Ders 5:

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    T=T+1;
end
```

  - Her iterasyonda T, 1 artıyor. N kez iterasyona giriyor. O halde $T = \sum_{i=1}^{N} 1 = N$
  - Algoritmada T=T+1 yerine T=T+i olursa $T = \sum_{i=1}^{N} i = N(N+1)/2$
  - Algoritmada T=T+1 yerine T=T+2 olursa $T = \sum_{i=1}^{N} 2 = 2N$
  - Algoritmada T=T+1 yerine T=T+2i olursa $T = \sum_{i=1}^{N} 2i = 2\sum_{i=1}^{N} i = N(N+1)$
  - Algoritmada T=T+1 yerine T=T+T olursa ve T_{ilk} =1, her iterasyonda T, 2 katına çıkıyor. $T = \prod_{i=1}^{N} 2 = 2^N$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    for j=1:N*N
        T=T+1;
    end
end
```

  - $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N*N} 1 = \sum_{i=1}^{N} N^2 = N^3$
  - T=T+1 yerine T=T+i olursa $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N*N} i = \sum_{i=1}^{N}(i\sum_{j=1}^{N*N} 1) = \sum_{i=1}^{N} iN^2 = N^2\sum_{i=1}^{N} i = N^2\frac{N(N+1)}{2} = N^3(N+1)/2$
  - T=T+1 yerine T=T+j olursa $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N*N} j = \sum_{i=1}^{N}(\frac{N^2*(N^2+1)}{2}) = N\frac{N^2(N^2+1)}{2} = \frac{N^3(N^2+1)}{2}$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    for j=1:i*i
        T=T+1;
    end
end
```

  - $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i*i} 1 = \sum_{i=1}^{N} i^2 = N(N+1)(2N+1)/6$
  - T=T+1 yerine T=T+i için $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i*i} i = \sum_{i=1}^{N}\left(i\sum_{j=1}^{i*i} 1\right) = \sum_{i=1}^{N} i * i^2 = \sum_{i=1}^{N} i^3 = (\frac{N(N+1)}{2})^2$
  - T=T+1 yerine T=T+j için $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i*i} j = \sum_{i=1}^{N}(\frac{i^2(i^2+1)}{2}) = \sum_{i=1}^{N}(\frac{(i^4+i^2)}{2}) = \frac{1}{2}(\sum_{i=1}^{N} i^4 + \sum_{i=1}^{N} i^2)$
  - $\sum_{i=1}^{N} i^4 = \frac{N^5}{5} + \frac{N^4}{2} + \frac{N^3}{3} - \frac{N}{30}$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
i=1;
while (i<=N)
    T=T+1;
    i=i*2;
end
```

  - N=32 için i=1 T=1, i=2 T=2, i=4 T=3, i=8 T=4, i=16 T=5, i=32 T=6
  - $T = \sum_{i=1}^{\downarrow(\log_2 N)+1} 1 = \downarrow(\log_2 N) + 1$

- T=T+1 yerine T=T+i olursa $T = \sum_{i=1}^{\downarrow(\log_2 N)+1} i$ yazabilir miyiz? Hayır. i 1'er 1'er artmıyor, N 2'nin tam bir katı olsun $T = \sum_{i=0}^{\log_2 N} 2^i$
- $T = \sum_{i=0}^{N} A^i$ nasıl bulunur?
  - $T = A^0 + A^1 + A^2 + \cdots + A^{N-1} + A^N$
  - $T = 1 + A^1 + A^2 + \cdots + A^{N-1} + A^N$
  - $T - 1 = A^1 + A^2 + \cdots + A^{N-1} + A^N$
  - $T - 1 = A(A^0 + A^1 + \cdots + A^{N-2} + A^{N-1})$
  - $T - 1 = A(T - A^N)$
  - $T - 1 = AT - A^{N+1}$
  - $AT - T = A^{N+1} - 1$
  - $T(A-1) = A^{N+1} - 1$
  - $T = \frac{A^{N+1}-1}{A-1}$
- O halde $T = \sum_{i=0}^{\log_2 N} 2^i = \frac{2^{(\log_2 N)+1}-1}{2-1}$=$2 * 2^{\log_2 N} - 1 = 2N^{\log_2 2} - 1 = 2N - 1$

- $T = \sum_{i=0}^{N} iA^i$ nasıl bulunur?
  - $T = 0A^0 + 1A^1 + 2A^2 + 3A^3 + \cdots + (N-1)A^{N-1} + NA^N$
  - $AT = 1A^2 + 2A^3 + \cdots + (N-2)A^{N-1} + (N-1)A^N + NA^{N+1}$
  - $T - AT = A + A^2 + A^3 + \cdots + A^N - NA^{N+1}$
  - $A + A^2 + A^3 + \cdots + A^N = \sum_{i=1}^{N} A^i = \frac{A^{N+1}-1}{A-1} - 1$
  - $T(1-A) = \frac{A^{N+1}-1}{A-1} - 1 - NA^{N+1}$
  - …
- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    for j=1:i*i
        if mod(j,i)==0
            T=T+1;
        end
    end
end
```

i	j	T
1	1	1
2	1,2,3,4	1+2
3	1,2,3,4,5,6,7,8,9	1+2+3
4	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16	1+2+3+4

  - O halde $T = \sum_{i=1}^{N} i = N(N+1)/2$
  - T=T+1 if de değilse else in de olsaydı? 3. Problemde gördük ki if'e gelme sayısı $\sum_{i=1}^{N} i^2$, o halde else'den geçme sayısı yani $T = \sum_{i=1}^{N} i^2 - i$
- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
K=1;
for i=1:N
    K=K*2;
end
for i=1:N
    for j=1:K
        T=T+1;
    end
end
```

- $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{2^N} 1 = \sum_{i=1}^{N} 2^N = N * 2^N$
- T=T+1 yerine T=T+i olsaydı, $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{2^N} i = \sum_{i=1}^{N} i \sum_{j=1}^{2^N} 1 = \sum_{i=1}^{N} i2^N = 2^N \sum_{i=1}^{N} i = 2^N \frac{N(N+1)}{2}$
- T=T+1 yerine T=T+j olsaydı, $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{2^N} j = \sum_{i=1}^{N} \frac{2^N(2^N+1)}{2} = N\frac{2^N(2^N+1)}{2}$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
K=1;
for i=1:N
    K=K*2;
end
for i=1:N
    j=1;
    while(j<K)
        T=T+1;
        j=j*2;
    end
end
```

  - $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{log_2 2^N} 1 = \sum_{i=1}^{N} N = N^2$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    for j=1:i
        for k=1:j
            T=T+1;
        end
    end
end
```

  - $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i}\sum_{k=1}^{j} 1 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{i} j = \sum_{i=1}^{N} \frac{i(i+1)}{2} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}(i^2 + i) = \ldots = \frac{N(N+1)(N+2)}{6}$

- Aşağıdaki algoritmanın çalıştırılması sonucunda T değeri kaç olur?

```
T=0;
for i=1:N
    for j=3:N
        T=T+1;
    end
end
```

  - $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=3}^{N} 1 = \sum_{i=1}^{N}(N-2) = N(N-2)$
  - j=3:N yerine j=i:N olsaydı, $T = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=i}^{N} 1 = \sum_{i=1}^{N}(N-i+1) = \sum_{i=1}^{N} N - \sum_{i=1}^{N} i + \sum_{i=1}^{N} 1 = N^2 - \frac{N(N+1)}{2} + N = \ldots = \frac{N(N+1)}{2}$