons, dans un second lieu, de chercher parmi ces couples d'angles de rotation le couple qui permet les meilleures performances en termes de TEB :

$$(\phi_1, \phi_2) = \underset{(\beta_1, \beta_2) \in \Sigma_\epsilon}{\operatorname{argmin}} P_b(\beta_1, \beta_2), \quad (4.18)$$

où l'ensemble Σ_ϵ défini par :

$$\Sigma_\epsilon = \{(\beta_1, \beta_2) \in]-\pi, \pi[^2 \mid P_{avg}(\beta_1, \beta_2) \leq \epsilon\} \quad (4.19)$$

doit être aussi large que possible pour permettre une meilleure optimisation dans (4.18) et ϵ désigne un seuil. Une méthode pour choisir judicieusement ce seuil est discutée dans la section suivante.

Finalement, il est à noter que, pour avoir un algorithme de réduction du PAPR efficace, les angles ϕ_1 et ϕ_2 doivent être suffisamment éloignés. Ainsi, dans nos simulations, les angles β_1 et β_2 qui sont séparés par moins de $\pi/2$ n'ont pas été considérés dans Σ_ϵ .

4.1.3.2 Estimation souple de l'indice de la séquence de phase au sens du maximum de vraisemblance

En utilisant le critère ML, le récepteur doit trouver la séquence de phases comme suit :

$$\hat{d} = \underset{0 \leq d \leq D-1}{\operatorname{argmax}} P(\mathbf{Y} \mid \mathbf{C}^{(d)}, \mathbf{H}). \quad (4.20)$$

Avec l'approximation Max-Log, nous obtenons :

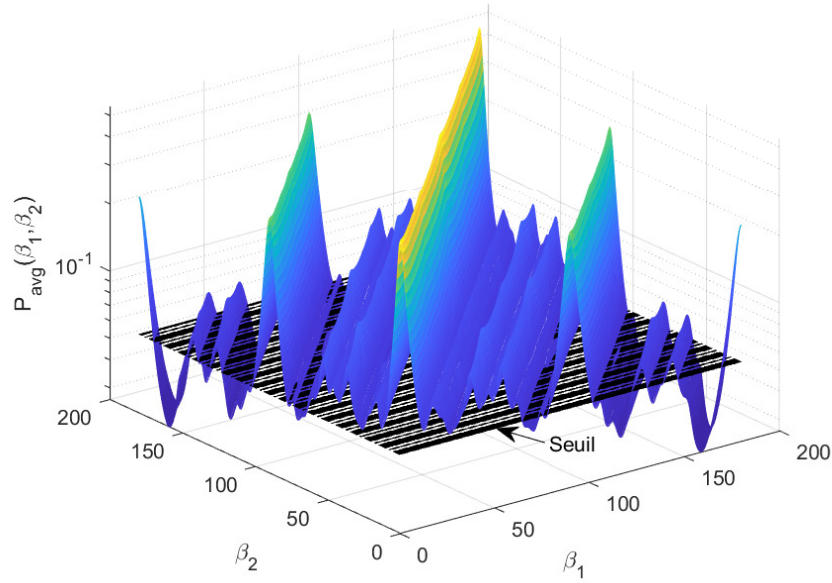
$$\hat{d} = \underset{0 \leq d \leq D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \Lambda_n^{c^{(d)}}, \quad (4.21)$$

où Λ_n^0 et Λ_n^1 sont donnés par :

$$\Lambda_n^0 = \min_{a=a_1+j a_2 \in \mathbb{X}_1} |y(n) - h_1(n)a_1 - j h_2(n)a_2|^2, \quad (4.22)$$

$$\Lambda_n^1 = \min_{a=a_1+j a_2 \in \mathbb{X}_2} |y(n) - h_1(n)a_1 - j h_2(n)a_2|^2. \quad (4.23)$$

L'estimateur ML est théoriquement basé sur une recherche exhaustive. Ainsi, il nécessite, au plus, $8NM$ multiplications réelles et $N(6M+D)-D$ sommations (additions ou soustractions) réelles (voir (4.21)-(4.23)). Cette complexité ne peut pas être négligée pour un système avec un nombre élevé de sous-porteuses et/ou des constellations de valence élevée ; dans ce cas, d'autres algorithmes de

FIGURE 4.3 – $P_{avg}(\beta_1, \beta_2)$ pour la constellation 64-QAM.

détection à faible complexité tels qu'un estimateur ML dur [24] et un estimateur en deux étapes reposant sur un algorithme de Viterbi suivi d'une étape de vérification et de correction [25] ont déjà été proposés et peuvent être utilisés pour réduire la complexité de l'estimation de la séquence de phase aveugle du côté du récepteur. En effet, comme l'indique la section suivante, ils permettent des performances similaires en termes de TEB à celles de l'estimation ML à complexité maximale.

4.1.4 Résultats des simulations

4.1.4.1 La sélection des angles de rotation

La Figure 4.3 montre la probabilité $P_{avg}(\beta_1, \beta_2)$ (voir l'équation (4.11)) pour la constellation 64-QAM et pour $E_b/N_0 = 13$ dB sur un canal de Rayleigh sans effacement ; cette valeur de 13 dB est choisie conformément à la Figure 4.6 car elle assure une convergence des TEBs. Nous pouvons constater que plusieurs couples d'angles de rotation permettent de bonnes performances sous le seuil, alors que de nombreux couples d'angles de rotation doivent être évités. Par conséquent, le seuil dans (4.19) doit être soigneusement choisi.

La Figure 4.4 sur un canal de Rayleigh sans effacement avec $D = 8$ séquences de longueur $N = 256$, le taux d'erreur d'indice de séquence SIER est évalué via une simulation de Monte-Carlo et l'indice \hat{d} est estimé avec (4.21) pour des angles sélectionnés aléatoirement parmi les couples d'angles vérifiant $P_{avg}(\beta_1, \beta_2) = \epsilon_i$ sur la frontière de Σ_{ϵ_i} (cf. (4.19)) où i est dans $\{1, 2, 4\}$. D'abord,

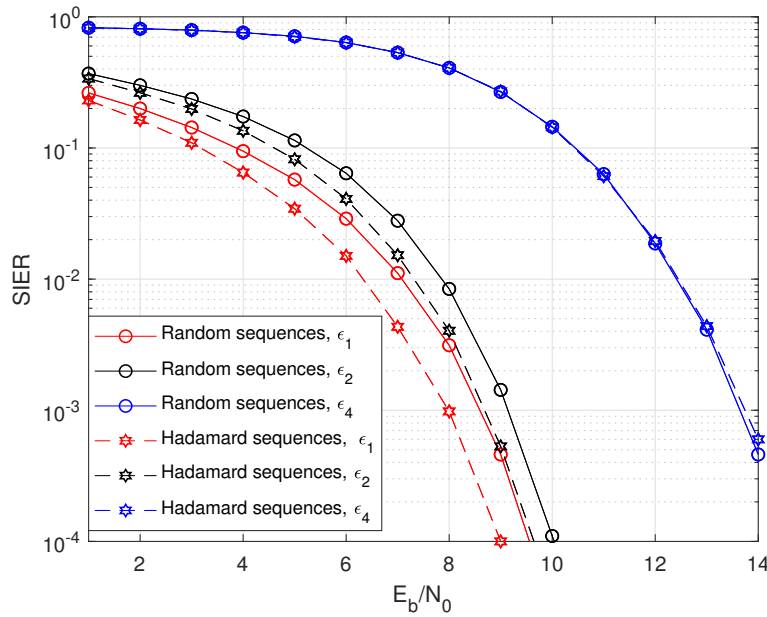


FIGURE 4.4 – Comparaison du SIER pour différents seuils et pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans effacement.

TABLE 4.1 – Les angles de rotation proposés pour un canal de Rayleigh sans effacement.

	4-QAM	16-QAM	64-QAM	256-QAM
ϕ_1	27.5°	21.2°	15.5°	15.4°
ϕ_2	-117.5°	159.1°	164.3°	-105.5°
E_b/N_0	6 dB	9.5 dB	13 dB	17 dB

nous pouvons observer que les séquences de Hadamard donnent des meilleures performances que les séquences aléatoires en termes de SIER; par conséquent, le seuil ϵ peut être relaxé avec les séquences de Hadamard ce qui permet une meilleure optimisation des angles de rotation dans (4.18). De plus, nous pouvons constater que, parmi les seuils considérés, seuls $\epsilon_1 = \min(P_{avg}(\beta_1, \beta_2))$ et $\epsilon_2 = 2\min(P_{avg}(\beta_1, \beta_2))$ conduisent à un faible SIER, pour un système opérant à $E_b/N_0 = 13$ dB. Dès lors, le seuil ϵ_2 doit être préféré car il permet d'obtenir un plus grand ensemble Σ_{ϵ_2} (voir (4.19)) et donc de meilleures performances en termes de TEB que ϵ_1 . Par la suite, le couple d'angles de rotation peut être sélectionné pour $E_b/N_0 = 13$ dB avec (4.18). Ainsi, l'algorithme de sélection des couples d'angles pour les séquences peut être effectué de façon similaire pour différentes constellations et RSBs (voir les Tableaux 4.1 et 4.2)

TABLE 4.2 – Les angles de rotation proposés pour un canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

	4-QAM	16-QAM	64-QAM	256-QAM
ϕ_1	25.7°	14.8°	6.3°	3.4°
ϕ_2	-114.1°	169.9°	172.9°	176.3°
E_b/N_0	8.5 dB	13.5 dB	18.5 dB	24 dB

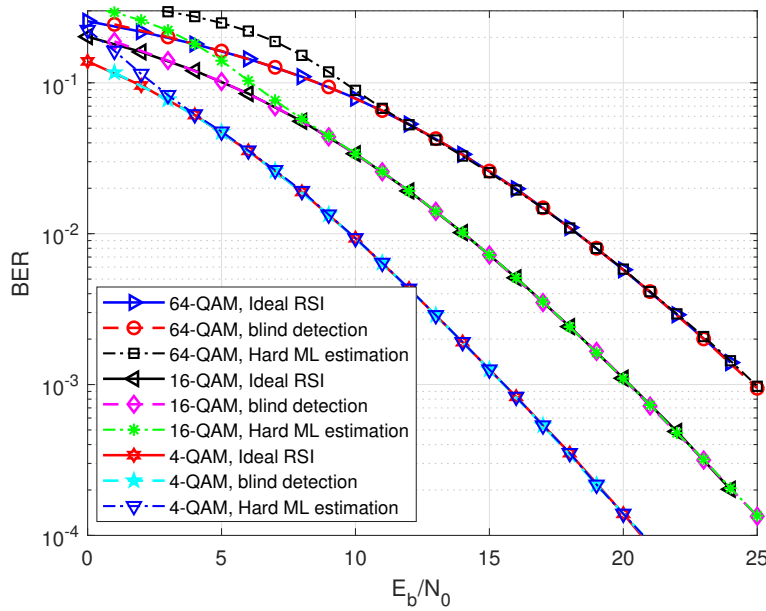


FIGURE 4.5 – Comparaison du TEB entre la méthode proposée, l'estimation ML dure et le cas où le récepteur dispose d'un RSI idéal, sur un canal de Rayleigh sans effacement.

4.1.4.2 Les performances du système

La Figure 4.5 compare les performances en termes de TEB de la solution proposée avec celles obtenues dans le cas où le récepteur a une connaissance idéale d'informations annexes canal (Receiver Side Information (RSI)) concernant l'indice de la séquence de phase utilisé par l'émetteur, sur un canal de Rayleigh sans effacement pour $D = 8$ séquences de longueur $N = 256$ et pour les angles dans le Tableau 4.1. Tout d'abord, nous pouvons observer que l'estimateur ML souple proposé permet pratiquement les mêmes performances que la méthode idéale, ce qui montre que la solution aveugle proposée évite toute perte spectrale. De plus, nous pouvons constater que l'estimateur ML à décision dure [24] permet des performances quasi-optimales pour un RSB modéré à élevé.

Par ailleurs, la Figure 4.6 montre le TEB, obtenu avec le code LDPC de longueur 64 800 avec un rendement égal à $4/5$ et le décodage min-sum à convergence rapide effectué avec 25 itérations [82], pour les angles proposés (voir les Tableaux 4.1 et 4.2), l'angle utilisé par DVB-T2 et l'angle $\alpha = \text{atan}(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$ dans le cas de la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec et sans effacements. Nous pouvons observer que, les performances des angles proposés surpassent celles de l'angle utilisé par DVB-T2 et de $\alpha = \text{atan}(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$, en particulier sur un canal de Rayleigh avec effacements.

Finalement, la Figure 4.16 compare les performances en termes de réduction du PAPR de l'algo-

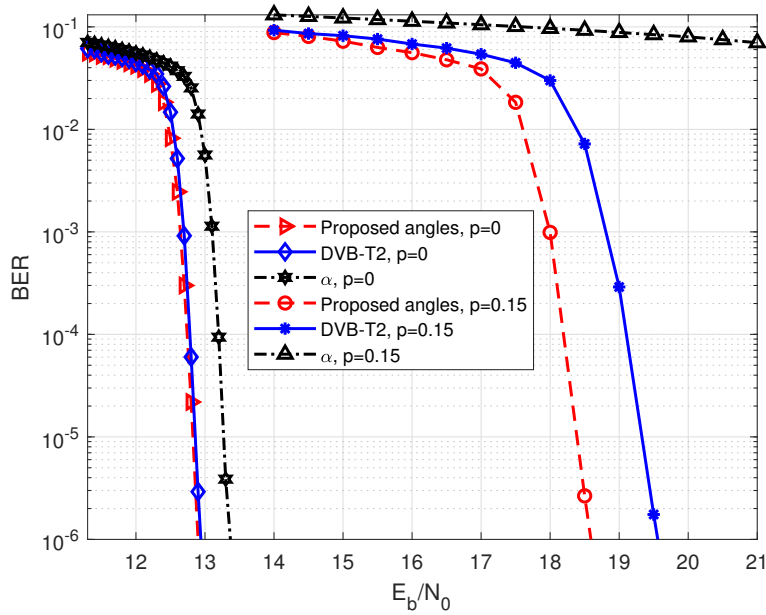


FIGURE 4.6 – Comparaison du TEB pour la constellation RCQD 64-QAM sur un canal de Rayleigh avec $p = 0$ et $p = 15\%$ d'effacement.

l'algorithme proposé avec la méthode de clipping (avec un seuil de clipping prédéfini à 75% du maximum des symboles OFDM originaux), l'algorithme Tone Reservation défini dans DVB-T2 [82] (avec un seuil de clipping de 7 dB et 10 itérations), la méthode Partial Transmit Sequence (PTS) théoriquement optimale [92] (avec $S = 16$ sous-blocs et les angles de rotation $\{0, \pi\}$), pour la constellation 64-QAM et $N = 1024$.

D'abord, nous pouvons observer que les performances en termes de réduction du PAPR s'améliorent avec D (e.g. un gain de 3,7 dB avec $D = 16$). De plus, pour tout $D > 2$, la solution proposée permet clairement de meilleures performances en réduction du PAPR que l'algorithme TR du DVB-T2.

La solution proposée permet, pour tout $D > 4$, de meilleures performances que la méthode de clipping. Notons que les performances de cette méthode dépendent du seuil de clipping. En effet, un seuil de clipping plus faible permet de meilleures performances en termes de réduction du PAPR ; néanmoins les performances en termes de TEB se dégradent avec la réduction du seuil de clipping.

De surcroît, en combinant l'algorithme TR avec la solution proposée pour $D = 8$, nous obtenons approximativement les mêmes performances en réduction du PAPR que l'algorithme PTS optimal (un gain d'environ 5 dB). Toutefois, l'algorithme PTS optimal nécessite, en plus d'une grande information canal annexe, une complexité exponentielle en S du côté de l'émetteur ; par conséquent, de nombreuses extensions sous-optimales de l'algorithme PTS d'origine ont été proposées dans la littérature [93] mais les performances associées en termes de réduction du PAPR peuvent

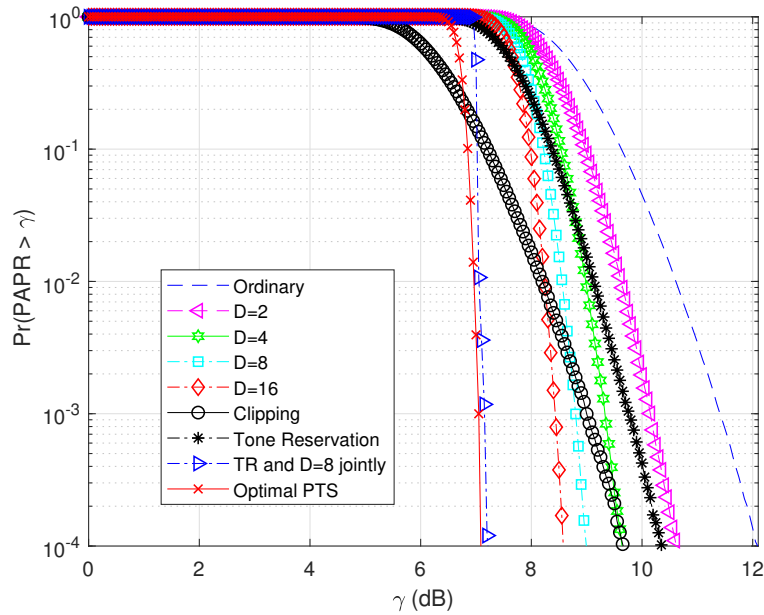


FIGURE 4.7 – Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 1024 sous-porteuses et la constellation RCQD 64-QAM.

être considérablement dégradées. De plus, contrairement aux algorithmes PTS et TR, outre que la complexité de notre proposition est plus faible du côté de l'émetteur, mais plus grande du côté de la réception, la solution SLM aveugle proposée évite toute perte spectrale.

Par ailleurs, des figures similaires ont été obtenues pour d'autres paramètres de configuration : la Figure 4.8 montre les performances de réduction du PAPR pour les méthodes considérées dans le cas de la constellation RCQD 256-QAM tandis que la Figure 4.9 compare les performances de ces méthodes quand on réduit le nombre de sous-porteuses à $N = 256$.

Finalement, il est à noter qu'au-delà des performances en réduction du PAPR, afin de sélectionner une méthode de réduction du PAPR, d'autres critères doivent être également considérés dans le but de répondre au mieux aux exigences du système de communication en question, notamment les performances en terme de TEB, d'efficacité spectrale et de complexité de calcul [12] ; par conception, la solution proposée tient intrinsèquement compte de toutes ces questions : le TEB est amélioré, aucune perte spectrale n'est introduite et les performances en terme de réduction du PAPR peuvent être choisies selon un compromis raisonnable de complexité de calcul du côté du récepteur.

Nous allons à présent dans la seconde partie de ce chapitre étudier une autre proposition aveugle de réduction du PAPR pour les modulations OFDM avec constellations tournées.

