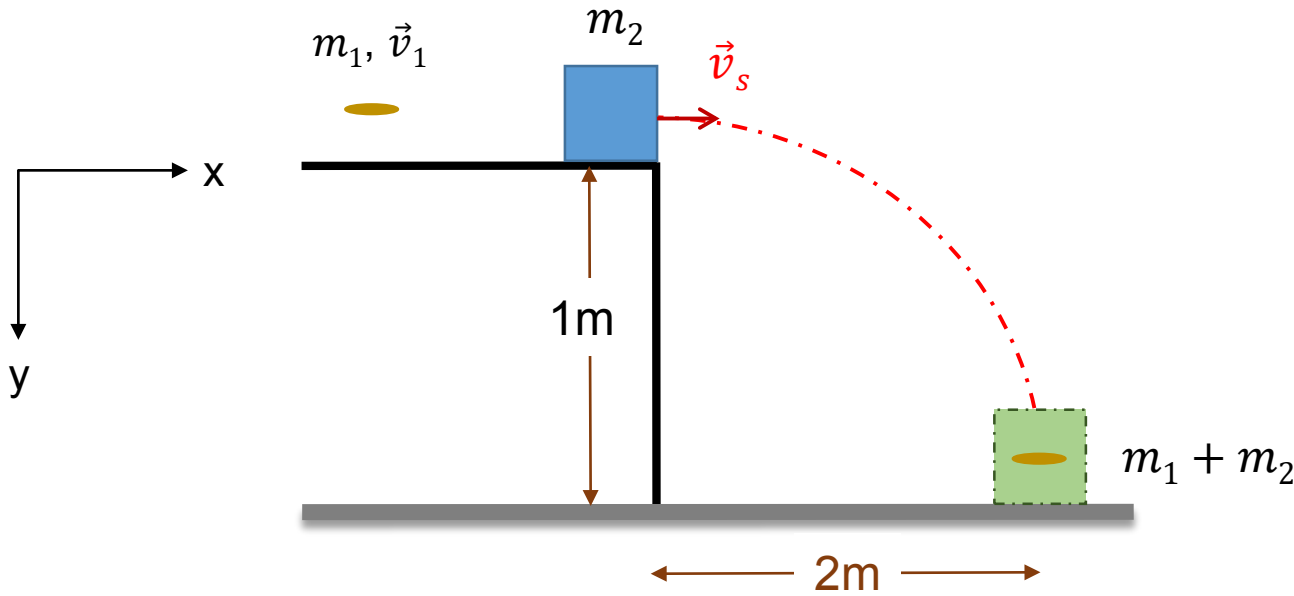


# UYGULAMA 6

**Soru:** 8 g'lık bir mermi, 1 m yükseklikte sürtünmesiz bir masanın kenarında duran 2,5 kg'lık bir bloğa doğru ateşleniyor. Mermi cismin içinde kalıyor ve çarpışmadan sonra cisim masanın tabanından 2 m uzağa düşüyor. Merminin ilk hızını bulunuz.

$t = 0,2 s$



Mermi- blok çarpışması için momentum korunumu yazılırsa:

$$P_i = P_s$$

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_s$$

$$v_{2i} = 0 \Rightarrow v_{1i} = \frac{(m_1 + m_2) v_s}{m_1}$$

Yatay atış hareketi incelenirse:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$1 = \frac{1}{2}10t^2 \Rightarrow t = \sqrt{0,2}s$$

$$x = v_{ix}t = v_s t$$

$$v_s = \frac{x}{t} = \frac{2}{\sqrt{0,2}} = 4,47 \text{ m/s}$$

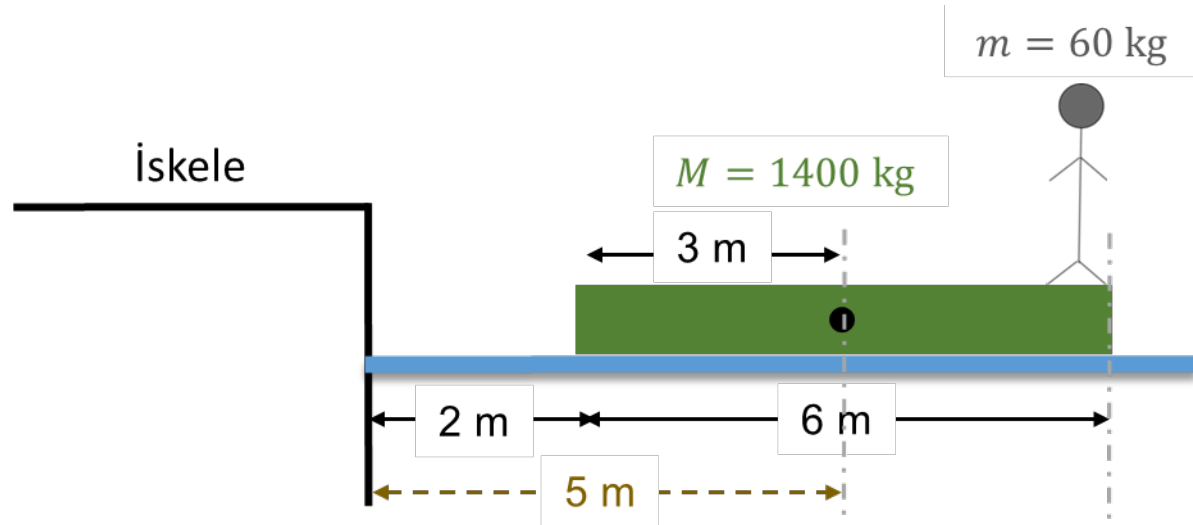
$$v_1 = \frac{(m_1 + m_2)v_s}{m_1} = \frac{(8 \times 10^{-3} + 2,5)4,47}{8 \times 10^{-3}} = 1401 \text{ m/s}$$

**Soru:**  $m = 60$  kg kütleli bir kişi, uzunluğu  $L = 6$  m ve kütlesi  $M = 140$  kg olan suda yüzen bir salın sağ ucunda durur. Başlangıçta sal durgun halde ve iskeleden 2 m uzaktadır. Sal ile su arasında sürtünme olmadığını varsayılacaktır. Adam sala göre sabit  $v = 4$  m/s hızla koşmaya başlarsa, (Salın üniform kütle yoğunluğu vardır).

