工程数学基础复习重点（仅供参考）

一、矩阵理论部分 （约 40%）

1、常用矩阵范数

定理 2.2.5 $A=(a_{ij})\in R^{n\times n}$,则

$$\|A\|_\infty=\max_{1\le i\le n}\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}|;$$

$$\|A\|_2=\sqrt{\lambda_1}\ (\text{其中}\lambda_1\text{为}A^TA\text{的最大特征值})$$

$$\|A\|_1=\max_{1\le j\le n}\sum_{i=1}^{n}|a_{ij}|$$

$$\|A\|_F=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}|a_{ij}|^2}=\sqrt{tr^{[1]}(A^HA)}=\sqrt{(A^HA)\text{所有特征值之和}}$$

分别称之为矩阵A的行范数、谱范数、列范数、F 范数。

2、矩阵的减号逆、加号逆的求法及性质，利用相关性质解题

$AA^-A=A$, rank(AA^-)= rank(A^-A)=rank(A),

$AA^+A=A$, rank(AA^+)= rank(A^+A)=rank(A)= rank(A^+),

$(A^-A)^2=A^-A$, $(AA^-)^2=AA^-$, $(A^+A)^2=A^+A$, $(AA^+)^2=AA^+$

定义 1.4.1 设$A\in C^{m\times n}$,矩阵$G\in C^{n\times m}$,若G满足如下方程

$$AGA=A,\ GAG=G,(AG)^H=AG,\ (GA)^H=GA$$

则称G为A的**加号逆**，或极小范数最小二乘逆，记作$\boldsymbol{A}^+$。

矛盾方程$Ax=b$的最小二乘解中范数最小的一个称为方程$Ax=b$的**极小范数最小二乘解。**

定理 1.4.3 设$A\in C^{m\times n}$，$rank(A)=r>0$，$A=BC$为A的满秩分解，则

$$\boldsymbol{A}^+=C^H(CC^H)^{-1}(B^HB)^{-1}B^H.$$

定理1.4.5 方程$Ax = b$的极小范数最小二乘解x唯一存在，且$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{+}$b.

求如下方程组

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 - 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 4 \end{cases}$$

的极小范数最小二乘解。

3、子空间的结构及基与维数

7、$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$是线性空间$V$ 的基，V_1=span$(\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_4, \alpha_2 - \alpha_3)$,

V_2=span$(\alpha_1 + \alpha_4, \alpha_2 + \alpha_3, \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4)$, 则$V_1$+$V_2$的维数是_________。

```
A =                          >> rref(A)

   1    0    1    0    1       1    0    0   -2   -2
  -1    1    0    1    1       0    1    0   -1   -1
   0   -1    0    1    1       0    0    1    2    3
   1    0    1    0    1       0    0    0    0    0
```

二、 (15 分)设$V_1 = span\{1+2t+t^2, -1+t+t^2+t^3\}, V_2 = span\{2-t+t^3, 1-t+3t^2+7t^3\}$,

(1) 求V_1+V_2和$V_1 \cap V_2$的基与维数；

(2) V_1+V_2是否为直和，如果是，说明理由，如果不是，将V_1+V_2的基扩充成$R_3(t)$的基。

(1) dim(V1+V2)=3, {a1,a2,b1}, (注：b2=-a1+4*a2+3*b1)

dim(V1∩V2)=1, {a1-4a2=3b1-b2}

(2)不是直和，扩充 t^3 (不唯一)

4、矩阵最小多项式、矩阵的 Jordan 标准型、矩阵函数及其 Jordan 标准型的求法

定理 3.3.3 n阶矩阵A的最小多项式$\psi(\lambda)$唯一存在，且等于特征矩阵$\lambda E - A$的第 n 个不变因子$d_n(\lambda)$。

矩阵的 Jordan 标准型(秩是关键)，矩阵函数的 Jordan 标准型的求法，

矩阵函数的求法（待定系数法，关键弄清楚函数与矩阵的谱）

三、设 $A=\begin{pmatrix} 4 & 3 & -4 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