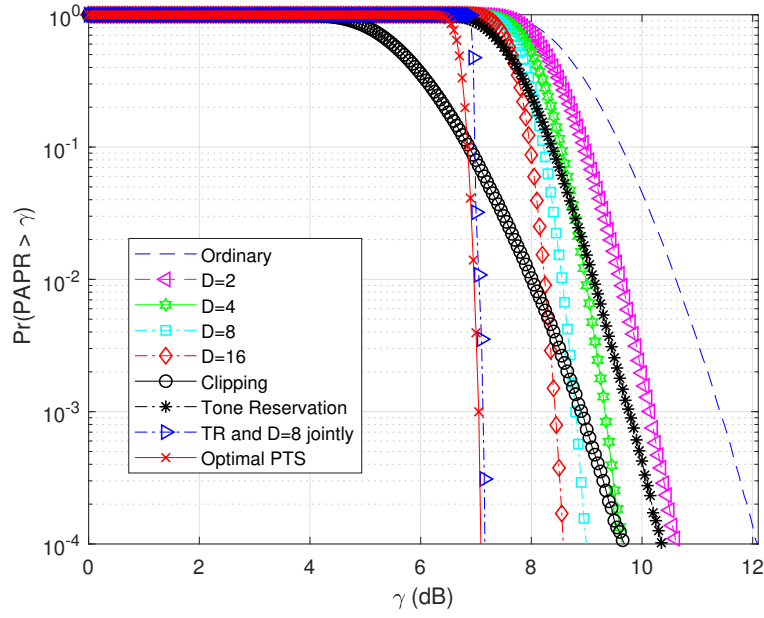


FIGURE 4.8 – Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 1024 sous-porteuses et la constellation RCQD 256-QAM.

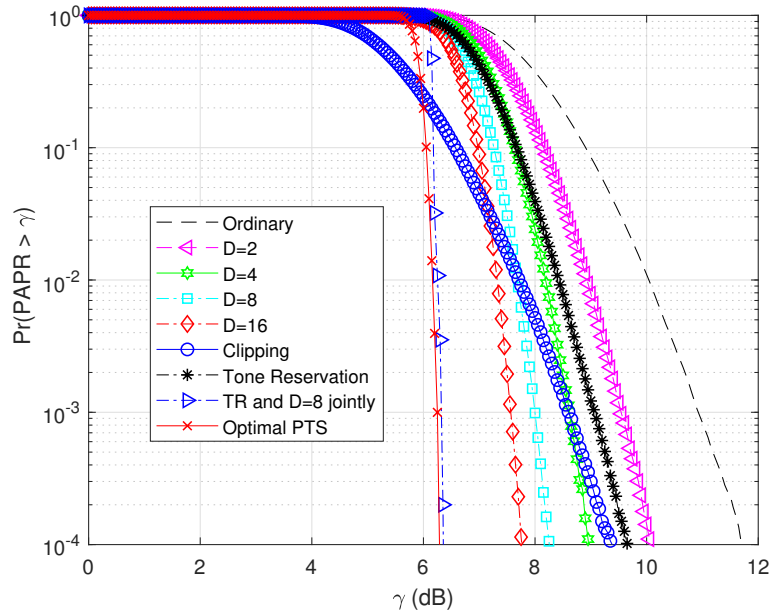


FIGURE 4.9 – Comparaison des performances de réduction du PAPR entre les méthodes considérées pour une modulation OFDM avec 256 sous-porteuses et la constellation RCQD 64-QAM.

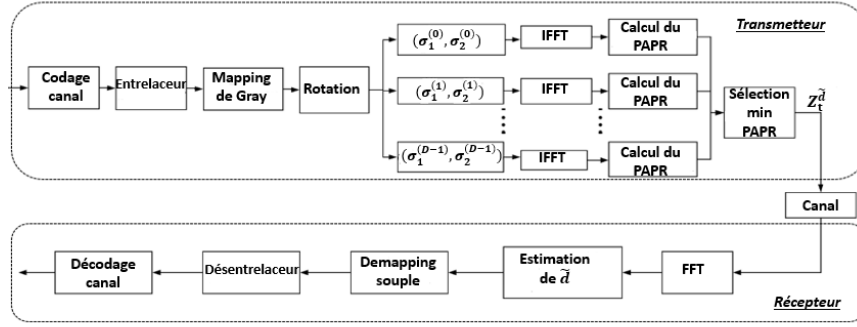


FIGURE 4.10 – Modèle du système.

4.2 Technique d'entrelacement aveugle pour les systèmes OFDM avec SSD

4.2.1 Modèle du système

Nous allons maintenant décrire le modèle du système illustré par la Fig. 4.10.

4.2.1.1 Du côté de l'émetteur

Les bits d'information sont d'abord encodés et entrelacés ; ensuite, chaque groupe de $N (\log_2(M))$ bits consécutifs est transformé en une série de N symboles M -QAM complexes avec du Gray mapping :

$$s(n) = s_1(n) + js_2(n), \quad (4.24)$$

où $s_1(n)$ (resp. $s_2(n)$) est la composante I (resp. Q) du symbole $s(n)$; elles s'écrivent :

$$s_i(n) = 2p_i - \sqrt{M} + 1, \quad (4.25)$$

où p_i prend des valeurs entières s'étendant de 0 à $\sqrt{M} - 1$ avec $i \in \{0, 1\}$.

Par la suite, l'émetteur tourne les symboles comme suit :

$$x(n) = s(n)e^{j\theta} = x_1(n) + jx_2(n). \quad (4.26)$$

La deuxième étape classique de la modulation RCQD consiste à cycliquement différer la composante en quadrature $x_2(n)$ afin que les composantes $x_1(n)$ et $x_2(n)$ du symbole tourné $x(n)$ subissent des atténuations de canal indépendantes. Dans cette section 4.2, l'émetteur possède un alphabet de D entrelaceurs bidimensionnels I et Q $\{(\sigma_1^{(d)}, \sigma_2^{(d)}), d = 0, 1, \dots, D-1\}$; l'émetteur génère en parallèle D symboles OFDM en appliquant chaque entrelaceur bidimensionnel possible ; nous obtenons donc, pour chaque indice d , la séquence :

$$z_f^{(d)}(n) = x_1(\sigma_1^{(d)}(n)) + jx_2(\sigma_2^{(d)}(n)). \quad (4.27)$$

Ensuite, l'émetteur construit en parallèle les D symboles OFDM :

$$z_t^{(d)}(n) = \sum_{k=0}^{N-1} z_f^{(d)}(k) e^{j \frac{2\pi nk}{N}}. \quad (4.28)$$

Puis, l'émetteur calcule le $PAPR(d)$ correspondant à chaque entrelaceur bidimensionnel $(\sigma_1^{(d)}, \sigma_2^{(d)})$:

$$PAPR(d) = \frac{\max_{n=0, \dots, N-1} |z_t^{(d)}(n)|^2}{\mathbb{E}(|\mathbf{Z}_t^{(d)}|^2)}, \quad (4.29)$$

où $\mathbf{Z}_t^{(d)} = (z_t^{(d)}(0), z_t^{(d)}(1), \dots, z_t^{(d)}(N-1))^T$.

Enfin, l'émetteur trouve l'indice de l'entrelaceur \tilde{d} qui permet le plus faible PAPR :

$$\tilde{d} = \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmin}} PAPR(d), \quad (4.30)$$

et il émet le symbole OFDM correspondant.

4.2.1.2 Estimation de l'indice de l'entrelaceur du côté du récepteur

Le signal reçu après FFT s'exprime :

$$y(n) = H(n)z_t^{(\tilde{d})}(n) + w(n), \quad (4.31)$$

où $H(n)$ est l'atténuation de canal, connue du récepteur, suivant une loi de Rayleigh de variance unitaire et $w(n) = w_1(n) + jw_2(n)$ avec $w_1(n)$ et $w_2(n)$ variables Gaussiennes centrées et indépendantes de variance N_0 .

Tout d'abord, le récepteur désentrelace les observations reçues selon chaque entrelaceur bidimensionnel $(\sigma_1^{(d)}, \sigma_2^{(d)})$ possible ; les observations désentrelacées s'expriment donc :

$$\begin{aligned} r^{(d)}(n) &= r_1^{(d)}(n) + jr_2^{(d)}(n), \\ &= y_1 \left(\left(\sigma_1^{(d)} \right)^{-1}(n) \right) + jy_2 \left(\left(\sigma_2^{(d)} \right)^{-1}(n) \right) \\ &= h_1^{(d)}(n)x_1 \left(\left(\sigma_1^{(d)} \right)^{-1}(\sigma_1^{(\tilde{d})}(n)) \right) + jh_2^{(d)}(n)x_2 \left(\left(\sigma_2^{(d)} \right)^{-1}(\sigma_2^{(\tilde{d})}(n)) \right) + v^{(d)}(n), \end{aligned} \quad (4.32)$$

où $v^{(d)}(n)$ et $h_i^{(d)}$, avec $i \in \{1, 2\}$, ont les mêmes caractéristiques statistiques que $w(n)$ et $H(n)$ respectivement.

Deux points sont à noter ; d'abord, afin d'avoir un ordre de diversité élevé, les entrelaceurs bidimensionnels $(\sigma_1^{(d)}, \sigma_2^{(d)})$ doivent permettre aux composantes I et Q de chaque symbole QAM de subir des atténuations de canal indépendantes. Deuxièmement, contrairement aux constellations QAM classiques, avec un angle de rotation approprié, les composantes I et Q du symbole $x(n)$ dans (4.26) sont dépendantes l'une de l'autre. Cette propriété rend possible l'estimation aveugle de l'indice de l'entrelaceur bidimensionnel choisi dans l'émission. En effet, en utilisant le critère ML, on peut estimer, parmi l'alphabet préétabli, cet entrelaceur comme suit :

$$\begin{aligned}\hat{d} &= \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} P(\mathbf{R}^{(d)}) \\ &= \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \log \left(P(r^{(d)}(n)) \right) \\ &= \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \log \left(\sum_{x \in \mathbb{X}} P(r^{(d)}(n)|x) \right),\end{aligned}\tag{4.33}$$

où $\mathbf{R}^{(d)} = (r^{(d)}(0), r^{(d)}(1), \dots, r^{(d)}(N-1))^T$ et \mathbb{X} désigne la constellation tournée. De plus, à partir de (4.32) la probabilité $P(r^{(d)}(n)|x)$ peut être développée comme suit :

$$P(r^{(d)}(n)|x) = \frac{1}{2\pi N_0} e^{-\frac{\sum_{m=1}^2 \left| r_m^{(d)}(n) - h_m^{(d)}(n)x_m \right|^2}{2N_0}}.\tag{4.34}$$

En utilisant l'approximation Max-Log et (4.34), (4.33) peut alors être développée comme suit :

$$\begin{aligned}\hat{d} &= \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \max_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \log \left(P(r^{(d)}(n)|x) \right) \right\} \\ &= \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \min_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \sum_{m=1}^2 \left| r_m^{(d)}(n) - h_m^{(d)}(n)x_m \right|^2 \right\}.\end{aligned}\tag{4.35}$$

Après avoir estimé l'indice de l'entrelaceur, le récepteur calcule les LLRs des bits. Les LLRs obtenus sont ensuite désentrelacés et utilisés par le décodeur afin d'estimer les bits d'information émis \hat{b} . Cet algorithme est général pour tout angle de rotation, mais nous allons considérer par la suite l'angle utilisé dans le chapitre 3.

4.2.2 Considération de la complexité

4.2.2.1 Les constellations tournées et uniformément distribuées UP-RCQD

Comme évoqué précédemment, avec l'angle de rotation $\theta = \arctan(1/\sqrt{M})$, les composantes I et Q des symboles tournés sont uniformément distribuées le long des axes I et Q respectivement avec une distance minimale constante $d_{\min} = 2 \sin \theta$, comme l'illustre la Fig. 4.11 pour la constellation

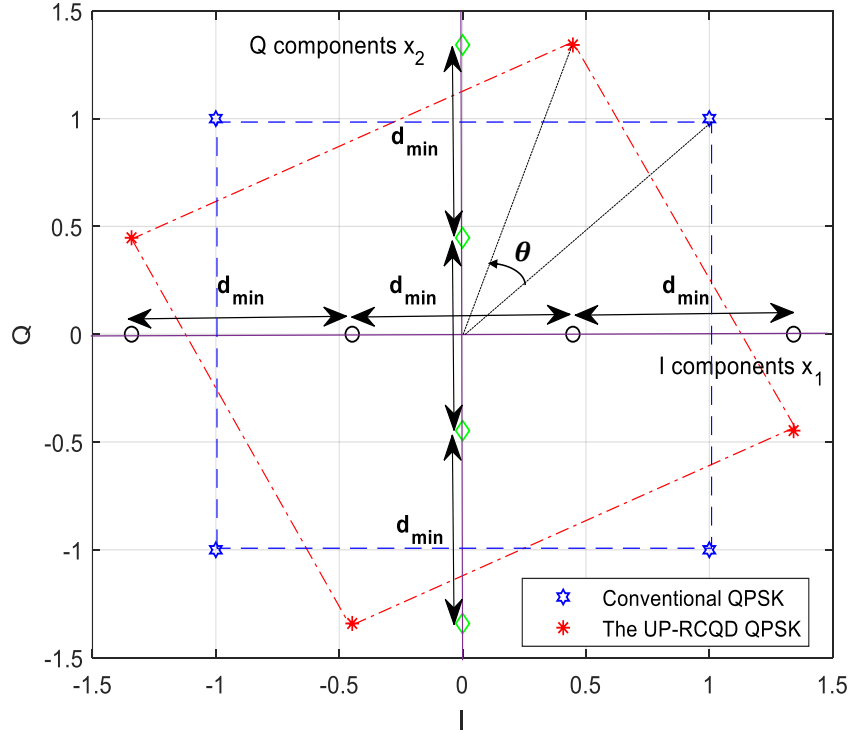


FIGURE 4.11 – La constellation UP-RCQD QPSK.

QPSK. Cela permet au récepteur d'utiliser le démodulateur à faible complexité opérant dans le domaine des entiers développé dans le chapitre 3. En effet, à chaque point x de la constellation UP-RCQD, il correspond un point bidimensionnel $(T_{x,1}, T_{x,2})$ défini par :

$$T_{x,1} = \frac{x_1}{2 \sin \theta} + \frac{(M-1)}{2} = \sqrt{M}p_1 + \left(\sqrt{M} - 1 - p_2 \right), \quad (4.36)$$

$$T_{x,2} = \frac{x_2}{2 \sin \theta} + \frac{(M-1)}{2} = \sqrt{M}p_2 + p_1. \quad (4.37)$$

Nous rappelons que $T_{x,1}$ et $T_{x,2}$ prennent des valeurs entières dans l'ensemble $\{0, 1, \dots, M-1\}$, et que la valeur du point unidimensionnel $T_{x,1}$ ou $T_{x,2}$ permet d'identifier un unique symbole 2D tourné. En effet à partir de $T_{x,1}$, le couple $(p_{x,1}, p_{x,2})$ qui permet d'obtenir de façon unique le symbole x (voir (4.25)), peut être obtenu comme suit :

$$\begin{cases} p_{x,1} = \left\lfloor \frac{T_{x,1}}{\sqrt{M}} \right\rfloor, \\ p_{x,2} = \sqrt{M} - 1 - \left(T_{x,1} - \sqrt{M}p_{x,1} \right), \end{cases} \quad (4.38)$$

où $\lfloor a \rfloor$ dénotes la partie entière de a . Similairement, le couple $(p_{x,1}, p_{x,2})$ peut aussi être obtenu à partir de $T_{x,2}$ comme suit :

$$\begin{cases} p_{x,2} = \left\lfloor \frac{T_{x,2}}{\sqrt{M}} \right\rfloor, \\ p_{x,1} = T_{x,2} - \sqrt{M}p_{x,2}. \end{cases} \quad (4.39)$$

Finalement, puisque la conversion mutuelle entre $(p_{x,1}, p_{x,2})$ and $(T_{x,1}, T_{x,2})$ pour une constellation donnée est fixe, cette conversion peut être faite à moindre complexité en utilisant un tableau de consultation (LUT) du côté du récepteur.

4.2.2.2 Estimation à faible complexité de l'indice de l'entrelaceur

Les composantes non effacées y_m ($m \in \{1, 2\}$) sont d'abord égalisées comme suit :

$$\begin{aligned} y_{eq,m}(n) &= \frac{y_m(n)}{2H(n) \sin \theta} + \frac{(M-1)}{2} \\ &= T_{x,m}(n) + \frac{w_m}{2H(n) \sin \theta}, \end{aligned} \quad (4.40)$$

où $T_{x,m}$ sont donnés par (4.36) - (4.37).

Similairement à (4.32), à partir de (4.40) les observations égalisées et désentrelacées s'expriment :

$$\begin{aligned} r_{eq}^{(d)}(n) &= h_1^{(d)}(n)T_{x,1} \left(\left(\sigma_1^{(d)} \right)^{-1} (\sigma_1^{(\tilde{d})}(n)) \right) \\ &\quad + j h_2^{(d)}(n)T_{x,2} \left(\left(\sigma_2^{(d)} \right)^{-1} (\sigma_2^{(\tilde{d})}(n)) \right) + \frac{v^{(d)}(n)}{2H(n) \sin \theta}. \end{aligned} \quad (4.41)$$

La distance $|r_m^{(d)}(n) - h_m^{(d)}(n)x_m|^2$ dans (4.35), avec m dans $\{0, 1\}$, peut alors être réécrite (voir (4.40)) :

$$\left| r_m^{(d)}(n) - h_m^{(d)}(n)x_m \right|^2 = (2 \sin \theta)^2 \left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2. \quad (4.42)$$

En utilisant (4.42), le décodeur Max-Log de l'indice de la séquence bidimensionnelle (4.35) devient donc :

$$\hat{d} = \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \min_{T_x \in \mathbf{T}} \left\{ \sum_{m=1}^2 \left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2 \right\}, \quad (4.43)$$

où \mathbf{T} désigne l'ensemble des points possibles $T_x = (T_{x,1}, T_{x,2})$.

L'équation (4.43) implique qu'on doit d'abord trouver, pour chaque d et chaque n , l'optimum global $T_{opt} = (T_{opt,1}, T_{opt,2})$ défini par :

$$T_{opt} = \min_{T_x \in \mathbf{T}} \left\{ \sum_{m=1}^2 \left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2 \right\}. \quad (4.44)$$

Parmi tous les points de la constellation, on peut facilement trouver l'optimum local $Loc_m^{(d)}(n) =$

$(Loc_{m,1}^{(d)}(n), Loc_{m,2}^{(d)}(n))$ qui minimise $\left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2$, avec m dans $\{0, 1\}$, tels que (voir (4.40)) :

$$Loc_{m,m}^{(d)}(n) = \begin{cases} 0, & \text{si } r_{eq,m}^{(d)}(n) \leq 0, \\ \text{round} \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) \right), & \text{si } 0 \leq r_{eq,m}^{(d)}(n) < (M-1), \\ M-1, & \text{si } r_{eq,m}^{(d)}(n) \geq (M-1). \end{cases} \quad (4.45)$$

Par souci de complexité, au lieu de chercher l'optimum global dans (4.43) parmi tous les points de la constellation, nous proposons de limiter cette recherche à seulement deux régions centrées sur $r_{eq,m}^{(d)}(n)$ avec un rayon r_a où m est dans $\{1, 2\}$. Pour $r_a > 0$, ces régions s'expriment comme :

$$\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n) = \begin{cases} \{0, \dots, 2r_a - 1\}, & \text{si } r_{eq,m}^{(d)}(n) < r_a, \\ \{M - 2r_a, \dots, M - 1\}, & \text{si } r_{eq,m}^{(d)}(n) \geq M - r_a, \\ \{ \lfloor r_{eq,m}^{(d)}(n) \rfloor - r_a + 1, \dots, \lfloor r_{eq,m}^{(d)}(n) \rfloor + r_a \}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.46)$$

tandis que pour $r_a = 0$, la région $\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n)$ contient seulement l'optimum local $Loc_m^{(d)}(n)$. Chaque point T_x appartenant à $\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n)$ localise un seul couple (p_1, p_2) et celui-ci, à son tour, détermine de façon unique un point (s_1, s_2) de la constellation originelle. Par conséquent, $\tilde{\mathbf{T}}^{(d)}(n) = \tilde{\mathbf{T}}_1^{(d)}(n) \cup \tilde{\mathbf{T}}_2^{(d)}(n)$ contient au plus $4r_a$ points. En particulier, pour $r_a = 0$, $\tilde{\mathbf{T}}^{(d)}(n)$ contient les deux optimums locaux $Loc_1^{(d)}(n)$ et $Loc_2^{(d)}(n)$; ceux-ci peuvent éventuellement conduire au même point de la constellation, qui sera alors nécessairement l'optimum global.