- Salın hızını m/s cinsinden bulunuz.
- Kişi salın ortasından geçerken sal iskeleden kaç metre uzaklaşır?
- Bu andan itibaren adam kayar ve yavaşlamaya başlar ve salın sonunda durur. Adam salın orta noktasından salın sonuna ulaştığı zaman aralığında sal üzerine etkiyen itmenin büyüklüğünü N.s cinsinden bulunuz.

$$5,2 \cdot t = 3 \quad t = \frac{3}{5,2}$$

$$\frac{3}{5,2} \cdot 1,2 \quad \frac{3 \cdot 1,2}{5,2} = \frac{3,6}{5,2} = \frac{9}{13}$$

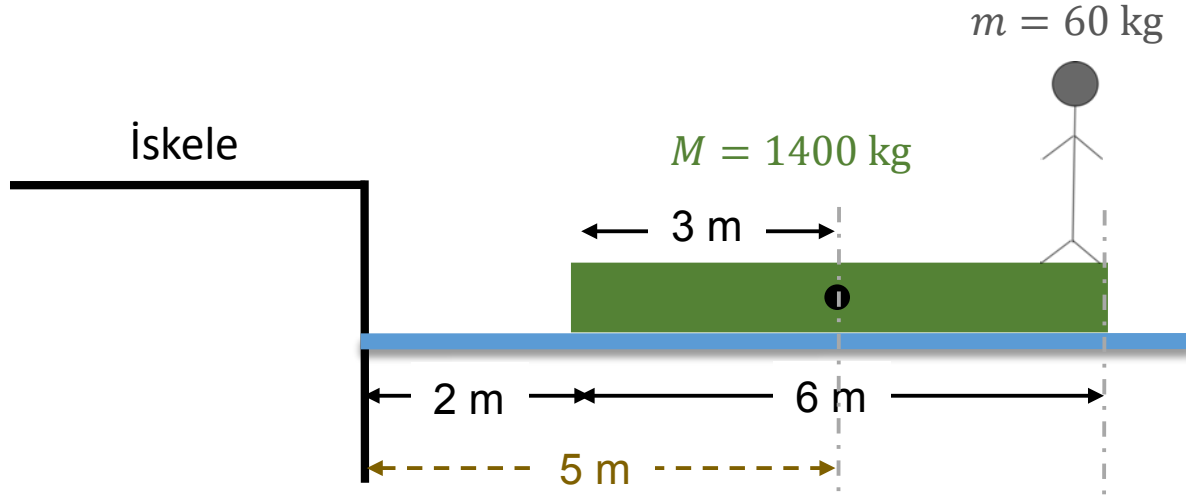


$$0 = 60 \cdot (-4 + v) + 140 \cdot v$$

$$-240 + 60v + 140v$$

$$240 = 200v$$

$$1,2 = v$$



$v_{as}$  : adamın sala göre hızı

$v_{sy}$  : salın yere göre hızı

$v_{ay}$  : adamın yere göre hızı

$$v_{ay} = v_{as} + v_{sy} = 4 + v_{sy}$$

a) Salın hızını m/s cinsinden bulunuz.

$$P_i = P_s$$

$$0 = 60(v_{ay}) + 140(v_{sy})$$

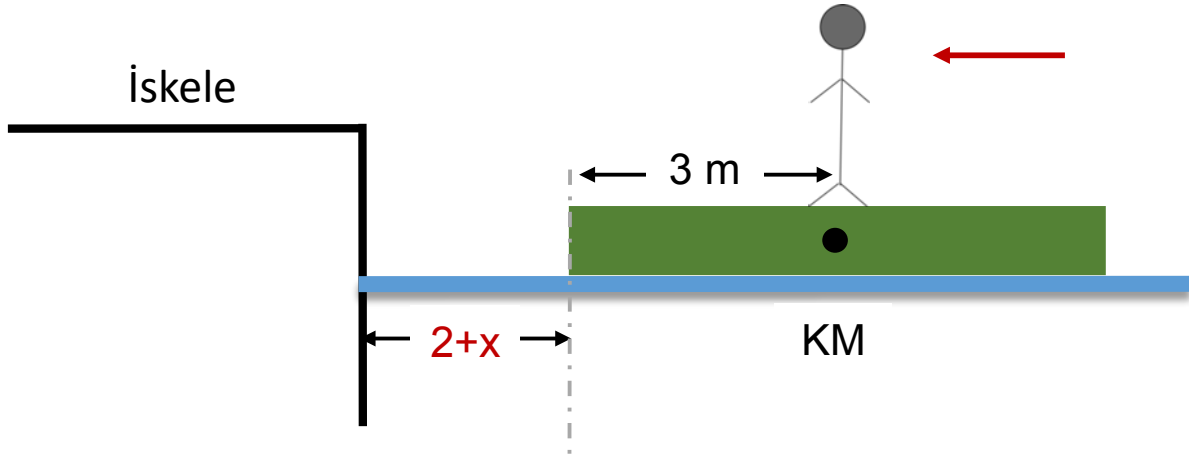
$$0 = 60(4 + v_{sy}) + 140(v_{sy})$$

$$0 = 240 + 60(v_{sy}) + 140(v_{sy})$$

$$v_{sy} = -\frac{240}{200} = -1,2 \text{ m/s}$$

(-) işareti ters yönde hareketi gösterir.

b) Kişi salın ortasından geçerken sal iskeleden kaç metre uzaklaşır?



$$P_i = P_s \quad \text{ve} \quad \sum F_{net} = 0$$

Kütle merkezinin konumu değişmez.

$$(x_{KM})_i = (x_{KM})_s$$

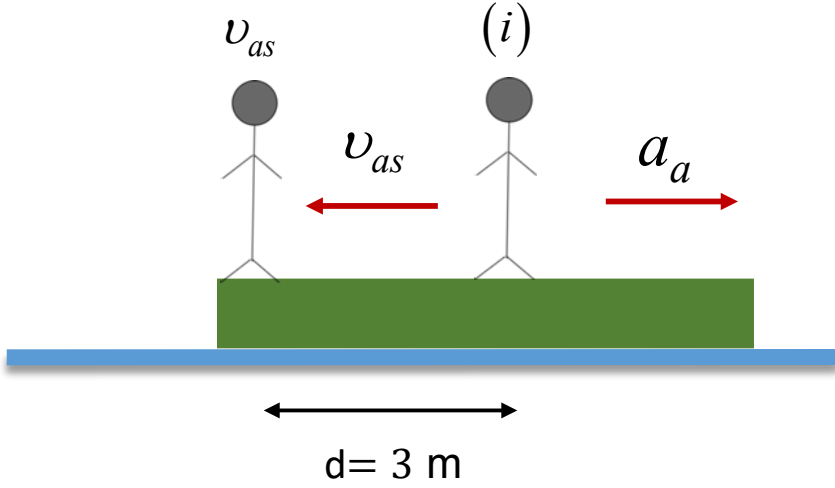
$$\frac{(m \times x_a) + (M \times x_s)}{m + M} = \frac{(m + M) \times (x_{as})}{m + M}$$

$$\frac{(60 \times 8) + (140 \times 5)}{60 + 140} = \frac{(60 + 140) \times (5 + x)}{60 + 140}$$

$$480 + 700 = 1000 + 200x$$

$$x = \frac{180}{200} = \frac{9}{10} \text{ (m)}$$

c) Bu andan itibaren adam kayar ve yavaşlamaya başlar ve salın sonunda durur. Adam salın orta noktasından salın sonuna ulaştığı zaman aralığında sal üzerine etkiyen itmenin büyüklüğünü N.s cinsinden bulunuz.



$$J = \Delta P = P_s - P_i$$

$$J = \Delta P = M v_{s,sal} - 0$$

Sal üzerine etkiyen itme      Salın kütlesi      Salın son hızı

$$v_{s,sal} = ?$$

$$v_{s,sal} = a_{sal} \times t \quad \Rightarrow \quad a_{sal} = ? \quad t = ?$$

Bilinmeyenleri elde etmek için öncelikle sal üzerindeki adamın hareketini inceleyerek sal üzerindeki hareketin süresini bulabiliriz.