（1）　（4 分）求 A **的最小多项式**
（2）　（4 分）求 A **的 Jordan 标准型。**
（3）　（4 分）求 $\sin(2A)$。

$(1)\left|\lambda E - A\right| = (\lambda-2)(\lambda-1)^2, r(E-A)=2, \varphi(\lambda)=(\lambda-2)(\lambda-1)^2$

$(2)\begin{pmatrix} 2 & & \\ & 1 & 1 \\ & & 1 \end{pmatrix}$

$(3)\sin(2A) = a_0 + a_1(2A) + a_2(2A)^2$

a0 = -4*cos(2)+sin(4), a1 = 3*cos(2)-sin(4)+sin(2), a2 = -1/2*cos(2)+1/4*sin(4)-1/4*sin(2)

5、内积空间抽象向量的长度及向量间的夹角

一、设 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 12 & 9 \\ 0 & 0 & 9 & 12 \end{pmatrix}$， $b=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 12 \\ 9 \end{pmatrix}$ 。

（1）　（6 分）设内积空间 V **在基** $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ **下的度量矩阵是** A**，**

求 $\alpha_1-\alpha_2+2\alpha_3$ **与** $2\alpha_2-\alpha_3+3\alpha_4$ **的夹角。**

$(b1,b2)=35,(b1,b1)=43,(b2,b2)=70,$

6、线性变换的表示矩阵及其值域和核空间的结构、不变子空间的求法

三、已知$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda+1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda(\lambda+1) \end{pmatrix}$。 .

(1)、(7 分)若 A 是内积空间 V 在一组基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 下的度量矩阵，则 λ 需满足什么条件？此时，求 $\alpha_1-\alpha_2$ 与 $\alpha_2+\alpha_3+3\alpha_4$ 的夹角。

(2)、(8 分) 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性空间 V 的一组基. V 上的线性变换 T 在基 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 下的表示矩阵是 A，若 $R(T)$ 的维数是 3，**则 λ 需满足什么条件？此时求** $N(T)$。

(2) R(T)=R(A), $\lambda=0$

N(T): AX=0 的解空间=span{a4}

R(T)=span{2a1+a2, a1+3a2, a3}

7、矩阵的 LU 分解。

二、数值分析部分 （约 40%）

1、线性方程组迭代格式构造及收敛判定

设$A\in R^{n\times n}$非奇异，解方程组$Ax=b$,可将方程组改写成同解的方程组

$$x=Bx+f, \qquad (4.1.1)$$

并由此构造迭代法

$$x^{(k+1)}=Bx^{(k)}+f, \qquad (4.1.2)$$

定理4.1.1 迭代法$x^{(k+1)}=Bx^{(k)}+f,\forall x^{(0)}\in R^n$ 收敛的充分必要条件是$\rho(B)<1$,其中$\rho(B)$为矩阵B的谱半径。

由于计算$\rho(B)$较困难，可先利用充分条件$\rho(B)\le\|B\|<1$判断迭代法的收敛性。

定义4.1.2 称$R(B)=-\ln\rho(B)$为迭代法$x^{(k+1)}=Bx^{(k)}+f$的渐近收敛速度。

2、非线性方程全局和局部迭代格式构造及收敛判定

将非线性方程 $f(x)=0$ 化为等价形式 $x=\varphi(x)$，构造迭代格式 $x_{k+1}=\varphi(x_k),\ k=0,1,\cdots$

定理4.3.2 若迭代函数$\varphi(x)$在有限区间$[a,b]$上满足下列两个条件：

(1) 对任意的$x\in[a,b]$，有$a\le\varphi(x)\le b$；

(2) $\varphi'(x)$在$[a,b]$上存在，且$\varphi'(x)\ne 0$，$|\varphi'(x)|\le L<1$，则对任意初值$x_0\in[a,b]$，

