

1

$P(x)$  ve  $Q(x)$  iki polinom olmak üzere  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  fonksiyonu tanımlanıyor. Bu

fonksiyonlarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilmektedir:

- $Q(x) = 0$  denkleminin tek kökü  $x = 2$
- $x \neq 2$  iken  $f'(x) > 0 \rightarrow$  **Daime artan**  $\rightarrow$  **Ekstremin yok** (Uç nokta da olmadığı için)
- $x < 2$  iken  $f''(x) > 0$  ve  $x > 2$  iken  $f''(x) < 0$
- $der(R(x)) < der(Q(x))$  olmak üzere  $P(x) = Q(x)(x-1) + R(x) \rightarrow P(x) = (x-1)R(x) + y = x-1$

Buna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- a) Fonksiyon yatay asimptota sahip değildir. ✓
- b) Fonksiyon  $y = x - 1$  eğik asimptotuna sahiptir. ✓
- c) Fonksiyon  $x = 2$  düşey asimptotuna sahiptir. ✓
- d) Fonksiyon bir mutlak ekstremuma sahip olabilir.**
- e) Fonksiyon bir yerel ekstremuma sahip değildir. ✓

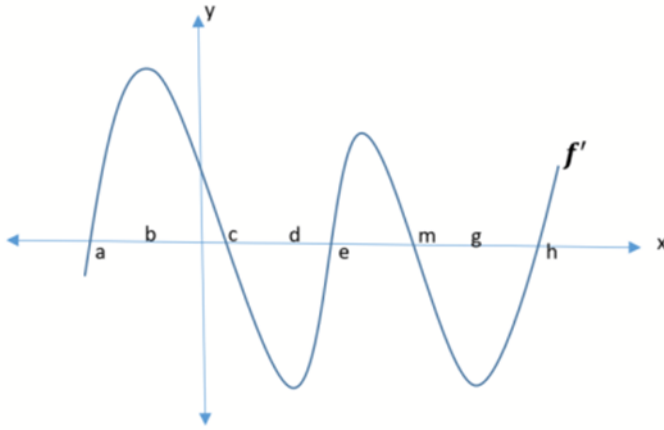
$\rightarrow x=2$  Düşey As.

Tanım Kümesi,  $(-\infty, 2) \cup (2, \infty) \rightarrow$  U.N. yok

$\frac{P(x)}{Q(x)} \rightarrow \frac{y=x-1}{x-1} \rightarrow y=x-1$   
Eğik As.

Eğik As. olduğundan Yatay As. yoktur

3



Yukarıda birinci türevinin grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu belirleyiniz.

- I.  $f$  fonksiyonu  $(b, c)$  aralığında artandır  $\rightarrow (b, c)$  de  $f' > 0 \Rightarrow f$  artar ✓
- II.  $f$  fonksiyonu  $x = m$  noktasında yerel maksimuma sahiptir  $x < m \Rightarrow f' > 0$   $x > m \Rightarrow f' < 0$   $\rightarrow$   $x=m$  max ✓
- III.  $f$  fonksiyonu  $(a, b)$  aralığında aşağı konkavdır  $\rightarrow f'(a, b)$  de artar  $\Rightarrow f'' > 0 \Rightarrow f$  yukarı konkav ✗

A) I: Yanlış II: Doğru III: Doğru B) I: Doğru II: Doğru III: Doğru C) I: Yanlış II: Yanlış III: Doğru

**D) I: Doğru II: Doğru III: Yanlış** E) I: Doğru II: Yanlış III: Yanlış

5

$y = f(x)$  fonksiyonunun ikinci türevinin denklemi  $f''(x) = x^2 \cdot (x+3)^3 \cdot (x+2)^2 \cdot (x+1)^4 \cdot (x-3)$  ise  $f(x)$  in grafiğinin kaç büküm noktası vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$x=0$  C.K.K.  $x=-3$  T.K.K.  $x=-2$  C.K.K.  $x=-1$  C.K.K.  $x=3$  T.K.K.