$$v_{s,adam} = v_{i,adam} + a_{adam}t$$

$$a_{adam} = ? \quad t = ?$$

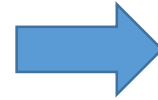
Sal üzerindeki adamın ivmesini bulmak için zamansız hız denklemini kullanırsak;

$$v_{s,adam}^2 = v_{i,adam}^2 + 2a_{adam}d$$

$$v_{s,adam}^2 = v_{as}^2 + 2a_{adam}d$$

$$0 = 4^2 + 2(a_{adam})3$$

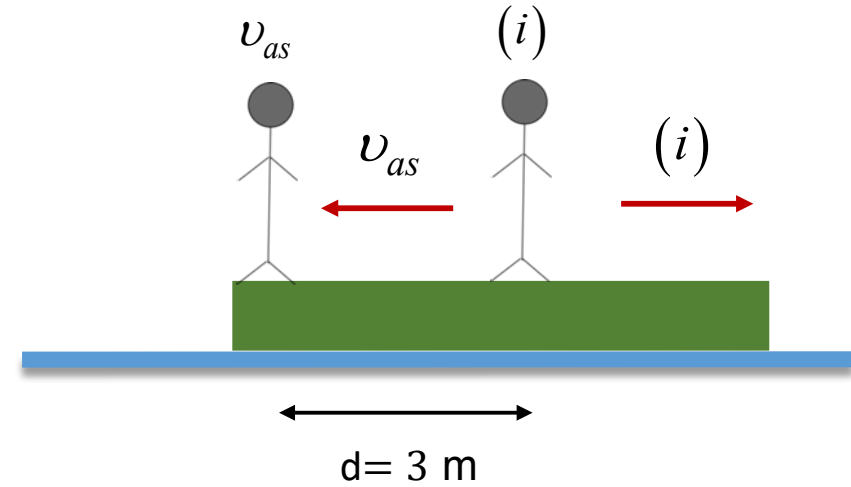
$$a_{adam} = -\frac{8}{3} \text{ m/s}^2 \quad (-) \text{ işareti yavaşlamayı gösterir}$$



$$v_{s,adam} = v_{i,adam} + a_{adam}t$$

$$0 = 4 + \left(-\frac{8}{3}\right)t$$

$$t = \frac{3}{2} \text{ s}$$





$$v_{s,sal} = a_{sal} \times t \quad \Rightarrow \quad a_{sal} = ? \quad t = \frac{3}{2} \text{ s}$$

Adamın sal üzerindeki 3m yürüyüşü sonrası salın 9/10 m konum değiştirdiği (b) şıkkında hesaplanmıştı. Buradan,

$$x - x_0 = v_{x0}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\frac{9}{10} = 0 + \frac{1}{2}a_{sal} \left( \frac{3}{2} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad a_{sal} = 0,8 \text{ m/s}^2$$

$$\left\{ v_{s,sal} = a_{sal} \times t \quad \Rightarrow \quad a_{sal} = 0,8 \text{ m/s}^2 \quad t = \frac{3}{2} \text{ s} \right\}$$

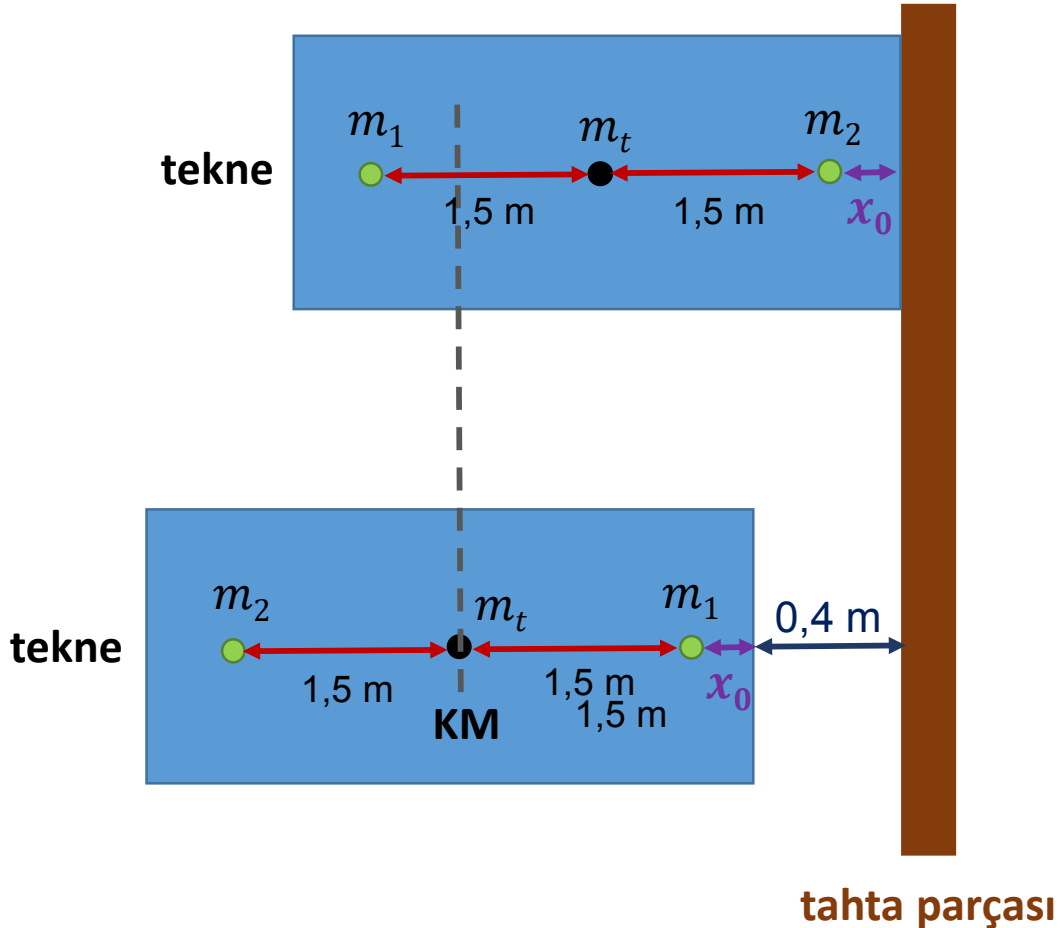
$$v_{s,sal} = a_{sal} \times t = 0,8 \left( \frac{3}{2} \right) = 1,2 \text{ m/s}$$

$$J = \Delta P = P_s - P_i$$

$$J = \Delta P = M v_{s,sal} - 0 \quad \Rightarrow$$

$$J = M v_{s,sal} - 0 = 140 \times 1,2 = 168 \text{ N} \cdot \text{s}$$

**Soru:** 30 kg kütleli teknede iki kişi oturmaktadır. Kişilerden birisinin kütlesi 80 kg'dır. Bu kişiler tekne su yüzeyinde dururken oturma pozisyonlarını değiştirirler. Oturdıkları koltuklar teknenin kütle merkezine göre simetrik ve koltuklar 3 m aralıktır. Koltuklarını değiştirdikten sonra tekne, su yüzeyindeki bir tahta parçasına göre 40 cm hareket ediyor. Tekne üzerindeki diğer kişinin kütlesini bulunuz.