Pour résumer, à partir de (4.43) et (4.46), nous choisissons l'indice de l'entrelaceur comme suit :

$$\hat{d} = \underset{d=0,1,\dots,D-1}{\operatorname{argmax}} \sum_{n=0}^{N-1} \min_{T_x \in \tilde{\mathbf{T}}^{(d)}(n)} \left\{ \sum_{m=1}^2 \left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2 \right\}, \quad (4.47)$$

Nous présentons, à présent, les étapes successives de l'algorithme proposé :

1. Pour chaque composante reçue, utiliser (4.40) afin de transformer $y_m(n)$ en $y_{eq,m}(n)$. Si une composante est effacée, $y_{eq,m}(n)$ est mis à zéro et les termes associés de distance Euclidienne bidimensionnelle ne sont pas considérés dans (4.47).
2. Pour chaque composante reçue, localiser $\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n)$ en utilisant (4.46) avec un rayon r_a ; ensuite la distance de $r_{eq,m}^{(d)}(n)$ est calculée pour tous les points de l'ensemble $\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n)$.
3. Pour chaque d et chaque n , étant donné les termes de distance unidimensionnelle (1D) déjà obtenus à l'étape 2, calculer les distances 1D manquantes dans (4.47) afin d'obtenir les distances bidimensionnelles de $(r_{eq,1}^{(d)}(n), r_{eq,2}^{(d)}(n))$ pour tous les points de l'ensemble $\tilde{\mathbf{T}}^{(d)}(n)$. La distance minimale dans (4.47) est ensuite sélectionnée.
4. En utilisant les distances minimales obtenues à l'étape 3, l'indice de l'entrelaceur \hat{d} peut finalement être estimé (voir (4.47)).

4.2.2.3 Analyse de complexité

La complexité de l'algorithme est évaluée en nombre de Multiplications Réelles (MRs), Comparaisons réelles (CRs), Inversions Réelles (IRs) et Sommations réelles (SRs).

Il est d'abord à souligner que du côté de l'émetteur, aucune multiplication par des séquences de phase n'est requise pour l'algorithme proposé ; cela réduit le fardeau de la complexité par $4N(D-1)$ MRs et $2N(D-1)$ SRs par rapport à l'algorithme SLM (voir chapitre 4).

Par ailleurs, du côté du récepteur :

1. L'égalisation d'une composante reçue $y_m(n)$ en $y_{eq,m}(n)$ (voir 4.40), nécessite 1 MR, 1 SR et 1 IR. Donc, l'égalisation de toutes les observations requiert un total de N MRs, $2N$ SRs et $2N$ IRs (i.e. $2\sin\theta$ est une constante et la multiplication par $H(n)$ n'est effectuée qu'une seule fois).
2. La localisation de la région $\tilde{\mathbf{T}}_m^{(d)}(n)$ requiert 2 CRs. Le calcul d'une distance Euclidienne 1D demande 2 MR et 1 SR. Par conséquent, cette étape nécessite un total de $4Nr_a$ (resp. $2N$) MRs, $2Nr_a$ (resp. N) SRs and $4N$ CRs.
3. À l'étape 3, pour chaque d et chaque n , au moins $4r_a$ (resp. $2r_a$) termes de distance 1D comme $\left| h_m^{(d)}(n) \left(r_{eq,m}^{(d)}(n) - T_{x,m} \right) \right|^2$ ont déjà été calculés à l'étape 2 ; ainsi, le calcul des $4r_a$ (resp. $2r_a$) termes restants de distance 1D demande un total de $8r_aND$ (resp. $4ND$) MRs et $4Nr_a$ (resp. $2N$) SRs pour $r_a > 0$ (resp. $(r_a = 0)$). De surcroît, le calcul des distances Euclidiennes bidimensionnelles nécessite $4DNr_a$ (resp. $2DN$) SRs supplémentaires. Enfin, la sélection des distances 2D minimales requiert $DN(4r_a - 1)$ (resp. DN) CRs.
4. À l'étape 4, le calcul des sommes des distances minimales nécessite $(N-1)D$ SRs et la sélection de \hat{d} requiert $D-1$ CRs.

Il est à noter que l'utilisation des angles de rotation $\theta = \arctan(1/\sqrt{M})$ dans cet algorithme, réduit doublement la complexité ; d'abord, le démappeur proposé dans le chapitre 3 peut être déployé du côté du récepteur, car il réduit la complexité de plus de 60% par rapport à la méthode la plus simple utilisée actuellement utilisée dans DVB-T2. De surcroît, les deux premières étapes de l'algorithme de détection aveugle proposé sont déjà nécessaires pour la solution de demapping présentée dans le chapitre 3 ; ainsi, la complexité supplémentaire liée à l'estimation aveugle d'entrelaceur est juste $8r_aND$ (resp. $4ND$) MRs, $(8r_a + 1)ND - D$ (resp. ND) SRs et $(4r_a - 1)ND + D - 1$ (resp. $(N+1)D - 1$) CRs pour $r_a > 0$ (resp. pour $r_a = 0$).

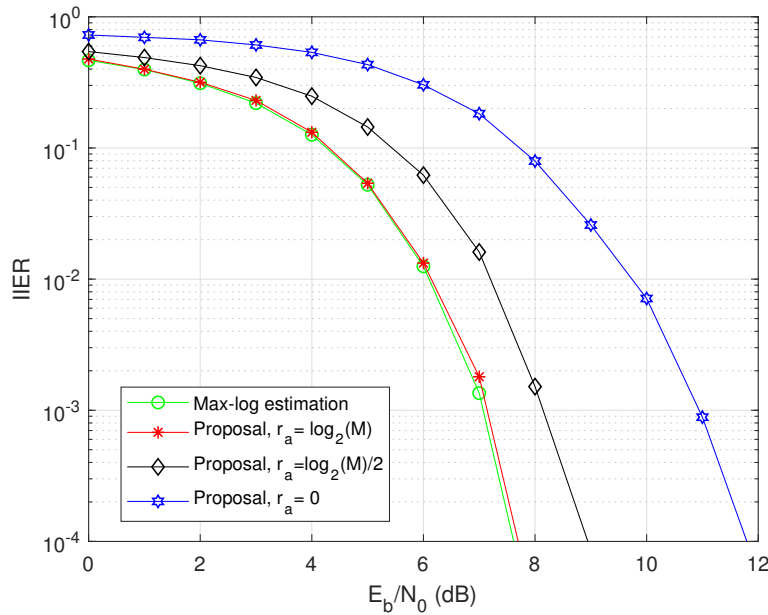


FIGURE 4.12 – Comparaison du IIER entre l'algorithme Max-Log et la méthode proposée avec plusieurs rayons r_a (64-QAM, $N = 256$ et $D = 16$).

4.2.3 Résultats des simulations

La Fig. 4.12 illustre le taux d'erreur d'estimation aveugle de l'indice de l'entrelaceur (Interleaver Index Error Rate (IIER)) obtenu avec le décodeur Max-Log et la méthode proposée pour plusieurs rayons r_a . Nous pouvons observer qu'il n'y a approximativement aucune différence entre la méthode proposée avec un rayon $r_a = \log_2 M$ et le décodeur à max-log. De plus, les performances se détériorent avec la diminution du rayon ; en particulier, avec un rayon $r_a = 0$, la méthode proposée perd 4 dB par rapport à l'estimateur Max-Log mais permet toujours de bonnes performances à un RSB assez faible.

Dans la suite, sauf mentionné, nous fixons les paramètres suivants : $N = 256$, $D = 16$ et la constellation 64-QAM. La Fig. 4.13 illustre les performances en termes de TEB obtenues avec les méthodes considérées et dans le cas où le récepteur a une connaissance idéale de l'indice de l'entrelaceur utilisé à l'émission, et ce pour, plusieurs constellations. En cohérence avec la Fig. 4.12, toutes les méthodes considérées permettent d'obtenir un faible IIER pour un RSB modéré à élevé ; elles conduisent donc aux mêmes performances globales en termes de TEB.

De surcroît, la Fig. 4.14 présente les courbes de TEB obtenues sur le canal de Rayleigh avec 15% et sans effacement, avec le code LDPC de longueur 64 800 bits de rendement égal à $4/5$ et le décodage min-sum à convergence rapide effectué avec 25 itérations [82] ; les courbes de la Fig. 4.14 représentent les performances obtenues avec l'angle de l'UP-RCQD 64-QAM utilisé dans la solution

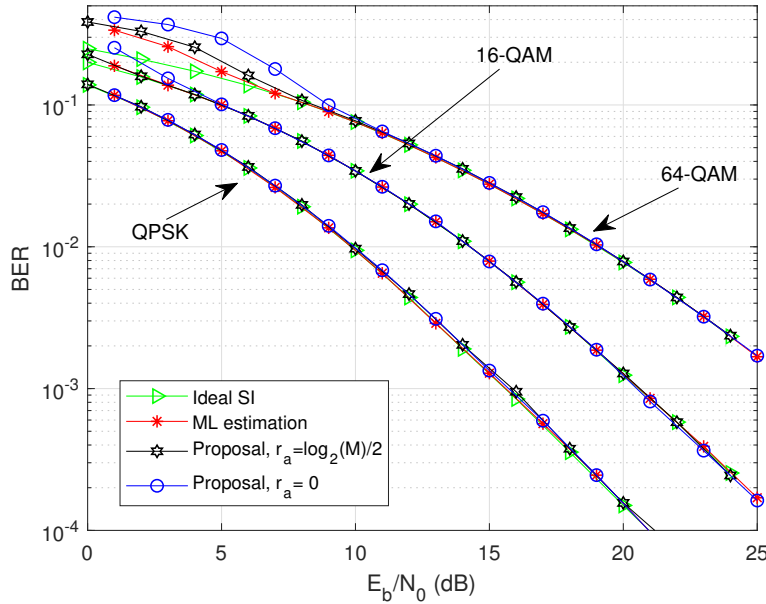


FIGURE 4.13 – Comparaison du TEB entre la méthode proposée pour plusieurs rayons r_a , l'algorithme Max-Log et le cas où le récepteur dispose d'un RSI idéal sur le canal de Rayleigh ($N = 256$, $D = 16$).

TABLE 4.3 – Comparaison de la complexité globale des algorithmes considérés (M1 : Max-log, M2 : algorithme proposé $r_a > 0$, M3 : algorithme proposé, $r_a = 0$ et M4 : SLM aveugle [25]).

	RS	RC	RM	RI
M1	$DN(3M + 1) - D$	$D(N(M - 1) + 1) - 1$	$4NMD$	0
M2	$(N(2 + r_a(2 + 8D) + D) - D$	$(4 + D(4r_a - 1))N + D - 1$	$N(1 + r_a(4 + 8D))$	$2N$
M3	$N(3 + 5D) - D$	$(N + 1)D - 1$	$N(3 + 4D)$	$2N$
M4	$DN(3 + 3M)$	$D - 1$	$D(N(4 + 2M)) + 1$	0

proposée, l'angle utilisé par DVB-T2, l'angle de rotation α_1 obtenu en minimisant le TEB (voir chapitre 4) et l'angle du nombre d'Or $\alpha_2 = \arctan(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2})$ [67]. Nous pouvons à nouveau observer que la constellation UP-RCQD donne des performances quasi-optimales sur les deux canaux ; en particulier, ses performances dépassent celles de la solution actuellement utilisée par DVB-T2 [82] d'approximativement 1 dB sur le canal de Rayleigh avec 15% d'effacement.

Par ailleurs, la Fig. 4.15 compare la complexité de l'algorithme proposé pour plusieurs rayons r_a , l'algorithme Max-Log, l'algorithme Max-Log pour la méthode SLM aveugle [25], et la méthode SLM aveugle proposé au début de ce chapitre (voir Table 4.2.3) ; nous supposons que le coût d'une CR ou d'une SR est égal à un et que les coûts d'une MR et d'une IR sont égaux à deux et quatre respectivement. Nous observons que la complexité de calcul de notre proposition augmente avec le rayon et que la complexité de l'estimation Max-Log est beaucoup plus élevée que celle de la méthode proposée. Avec les paramètres considérés, notre décodeur avec $r_a = 0$ permet une réduction de complexité de 98% par rapport à l'estimation Max-Log (nous obtenons une réduction de 70 % pour

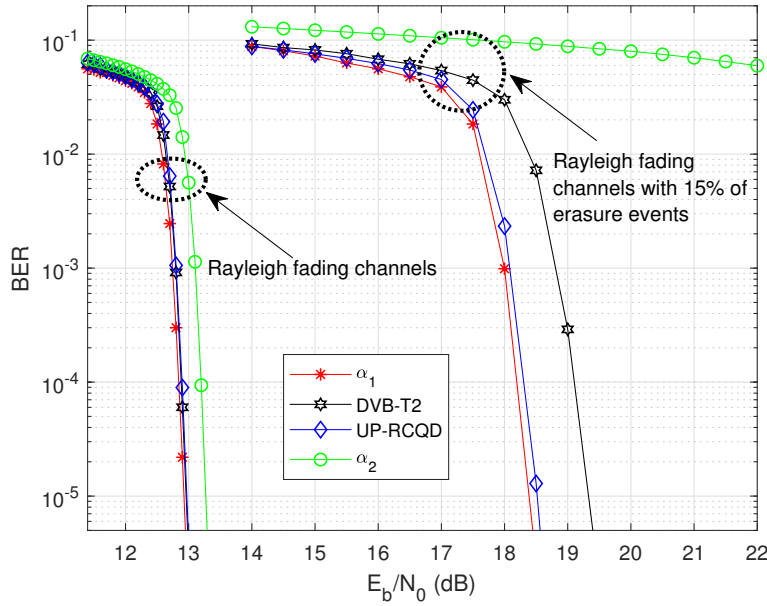


FIGURE 4.14 – Comparaison du TEB pour la constellation 64-QAM sur un canal de Rayleigh sans ou avec 15% d'effacement.

la plus petite constellation 4-QAM). De plus, il est à noter qu'avec les paramètres considérés, le système fonctionne à $E_b/N_0 = 13$ dB (voir Fig. 4.14) ; par conséquent, le décodeur proposé peut opérer avec un rayon $r_a = 0$ vu que cela suffit pour avoir des bonnes performances en termes de IIER (voir la figure 4.12).

Enfin, pour $N = 1024$, la Fig. 4.16 présente les CCDF du PAPR obtenues avec la technique proposée (pour $D = 2, 4, 8, 16$), l'algorithme TR défini dans DVB-T2 [82] (avec un seuil de clipping de 7 dB et 10 itérations), la méthode de clipping (avec un seuil de clipping de 75% du maximum des symboles OFDM originels) et la méthode PTS optimale (avec $S = 16$ sous-blocs et les angles de rotation $\{0, \pi\}$).

Nous pouvons observer que pour tout D supérieur à 2, l'algorithme proposé permet une meilleure réduction du PAPR que l'algorithme TR. Il est à souligner que, contrairement à la technique TR, la solution aveugle proposée évite toute perte spectrale. De plus, les performances de la méthode proposée en termes de réduction du PAPR dépassent celles de la méthode de clipping pour tout D supérieur à 4. Il est également à souligner que la méthode de clipping peut conduire à une perte considérable du TEB, surtout pour un faible seuil de clipping [12]. De surcroît, la méthode PTS optimale permet de bonnes performances en termes de réduction de PAPR ; toutefois, ce gain est obtenu au prix d'une complexité exponentielle en S du côté de l'émetteur et au prix d'une perte spectrale considérable. Par ailleurs, quand on utilise la technique TR et l'algorithme proposé avec

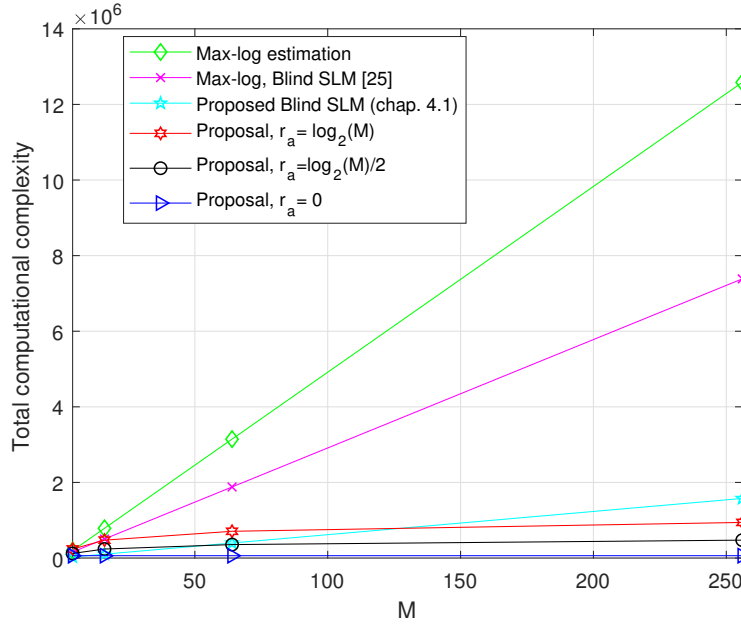


FIGURE 4.15 – Comparaison de la complexité globale des algorithmes considérés.

$D = 8$ conjointement, nous obtenons des performances similaires à la technique PTS d'origine avec une complexité beaucoup plus réduite et une efficacité spectrale plus élevée. Finalement, quand on compare la méthode proposée à la méthode SLM, les deux techniques permettent approximativement les mêmes performances en termes de réduction du PAPR ; toutefois, la dernière solution proposée réduit considérablement la complexité à la fois des côtés de l'émetteur et du récepteur ; en particulier, en plus de la réduction de la complexité obtenue dans le calcul des LLRs grâce à l'utilisation de la constellation UP-RCQD (voir chapitre 3), la complexité de décodage aveugle de l'entrelaceur est réduite, avec les paramètres considérés, de 96% (voir Table 4.2.3 et Fig. 4.15) par rapport à une estimation Max-Log.

4.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord proposé une méthode SLM aveugle pour les systèmes OFDM avec les constellations tournées. Elle est basée sur deux ensembles de symboles appartenant à deux constellations tournées avec deux angles de rotation différents.

Du côté de l'émetteur, parmi plusieurs séquences de phase possibles, le meilleur symbole OFDM obtenu en termes de PAPR est émis. Afin d'éviter toute perte d'efficacité spectrale, le récepteur doit estimer la séquence de phase utilisée à l'émission.