序列$\{x_k\}$收敛到方程$x=\varphi(x)$的根x^*，且有估计式

$$|x^*-x_k|\le\frac{L}{1-L}|x_k-x_{k-1}|,\quad |x^*-x_k|\le\frac{L^k}{1-L}|x_1-x_0|.$$

定理4.3.3 （p阶收敛的判定定理）

设$\{x_k\}$是由迭代格式$x_{k+1}=\varphi(x_k)\,(k=0,1,\cdots)$产生的序列，

x^*是方程$x=\varphi(x)$的根。若迭代函数$\varphi(x)$在x^*

邻近有连续的p阶导数，且满足条件：

(1) $|\varphi'(x^*)|<1$;

(2) $\varphi^{(m-1)}(x^*)=0, m=2,3\cdots p$，但$\varphi^{(p)}(x^*)\ne 0$;

则序列$\{x_k\}$是p阶收敛的，其中$p\,(p\ge 1)$是整数.

练习 2: 求解方程 $x^2-5=0$, 可以构造一个迭代格式

$$x_{k+1}=x_k+c\left(x_k^2-5\right),\quad k=0,1,2,\ldots$$

其中 c 为非零的常数,

(1) 当 c 取何值时, 由 $\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+c\left(\boldsymbol{x}_k^2-\mathbf{5}\right), \boldsymbol{k}=\mathbf{0},\mathbf{1},\mathbf{2},\ldots$ 产生的迭代序列收敛到 $\sqrt{5}$.

(2)c 取何值时收敛最快?

3、函数最佳平方逼近定义及最佳平方逼近多项式的构造，正交多项式

在内积空间$C[a,b]$中，取$n+1$个线性无关函数 $\varphi_0(x),\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)$张成$C[a,b]$的子空间

$$\Phi=span\{\varphi_0(x),\varphi_1(x),\ldots,\varphi_n(x)\}\subset C[a,b]$$

设$f(x)\in C[a,b]$，但$f(x)\notin\Phi$，在Φ中寻找一个函数$s^*(x)=\sum_{j=0}^{n}c_j\varphi_j(x)\in\Phi$

使得 $$\|f(x)-s^*(x)\|_2^2=\min_{\varphi(x)\in\Phi}\|f(x)-\varphi(x)\|_2^2$$

若$s^*(x)$存在，则称其为$f(x)$在$[a,b]$上的最佳平方逼近函数。

如何具体构造$s^*(x)$： **设$s^*(x)=\sum_{j=0}^{n}c_j\varphi_j(x)$**

记$$h(c_0,c_1,\ldots,c_n)=\|f(x)-s^*(x)\|_2^2=\int_a^b\rho(x)\left(f(x)-\sum_{j=0}^{n}c_j\varphi_j(x)\right)^2dx$$

求解$s^*(x)\in\Phi$，使$\|f(x)-s^*(x)\|_2^2=\min\Leftrightarrow$求多元函数$h(c_0,c_1,\ldots,c_n)$的极小值。

$\Leftrightarrow$解法方程$GC=F$

其中 $$G=\begin{bmatrix}(\varphi_0,\varphi_0) & (\varphi_1,\varphi_0)\cdots(\varphi_n,\varphi_0)\\ (\varphi_0,\varphi_1) & (\varphi_1,\varphi_1)\cdots(\varphi_n,\varphi_1)\\ \cdots\cdots & \cdots\cdots\cdots\cdots\\ (\varphi_0,\varphi_n) & (\varphi_1,\varphi_n)\cdots(\varphi_n,\varphi_n)\end{bmatrix}\in R^{(n+1)\times(n+1)}$$

$$F=((f,\varphi_0),(f,\varphi_1),\ldots,(f,\varphi_n))^T\in R^{n+1}$$

$$C=(c_0,c_1,\ldots c_n)^T\in R^{n+1}$$

设$\{\varphi_j(x)\}(j=0,1,...,n)$是区间$[a,b]$上带权$\rho(x)$的正交多项式组,取$\Phi$为

$$\Phi = span\{\varphi_0(x),\varphi_1(x),...,\varphi_n(x)\}$$

则法方程为

$$\begin{bmatrix} (\varphi_0,\varphi_0) & & & \\ & (\varphi_1,\varphi_1) & & \\ & & \cdots\cdots\cdots\cdots & \\ & & & (\varphi_n,\varphi_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \cdots \\ c_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f,\varphi_0) \\ (f,\varphi_1) \\ \vdots \\ (f,\varphi_n) \end{bmatrix}$$