$$m_t = 30 \text{ kg}$$

$$m_1 = 80 \text{ kg}$$

$$m_2 = ?$$

Teknenin homojen bir kütle dağılımına sahip olduğunu varsaydık. Dolayısıyla KM'si orta noktasında yer alır. Suyun yüzeyi sürtünmesizdir. Dolayısıyla sisteme etki eden herhangi bir dış kuvvet yoktur. Bu koltuk değişimi sırasında doğrusal momentum korunur.

$$\sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_s$$

Başlangıçta tekne sistemi hareketsizdir. Son olarak tekne sistemi tekrar hareketsizdir. Yani,

$$\vec{P}_i = \vec{P}_s = 0$$

$$\sum \vec{P}_i = \sum \vec{P}_s = M\vec{v}_{KM} = 0 \quad ; \quad \vec{v}_{KM} = 0 \quad \text{Kütle merkezinin konumu değişmez.}$$

$$(x_{KM})_i = (x_{KM})_s \quad \text{Tahta parçasına göre } x_{KM} \text{ yazılırsa:}$$

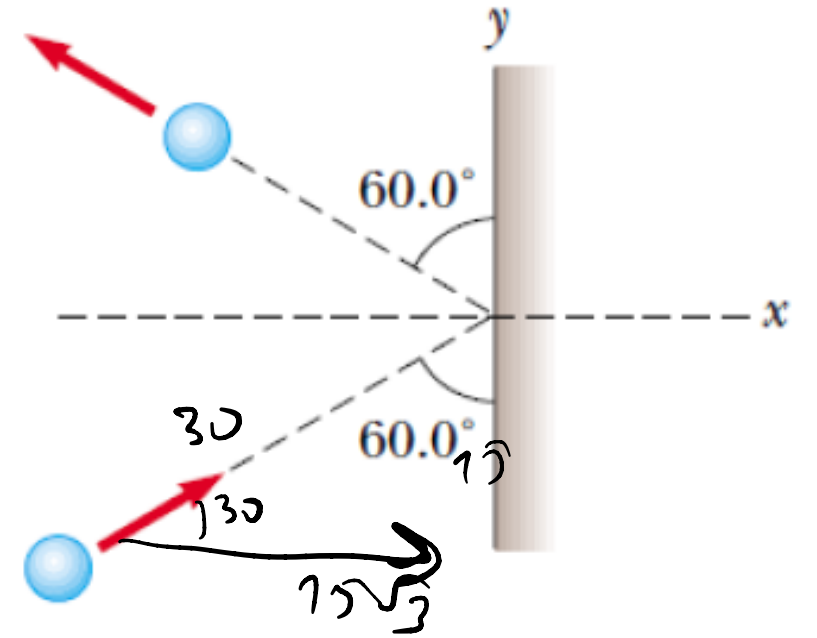
$$\frac{m_t(1,5 + x_0) + m_1(3 + x_0) + m_2(x_0)}{m_t + m_1 + m_2} = \frac{m_t(1,9 + x_0) + m_1(0,4 + x_0) + m_2(3,4 + x_0)}{m_t + m_1 + m_2}$$

$$30(1,5 + x_0) + 80(3 + x_0) + m_2(x_0) = 30(1,9 + x_0) + 80(0,4 + x_0) + m_2(3,4 + x_0)$$

$$45 + \cancel{30x_0} + 240 + \cancel{80x_0} + \cancel{m_2x_0} = 57 + \cancel{30x_0} + 32 + \cancel{80x_0} + m_2(3,4) + \cancel{m_2x_0}$$

$$m_2 = \frac{196}{3,4} = 57,6 \text{ kg}$$

**Soru:** 3 kg kütleli bir çelik top büyük bir duvara şekildeki gibi, duvarla  $60^\circ$  açı yapacak şekilde 10 m/s hızla çarpar ve aynı hız ve açı ile yansıtılır. Eğer top, duvarla 0,20 s temasta kalırsa duvarın topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?



$$30\sqrt{3} = \frac{2}{10} F$$

$$150\sqrt{3}$$

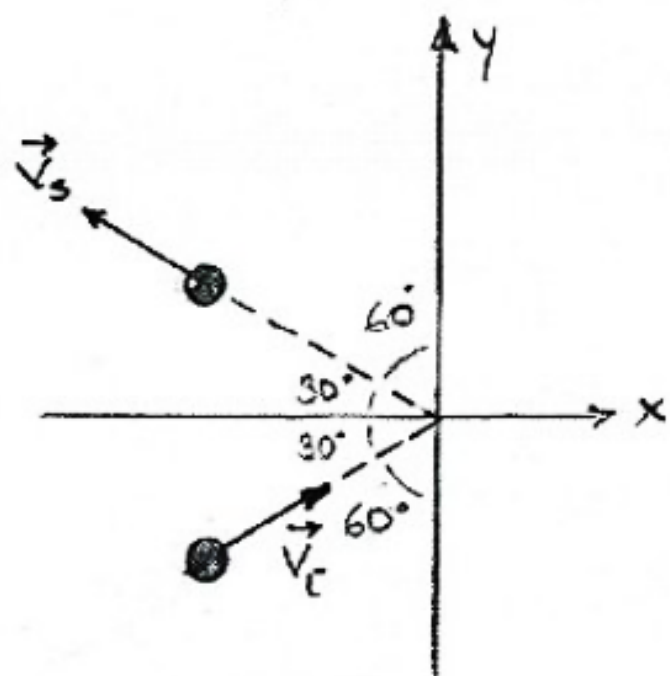
$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

Parçacığa etkiyen kuvvetin sabit olması durumunda  $\vec{F} = \vec{F}$  dir, böylece

$$\Delta \vec{P} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{\vec{P}_s - \vec{P}_i}{\Delta t}$$

$$\vec{P}_i = m \cdot \vec{V}_i, \quad \vec{P}_s = m \cdot \vec{V}_s$$



$$m = 3 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ s}$$

$$V_c = 10 \text{ m/s}$$

$$V_s = 10 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}_c &= V_x \vec{i} + V_y \vec{j} \\ &= V_c (\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})\end{aligned}$$

$$\vec{V}_s = V_c (-\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j})$$

$$\vec{\Delta p} = \vec{F} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{F} = \frac{\vec{\Delta p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_s - \vec{p}_c}{\Delta t} = \frac{m V_c [-\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j}] - (m V_c [\cos 30^\circ \vec{i} + \sin 30^\circ \vec{j}])}{\Delta t}$$

$$\vec{F} = \frac{-2 m V_c \cos 30^\circ \vec{i}}{\Delta t} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ}{0,2} \vec{i}$$

$$= -260 \vec{i} \text{ N}$$

$\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$  , Parçacığa etkiyen kuvvetin Sabit olması durumunda  $\vec{F} = \vec{\bar{F}}$  dir, böylece