Les résultats des simulations montrent l'importance du choix des angles de rotation et l'efficacité de l'algorithme de détection. Ils soulignent également le grand impact de la méthode proposée à la fois

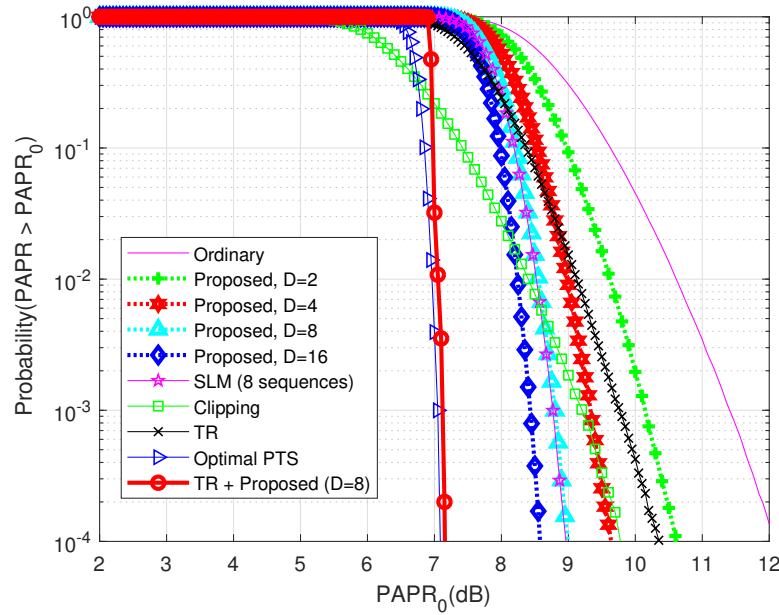


FIGURE 4.16 – Comparaison des performances en réduction du PAPR entre les algorithmes considérés pour la constellation 64-QAM et $N = 1024$.

sur la réduction du PAPR, ainsi que sur l'amélioration du TEB.

De surcroît, ce chapitre propose également une seconde méthode originale d'entrelacement aveugle pour la réduction du PAPR sans distorsion. Elle est basée sur l'utilisation des constellations tournées car elles permettent au récepteur d'identifier, sans aucune perte spectrale, l'entrelaceur bidimensionnel utilisé à l'émission. Par ailleurs, afin de réduire davantage la complexité du côté du récepteur, nous proposons d'utiliser la constellation UP-RCQD ; en effet, cette constellation a de nombreuses propriétés structurelles intéressantes que nous utilisons pour concevoir un décodeur aveugle de l'indice de l'entrelaceur à faible complexité.

Les principaux avantages de cette technique sont comme suit. D'abord, notre proposition permet de réduire considérablement le PAPR en évitant à la fois toute perte spectrale et dégradation du TEB. En outre, la solution proposée simplifie à la fois l'émetteur et le récepteur ; sa faible complexité la rend particulièrement adaptée à l'implémentation physique. Le chapitre suivant exploite également la corrélation entre symboles d'une constellation tournée pour améliorer la synchronisation.

Chapitre 5

Estimation de phase pour les constellations tournées

Sommaire

5.1	Modèle du système	100
5.2	Algorithme Proposé pour l'estimation de la phase	102
5.2.1	Critère du maximum a posteriori	102
5.2.2	Algorithme hors-ligne proposé	106
5.3	La borne de Cramér-Rao Bayésienne	107
5.4	Résultats des simulations	109
5.5	Conclusion	116

Grâce à un ordre de diversité inhérent (qui peut être combiné à celui d'un codage canal), les performances théoriques des constellations tournées (RCQD) sont supérieures à celles des constellations classiques sur les canaux à évanouissements. Néanmoins, en pratique, lorsqu'en tête de réception des techniques classiques pour l'estimation de phase sont utilisées, des mauvaises performances de synchronisation sont obtenues avec les constellations tournées ; cela entraîne une perte des performances globales du système. Pour y remédier, ce chapitre propose une technique d'estimation de phase basée sur deux boucles à verrouillage de phase (PLL) qui prennent en compte de manière inhérente la caractéristique des signaux RCQD.

Ce chapitre est organisé comme suit. La première section introduit le modèle du système. La deuxième section présente d'abord l'estimateur au sens du maximum a posteriori pour l'estimation de la phase. Pour mettre en œuvre l'estimateur MAP de façon pratique, cette section propose ensuite

un algorithme hors-ligne comprenant deux PLLs. De surcroît, la troisième section développe le calcul de la borne minimale de Cramér-Rao. La section qui suit présente les résultats des simulations. Enfin, la cinquième section conclue ce chapitre.

5.1 Modèle du système

Pour générer des symboles RCQD, L'émetteur considère N symboles d'une constellation bidimensionnelle \mathbb{S} :

$$s_n = s_n^I + js_n^Q, \quad (5.1)$$

où s_n^I et s_n^Q sont respectivement la composante I et Q du symbole s_n .

Ensuite, l'émetteur tourne les symboles générés par un angle de rotation α :

$$z_n = s_n \exp(j\alpha). \quad (5.2)$$

Par la suite, l'émetteur entrelace les composantes en quadrature z_n^Q telles que :

$$x_n = z_n^I + jz_{n-\Delta_T}^Q, \quad (5.3)$$

où Δ_T est un entier.

Le signal reçu s'écrit :

$$r_n = h_n x_n \exp(j\theta_n) + v_n, \quad (5.4)$$

où h_n , θ_n et v_n sont respectivement l'atténuation de canal, une erreur de phase résiduelle et un bruit Gaussien centré de variance $2\sigma^2$.

On considère souvent le modèle de la marche Brownienne [35, 36] pour décrire le comportement des oscillateurs utilisés dans la pratique. Avec ce modèle, l'évolution de l'erreur de phase résiduelle s'écrit :

$$\theta_n = \theta_{n-1} + w_k, \quad (5.5)$$

où w_k est un bruit réel Gaussien de variance σ_w^2 .

D'abord, le récepteur estime les décalages de phase. Avec le critère MAP, cela consiste à trouver $\hat{\theta}$ tel que :

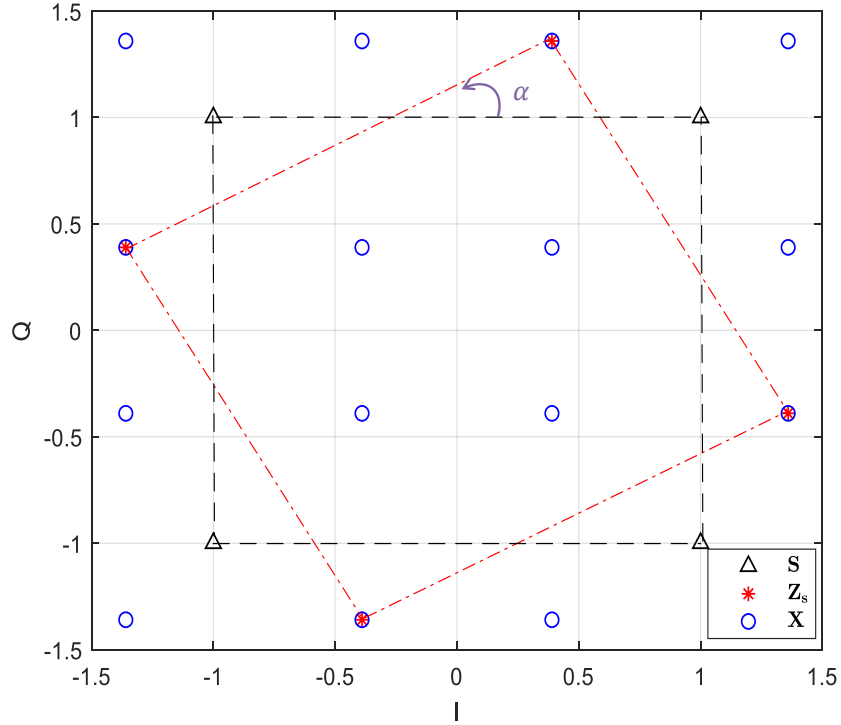


FIGURE 5.1 – Les constellations \mathbb{S} , \mathbb{Z}_s et \mathbb{X} pour la constellation QPSK tournée avec l'angle de rotation défini dans DVB-T2 [82].

$$\hat{\theta}_{MAP} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} P(\theta | \mathbf{H}, \mathbf{R}), \quad (5.6)$$

où $\theta = [\theta_0, \theta_1 \dots \theta_{N-1}]^T$, $\mathbf{R} = [r_0, r_1 \dots r_{N-1}]^T$ et $\mathbf{H} = [h_0, h_1 \dots h_{N-1}]^T$.

Finalement, le récepteur estime les bits d'information à partir des symboles corrigés en phase.

Afin d'alléger les notations, dans la suite, \mathbf{H} n'est pas explicitement indiqué comme argument pour les fonctions qui en dépendent. De plus, l'ensemble des symboles z_n (resp. x_n) est noté \mathbb{Z}_s (resp. \mathbb{X}). La Figure 5.1 illustre les constellations \mathbb{Z}_s et \mathbb{X} correspondantes à la constellation QPSK. Il est important de noter que, contrairement à \mathbb{S} et \mathbb{Z}_s , la constellation tournée et entrelacée \mathbb{X} comprend 16 points possibles. Cela introduit pour l'estimation de phase un facteur de nuisance plus important que celui plus restreint d'une simple modulation QPSK.

5.2 Algorithme Proposé pour l'estimation de la phase

5.2.1 Critère du maximum a posteriori

En utilisant le théorème de Bayes, l'équation (5.6) peut s'écrire :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MAP} = \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}} (\log(P(\mathbf{R}|\boldsymbol{\theta})) + \log(P(\boldsymbol{\theta}))). \quad (5.7)$$

Avec le modèle de marche Brownienne (5.5), la densité de probabilité de $\boldsymbol{\theta}$ s'écrit :

$$P(\boldsymbol{\theta}) = P(\theta_0) \prod_{i=1}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left(-\frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{2\sigma_w^2}\right). \quad (5.8)$$

De plus, $\log(P(\mathbf{R}|\boldsymbol{\theta}))$ peut être développé comme suit :

$$\log(P(\mathbf{R}|\boldsymbol{\theta})) = \sum_{i=0}^{N-1} \log(P(r_i|\theta_i, V_i^{(1)})), \quad (5.9)$$

où $V_i^{(1)}$ est donné par :

$$V_i^{(1)} = \{\theta_0, r_0, \theta_1, r_1, \dots, \theta_{i-1}, r_{i-1}\}. \quad (5.10)$$

En supposant pour simplifier les notations des explications initiales que $\Delta_T < N/3$, nous supprimons les variables indépendantes de r_i de l'ensemble $V_i^{(1)}$ (voir (5.10)) pour évaluer le terme $\log(P(r_i|\theta_i, V_i^{(1)}))$ dans (5.9), et nous obtenons alors (car r_i , l'observation sur x_i , dépend seulement des observations et des décalages de phase aux indices $i - \Delta_T$ et $i + \Delta_T$, ce qui permet de supprimer donc pour tout i , les variables propres à d'autres indices temporels dans $V_i^{(1)}$) :

$$V_i^{(1)} = \begin{cases} \{\emptyset\}, & \text{si } i < \Delta_T, \\ \{\theta_{i-}, r_{i-}\}, & \text{si } \Delta_T \leq i < N - \Delta_T, \\ \{\theta_{i-}, r_{i-}, \theta_{i+}, r_{i+}\}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.11)$$

où tout au long de ce chapitre, les indices i^- et i^+ indiquent respectivement $i - \Delta_T$ et $i + \Delta_T$.

Enfin, la probabilité $P(r_i|\theta_i, V_i^{(1)})$ s'écrit :

$$P(r_i|\theta_i, V_i^{(1)}) = \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}|V_i^{(1)}} (P(r_i|\theta_i, x)), \quad (5.12)$$

où :

$$\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}|V_i^{(1)}} (P(r_i|\theta_i, x)) = \sum_{x \in \mathbb{X}} P(x|V_i^{(1)}) P(r_i|\theta_i, x). \quad (5.13)$$

L'expression de $P(x|V_i^{(1)})$ dépend de l'indice i (voir (5.11)). Si $\Delta_T \leq i < N - \Delta_T$, elle peut être développée comme suit :

$$\begin{aligned} P(x|V_i^{(1)}) &= P(x^I, x^Q | r_{i-}, \theta_{i-}) = P(x^I)P(x^Q | r_{i-}, \theta_{i-}) \\ &= c_1 P(x^I)P(x^Q)P(r_{i-} | x^Q, \theta_{i-}) \\ &= c_1 P(x^I)P(x^Q) \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}/I(x^Q)} (P(r_{i-} | x, \theta_{i-})), \end{aligned} \quad (5.14)$$

où c_1 est une constante, $I(x^Q)$ est la composante en phase qui correspond à la composante en quadrature x^Q dans la constellation tournée (non entrelacée) \mathbb{Z}_s (i.e. pour une constellation tournée avec un angle de rotation approprié, il correspond à chaque composante en quadrature, une seule composante en phase [67]) et $\mathbb{X}/I(x^Q)$ désigne les points de la constellation tournée et entrelacée \mathbb{X} dont la composante en phase est égale à $I(x^Q)$. La deuxième égalité dans (5.14) provient de l'indépendance entre x^I et (r_{i-}, θ_{i-}) (voir le modèle du système) et la troisième égalité provient du théorème de Bayes.

Similairement, $P(x|V_i^{(1)})$ peut être développé pour $i \geq N - \Delta_T$ comme suit :

$$\begin{aligned} P(x|V_i^{(1)}) &= P(x^I | r_{i+}, \theta_{i+})P(x^Q | r_{i-}, \theta_{i-}) \\ &= c_2 P(x^I)P(x^Q) \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}/I(x^Q)} (P(r_{i-} | x, \theta_{i-})) \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}/Q(x^I)} (P(r_{i+} | x, \theta_{i+})), \end{aligned} \quad (5.15)$$

où c_2 est une constante, $Q(x^I)$ est la composante Q qui correspond à x^I dans la constellation tournée non entrelacée \mathbb{Z}_s .

En utilisant (5.8), (5.9) et (5.12), le problème d'optimisation décrit par (5.7) est équivalent à :

$$\hat{\theta}_{MAP} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} \Delta_{\theta}^{(1)}, \quad (5.16)$$

où :

$$\Delta_{\theta}^{(1)} = \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}/V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right) + \log(P(\theta_0)) - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{2\sigma_w^2}, \quad (5.17)$$

avec :

$$g(r_i, \theta_i, x) = \exp\left(\frac{2\operatorname{Re}\{r_i h_i x^* \exp -j\theta_i\} - |h_i x|^2}{2\sigma^2}\right). \quad (5.18)$$

En supposant que le décalage de phase initial soit uniformément distribué (absence d'a priori sur la phase initiale), le gradient de Δ_{θ}^1 peut s'écrire (voir Annexe C) :

$$\nabla_{\theta} \Delta_{\theta}^{(1)} = \begin{cases} f^{(1)}(r_i, \theta_i) + \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\sigma_w^2}, & \text{si } i = 0, \\ f^{(1)}(r_i, \theta_i) + \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\sigma_w^2}, & \text{si } i = 1, \dots, N-2, \\ f^{(1)}(r_i, \theta_i) + \frac{\theta_{i-1} - \theta_i}{\sigma_w^2}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.19)$$

où :

$$f^{(1)}(r_i, \theta_i) = \begin{cases} f_1^{(1)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(1)}(r_{i+}, \theta_{i+}) + f_2^{(1)}(r_{i-}, \theta_{i-}), & \text{si } i < \Delta_T, \\ f_1^{(1)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(1)}(r_{i+}, \theta_{i+}), & \text{si } \Delta_T \leq i < N - \Delta_T, \\ f_1^{(1)}(r_i, \theta_i), & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.20)$$

avec les contributions dans le membre de droite de (5.20) qui s'écrivent :

$$f_1^{(1)}(r_i, \theta_i) = \frac{\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (\mu(r_i, \theta_i, x) g(r_i, \theta_i, x))}{\sigma^2 \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x))}, \quad (5.21)$$

$$f_2^{(1)}(r_k, \theta_k) = \frac{\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (\mathbb{E}_{\tilde{x} \in \mathbb{X} | C(x)} (\mu(r_i, \theta_i, \tilde{x}) g(r_i, \theta_i, \tilde{x})) g(r_k, \theta_k, x))}{\sigma^2 \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (g(r_k, \theta_k, x))}. \quad (5.22)$$

où $\mu(r_i, \theta_i, x) = \Im(r_i h_i x^* e^{-j\theta_i})$ et l'indice k désigne i^- ou i^+ , et $C(x)$ vaut $Q(x^I)$ (resp. $I(x^Q)$) quand k vaut i^- (resp. i^+).

La solution au sens du MAP satisfait $\Delta_{\theta}^{(1)} = 0$; ainsi, à partir de (5.19) on obtient finalement les équations suivantes :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i+1} + \sigma_w^2 f^{(1)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 0, \\ \hat{\theta}_i = \frac{\hat{\theta}_{i+1} + \hat{\theta}_{i-1}}{2} + \frac{\sigma_w^2}{2} f^{(1)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 1, \dots, N-2, \\ \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_i + \sigma_w^2 f^{(1)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.23)$$

Par ailleurs, les dérivations précédentes ne sont pas uniques ; en effet, on peut développer l'équation (5.9) différemment. Elle peut, par exemple, être réécrite :

$$\log(P(\mathbf{R}|\boldsymbol{\theta})) = \sum_{i=0}^{N-1} \log(P(r_i|\theta_i, V_i^{(2)})), \quad (5.24)$$

où $V_i^{(2)}$ est donné par :

$$V_i^{(2)} = \{\theta_N, r_N, \theta_{N-1}, r_{N-1}, \dots, \theta_{i+1}, r_{i+1}\}. \quad (5.25)$$

En suivant les mêmes étapes qui ont menées à (5.23), l'estimateur MAP peut maintenant s'écrire :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i+1} + \sigma_w^2 f^{(2)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 0, \\ \hat{\theta}_i = \frac{\hat{\theta}_{i+1} + \hat{\theta}_{i-1}}{2} + \frac{\sigma_w^2}{2} f^{(2)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 1, \dots, N-2, \\ \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + \sigma_w^2 f^{(2)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.26)$$

où :

$$f^{(2)}(r_i, \theta_i) = \begin{cases} f_1^{(2)}(r_i, \theta_i), & \text{si } i < \Delta_T, \\ f_1^{(2)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(2)}(r_{i-}, \theta_{i-}), & \text{si } \Delta_T \leq i < N - \Delta_T, \\ f_1^{(2)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(2)}(r_{i+}, \theta_{i+}) + f_2^{(2)}(r_{i-}, \theta_{i-}), & \text{sinon,} \end{cases} \quad (5.27)$$

où $f_1^{(2)}(r_i, \theta_i)$ et $f_2^{(2)}(r_i, \theta_i)$ sont donnés par (5.21) et (5.22) respectivement.

Deux points sont à souligner ; d'abord, si on suppose que (5.7) possède une unique solution, la même séquence $\hat{\theta}$ est obtenue que l'on utilise les expressions (5.23) ou (5.26). Par conséquent, pour $i < \Delta_T$, la première ligne de (5.20) et celle de (5.27) donnent :

$$f^{(2)}(r_i, \theta_i) = f_1^{(1)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(1)}(r_{i+}, \theta_{i+}) + f_2^{(1)}(r_{i-}, \theta_{i-}). \quad (5.28)$$

Deuxièmement, les deux équations (5.23) et (5.26) ont été obtenues pour $\Delta_T < N/3$ (voir (5.11)) ; afin de généraliser l'estimateur, on peut réécrire (5.24)-(5.25) afin d'assurer que pour tout $\Delta_T \leq i < 2\Delta_T$, $V_i^{(3)}$ soit égal à $\{\theta_{i-}, r_{i-}, \theta_{i+}, r_{i+}\}$; dans ce cas, on obtient pour $\Delta_T \leq i < 2\Delta_T$:

$$\begin{aligned} f^{(3)}(r_i, \theta_i) &= f_1^{(1)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(1)}(r_{i+}, \theta_{i+}) \\ &= f_1^{(2)}(r_i, \theta_i) + f_2^{(2)}(r_{i-}, \theta_{i-}). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Avec le même raisonnement, on peut obtenir des résultats similaires pour les autres intervalles d'indices i . Grâce à l'unicité de la solution, nous pouvons enfin réécrire $f^{(1)}(r_i, \theta_i)$ pour tout i :

$$f^{(1)}(r_i, \theta_i) = f^{(2)}(r_i, \theta_i) = f_1^{(0)}(r_i, \theta_i), \quad (5.30)$$

avec $V_i^{(0)} = \{\theta_{i-}, r_{i-}, \theta_{i+}, r_{i+}\}$.