练习：

$f(x)=x^3$在$[-1,1]$上关于$\rho(x)=1$的一次最佳平方逼近多项式是__________。

4、数值积分公式的代数精度，利用代数精度构造数值积分公式，数值微分公式误差分析方法

定义5.3.2 如果当$f(x)=x^k(k=0,1,\cdots,m)$时,$\int_a^b x^k dx=\sum_{i=0}^{n} A_i x_i^k$ 精确成立;

而当$f(x)=x^{m+1}$时,$\int_a^b x^{m+1}dx \neq \sum_{i=0}^{n} A_i x_i^{m+1}$，那么称该求积公式具有$m$次代数精度。

Newton-Cotes 求积公式（n+1 个节点）

$$\int_a^b f(x)dx=(b-a)\sum_{i=0}^{n} C_i^{(n)} f(x_i^{(n)})+E_n(f)$$

1° n 为偶数 $\quad E_n(f)=C_n h^{n+3} f^{(n+2)}(\eta), h=\dfrac{b-a}{n} \quad \eta\in[a,b]$

2° n 为奇数 $\quad E_n(f)=C_n h^{n+2} f^{(n+1)}(\eta), \quad \eta\in[a,b]$

由此可以看出，

1° n 为偶数时，Newton-Cotes 求积公式的代数精度为 n+1.

例如：Simpson 公式的代数精度为 3.

2° n 为奇数时，Newton-Cotes 求积公式的代数精度为 n.

例如：梯形公式的代数精度为 1.

七、(10 分)确定求积公式$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx [f(-1)+2f(x_1)+3f(x_2)]/3$中的待定参数，使其代数精度尽量高，并指明所构造出的求积公式所具有的代数精度。

数值微分

$$f'(x_i)-\frac{f(x_i+h)-f(x_i)}{h}=-\frac{h}{2}f''(x_i+\theta_1 h), 0\le\theta_1\le 1.$$

$$f'(x_i)-\frac{f(x_i)-f(x_i-h)}{h}=\frac{h}{2}f''(x_i-\theta_2 h),\ \ 0\le\theta_2\le 1.$$

$$f'(x_i)-\frac{f(x_i+h)-f(x_i-h)}{2h}=-\frac{h^2}{6}f^{(3)}(x_i-\theta_3 h),\ \ -1\le\theta_3\le 1.$$

5、拉格朗日插值多项式构造及其余项、插值基性质

拉格朗日插值多项式

$$L_n(x)=\sum_{i=0}^{n} l_i(x) f(x_i),\qquad \text{其中}\quad l_i(x)=\frac{(x-x_0)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)}, i=0,1,\cdots,n.$$

定理5.1.2 设$f(x)\in C^{n+1}[a,b]$，且节点$a\le x_0<x_1<\cdots x_{n-1}<x_n\le b$,

则满足条件 $p_n(x_i)=y_i, i=0,1,2,\cdots,n$ (5.1.7)

的插值多项式$p_n(x)$有

$$R_n(x)=f(x)-p_n(x)=\frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}w_{n+1}(x),\ \ a<\xi<b. \quad (5.1.8)$$

这里$w_{n+1}(x)$由下式所定义，

$$w_{n+1}(x)=\prod_{k=0}^{n}(x-x_k)=(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n). \quad (5.1.9)$$

牛顿插值插值多项式构造及其余项、均差性质

牛顿插值多项式

$$N_n(x)=f(x_0)+f[x_0,x_1](x-x_0)+\cdots+f[x_0,x_1,\cdots,x_n](x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-1}),$$