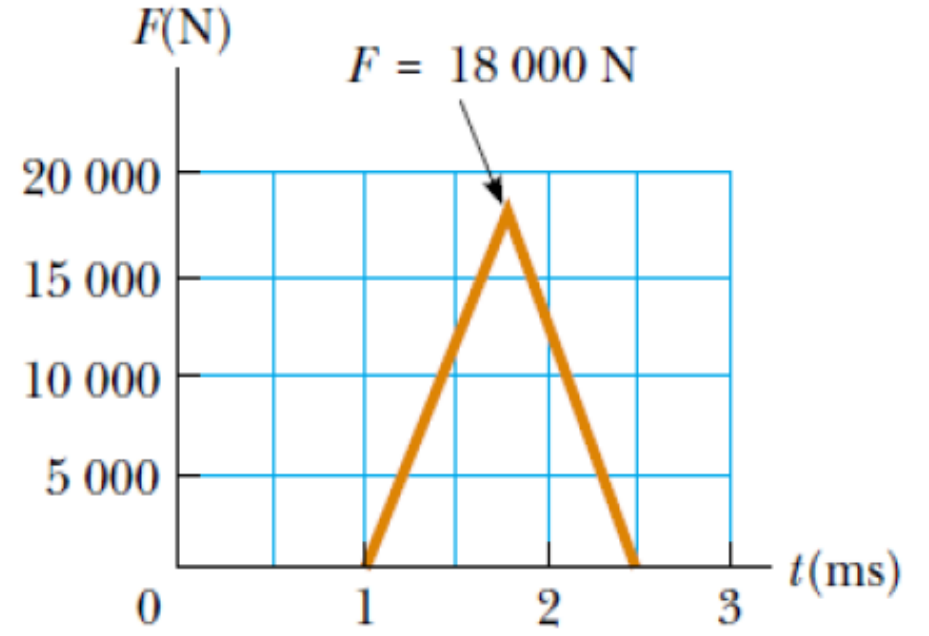
$$\Delta \vec{p} = \vec{\bar{F}} \cdot \Delta t \rightarrow \vec{\bar{F}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\vec{p}_s - \vec{p}_i}{\Delta t} = \frac{mV_i [-\cos 30 \vec{i} + \sin 30 \vec{j}] - (mV_i [\cos 30 \vec{i} + \sin 30 \vec{j}])}{\Delta t}$$

$$\vec{\bar{F}} = \frac{-2mV_i \cos 30 \vec{i}}{\Delta t} = \frac{-2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \cos 30}{0,2} \vec{i}$$

$$= -260 \vec{i} \text{ N}$$

**Soru:** Bir beyzbol topuna sopanın uyguladığı kuvvet Şekil'deki gibidir. Bu eğriden,

- a) topa aktarılan impulsu,
- b) topa uygulanan ortalama kuvveti,
- c) topa uygulanan en büyük kuvveti bulunuz.



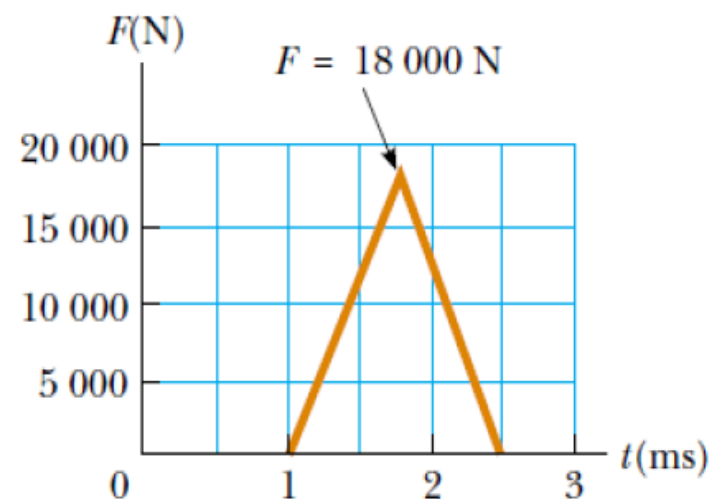
a) İtme (impuls)  $F-t$  grafiğinde eğrinin altındaki alana eşittir.

$$I = \frac{1}{2} (1.5 \cdot 10^{-3} \text{ s} \times 18000 \text{ N})$$
$$= 13.5 \text{ N}\cdot\text{s}$$

b) Ortalama kuvvet,  $\vec{F} = \frac{1}{\Delta t} \underbrace{\int_{t_i}^{t_s} \vec{F} \cdot dt}_{\vec{I}} = \frac{\vec{I}}{\Delta t}$

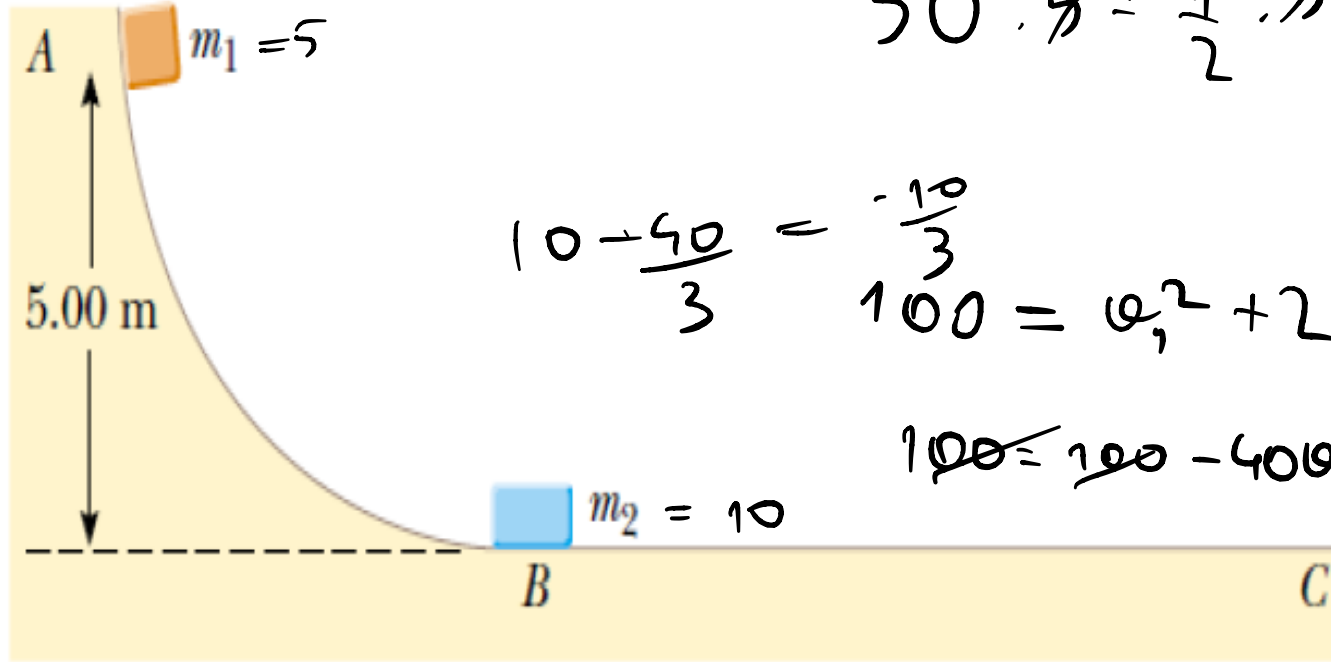
$$\bar{F} = \frac{13.5 \text{ N} \cdot \text{s}}{1.5 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 9 \cdot 10^3 \text{ N}$$

c) Grafikten  $F_{\text{max}} = 18000 \text{ N}$





**Soru:** Şekil’de gösterilen sürtünmesiz ABC rayını göz önüne alınız.  $m_1 = 5$  kg kütleli bir blok A’ dan serbest bırakılıyor ve B’ de duran  $m_2 = 10$  kg kütleli blokla esnek olarak çarpışıyor. Çarpışmadan sonra  $m_1$ ’in çıkabileceği maksimum yüksekliği hesaplayınız.