Dès lors, l'estimateur MAP peut s'écrire indépendamment de l'entier Δ_T :

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i+1} + \sigma_w^2 f_1^{(0)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 0, \\ \hat{\theta}_i = \frac{\hat{\theta}_{i+1} + \hat{\theta}_{i-1}}{2} + \frac{\sigma_w^2}{2} f_1^{(0)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{si } i = 1, \dots, N-2, \\ \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i-1} + \sigma_w^2 f_1^{(0)}(r_i, \hat{\theta}_i), & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.31)$$

Il est à noter qu'avec un angle de rotation α égal à 0 (i.e. une constellation non tournée) ou dans le cas où Δ_T vaut 0 (i.e. pas d'entrelacement), (5.31) est cohérent avec l'estimateur MAP classique (pour les constellations non tournées et non entrelacées) [37].

5.2.2 Algorithme hors-ligne proposé

Selon (5.31), le décalage de phase estimé à l'instant i dépend à la fois des décalages de phase aux instants $i-1$ et $i+1$. Toutefois, en pratique, pour un estimateur en ligne, la phase à l'instant $i+1$ n'a pas encore été estimée à l'instant i . Pour cette raison, nous proposons d'utiliser un algorithme aller-retour constitué de deux PLLs ; la première PLL fonctionne dans le sens direct (Forward) du bloc de données reçues (i.e. du début vers la fin) comme suit :

$$\hat{\theta}_i^{(F)} = \hat{\theta}_{i-1}^{(F)} + \mu f_1^{(F)}(r_i, \hat{\theta}_{i-1}^{(F)}), \quad (5.32)$$

où μ est un pas approprié et l'ensemble $V_i^{(F)}$ dépend de la disponibilité à l'instant i au niveau du récepteur des phases $\hat{\theta}_{i-}^{(F)}$ et $\hat{\theta}_{i+}^{(F)}$; en effet si $\hat{\theta}_{i-}^{(F)}$ et $\hat{\theta}_{i+}^{(F)}$ ne sont pas accessibles à l'instant i , $V_i^{(F)} = \{\emptyset\}$. Dans le cas contraire, quand les deux décalages de phase ont été estimés, $V_i^{(F)} = \{\hat{\theta}_{i-}^{(F)}, r_{i-}, \hat{\theta}_{i+}^{(F)}, r_{i+}\}$. Enfin, quand seul $\hat{\theta}_k^{(F)}$ est accessible à l'instant i , avec k dans $\{i-, i+\}$, $V_i^{(F)}$ vaut $\{\hat{\theta}_k^{(F)}, r_k\}$.

La deuxième PLL opère dans le sens inverse du temps (Backward). Similairement à (5.32), elle s'écrit :

$$\hat{\theta}_i^{(B)} = \hat{\theta}_{i+1}^{(B)} + \mu f_1^{(B)}(r_i, \hat{\theta}_{i+1}^{(B)}), \quad (5.33)$$

où $V_i^{(B)} = \{\hat{\theta}_{i-}^{(B)}, r_{i-}, \hat{\theta}_{i+}^{(B)}, r_{i+}\}$, et $\hat{\theta}_k^{(B)}$ est remplacé par $\hat{\theta}_k^{(F)}$ quand $\hat{\theta}_k^{(B)}$ n'a pas encore été obtenu ; en effet, dans la pratique, le récepteur peut lancer la PLL inverse une fois que la PLL directe est achevée au bot du bloc de N symboles. De surcroît, on peut noter que la boucle inverse est initialisée par le dernier décalage de phase estimé de la boucle directe.

L'algorithme aller-retour est donc simplement obtenu en prenant la moyenne des deux PLLs :

$$\hat{\theta}_i^{(FB)} = \begin{cases} \hat{\theta}_i^{(B)}, & \text{si } i = 0, \\ \frac{\hat{\theta}_i^{(F)} + \hat{\theta}_i^{(B)}}{2}, & \text{si } i = 1 \dots N-2, \\ \hat{\theta}_i^{(F)}, & \text{si } i = N-1. \end{cases} \quad (5.34)$$

Enfin, il est à noter qu'afin d'améliorer les performances, le récepteur peut effectuer plusieurs allers-retours. Dans ce cas, l'algorithme aller-retour (5.34) peut être utilisé dans les itérations allers-retours suivantes avec une seule modification : à partir de la deuxième itération, quand $\hat{\theta}_k^{(F)}$ ou $\hat{\theta}_k^{(B)}$ ne sont pas accessibles, ils sont simplement remplacés par $\hat{\theta}_k^{(FB)}$ obtenu à l'itération précédente.

5.3 La borne de Cramér-Rao Bayésienne

La matrice de covariance de tout estimateur bayésien non biaisé satisfait l'inégalité suivante [95] :

$$\mathbb{E}_{y,\theta}[(\hat{\theta} - \theta)(\hat{\theta} - \theta)^T] \geq F_{BN}^{-1}, \quad (5.35)$$

où l'information de Fischer Bayésienne contient les contributions des observations et du modèle a priori :

$$F_{BN} = \mathbb{E}_{\theta}(F_{\theta}) + \mathbb{E}_{\theta}[-\Delta_{\theta}^{\theta}(\log(P(\theta)))]. \quad (5.36)$$

Dans le cas du modèle d'observation avec marche Brownienne (5.5) et en l'absence d'a priori initial, le second terme $\mathbb{E}_{\theta}[-\Delta_{\theta}^{\theta}(\log(P(\theta)))]$ dans (5.36) s'exprime sous la forme [96] :

$$\mathbb{E}_{\theta}[-\Delta_{\theta}^{\theta}(\log(P(\theta)))] = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_w^2} & -\frac{1}{\sigma_w^2} & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{1}{\sigma_w^2} & \frac{2}{\sigma_w^2} & -\frac{1}{\sigma_w^2} & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & -\frac{1}{\sigma_w^2} & \frac{2}{\sigma_w^2} & -\frac{1}{\sigma_w^2} \\ 0 & \dots & 0 & -\frac{1}{\sigma_w^2} & \frac{1}{\sigma_w^2} \end{pmatrix}; \quad (5.37)$$

par ailleurs, pour calculer le premier terme de (5.36), on a :

$$\begin{aligned}
 F_\theta &= \mathbb{E}_{r|\theta}[-\Delta_\theta^\theta(\log(P(r|\theta)))] \\
 &= \mathbb{E}_{r|\theta} \left(\begin{pmatrix} \frac{\partial^2(\log P(\mathbf{R}|\theta))}{\partial^2 \theta_0} & \dots & \frac{\partial^2(\log P(\mathbf{R}|\theta))}{\partial^2 \theta_0 \theta_{N-1}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2(\log P(\mathbf{R}|\theta))}{\partial^2 \theta_{N-1} \theta_0} & \dots & \frac{\partial^2(\log P(\mathbf{R}|\theta))}{\partial^2 \theta_{N-1}} \end{pmatrix} \right). \quad (5.38)
 \end{aligned}$$

Il est à noter que l'expression de F_θ dépend du choix de Δ_T et du développement de $P(\mathbf{R}|\theta)$. Dès lors, nous nous limitons ici à la dérivation de la Borne de Cramér-Rao Bayésienne (BCRB) pour le cas où $\Delta_T = N/2$, vu que pour ce cas, l'expression de la BCRB est simple à obtenir sous une forme concise. De surcroît, il est à remarquer que de manière logique, dans nos simulations, l'erreur quadratique moyenne (Mean Square Error (MSE)) de l'estimateur de phase proposé est indépendante du retard Δ_T .

Avec $\Delta_T = N/2$, étant donné que (r_i, r_{i+}) dépend seulement du couple d'angles (θ_i, θ_{i+}) et vu que le bruit est blanc, $P(\mathbf{R}|\theta)$ peut être développé comme suit :

$$\log(P(\mathbf{R}|\theta)) = \sum_{i=0}^{\Delta_T-1} \log(P(r_i, r_{i+}|\beta_i, \beta_{i+})), \quad (5.39)$$

où :

$$\begin{aligned}
 P(r_i, r_{i+}|\beta_i, \beta_{i+}) &= \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \{P(r_i, r_{i+}|\beta_i, \beta_{i+}, x)\} \\
 &= \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \left(\left(\frac{1}{(2\pi\sigma^2)^2} \right) e^{\left(\frac{-|r_i - h_i x e^{j\theta_i}|^2 - |r_{i+} - h_{i+} \tilde{x} e^{j\theta_{i+}}|^2}{2\sigma^2} \right)} \right), \quad (5.40)
 \end{aligned}$$

avec $\tilde{x} = I(x^Q) + jQ(x^I)$.

On obtient alors que le premier terme $\mathbb{E}_\theta(F_\theta)$ relatif à la contribution de l'observation dans l'information de Fischer Bayésienne s'écrit sous la forme d'une matrice à trois diagonales :

$$\mathbb{E}_\theta(F_\theta) = J_D \mathbf{Id}_N + J_P \mathbf{M}, \quad (5.41)$$

où :

$$J_D = \mathbb{E}_{r,\theta} \left\{ \frac{\partial^2 (\log(P(r_i, r_{i+} | \theta_i, \theta_{i+})))}{\partial^2 \theta_i} \right\}, \quad (5.42)$$

$$J_P = \mathbb{E}_{r,\theta} \left\{ \frac{\partial^2 (\log(P(r_i, r_{i+} | \theta_i, \theta_{i+})))}{\partial^2 \theta_i \theta_{i+}} \right\}, \quad (5.43)$$

et où $\mathbf{M} = (m_{i,j})_{0 \leq i,j \leq N-1}$ avec :

$$m_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{si } i = j \pm \Delta_T, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.44)$$

Étant donné (5.40), (5.42) et (5.43) peuvent alors être développés comme suit :

$$J_D = \mathbb{E}_{r,\theta} \left\{ \frac{V(k)U_1(k) - V_1^2(k)}{V^2(k)} \right\}, \quad (5.45)$$

$$J_P = \mathbb{E}_{r,\theta} \left\{ \frac{V(k)U_2(k) - V_1(k^+)V_1(k)}{V^2(k)} \right\}, \quad (5.46)$$

où :

$$V(k) = \sigma^2 \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \{P(r_k, r_{k+} | \theta_k, \theta_{k+}, x)\}, \quad (5.47)$$

$$V_1(k) = \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \{\mu(r_k, \theta_k, x)P(r_k, r_{k+} | \theta_k, \theta_{k+}, x)\}, \quad (5.48)$$

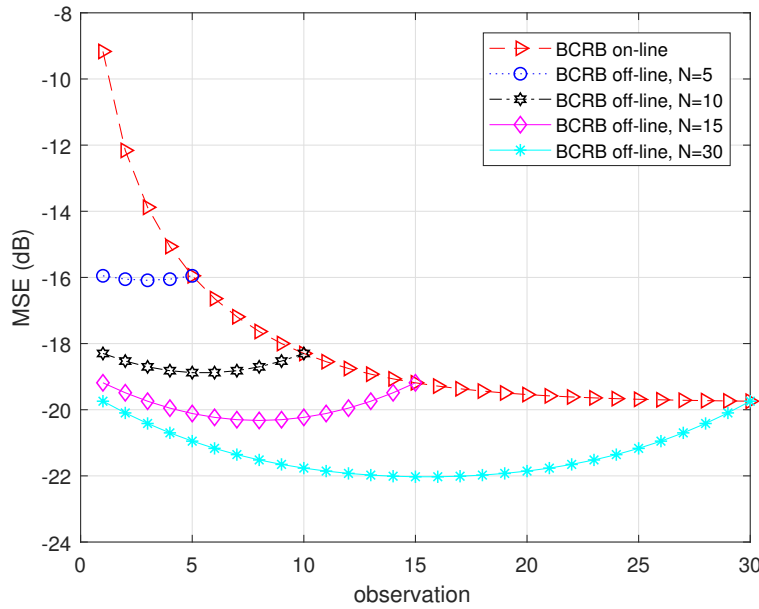
$$U_1(k) = \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \left\{ \left(\frac{\mu(r_k, \theta_k, x)^2}{\sigma^2} - \Re\{r_k h_k x^* e^{-j\theta_k}\} \right) P(r_k, r_{k+} | \theta_k, \theta_{k+}, x) \right\}, \quad (5.49)$$

$$U_2(k) = \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X}} \{\mu(r_k, \theta_k, x)\mu(r_{k+}, \theta_{k+}, \tilde{x})P(r_k, r_{k+} | \theta_k, \theta_{k+}, x)\}. \quad (5.50)$$

Finalement, on peut ainsi évaluer l'expression de la borne de Cramér-Rao Bayésienne à l'aide de (5.36), (5.37), (5.41) où les coefficients de la matrice tridiagonale s'obtiennent avec (5.45)-(5.50).

5.4 Résultats des simulations

Dans cette section, les courbes de MSE et de BCRB sont obtenues via des simulations de Monte-Carlo. De plus, nous supposons que l'ambiguïté éventuelle de phase est résolue dans nos simulations car en pratique, cela peut être obtenu en utilisant un en-tête. Les pas des PLLs, pour les algorithmes proposé et conventionnel ne tenant pas compte de l'entrelacement [37, 38], sont sélectionnés de manière à assurer la convergence vers l'erreur quadrature moyenne minimale. Enfin, les courbes indiquées par "Forward" (resp. "Backward") sont obtenues en utilisant une seule PLL fonctionnant dans le sens direct (resp. inverse), tandis que les courbes indiquées par "F / B" (resp. "Multiple F / B ") sont obtenues en utilisant l'algorithme d'estimation aller-retour avec une seule itération

FIGURE 5.2 – BCRB en fonction de la longueur de bloc N .

(respectivement trois itérations).

La Figure 5.2 présente les BCRBs en ligne et hors ligne en fonction de la taille du bloc de symboles (i.e. $N = 5, 10, 15, 30$) pour la constellation QPSK tournée avec $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$.

La borne hors-ligne (5.35)-(5.36) permet un gain théorique de 2-3 dB au centre du bloc. Ce gain théorique peut être obtenu dans la pratique avec l'estimateur MAP (5.34) utilisant deux PLLs ((5.32) et (5.33)) fonctionnant dans le sens direct et inverse ; comme l'illustre la Figure 5.3, les biais apportés par chacune de ces deux boucles sont généralement opposés et prendre la moyenne des deux trajectoires permet donc de mieux estimer les décalages de phase.

Les figures suivantes représentent les performances de l'estimateur au centre du bloc de données en fonction du RSB.

La Figure 5.4 présente les BCRBs obtenues pour les constellations QPSK et 16-QAM conventionnelles et tournées sur le canal Gaussien avec $\sigma_w^2 = 0.16 \text{ rad}^2$ et $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$. Nous pouvons observer que les constellations tournées permettent théoriquement les mêmes performances de synchronisation de phase que les constellations classiques malgré la nuisance plus importante illustrée par la Fig. 5.1.

Par ailleurs, la Figure 5.5 montre les performances en terme de MSE pour la constellations QPSK de l'estimateur conventionnel (boucle (AR) sans entrelacement) et l'estimateur proposé sur le canal Gaussien avec $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$. Nous pouvons constater que seul l'estimateur proposé permet

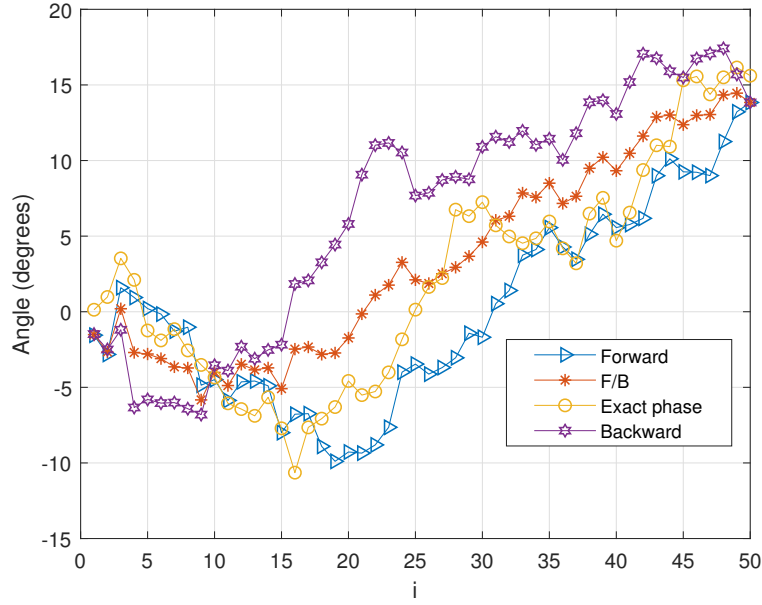
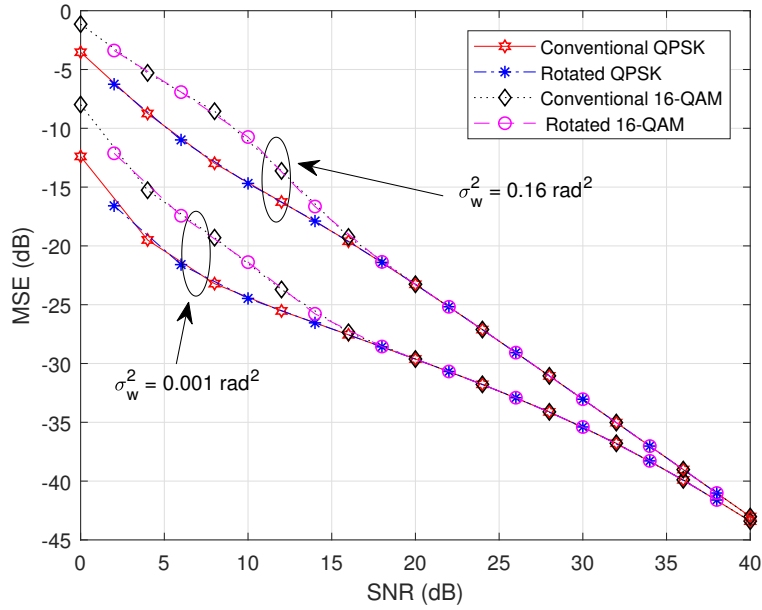

 FIGURE 5.3 – Boucles aller et retour pour la constellation QPSK tournée ($\text{RSB} = 10$, $\sigma_w^2 = 0.001 \text{ rad}^2$).


FIGURE 5.4 – BCRBs en fonction du RSB pour les constellations QPSK et 16-QAM.