牛顿插值余项

$$R_n(x)=f(x)-N_n(x)=f[x,x_0,x_1,\cdots,x_n](x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_n),$$

均差表

埃尔米特插值多项式构造及其余项

用重节点差商构造*Hermite*插值。

（建议用此方法）

例　**求一个四次插值多项式$H(x)$，使**
$x=0$时，$H(0)=-1$，$H'(0)=-2$；
$x=1$时，$H(1)=0$，$H'(1)=10$，$H''(1)=40$.
并写出插值余项的表达式。

6、常微分方程初值问题简单数值算法，及其局部收敛阶判定

我们考虑一阶常微分方程初值问题

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx}=f(x,y), \\ y(x_0)=y_0 \end{cases} \qquad (6.1.1)$$

设节点为$a=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_n=b$.初值问题(6.1.1)的显式欧拉方法为

$$\begin{cases} y_{n+1}=y_n+h_n f(x_n,y_n), \\ y_0=y(x_0), \quad n=0,1,2,\cdots, \end{cases}$$

隐式欧拉法为

$$\begin{cases} y_{n+1}=y_n+h_n f(x_{n+1},y_{n+1}), \\ y_0=y(x_0), \quad n=0,1,2,\cdots, \end{cases}$$

其中$h_i=x_{i+1}-x_i$.

若数值公式的局部截断误差$E_{n+1}=O(h^{p+1})$，则称此数值公式是p阶的，p是正整数。

以等距节点为例，欧拉法的局部截断误差,由 Taylor 展开:

$$E_{n+1}=y(x_{n+1})-y_{n+1}$$
$$=[y(x_n)+hy'(x_n)+\tfrac{h^2}{2}y''(x_n)+O(h^3)]-[y_n+hf(x_n,y_n)]$$
$$=\frac{h^2}{2}y''(x_n)+O(h^3)$$

欧拉法具有 1 阶精度；　　改进欧拉法具有 2 阶精度。

7、其他

三、线性和非线性规划部分 （约 20%）

1、求线性规划的单纯形法、包括人工变量的 M 法

用单纯形法求解如下线性规划问题：

$$\begin{aligned}\min\ & -3x_1-x_2\\ \text{s.t.}\ & 3x_1+3x_2+x_3=30,\\ & 4x_1-4x_2+x_4=16,\\ & 2x_1-x_2\leqslant 12,\\ & x_j\geqslant 0,\quad j=1,2,3,4.\end{aligned}$$

引入松弛变量 x_5，化成标准形式：

$$\begin{aligned}\min\ & -3x_1-x_2\\ \text{s.t.}\ & 3x_1+3x_2+x_3=30,\\ & 4x_1-4x_2+x_4=16,\\ & 2x_1-x_2+x_5=12,\\ & x_j\geqslant 0,j=1,2,\cdots,5.\end{aligned}$$

用单纯形方法求解过程如下：

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	3	3	1	0	0	30
x_4	4	-4	0	1	0	16
x_5	2	-1	0	0	1	12
	3	1	0	0	0	0
x_3	0	6	1	$-\frac{3}{4}$	0	18
x_1	1	-1	0	$\frac{1}{4}$	0	4
x_5	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	4
	0	4	0	$-\frac{3}{4}$	0	-12

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_2	0	1	$\frac{1}{6}$	$-\frac{3}{24}$	0	3
x_1	1	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{24}$	0	7
x_5	0	0	$-\frac{1}{6}$	$\frac{3}{8}$	1	1
	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{4}$	0	-24

最优解 $\bar{x}=(7,3,0,0,1)$，最优值 $f_{\min}=-24$.