$$50 \cdot 9.8 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v^2$$

$$v = 10$$

$$10 - \frac{40}{3} = -\frac{10}{3}$$

$$100 = v_1^2 + 2v_2^2$$

$$\frac{20}{3} = v_2$$

$$100 = 100 - 40v_2 + 4v_2^2 + 2v_2^2$$

$$10 - 2v_2 = 0$$

$$40v_2 = 6v_2^2$$

$$50 = 5v_1 + 10v_2$$

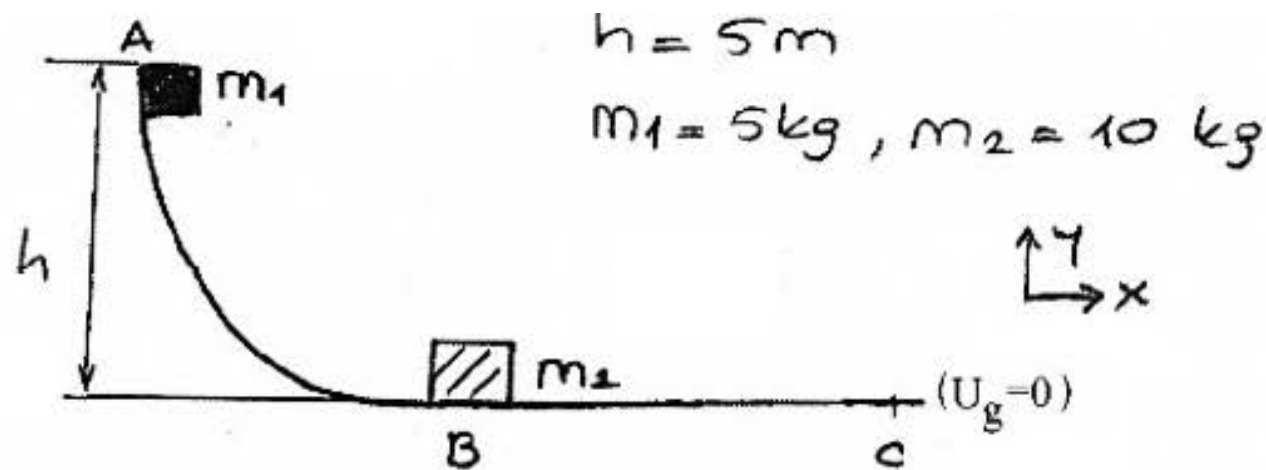
$$10 = v_1 + 2v_2$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 100 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_2^2$$

$$\frac{10}{18}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{9} = 10 \cdot h$$



$m_1$  kütle için enerji korunumu yazılırsa,  $M=0 \Rightarrow \Delta E=0$

$$E_A = E_B$$

$$\cancel{K}_A + U_A = \cancel{K}_B + \cancel{U}_B^0$$

$$\cancel{m}_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cancel{m}_1 v_{B,1}^2 \rightarrow v_{B,1} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 5} = 10 \text{ m/s}$$

( $m_1$  cisminin B noktasında, çarpışmadan hemen önceki hızı)

$m_1$  ve  $m_2$  cisim elastik çarpışma yapıyor, elastik çarpışmada

1) momentum korunur:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2 v_2'$$

$$5(v_1 - v_1') = 10 \cdot v_2' \Rightarrow \boxed{v_1 - v_1' = 2 v_2'} \quad (1)$$

2) Kinetik enerji korunur:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$$

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2$$

$$5(v_1^2 - v_1'^2) = 10 v_2'^2 \rightarrow \boxed{(v_1^2 - v_1'^2) = 2 v_2'^2} \quad (2)$$

İki kare farkı  $(V_1^2 - V_1'^2) = 2V_2'^2$

$$(V_1 - V_1')(V_1 + V_1') = 2V_2'^2$$

① ifadesi:  $V_1 - V_1' = 2V_2'$  burada yerleştirilirse,

$$2V_2' \cdot (V_1 + V_1') = 2V_2'^2 \rightarrow \underline{V_1 + V_1' = V_2'} \text{ ③}$$

① ve ③ ifadeleri: birleştirilirse  $V_1 - V_1' = 2 \cdot (V_1 + V_1')$

$$V_1 - V_1' = 2V_1 + 2V_1'$$

$$-V_1 = 3V_1'$$

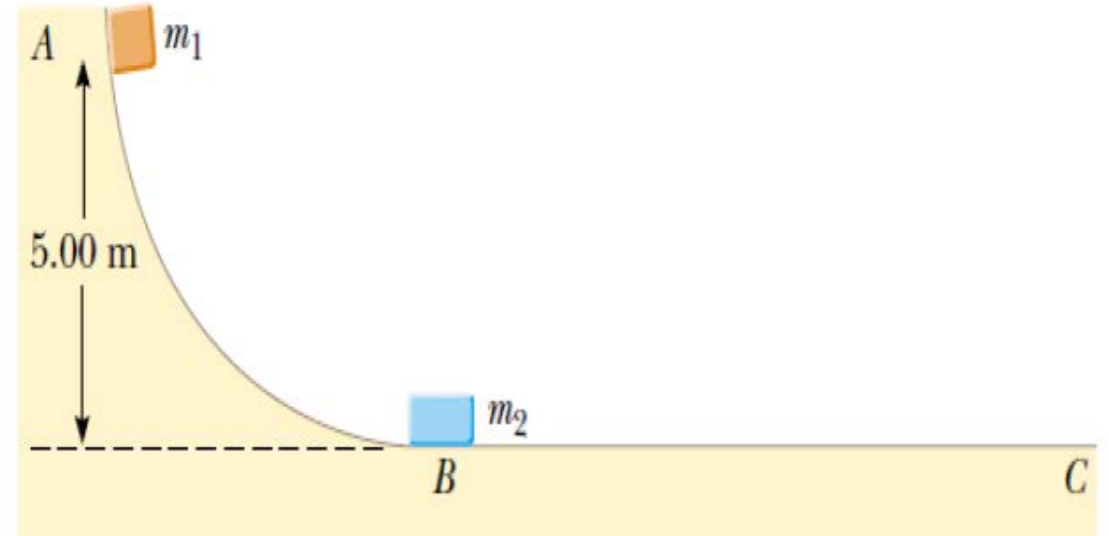
$$V_1 = V_{B,1} = 10 \text{ m/s} \rightarrow V_1' = -\frac{V_1}{3} = -\frac{10}{3} \text{ m/s}$$