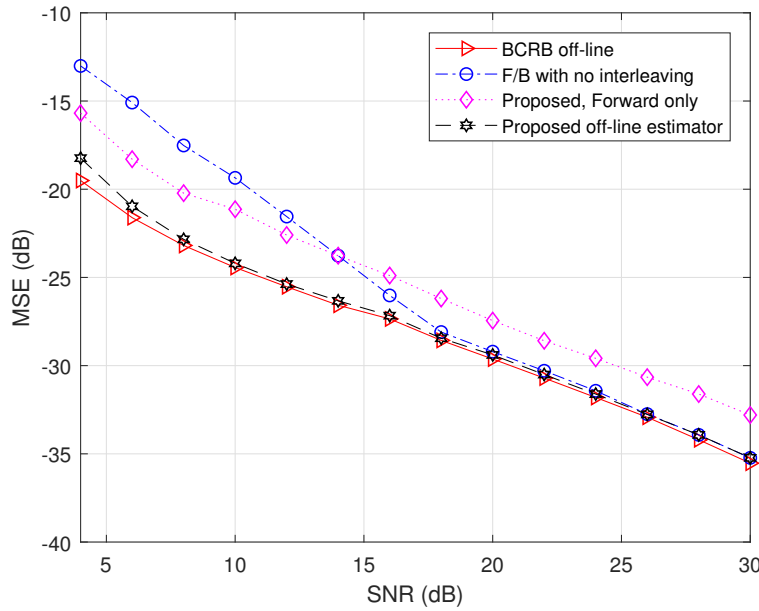


FIGURE 5.5 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne entre l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel pour la constellation QPSK et $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$.

d’approcher la BCRB pour un RSB faible à modéré avec un avantage de plusieurs dBs par rapport à l’algorithme conventionnel ; par exemple, l’estimateur proposé permet un gain de 5 dB pour un RSB = 10 dB en terme de MSE par rapport à l’algorithme conventionnel. De plus, pour un RSB élevé, les deux méthodes permettent d’atteindre la limite théorique des performances. En outre, nous pouvons constater que l’approche Forward - Backward permet de meilleures performances que l’estimateur Forward : un gain asymptotique de 3 dB peut être observé par rapport à l’algorithme utilisant une seule PLL (voir (5.32)).

La Figure 5.6 montre les performances en terme de MSE pour la constellation QPSK de l’estimateur conventionnel et l’estimateur proposé sur le canal Gaussien avec $\sigma_w^2 = 0.001\text{rad}^2$. Avec les paramètres de simulation choisis, les performances de l’algorithme conventionnel saturent approximativement à -20 dB, alors que l’estimateur proposé permet des performances à moins de 0.5 dB de la BCRB. En revanche, avec une variance de bruit de phase plus faible $\sigma_w^2 = 0.0001\text{rad}^2$, l’estimateur conventionnel permet, à haut RSB, d’atteindre la BCRB comme illustré par la Fig. 5.7. De plus, l’algorithme proposé permet un gain considérable en MSE par rapport à l’algorithme conventionnel pour un RSB faible à modéré ; un gain de 7 dB est observé pour un RSB= 20 dB (voir Figure 5.7).

On considère maintenant le canal sélectif dans le temps suivant :

$$h(i) = \sqrt{\frac{P}{N_p}} \sum_{k=1}^{N_p} e^{j(2\pi f_D \cos(\epsilon_k i T) + \psi_i)}, \quad (5.51)$$

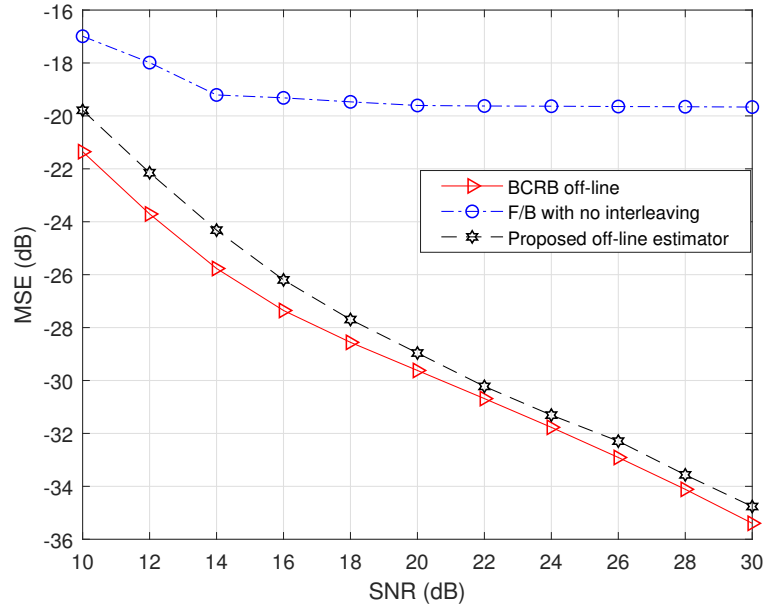


FIGURE 5.6 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne entre l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel pour la constellation 16-QAM et $\sigma_w^2 = 0.001 \text{ rad}^2$.

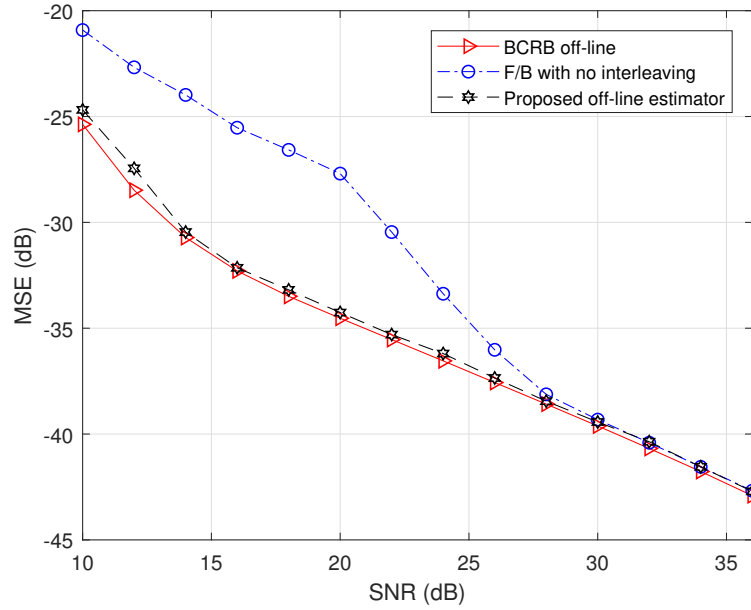


FIGURE 5.7 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne entre l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel pour la constellation 16-QAM et $\sigma_w^2 = 0.0001 \text{ rad}^2$.

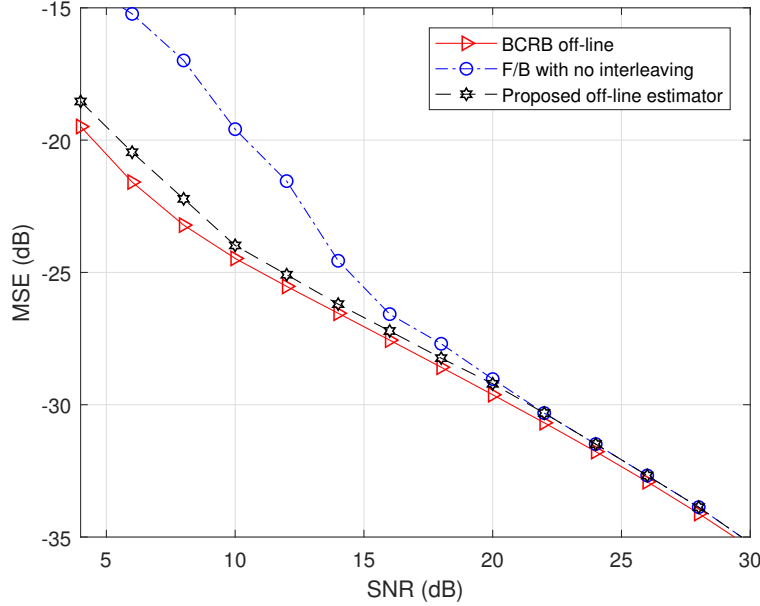


FIGURE 5.8 – Comparaison de l’erreur quadratique moyenne entre l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel pour la constellation QPSK, $B_D T = 0.001$ et $\sigma_w^2 = 0.0001 \text{ rad}^2$.

où P et f_D dénotent la puissance moyenne et le décalage Doppler maximum respectivement. Dans notre simulation, $N_p = 10$ et les variables ϵ_k et ψ_i sont indépendantes et suivent une loi uniforme sur $[0, 2\pi]$. L’effet Doppler est généralement caractérisé par le produit de la bande Doppler $B_D = 2f_D$ avec la durée symbole T : la rapidité de la sélection temporelle augmente donc avec $B_D T$.

La Figure 5.8 montre les performances de l’estimateur conventionnel et proposé lorsque la réponse du canal suit le modèle décrit par (5.51) pour $B_D T = 0.001$. Nous pouvons observer que les performances des estimateurs sont semblables à celles obtenues sur le canal Gaussien (cf. Figure 5.5).

Par ailleurs, les deux figures suivantes présentent les performances en terme de TEB. Les courbes de TEB ont été obtenu via des simulations de Monte-Carlo avec un code turbo de rendement 5/6 et de polynôme générateur $(5, 7)_8$. Les algorithmes proposé et « conventionnel » (FB sans entrelacement) opèrent hors-ligne et effectuent 3 itérations allers-retours.

La Figure 5.9 présente les performances en terme de TEB obtenues avec la constellation QPSK tournée d’un angle de rotation $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$ et la constellation QPSK conventionnelle sur le canal décrit par (5.51) avec $B_D T = 0.005$ et $\sigma_w^2 = 0.001 \text{ rad}^2$. Nous pouvons observer que les performances obtenues avec l’estimateur proposé dépassent celles obtenues avec l’estimateur de phase conventionnel (FB sans entrelacement) d’approximativement 1.5 dB alors que la courbe QPSK non tournée avec l’algorithme FB correspond à des performances relativement médiocres.

De surcroît, la Figure 5.10 présente les performances en terme de TEB obtenues avec la constellation QPSK tournée avec l’angle de rotation $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$ et la constellation QPSK conventionnelle

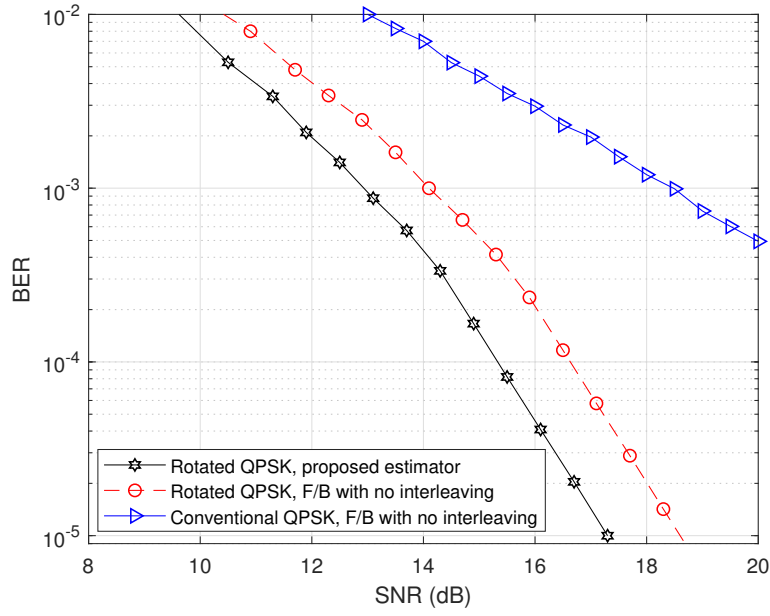


FIGURE 5.9 – Les performances de la constellation QPSK conventionnelle et l’UP-RCQD QPSK obtenues avec l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel pour $B_D T = 0.005$ et $\sigma_w^2 = 0.001 \text{ rad}^2$.

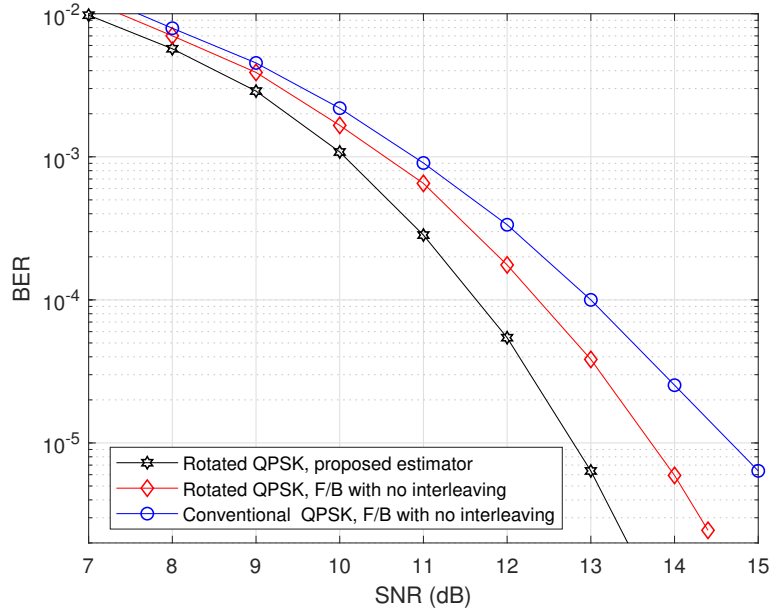


FIGURE 5.10 – Les performances de la constellation QPSK conventionnelle et l’UP-RCQD QPSK obtenues avec l’algorithme proposé et l’estimateur conventionnel sur le canal BCH1.

sur le canal sous-marin BCH1 à données réelles (voir Table 1.1). Nous utilisons l'algorithme de turbo-égalisation proposé dans [97] avec 5 itérations et aucune perturbation supplémentaire sur la phase n'a été rajoutée dans nos simulations. Nous pouvons à nouveau observer que l'algorithme de synchronisation proposé permet de meilleures performances que l'algorithme F/B conventionnel. En outre, la Figure 5.10 montre que les performances de la QPSK tournée dépassent celles de la constellation QPSK conventionnelle lorsqu'on utilise l'algorithme proposé pour la synchronisation de la phase : comme pour la figure 5.9 précédente, on bénéficie à la fois des effets combinés de la rotation de la constellation et de l'amélioration apportée par notre algorithme dédié de synchronisation.

5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un estimateur bayésien pour la synchronisation de la phase pour les constellations tournées. Il est basé sur l'utilisation de deux boucles à verrouillage de phase opérant dans le sens direct et inverse du temps. À cause de l'entrelacement entre les composantes introduit dans la génération du signal RCQD, les observations reçues du côté du récepteur appartiennent à une constellation dont la taille vaut le carré de la taille de la constellation d'origine. À un RSB donné, cela réduit considérablement la distance Euclidienne minimale entre les points de la constellation, ce à son tour qui réduit les performances de la synchronisation de phase dans les modes NDA et CA. Contrairement à l'estimateur hors ligne conventionnel, la méthode proposée prend en considération la dépendance entre les composantes en phase et en quadrature des symboles reçus, ce qui lui permet d'atteindre les mêmes performances que les constellations non tournées. Ainsi, la solution proposée dans ce chapitre permet de se rapprocher des gains théoriques des constellations tournées au détriment d'une complexité plus élevée (i.e. conserver tous les symboles du bloc à disposition du synchroniseur).

Conclusion générale

De nos jours, les exigences des réseaux sans fils sont très élevées en terme d'efficacité spectrale et énergétique, en particulier pour l'internet des objets sous-marins. Dans ce cadre, nous nous sommes focalisés au cours de cette thèse sur l'étude des constellations tournées. En effet, ces constellations permettent de meilleures performances que les constellations conventionnelles sur les canaux à évanouissements. Cette technique souffre néanmoins de plusieurs limitations préjudiciables à son adoption dans la pratique. Cette thèse a donc consisté à proposer des solutions pratiques à ces limitations afin de favoriser l'essor des constellations tournées.

Nous avons commencé par présenter les caractéristiques principales des canaux à évanouissements. Nous avons montré que la diversité est un facteur qui agit considérablement sur les performances des systèmes de communication sans fil sur les canaux à évanouissements. Par ailleurs, nous avons formalisé le problème de synchronisation de phase et souligné l'impact de cette tâche sur les performances globales des systèmes de communication. En outre, nous avons présenté la modulation OFDM et relevé le problème du large PAPR dont elle souffre et son impact sur l'efficacité énergétique de l'émetteur. De surcroît, nous avons présenté la rupture introduite par les modulations codées et les motivations des modulations codées binaires sur les canaux à évanouissements : l'importance de la diversité a été à nouveau soulignée. Nous avons ensuite examiné les constellations tournées et décrit plusieurs méthodes proposées dans la littérature pour la sélection de l'angle de rotation ainsi que pour la démodulation souple des signaux tournés.

Nous avons ensuite formalisé les propriétés des constellations UP-RCQD. Ces dernières nous ont permis de concevoir un démodulateur à moindre complexité pour les canaux à évanouissements avec ou sans effacements qui donne presque les mêmes performances que l'algorithme Max-Log. Nous avons aussi souligné les bonnes performances de ces constellations : en effet, les constellations UP-RCQD permettent approximativement les mêmes performances que la solution actuellement utilisée par DVB-T2 sur le canal de Rayleigh sans effacement et de meilleures performances que la solution de DVB-T2 ont été obtenues sur le canal de Rayleigh avec effacements ainsi que sur plusieurs canaux acoustiques sous-marins.

Par ailleurs, nous avons proposé, dans le quatrième chapitre, deux méthodes de réduction du PAPR pour les systèmes OFDM utilisant les constellations tournées. Une méthode SLM aveugle basée sur deux ensembles de symboles appartenant à deux constellations tournées avec deux angles différents a été proposée. Un cadre théorique a été développé pour sélectionner de manière optimale les deux constellations RCQD impliquées dans l'algorithme de réduction du PAPR. Les résultats des simulations confirment que la technique proposée réduit considérablement le PAPR sans aucune détérioration des ressources. En particulier, nous avons observé que la sélection de deux angles de rotation minimisant la probabilité d'erreur moyenne entre les points des deux constellations tournées et l'adoption des séquences de Hadamard dans la conception de séquences de phases conduisent à des performances de détection aveugle élevées.

De plus, une deuxième méthode pour réduire le PAPR consiste à utiliser plusieurs entrelaceurs bi-dimensionnels et un seul angle de rotation. Le meilleur symbole OFDM en terme de réduction du PAPR est émis et l'indice de l'entrelaceur bidimensionnel n'est pas adressé au récepteur afin de préserver l'efficacité spectrale du système. Contrairement aux constellations conventionnelles, le récepteur peut identifier avec l'estimateur Max-Log que nous avons proposé l'entrelaceur utilisé. En outre, nous nous sommes à nouveau basés sur les propriétés structurelles des constellations UP-RCQD afin de concevoir un estimateur à faible complexité ; il réduit, en général, la complexité de l'estimation de l'indice de l'entrelaceur de plus de 98% par rapport à la solution Max-Log.

Enfin, dans le cinquième chapitre, nous avons proposé un algorithme de synchronisation de la phase pour les constellations tournées. Cet algorithme utilise deux PLLs opérant hors-ligne afin d'estimer au mieux les décalages de phase introduit par le canal et les imperfections électroniques des systèmes communicants. De plus, afin de juger de la pertinence de la solution proposée, nous avons développé un calcul de la borne minimale de Cramér-Rao. Les résultats de simulations montrent que l'algorithme proposé permet d'approcher la BCRB et offre un gain qui dépasse dans plusieurs cas 7 dB en terme de MSE par rapport aux algorithmes de synchronisation de phase conventionnels.

Perspectives

Tout d'abord, nous nous sommes focalisés dans cette thèse au cas des constellations bidimensionnelles tournées. Il paraît intéressant de concevoir une matrice particulière de rotation pour le cas multidimensionnel qui donnerait des propriétés similaires aux constellations UP-RCQD. La conception d'un demapporteur souple à faible complexité pour ce cas serait alors envisageable de façon similaire.