2、线性规划问题的对偶问题、对偶性质

七、对下列线性规划问题：

$$\min z=4x_1+x_2+2x_3+3x_4$$

$$\begin{cases}6x_1+x_2+2x_3+5x_4\geq 15\\ -2x_1+7x_2-x_3+x_4\geq 2\\ x_1+5x_2+4x_3+2x_4\geq 0\\ x_1,x_2,x_3,x_4\geq 0\end{cases}$$

写出其对偶模型，

3、原问题与其对偶问题的最优解的关系

8、已知线性规划问题 $\max z = 3x_1 + x_2 + 5x_3$，$\begin{cases} 6x_1+3x_2+5x_3 \le 45 \\ 3x_1+4x_2+5x_3 \le 30 \\ x_j \ge 0 (j=1,2,3) \end{cases}$ **的最优表如下，其中** x_4，x_5是松弛变量。

c_j			3	1	5	0	0
c_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
0	x_4	15	3	-1	0	1	-1
5	x_3	6	3/5	4/5	1	0	1/5
$\sigma_j = c_j - z_j$			0	-3	0	0	-1

由此表可得其对偶问题的最优解是________。

对偶松弛　或者　检验数行

$$\begin{aligned} &6y1+3y2-y3 = 3 \\ &3y1+4y2 \quad -y4 = 1 \\ &5y1+5y2 \quad\quad -y5 = 5 \end{aligned}$$

$\Rightarrow y1=0, y2=1$(松弛变量检验数的相反数)

$y3=0, y4=3$(非基变量检验数的相反数)

$y5=0$(基变量检验数的相反数)

4、梯度法求非线性规划问题

用最速下降法求解

$$\min \quad x_1^2 - 2x_1x_2 + 4x_2^2 + x_1 - 3x_2$$

取初始点 $X^{(0)} = (1,1)^T$，迭代一次。

解　第 1 次迭代，从 $x^{(1)}$ 出发沿最速下降方向搜索.

设 $f(x)=x_1^2-2x_1x_2+4x_2^2+x_1-3x_2$，则

$$\nabla f(x) = \begin{bmatrix} 2x_1 - 2x_2 + 1 \\ -2x_1 + 8x_2 - 3 \end{bmatrix},$$

故

$$\nabla f(x^{(1)}) = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad d^{(1)} = \begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}, \quad x^{(1)} + \lambda d^{(1)} = \begin{bmatrix} 1-\lambda \\ 1-3\lambda \end{bmatrix}.$$

取

$$\varphi(\lambda) = f(x^{(1)} + \lambda d^{(1)}) = (1-\lambda)^2 - 2(1-\lambda)(1-3\lambda) + 4(1-3\lambda)^2 + (1-\lambda) - 3(1-3\lambda),$$

令

$$\varphi'(\lambda) = -2(1-\lambda) + 2(1-3\lambda) + 6(1-\lambda) - 24(1-3\lambda) - 1 + 9 = 0,$$

解得

$$\lambda_1 = \frac{5}{31}, \quad x^{(2)} = x^{(1)} + \lambda_1 d^{(1)} = \begin{bmatrix} \frac{26}{31} \\ \frac{16}{31} \end{bmatrix}.$$

5、如何用 K-T 条件求解非线性规划问题

$$\begin{cases}\min\left(x_1-\frac{9}{4}\right)^2+(x_2-2)^2\\ s.t.\quad x_2-x_1^2\geq 0\\ \qquad\quad x_1+x_2\leq 6\\ \qquad\quad x_1,\ x_2\geq 0\end{cases}$$

KKT必要条件为

$$\begin{cases}\begin{pmatrix}2\left(x_1-\frac{9}{4}\right)\\ 2(x_2-2)\end{pmatrix}-w_1\begin{pmatrix}-2x_1\\ 1\end{pmatrix}-w_2\begin{pmatrix}-1\\ -1\end{pmatrix}-w_3\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}-w_4\begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}=0\\ w_1(x_2-x_1^2)=0\\ w_2(-x_1-x_2+6)=0\\ w_3x_1=0\\ w_4x_2=0\\ x_2-x_1^2\geq 0\\ -x_1-x_2+6\geq 0\\ x_1,x_2,w_1,w_2,w_3,w_4\geq 0\end{cases}$$

$x_1=\frac{3}{2},x_2=\frac{9}{4},w_1=\frac{1}{2},w_2=w_3=w_4=0$,凸规划