\* Bu sonuca göre,  $m_1$  kütlesi çarpışmadan önce geriye doğru hareket etmekte,  $A'$  noktasına kadar yükselebilir olsun, bu durumda  $m_1$  kütlesi için çarpışma sonrası enerji korunumu yazılırsa

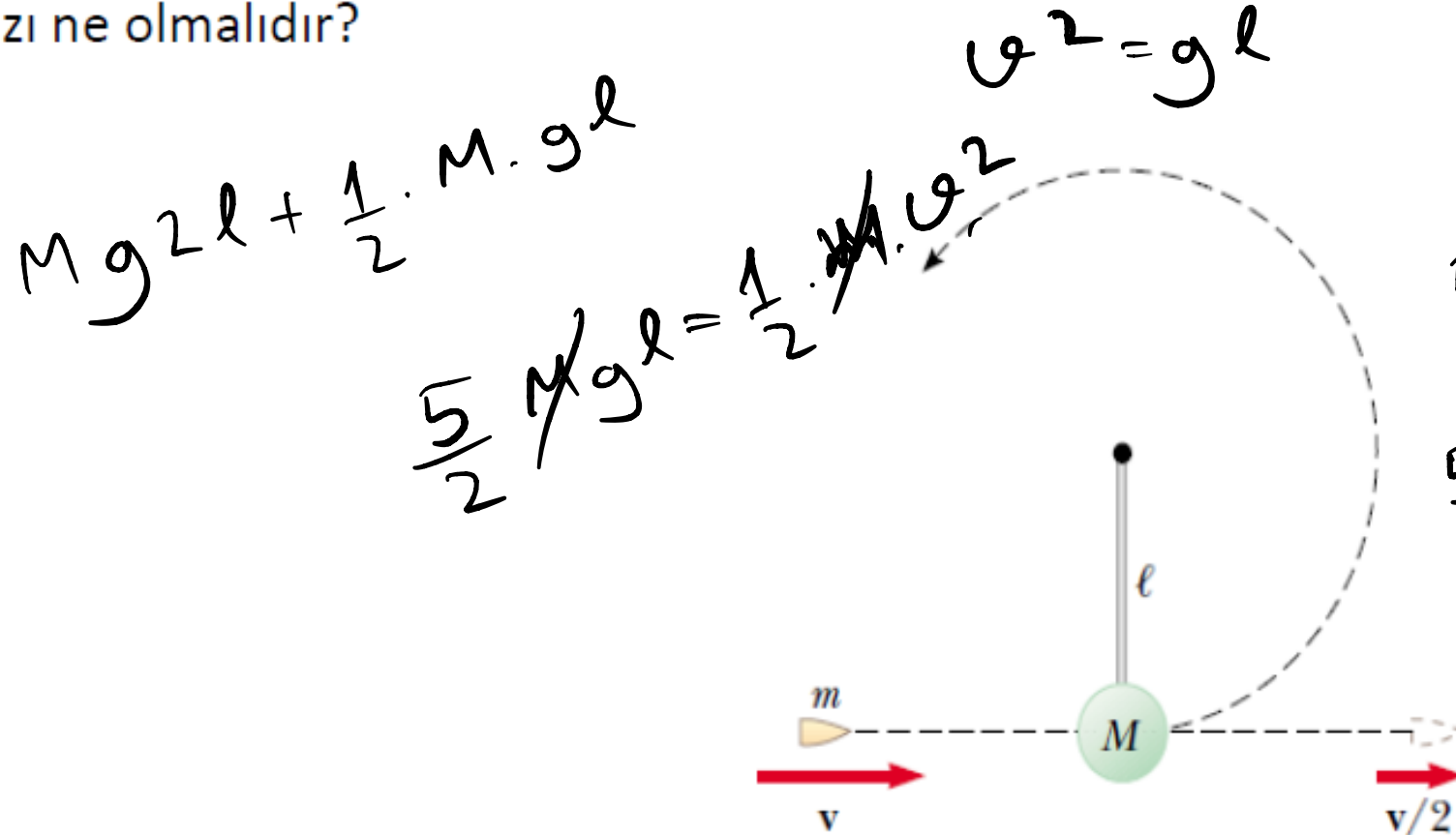
$$E_B = E_{A'} \\ K_B + U_B = K_{A'} + U_{A'} \\ \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1'^2 = m_1 \cdot g \cdot h_{\max}$$

$$h_{\max} = \frac{v_1'^2}{2g} = \frac{(-10/3)^2}{2 \cdot 10} = \frac{5}{9} \text{ m}$$

$$\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$



**Soru:** Şekil’de görüldüğü gibi,  $m_1$  kütleli ve  $v$  hızlı bir mermi,  $m_2$  kütleli bir sarkaç içinden geçer ve  $v/2$  hızı ile çıkar. Sarkaç “ / ” uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen bir ipin ucunda asılıdır. Sarkacın tam bir düşey daire üzerinde hareket edebilmesi için minimum  $v$  hızı ne olmalıdır?



$$mv = M \cdot v + \frac{mv}{2}$$

$$\frac{mv}{2} = M \cdot v$$

$$\frac{mv}{2M} = v$$

Mermi, Sarkaç, ile esnek olmayan çarpışma yapar.  
Yatay eksende momentum korunumunu yazarsak,

$$P_x = P_x'$$

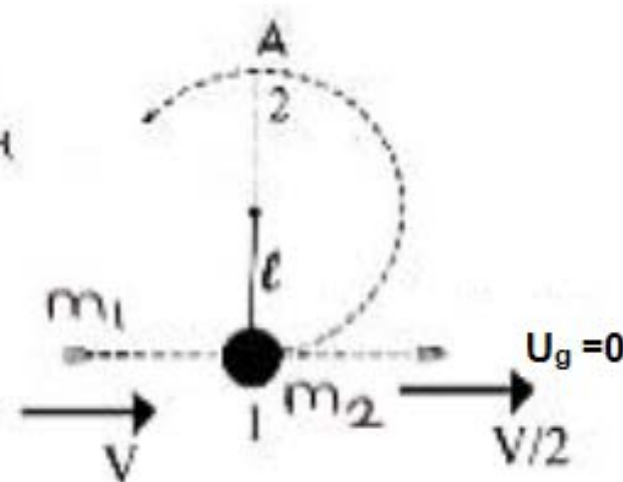
$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$m_1 v + 0 = m_1 \frac{v}{2} + m_2 v_2'$$

$$v = \frac{2m_2 v_2'}{m_1} \text{ veya}$$

$$v_2' = \frac{m_1 v}{2m_2}$$

(4) Sarkaçın çarpışmadan hemen  
sonra en alt noktadaki hızıdır.