Par ailleurs, l'algorithme de la synchronisation de la phase conçu dans cette thèse suggère que plusieurs algorithmes de traitement du signal tels que l'estimation de l'atténuation du canal, l'égalisation et la synchronisation temporelle devraient être adaptés similairement au cas des constellations tournées pour la même raison de réduction de distance Euclidienne minimale entre les points de la constellation RCQD. De façon plus générale, on pourrait penser à concevoir des algorithmes de synchronisation pour les modulations codées qui prendraient en considération le codage utilisé afin d'obtenir de meilleures performances.

Enfin, il paraît aussi intéressant d'étudier les constellations tournées dans le schéma BICM-ID. En effet, les solutions existantes pour ce cas semblent sous-optimales ; en effet, on pourrait envisager l'utilisation de deux angles de rotation et deux mapping différents afin de mieux adapter l'EXIT chart du démappeur à l'EXIT chart du décodeur et favoriser ainsi une convergence rapide vers de meilleures performances.

Il nous paraît important de souligner une dernière fois la diversité inhérente des constellations tournées, intéressante pour la réduction de la redondance sur les canaux à évanouissements. Les traitements afférents qui restent à inventer peuvent alors tirer partie de l'a priori particulier de ce type de modulation.

Annexe A

Borne supérieure sur la probabilité de transition symbole pour un canal de Rayleigh

Dans cette annexe, on cherche la borne supérieure de la probabilité d'erreur (2.30) sur le canal de Rayleigh sans effacement. Comme décrit dans la section 2.3, le signal reçu quand x est émis s'écrit :

$$r_i = h_i x_i + n_i, \quad i = 1, 2, \quad (\text{A.1})$$

Le point reçu r est plus proche de \hat{x} que de x si $\sum_{i=1}^2 |r_i - h_i \hat{x}_i|^2 < \sum_{i=1}^2 |r_i - h_i x_i|^2$. La probabilité d'erreur conditionnelle peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned} P(x \rightarrow \hat{x} | h) &= P\left(\sum_{i=1}^2 |r_i - h_i \hat{x}_i|^2 < \sum_{i=1}^2 |r_i - h_i x_i|^2\right) = P\left(\sum_{i=1}^2 |h_i(x_i - \hat{x}_i) + n_i|^2 < \sum_{i=1}^2 |n_i|^2\right) \\ &= P\left(\sum_{i=1}^2 h_i^2 (x_i - \hat{x}_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^2 h_i (x_i - \hat{x}_i) n_i < 0\right). \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Soit B :

$$B = \sum_{i=1}^2 h_i (x_i - \hat{x}_i) n_i, \quad (\text{A.3})$$

une variable Gaussienne de variance σ_B^2 :

$$\sigma_B^2 = N_0 \sum_{i=1}^2 h_i^2 (x_i - \hat{x}_i)^2. \quad (\text{A.4})$$

La probabilité conditionnelle $P(x \rightarrow \hat{x}|h)$ peut s'écrire comme suit :

$$P(x \rightarrow \hat{x}|h) = P(B \geq A) = Q(A/\sigma_B), \quad (\text{A.5})$$

avec :

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 h_i^2 (x_i - \hat{x}_i)^2. \quad (\text{A.6})$$

En utilisant la borne supérieure $Q(x) \leq \frac{1}{2} \exp(-x^2/2)$, la probabilité conditionnelle $P(x \rightarrow \hat{x}|h)$ peut être majorée comme suit :

$$P(x \rightarrow \hat{x}|h) \leq \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{\sigma_B^2}\right). \quad (\text{A.7})$$

En effectuant la moyenne sur les réalisations possible de h_1 et h_2 , la probabilité d'erreur $P(x \rightarrow \hat{x})$ peut être majorée comme suit :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{8N_0} \sum_{i=1}^2 h_i^2 (x_i - \hat{x}_i)^2\right) P(h_1) P(h_2) dh_1 dh_2, \quad (\text{A.8})$$

avec $P(h_i) = 2h_i \exp(-h_i^2)$ est la distribution de Rayleigh normalisée.

On obtient donc :

$$P(x \rightarrow \hat{x}) \leq \frac{1}{2} \prod_{i=1}^2 I_i, \quad (\text{A.9})$$

avec :

$$\begin{aligned} I_i &= \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{8N_0} h_i^2 (x_i - \hat{x}_i)^2\right) P(h_i) dh_i \\ &= \int_0^{+\infty} 2h_i \exp\left(-h_i^2 \left(1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}\right)\right) dh_i \\ &= \frac{1}{\left(1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}\right)} \left[\exp\left(-h_i^2 \left(1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}\right)\right) \right]_0^{+\infty} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \hat{x}_i)^2}{8N_0}}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Annexe B

Complexité de démodulation souple

Les Tableaux B.1 et B.2 donnent la complexité de demapping pour les algorithmes Max-Log, Sub-Region [85], MMSE [83] et PD-DEM [86] en termes de PCs, MRs, SRs, CRs et IRs.

TABLE B.1 – Complexité de démodulation sans effacement

	PC	MR	IR
Max-Log	N^2	$4N^2 + \log_2 N^2$	0
Sub-Region	$\left(\frac{N}{2} + 1\right)^2$	$4\left(\frac{N}{2} + 1\right)^2 + \log_2 N^2$	0
MMSE	N	$2N + \log_2 N^2 + 24$	6
PD-DEM	$N\left(\frac{\log_2 N^2}{2} + 1\right)$	$N(2\log_2 N^2 + 8) + \log_2 N^2 - 2$	0

	SR	CR
Max-Log	$3N^2 + \log_2 N^2$	$(N^2 - 2)\log_2 N^2$
Sub-Region	$3\left(\frac{N}{2} + 1\right)^2 + \log_2 N^2$	$\left(\left(\frac{N}{2} + 1\right)^2 - 2\right)\log_2 N^2$
MMSE	$2N + \log_2 N^2 + 8$	$(N - 2)\log_2 N^2$
PD-DEM	$N\left(\frac{3}{2}\log_2 N^2 + 5\right) + \log_2 N^2 - 1$	$3N + \left(\frac{7}{4}N - \frac{7}{2}\right)\log_2 N^2 - 3$

TABLE B.2 – Complexité de démodulation avec effacement

	PC	MR	IR
Max-Log	N^2	$2N^2 + \log_2 N^2$	0
Sub-Region	$\left(\frac{N}{2} + 1\right)N$	$2\left(\frac{N}{2} + 1\right)N + \log_2 N^2$	0
MMSE	N	$2N + \log_2 N^2 + 14$	5
PD-DEM	$N\left(\frac{\log_2 N^2}{2} + 1\right)$	$N(\log_2 N^2 + 6) + \log_2 N^2 - 2$	0

	SR	CR
Max-Log	$N^2 + \log_2 N^2$	$(N^2 - 2)\log_2 N^2$
Sub-Region	$\left(\frac{N}{2} + 1\right)N + \log_2 N^2$	$\left(\left(\frac{N}{2} + 1\right)N - 2\right)\log_2 N^2$
MMSE	$2N + \log_2 N^2 + 3$	$(N - 2)\log_2 N^2$
PD-DEM	$N\left(\frac{1}{2}\log_2 N^2 + 3\right) + \log_2 N^2 - 1$	$3N + \left(\frac{7}{4}N - \frac{7}{2}\right)\log_2 N^2 - 3$

Annexe C

Estimateur MAP : Le gradient de $\Delta_{\theta}^{(1)}$

Nous cherchons ici à déterminer le gradient de $\Delta_{\theta}^{(1)}$ dans (5.16) qui s'écrit :

$$\Delta_{\theta}^{(1)} = \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right) + \log(P(\theta_0)) - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{2\sigma_w^2}. \quad (\text{C.1})$$

On peut distinguer trois termes dans (C.1) que l'on cherche à dériver par rapport à θ_k pour k dans $\{0, 1, \dots, N-1\}$. La dérivation de deux de ces trois termes est facile à obtenir : d'abord, la dérivée du troisième terme (cf. $\sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{2\sigma_w^2}$) par rapport à θ_k s'écrit :

$$\frac{\partial \sum_{i=1}^{N-1} \frac{(\theta_i - \theta_{i-1})^2}{2\sigma_w^2}}{\partial \theta_k} = \begin{cases} \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\sigma_w^2}, & \text{si } i = 0, \\ \frac{\theta_{i+1} - 2\theta_i + \theta_{i-1}}{\sigma_w^2}, & \text{si } i = 1, \dots, N-2, \\ \frac{\theta_{i-1} - \theta_i}{\sigma_w^2}, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

De plus, en supposant que le décalage de phase initial soit uniformément distribué, la dérivée de $\log(P(\theta_1))$ par rapport θ_k vaut 0 pour tout k .

Par ailleurs, la dérivée du premier terme (cf. $\sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right)$) par rapport à θ_k dépend de l'indice k ; en effet, pour $k < \Delta_T$, il y a trois termes dans $\sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right)$ qui dépendent de θ_k (i.e. θ_k appartient à $V_{k-}^{(1)}$ et $V_{k+}^{(1)}$) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (g(r_k, \theta_k, x)) \right)}{\partial \theta_k} \\ &+ \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k+}^{(1)}} (g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)) \right)}{\partial \theta_k} + \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k-}^{(1)}} (g(r_{k-}, \theta_{k-}, x)) \right)}{\partial \theta_k}. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Le terme $\frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (g(r_k, \theta_k, x)) \right)}{\partial \theta_k}$ peut s'écrire :

$$\frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (g(r_k, \theta_k, x)) \right)}{\partial \theta_k} = f_1^{(1)}(r_k, \theta_k) = \frac{\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (\mu(r_k, \theta_k, x) g(r_k, \theta_k, x))}{\sigma^2 \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}} (g(r_k, \theta_k, x))}, \quad (\text{C.4})$$

où :

$$\mu(r_k, \theta_k, x) = \Im(r_k h_k x^* e^{-j\theta_k}). \quad (\text{C.5})$$

De plus, le terme $\frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k+}^{(1)}} (g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)) \right)}{\partial \theta_k}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k+}^{(1)}} (g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)) \right)}{\partial \theta_k} \\ &= \frac{\sum_{x \in X} P(x^I) P(x^Q) \left(\sum_{\tilde{x} \in X/I(x^Q)} P(\tilde{x}) \Im(r_k h_k \tilde{x}^* \exp(-j(\theta_k))) g(r_k, \tilde{x}, \theta_k) \right) g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)}{\sigma^2 \sum_{x \in X} P(x) \left(\sum_{\tilde{x} \in X/I(x^Q)} P(\tilde{x}) g(r_k, \tilde{x}, \theta_k) \right) g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Similairement, le terme $\frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k-}^{(1)}} (g(r_{k-}, \theta_{k-}, x)) \right)}{\partial \theta_k}$ s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k-}^{(1)}} (g(r_{k-}, \theta_{k-}, x)) \right)}{\partial \theta_k} \\ &= \frac{\sum_{x \in X} P(x^I) P(x^Q | r_{k^{2-}}, \theta_{r_{k^{2-}}}) \left(\sum_{\tilde{x} \in X/Q(x^I)} P(\tilde{x}) \Re(r_k h_k \tilde{x}^* \exp(-j(\theta_k))) g(r_k, \tilde{x}, \theta_k) \right) g(r_{k-}, \theta_{k-}, x)}{\sigma^2 \sum_{x \in X} P(x^I) P(x^Q | r_{k^{2-}}, \theta_{r_{k^{2-}}}) \left(\sum_{\tilde{x} \in X/Q(x^I)} P(\tilde{x}) g(r_k, \tilde{x}, \theta_k) \right) g(r_{k-}, \theta_{k-}, x)}, \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

où k^{2-} désigne $k - 2\Delta_T$.

Nous pouvons finalement écrire la dérivée du $\frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k}$ par rapport à θ_k avec $k < \Delta_T$ comme suit :

$$\frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}} (g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} = f_1^{(1)}(r_k, \theta_k) + f_2^{(1)}(r_{k+}, \theta_{k+}) + f_2^{(1)}(r_{k-}, \theta_{k-}), \quad (\text{C.8})$$

où :

$$f_2^{(1)}(r_p, \theta_p) = \frac{\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_p^{(1)}} \left(\mathbb{E}_{\tilde{x} \in \mathbb{X} | C(x)} (\mu(r_i, \theta_i, \tilde{x}) g(r_k, \theta_k, \tilde{x})) g(r_p, \theta_p, x) \right)}{\sigma^2 \mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_p^{(1)}} (g(r_p, \theta_p, x))}, \quad (\text{C.9})$$

où p vaut k^- ou k^+ et $C(x)$ désigne $Q(x^I)$ (resp. $I(x^Q)$) quand p vaut k^- (resp. k^+).

De plus, dans $\sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)$ il n'y a que deux termes qui dépendent de θ_k (voir 5.11) pour $\Delta_T \leq k < N - \Delta_T$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} &= \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}}(g(r_k, \theta_k, x)) \right)}{\partial \theta_k} \\ &+ \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_{k+}^{(1)}}(g(r_{k+}, \theta_{k+}, x)) \right)}{\partial \theta_k}. \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

De façon similaire, nous pouvons développer (C.10) comme suit :

$$\frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} = f_1^{(1)}(r_k, \theta_k) + f_2^{(1)}(r_{k+}, \theta_{k+}). \quad (\text{C.11})$$

Pour $N - \Delta_T \leq k$, le seul terme qui dépend de θ_k dans $\sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)$ est :

$$\frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} = \frac{\partial \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_k^{(1)}}(g(r_k, \theta_k, x)) \right)}{\partial \theta_k}. \quad (\text{C.12})$$

De façon similaire, (C.12) peut être développé comme suit :

$$\frac{\partial \sum_{i=0}^{N-1} \log \left(\mathbb{E}_{x \in \mathbb{X} | V_i^{(1)}}(g(r_i, \theta_i, x)) \right)}{\partial \theta_k} = f_1^{(1)}(r_k, \theta_k). \quad (\text{C.13})$$

Pour résumer, le gradient de $\Delta_\theta^{(1)}$ s'écrit :

$$\nabla_\theta \Delta_\theta^{(1)} = \begin{cases} f^{(1)}(r_k, \theta_k) + \frac{\theta_{k+1} - \theta_k}{\sigma_w^2}, & \text{si } k = 0, \\ f^{(1)}(r_k, \theta_k) + \frac{\theta_{k+1} - 2\theta_k + \theta_{k-1}}{\sigma_w^2}, & \text{si } k = 1, \dots, N-2, \\ f^{(1)}(r_k, \theta_k) + \frac{\theta_{k-1} - \theta_k}{\sigma_w^2}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (\text{C.14})$$

avec :

$$f^{(1)}(r_k, \theta_k) = \begin{cases} f_1^{(1)}(r_k, \theta_k) + f_2^{(1)}(r_{k+}, \theta_{k+}) + f_2^{(1)}(r_{k-}, \theta_{k-}), & \text{si } k < \Delta_T, \\ f_1^{(1)}(r_k, \theta_k) + f_2^{(1)}(r_{k+}, \theta_{k+}), & \text{si } \Delta_T \leq k < N - \Delta_T, \\ f_1^{(1)}(r_k, \theta_k), & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{C.15})$$

Bibliographie

- [1] J. G. Proakis, "Digital Communications", *5th Edition, McGraw Hill*, 2007.
- [2] A. Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Process", *McGraw Hill*, 1984.
- [3] Implementation guidelines for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). *European Telecom. Standard Institute ETSI TR 102 831 V1.1.1*, Oct. 2010.
- [4] P.A. van Walree, F.X. Socheleau, R. Otnes, and T. Jenserud, "The Watermark Benchmark for Underwater Acoustic Modulation Schemes," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, pp. 1007-1018 vol. 42, Oct. 2017.
- [5] F.X. Socheleau, "Traitement du signal pour l'acoustique sous-marine : des communications numériques à la surveillance passive", *Mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches*, Univ. Bretagne Occidentale, Nov. 2019.
- [6] B. Sklar, "Digital communications fundamentals and applications", *2th Edition Prentice-Hall, Inc.*, 2001.
- [7] R. Nee and R. Prasad, "OFDM Wireless Multimedia Communications", *Artech House*, 2000.
- [8] C. E. Shannon, "Communication in the presence of noise", *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 37 (1), 10-21, Jan 1949.
- [9] H. Sari, G. Karam, and I. Jeanclaude, "Transmission techniques for digital terrestrial TV broadcasting", *IEEE Communications Magazine*, 33 (2), 100 - 109, Feb. 1995.
- [10] Yinsheng Liu et al., "Waveform Design for 5G Networks : Analysis and Comparison", *IEEE Access*, 5, 19282 - 19292, 2017.
- [11] J. L. G. Monsalve, "GreenOFDM a new method for OFDM PAPR reduction", *Thèse de doctorat*, Université de Grenoble Alpes, Octobre 2019.
- [12] T. Jiang and Y. Wu, "An Overview : Peak-to-Average Power Ratio Reduction Techniques for OFDM Signals," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 54, no. 2, pp. 257-268, June 2008.
- [13] P. P. Ann and R. Jose, "Comparison of PAPR reduction techniques in OFDM systems," *International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*, 2016, pp. 1-5.

- [14] Zhuo Wang, Enchang Sun and Yanhua Zhang, "An Overview of Peak-To-Average Power Ratio Reduction Technique for OFDM Signals," *International Journal of Mobile Network Communications and Telematics (IJMNCT)*, 6 (3), June 2016.
- [15] D. Lim, S. Heo and J. No, "An overview of peak-to-average power ratio reduction schemes for OFDM signals," in *Journal of Communications and Networks*, 11 (3), pp. 229-239, June 2009.
- [16] H. Chen and A. Haimovich, "An iterative method to restore the performance of clipped and filtered OFDM signals," *IEEE International Conference on Communications, (ICC)*, (5), Anchorage, pp. 3438-3442, 2003.
- [17] T. G. Pratt, N. Jones, L. Smee and M. Torrey, "OFDM link performance with companding for PAPR reduction in the presence of non-linear amplification," in *IEEE Transactions on Broadcasting*, 52 (2), pp. 261-267, June 2006.
- [18] T. Jiang, W. Xiang, P. C. Richardson, D. Qu and G. Zhu, "On the Nonlinear Companding Transform for Reduction in PAPR of MCM Signals," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 6 (6), pp. 2017-2021, June 2007.
- [19] Tao Jiang, Yang Yang and Yong-Hua Song, "Exponential companding technique for PAPR reduction in OFDM systems," in *IEEE Transactions on Broadcasting*, 51 (2) pp. 244-248, June 2005.
- [20] A. E. Jones, T. A. Wilkinson and S. K. Barton, "Block coding scheme for reduction of peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes," in *IEEE Electronics Letters*, 30 (25), pp. 2098-2099, Dec. 1994.
- [21] D. Wulich, "Reduction of peak to mean ratio of multicarrier modulation using cyclic coding," in *IEEE Electronics Letters*, vol. 32 (5), pp. 432-433, 1996.
- [22] A. D. S. Jayalath and C. Tellambura, "SLM and PTS peak-power reduction of OFDM signals without side information," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 4, no. 5, pp. 2006-2013, Sept. 2005.
- [23] J. Ji, G. Ren, and H. Zhang, "A Semi-Blind SLM Scheme for PAPR Reduction in OFDM Systems With Low-Complexity Transceiver," *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 64(6) : 2698-2703, June 2015.
- [24] M. Sghaier, F. Abdelkefi, and M. Siala, "Efficient embedded signaling through rotated modulation constellations for SLM-based OFDM systems", *IEEE Inter. Conf. on Comm. (ICC)*, 5252-5256, June 2013.
- [25] A. Boonkajay and F. Adachi, "2-Step phase rotation estimation for Low-PAPR signal transmission using blind selected mapping," *28th Annual Inter. Sym. on Personal, Indoor, and Mobile Radio Comm. (PIMRC)*, Montreal, 2017, pp. 1-5.

- [26] A. D. S. Jayalath and C. Tellambura, "The use of interleaving to reduce the peak-to-average power ratio of an OFDM signal," *IEEE. Global Telecommunications Conference Globecom*, San Francisco, USA, pp. 82-86, Aug. 2000.
- [27] H. G. Ryu, S. K. Kim and S. B. Ryu, "Interleaving method without side information for the PAPR reduction of OFDM system," *Int. Sympo. on Commun. and Information Technologies*, Sydney, pp. 72-76, Oct. 2007.
- [28] A. Younes, B. Boubakar, S. Bachir and C. Duvaud, "Interleaving Technique Implementation to Reduce PAPR of OFDM Signal in Presence of Nonlinear Amplification with Memory Effects," *Journal of Telecommunications and Information Technology*, DOI : 3.10.26636/jtit.2018.123517.
- [29] S. Y. Le Goff, S. S. Al-Samahi, B. K. Khoo, C. C. Tsimenidis and B. S. Sharif, "Selected mapping without side information for PAPR reduction in OFDM," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 8 (7), pp. 3320-3325, July 2009.
- [30] S. S. Krishna Chaitanya Bulusu, M. Crussière, J. F. Héland, R. Mounzer, Y. Nasser, O. Rousset, and A. Untersee, "Quasi-Optimal Tone Reservation PAPR Reduction Algorithm for Next Generation Broadcasting Systems : A Performance/Complexity/Latency Tradeoff With Testbed Implementation," *IEEE Trans. on Broadcasting*, 64(4) : 883-899, Dec. 2018.
- [31] N. Jacklin and Z. Ding, "A Linear Programming Based Tone Injection Algorithm for PAPR Reduction of OFDM and Linearly Precoded Systems," in *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, 60 (7), pp. 1937-1945, July 2013.
- [32] K. Bae, J. G. Andrews, and E. J. Powers, "Adaptive active constellation extension algorithm for peak-to-average ratio reduction in OFDM," in *IEEE Communications Letters*, 14(1) : 39-41, Jan. 2010.
- [33] F. M. Gardner, "Phaselock Techniques," *Wiley*, 3rd Edition, July 2005.
- [34] S. Bay, C. Vanstraceele, B. Geller, J. P. Barbot, and J-M Brossier, "Synchronisation de phase : Boucle à remodulation souple," *20 ème Colloque sur le traitement du signal et des images*, pp. 570-57, 2005.
- [35] J. A. McNeill, "Jitter in ring oscillators," *Ph.D. dissertation*, Boston University, 1994.
- [36] N. Noels, M. Moeneclaey, F. Simoons, and D. Delaruelle, "A Low-Complexity Iterative Phase Noise Tracker for coded Bit-Interleaved CPM Signals in BABG," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol.59, pp. 4271-4284, Sept. 2011.
- [37] B. Geller, "Advanced synchronization techniques for the Internet of Things," *Invited paper, International Symposium on Signal, Image, Video and Communications (ISIVC)*, Tunis, 2016, pp. 180-184.

- [38] J. Yang and B. Geller, "Near Optimum Low Complexity Smoothing Loops for Dynamical Phase Estimation—Application to BPSK Modulated Signals," *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57 (9), pp. 3704-3711, Sept. 2009.
- [39] J.M. Brossier, P.O. Amblard, B. Geller, "Self Adaptive PLL for General QAM Constellations", *Proceedings of EUSIPCO*, pp 631-635 Toulouse, Sept 2002.
- [40] C. Vanstraceele, B. Geller, J.P. Barbot, J.M. Brossier, "An Iterative Phase Synchronization Scheme for General QAM Constellations", *Proceedings of IEEE ICC*, Paris, June 2004.
- [41] W. Oh and K. Cheun, "Joint decoding and carrier phase recovery algorithm for turbo codes," *IEEE Commun. Lett.*, 5 (9), pp. 375-377, Sep. 2001.
- [42] T. K. Moon, "Error Correction Coding Mathematical Methods and Algorithms ", *Wiley*, 2005.
- [43] S. Lin and D. J. Costello "Error Control Coding", *Prentice-Hall, Inc.*, 2004.
- [44] G. Ungerboeck, "Channel Coding with Multilevel/Phase Signals", *IEEE Trans. Info. Theory*, 28 (1), 55-67, Jan. 1982.
- [45] G. Ungerboeck, "Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Set. Part I : Introduction", *IEEE Commun. Mag.*, 25, 5-11, Feb. 1987.
- [46] G. Ungerboeck, "Trellis-Coded Modulation with Redundant Signal Set. Part II : State of the Art", *IEEE Commun. Mag.*, 25, 12-21, Feb. 1987.
- [47] H. Imai and S. Hirakawa, "A new Multilevel Coding Method Using Error-Correcting Codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, 23 (1), 371-376, May 1977.
- [48] A. J. Viterbi, J. K. Wolf, E. Zehavi and R. Padovani, "A pragmatic approach to trellis-coded modulation", *IEEE Commun. Mag.*, 27 (7), 11-19, July 1989.
- [49] P. Robertson and T. Woerz, "Coded modulation scheme employing turbo codes", *Electron. Lett.*, 31, 1546-1547, Aug. 1995.
- [50] P. Robertson and T. Woerz "A novel bandwidth efficient coding scheme employing turbo codes," *ICC'96*, 962-967, June 1996.
- [51] S. Le Goff, A. Glavieux and C. Berrou, "Turbo-codes and high spectral efficiency modulation," *ICC'94*, 645-649, New Orleans, USA, Mai 1994.
- [52] L. F. Wei "Trellis-Coded Modulation with Multidimensional Constellation," *IEEE Trans. Inform. theory*, 33, 483-501, July 1987.
- [53] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi and F. Pollara, "Bandwidth efficient parallel concatenated coding schemes", *Electron. Lett.*, 31 (24), Nov. 1995.
- [54] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi and F. Pollara, "Parallel concatenated trellis coded modulation," *ICC'96*, 974-978, Juin 1996.

- [55] L. C. Canencia, "Turbocodes et modulations à grande efficacité spectrale", *Thèse de doctorat*, L'université de Bretagne Occidentale, Juin 2004.
- [56] D. Divsalar and M.K. Simon "Multiple Trellis Coded Modulation (MTCM)," *IEEE Trans. Commun.*, 36 (4), 410-419, April 1988.
- [57] D. Divsalar and M.K. Simon "The Design of Trellis Coded MPSK for Fading Channels : Performance Criteria," *IEEE Trans. Commun.*, 36 (9), 1004-1012, Sept 1988.
- [58] L. Szczecinski and A. Alvarado, "Bit-Interleaved Coded Modulation : Fundamentals, Analysis and Design," *John Wiley and sons*, Chichester, UK, 2015.
- [59] G. Caire, G. Taricco and E. Biglieri, "Bit-Interleaved Coded Modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, 44 (3), 927-946, May 1998.
- [60] A. J. Viterbi, "Very low rate convolutional codes for maximum theoretical performance of spread-spectrum multiple-access channels," *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 8, May 1990.
- [61] S. Y. Le Goff, "Signal Constellations for Bit-Interleaved Coded Modulation," *IEEE Trans. Inform. Theory*, 49 (1), 307-313, Jan. 2003.
- [62] B. Vucetic and J. Yuan "Turbo codes Principales and Application," *Kluwer Academic Publishers*, 2000.
- [63] S. Benedetto, E. Biglieri and V. Castellani, " Digital Transmission Theory", Englewoof Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1987.
- [64] D. Tse and P. Viswanath, " Fundamentals of Wireless Communication ", Cambridge University Press 2005.
- [65] J. Tan and G. L. Stüber "Analysis and Design of Symbol Mappers for Iteratively Decoded BICM," *IEEE Trans. on Wireless Commun.*, 4 (2), 662-672, March 2005.
- [66] K. Leeuw-Boullé and J.-C. Belfiore, "Modulation schemes designed for the Rayleigh channel," *Proc. CISS*, Princeton, NJ, pp. 288-293, 1992.
- [67] J. Boutros and E. Viterbo, "Signal space diversity : a power- and bandwidth-efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel", *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 44(4) : 1453-1467, July 1998.
- [68] J. Boutros, E. Viterbo, C. Rastello, and J.C. Belfiore, "Good Lattice constellations for both Rayleigh Fading and Gaussian Channels", *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 42 (2), pp. 502-518, March 1996.
- [69] C. Lamy, "Communications a grande efficacite spectrale sur le canal a evanouissements", *Thèse de doctorat*, Electronique. Télécom ParisTech, April 2000.
- [70] X. Giraud, E. Boutillon, and J.C. Belfiore, "Algebraic tools to build modulation schemes for fading channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 43(3) :938-952, May 1997.

- [71] M. Khormuji, U. Rizvi, G. Janssen, S. Silmane, "Rotation optimization for MPSK/MQAM signal constellation over Rayleigh fading channels", *Proc. 10th IEEE Int. Conf. on Commun. Sys.*, Singapore, 2006, pp. 1-5.
- [72] J. Kim, I. Lee, "Analysis of symbol error rates for signal space diversity in Rayleigh fading channels", *IEEE Int. Conf. Commun. (ICC)*, 2008, pp. 4621-4625
- [73] N.F. Kiyani, U.H. Rizvi, J.H. Weber, and G.J.M. Janssen, "Rotation optimization for MPSK/MQAM signal constellation over Rayleigh fading channels," in *Proc. IEEE Wireless Comm. And Net. Conf. WCNC 2007*, pp. 997-981, March 2007.
- [74] Q. Xie et al., "Coded modulation with signal space diversity," *IEEE Trans. on Wireless Communication*, 10(2) :660-669, Feb. 2011.
- [75] C. Abdel Nour, and C. Douillard, "Rotated QAM constellation to improve BICM performance for DVB-T2," in *Proc. IEEE 10th Inter. Sym. On Spread Spectrum Techniques and Application, ISSSTA 08*, pp. 354-359, Aug. 2008.
- [76] A. Abdmouleh, E. Boutillon, L. C-Canencia, C. A. Nour, C. Douillard, "On Signal Space Diversity for non binary coded modulation schemes," *IEEE 23rd Inter. Confer. on Telecom. (ICT)*, Greece, 1-5, 2016.
- [77] S. Jeon, J-Y. Choi, Z. Yim, and J-S. Seo, "Error floor analysis of signal space diversity schemes under erasure effect in single frequency network," *IEEE Trans. on Broadcasting*, 58(3) :508-513, Sep. 2012.
- [78] J. Kim, W. Lee, J-K. Kim, and I. Lee, "On the symbol error rates for signal space diversity schemes over a Rician fading channel," *IEEE Trans. on Comm.*, 57(8) :2204-2209, Aug. 2009.
- [79] N. H. Tran, H.H. Nguyen, and T. Le-Ngoc, "Performance analysis and design criteria of BICM-ID with signal space diversity for keyhole Nakagami-m fading channels," *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 55(4) :1592-1602, April 2009.
- [80] N. H. Tran, H.H. Nguyen, and T. Le-Ngoc, "Application of signal space diversity over multiplicative fading channels," *IEEE Signal Proc. Letters*, 16(3) :204-207, March 2009.
- [81] Digital Video Broadcasting (DVB) ; frame structure, channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). *European Tele. Standard Institute ETSI* Yotk EN 302 755 V1.1.1., Sep. 2009.
- [82] Implementation guidelines for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2). *European Telecom. Standard Institute ETSI* TR 102 831 V1.1.1, Oct. 2010.
- [83] K. Kim, K. Bae, and H. Yang, "One-dimensional soft-demapping using decorrelation with interference cancellation for rotated QAM constellation," in *Proc. 2012 IEEE Con. Comm. and Net. Conference (CCNC)*, pp. 787-791, Jan. 2012.

- [84] M. Li, C. Abdel Nour, C. Jegou, J. Yang, and C. Douillard, "Efficient iterative receiver for Bit-Interleaved Coded Modulation according to the DVB-T2 standard," *Inter. Conf. on Acoustics, Speech and Sig. Process. (ICASSP)*, Prague, 2011, pp. 3168-3171.
- [85] M. Li, C. Abdel Nour, C. Jegou, and C. Douillard, "Design of rotated QAM mapper/demapper for the DVB-T2 standard," in *Proc. IEEE work. on Sig. Proc. Sys. (SiPS)*, 2009, pp. 018-023, Oct. 2009.
- [86] S. Tomasin, and M. Butussi, "Low complexity demapping of rotated and cyclic Q delayed constellation for DVB-T2," *IEEE Wireless Comm. Letters*, 1(2) :81-84, April 2012.
- [87] D. Perez-Calderon, V. Baena-Lecuyer, A.C. Oria, P. Lopez, and J.G Doblado, "Simplified rotated constellation demapper for second generation terrestrial digital video broadcasting," *IEEE Trans. on Broadcasting*, 59(1) :160-167, March 2013.
- [88] J. Yang, M. Li, C.A. Nour, C. Douillard, B. Geller, "Max Log Demapper Architecture Design for DVB T2 Rotated QAM Constellations," *Proceedings of IEEE SIPS*, Hangzhou, October 2015.
- [89] P. Xue, K. Bae, K. Kim, and H. Yang, " \sqrt{M} -best candidates based soft-demapper for rotated M-QAM constellation," *Consumer Communications and Networking Conference (CCNC), 2014 IEEE*, pp. 623-928, Jan. 2014.
- [90] B. Hassibi, and H. Vikalo, "On the sphere-decoding algorithm I. Expected complexity," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, 53(8) :2806-2818, Aug. 2005.
- [91] A. R. Jafri, A. Baghdadi, M. Waqas, and N. Ul-Islam, "High-Throughput and Area-Efficient Rotated and Cyclic Q Delayed Constellations Demapper for Future Wireless Standards," *IEEE Access*, doi : 10.1109/ACCESS.2017.2660579.
- [92] Y. A. Jawhar, L. Audah, M. A. Taher, K. N. Ramli, N. S. M. Shah, M. Musa, and M. S. Ahmed, "A Review of Partial Transmit Sequence for PAPR Reduction in the OFDM Systems," *IEEE Access*, 7, pp. 18021-18041, 2019.
- [93] S. Ku, C. Wang and C. Chen, "A Reduced-Complexity PTS-Based PAPR Reduction Scheme for OFDM Systems," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 9(8), pp. 2455-2460, August 2010.
- [94] J. Seberry and M. Yamada, "Hadamard matrices, Sequences, and Block Designs," *John Wiley and Sons*, 431-560. 1992.
- [95] H. Van Trees, "Detection, Estimation and Modulation Theory," Wiley, New York, 1968.
- [96] S. Bay, C. Herzet, J. M. Brossier, J. P. Barbot and B. Geller, "Analytic and Asymptotic Analysis of Bayesian Cramer-Rao Bound for Dynamical Phase Offset Estimation," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56 (1), pp. 61-70, Jan. 2008.
- [97] Z. Ye, T. Arbi and B. Geller, "Low Complexity Adaptive Turbo Equalization for Multipath Underwater Communication," *IEEE Oceans*, Marseille, France, Juin 2019.

Titre : Les constellations tournées pour les réseaux sans fil et l'internet des objets sous-marins.

Mots clés : Diversité du signal, Constellations tournées, Complexité de démodulation, PAPR, Synchronisation de phase, Maximum a Posteriori.

Résumé : La croissance exponentielle du nombre d'objets communicants et la demande accrue pour les services sans fil d'une part, et le besoin de réduire le coût énergétique des communications radio et les émissions associées de gaz à effet de serre, rendent les techniques qui sont efficaces à la fois en terme de ressources spectrales et en terme de ressources énergétiques, comme les constellations tournées, particulièrement intéressantes. En effet, les constellations tournées donnent de meilleures performances théoriques que les constellations conventionnelles sur les canaux à évanouissements grâce à un ordre de diversité implicite. Néanmoins, plusieurs problèmes liés au déploiement de cette technique constituent un frein pour une adoption plus large de cette modulation dans la pratique. Pour cela, dans cette thèse, nous proposons plusieurs solutions originales pour faire face à ces limitations.

Tout d'abord, nous avons étudié les propriétés structurales des constellations M -QAM tournées avec une série particulière d'angles de rotation $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$ afin de mettre en œuvre une méthode de détection de faible complexité pour les canaux à évanouissements avec ou sans effacements. Ensuite,

nous avons proposé deux techniques distinctes et originales pour la réduction du PAPR pour les systèmes OFDM utilisant les constellations tournées; d'abord, une technique SLM aveugle est proposée pour laquelle deux angles de rotation sont sélectionnés de façon à optimiser conjointement le taux d'erreur binaire des constellations et les performances théoriques de décodage aveugle. De surcroît, une technique d'entrelacement aveugle est proposée. Afin de réduire la complexité de décodage aveugle pour cette technique, nous nous basons à nouveau sur les propriétés des constellations M -QAM tournées avec $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$, pour concevoir un estimateur à faible complexité. Enfin, nous avons proposé un estimateur original de synchronisation de phase par lissage à faible complexité inspiré de l'approche Maximum a Posteriori (MAP). Cet estimateur permet d'estimer le décalage de phase variable aléatoirement dans le temps, à travers deux boucles d'aller-retour. L'estimateur proposé prend en compte de façon inhérente les caractéristiques des constellations tournées, contrairement aux estimateurs conventionnels, ce qui lui permet d'approcher la borne de Cramér-Rao que nous avons développée.

Title : Rotated constellations for wireless networks and the internet of underwater things.

Keywords : Signal Space Diversity, Rotated Constellations, Demodulation Complexity, PAPR, Phase Synchronization, Maximum a Posteriori.

Abstract : The exponential growth of the number of communicating objects and the rising demand for wireless services on the one hand, and the need to reduce the energy cost of radio communications with the associated greenhouse gas emissions on the other side, make bandwidth-power efficient techniques, such as rotated constellations, particularly interesting. Indeed, rotated constellations allow better theoretical performance than conventional constellations over fading channels thanks to an inherent Signal Space Diversity (SSD). Nevertheless, several issues prevent wider deployment of this technique. Therefore, in this PhD thesis, we propose several original solutions to face these limitations.

First, we study the structural properties of M -QAM constellations rotated with a series of rotation angles $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$, so as to propose a low-complexity detection technique for fading channels with or without erasures. Then, we propose two distinct and original techniques to reduce the PAPR of

OFDM systems with SSD; first, a blind SLM technique is proposed for which two rotation angles are selected so as to jointly optimize the theoretical bit error rate of the constellations and the theoretical blind decoding performance. In addition, a completely blind interleaving technique is proposed. In order to reduce the blind decoding complexity for this second technique, we rely again on the properties of the M -QAM constellations rotated with $\alpha = \arctan(1/\sqrt{M})$, to design a low-complexity estimator. Finally, we propose an original phase estimator for rotated constellations based on a low-complexity smoothing approach inspired by the Maximum a Posteriori (MAP) principle. This estimator operates off-line and allows the estimation of randomly time-variable phase shifts through two phase-locked loops. The proposed estimator inherently takes into account the characteristics of rotated constellations, in contrast with conventional estimators, which allows to approach the Cramér-Rao bound.