Sarkacın için enerji korunumu yazılırsa,

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} m_2 v_A^2 + m_2 g \cdot 2l$$

$$v_2'^2 - v_A^2 = 4gl \quad (2)$$

$$gl = v^2$$

Sarkacın tam bir dişey dairede hareket edebilmesi için



$$\sum F_r = \frac{mv^2}{l}$$

$$M \cdot g = \frac{M \cdot v^2}{l}$$

$$T + m_2 g = \frac{m_2 v_A^2}{l}$$

Tepedeki hızın min. olması için  
 $T = 0$  olmalıdır.

$$m_2 g = \frac{m_2 v_A^2}{l} \rightarrow v_A^2 = gl \quad (3)$$



(1) ve (3) ifadeleri (2) de yerine yazılırsa,

$$\left\{ v_2' = \frac{m_1 v}{2m_2} \quad (1) \quad v_A^2 = gl \quad (3) \right\}$$

$$v_2'^2 - v_A^2 = 4gl \quad (2)$$



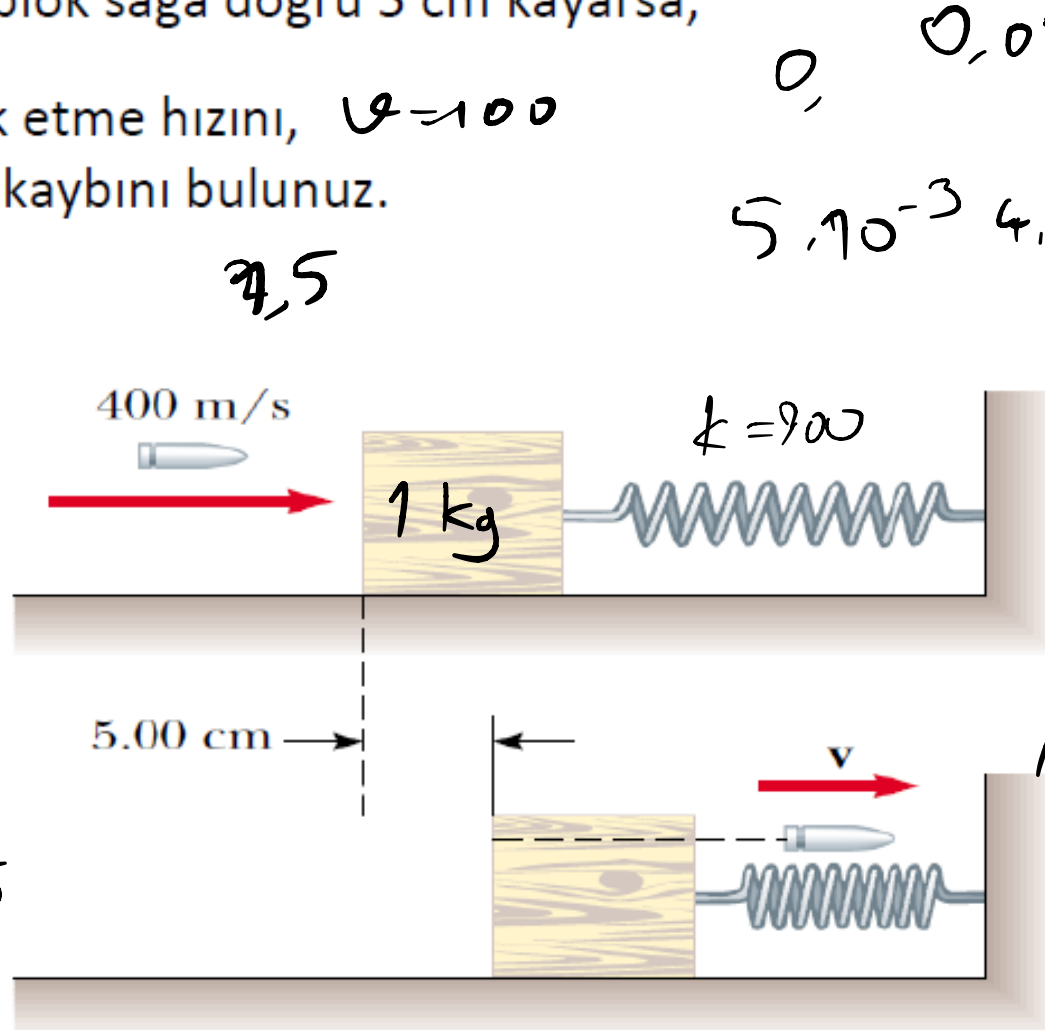
$$\left( \frac{m_1 v}{2m_2} \right)^2 - gl = 4gl \Rightarrow \frac{m_1^2 v^2}{4m_2^2} = 5gl$$

$$v = \frac{2m_2}{m_1} \sqrt{5gl}$$

**Soru:** Sürtünmesiz yatay yüzey üzerinde durgun olan 1 kg'lık bir blok, yay sabiti 900 N/m olan bir yaya tutturulmuştur. 400 m/s hızla ilerleyen 5 g'lık bir mermi, Şekil'deki gibi bloğu delip geçiyor. Blok çarpma ile blok sağa doğru 5 cm kayarsa,

a) merminin bloğu terk etme hızını,  $v = 100$

b) çarpışmadaki enerji kaybını bulunuz.



$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 16 \cdot 10^4$$

$$40 \cdot 10 = 400$$

7,5

400 m/s

1 kg

k = 900

5.00 cm

v

$$\frac{1}{2} \cdot 1,225 \cdot 10^{-2} \quad 2,25$$

$$1 \quad 1,125$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 25$$

$$0, \quad 0,05$$

$$5 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^2 = 2$$

$$0,5 = 5 \cdot 10^{-3}$$

$$v = 10^{-2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot 900 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v^2$$

$$225 \cdot 10^{-2} = v^2$$

$$15 \cdot 10^{-1} = v$$

$$m_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} , \quad v_1 = 400 \text{ m/s} , \quad m_2 = 1 \text{ kg} , \quad k = 900 \text{ N/m} , \quad x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

(mermi)

a) yüzey sürtünmesiz, bu durumda (blok + yay) sistemin toplam enerjisi korunumu yazılırsa

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} k x^2$$

$$v_{\text{Blok}} = \sqrt{\frac{k x^2}{m_2}} = \sqrt{\frac{900 (5 \cdot 10^{-2})^2}{1}}$$

$$v_{\text{Blok}} = 1,5 \text{ m/s}$$

(merminin aktardığı momentum ile  $v_{\text{Blok}}$  hızını kazanan blok, yayı  $x$  kadar sıkıştırarak bir an durur.)

(Mermer - blok) çarpışmasında momentum korunur :

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \quad v_2' = v_{\text{blok}} = 1,5 \text{ m/s}$$
$$(5 \cdot 10^{-3})(400) + 0 = 5 \cdot 10^{-3} \cdot v_1' + 1 \cdot (1,5)$$
$$v_1' = 100 \text{ m/s}$$

b) (Mermi - blok) çarpışmasında enerji korunmaz, çarpışmadaki enerji kaybı,  $\Delta E = E_2 - E_1$   
 $= (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$U_1 = 0$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_1'^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2} k x^2$$

(Blok, yayı 5cm sıkıştırarak duruyor.)

$$\text{veya } \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$= \frac{1}{2} m (v_1'^2 - v_1^2) + \frac{1}{2} k x^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-3} (100^2 - 400^2) + \frac{1}{2} \cdot 900 (0.05)^2$$

$$\Delta E = -374 \text{ J}$$