Tek katlı kökte  $f''$  işaret değişir

2 Büküm Nok. var

②  $y = \frac{x}{x^2-1}$  fonksiyonu için:

I: 3 tane asimptotu vardır

II:  $y=0$  dikey asimptottur  $\rightarrow y=0$  yatay asimptottur

III: 3 tane büküm noktası vardır  $\rightarrow 1$  Tane var

IV: 3 tane kritik noktası vardır  $\rightarrow$  K.N. Yok

V: Mutlak max veya mutlak min. noktası yoktur.  $\rightarrow$  Fonksiyon sonsuza gittiğinden  $(+\infty, -\infty)$  Mutlak max/min olamaz

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

① T.K:  $\mathbb{R} - \{ \pm 1 \}$   $\rightarrow$  ②  $x=1, x=-1 \rightarrow$  D.A. ③  $y=0 \rightarrow$  Y.A. ④ E.A. Yok

⑥  $y' = \frac{x^2-1-x \cdot 2x}{(x^2-1)^2} = -\frac{1+x^2}{(x^2-1)^2} \rightarrow y'=0 \rightarrow x \cdot x$   
 $\rightarrow y'$  t.s.iz  $\rightarrow \boxed{x = \pm 1}$  (G.K.K.)  
 K.N. değil  $\rightarrow$  Tanım kümesinde değil

⑦  $y'' = -\frac{2x \cdot (x^2-1)^2 - (1+x^2) \cdot 2 \cdot (x^2-1) \cdot 2x}{(x^2-1)^4}$   
 $= -\frac{2x^3-2x-4x-4x^3}{(x^2-1)^3} = +\frac{2x^3+6x}{(x^2-1)^3} \rightarrow y''=0 \rightarrow \boxed{x=0} \checkmark$   
 $\rightarrow y''$  t.s.iz  $\rightarrow \boxed{x=+1, x=-1}$  B.N. olamaz!  
 Tanım kümesinde değil

⑧

x	$-\infty$	-1	0	1	$\infty$
y'	-	$\frac{0}{\infty}$	-	$-\frac{\infty}{0}$	-
y''	-	$\frac{0}{\infty}$	+	$-\frac{0}{\infty}$	+
y	0	$\frac{\infty}{\infty}$	0	$\frac{\infty}{\infty}$	0

B.N.

$x=0 \rightarrow$  B.Noktası  
 $\mathbb{R} - \{ \pm 1 \}$  için fonk. azalan  
 $(-\infty, -1) \cup (0, 1) \rightarrow$  A.Konkav  
 $(-1, 0) \cup (1, \infty) \rightarrow$  Y.Konkav  
 max-min  $\rightarrow$  yok

4

$f(x) = \frac{bx^2-1}{x^2-a}$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) fonksiyonunun asimptotları  $x = 2$ ,  $x = -2$  ve  $y = \frac{3}{4}$  doğruları ise;

$g(x) = \frac{bx^2+1}{ax^2+2}$  fonksiyonunun yatay asimptotu aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $y = \frac{3}{8}$  B)  $y = -\frac{3}{16}$  C)  $y = \frac{8}{3}$  D)  $y = -\frac{3}{8}$  **E)  $y = \frac{3}{16}$**

$x = 2$   $x = -2$  dikey asimptot ise  $\Rightarrow x^2 - a = x^2 - 4$  tür  
 **$a = 4$**

$y = \frac{3}{4}$  yatay asimptot ise  **$b = \frac{3}{4}$**

$g(x) = \frac{bx^2+1}{ax^2+1} \Rightarrow$  yatay asimptotu  $y = \frac{b}{a} = \frac{\frac{3}{4}}{4} = \frac{3}{16}$

6

$f(x) = \frac{(x-8)(x-5)}{x-4}$  fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- ~~a)~~ Fonksiyonun üç tane kritik noktası vardır.  
~~b)~~ Fonksiyon  $y = 4$  yatay asimptotuna sahiptir.  
~~c)~~ Fonksiyon  $y = x + 9$  eğik asimptotuna sahiptir.  
~~d)~~ Fonksiyonun mutlak minimum değeri  $y = -1$  dir.  
**e)** Fonksiyonun yerel maksimum değeri  $y = -9$  dur.

T.K.  $(-\infty, 4) \cup (4, \infty)$

$\downarrow$   
uç Nokta yok

$$f(x) = \frac{x^2-13x+40}{x-4} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2x-13) \cdot (x-4) - (x^2-13x+40)}{(x-4)^2}$$

$$\downarrow$$

$$* x=4 \text{ Dikey asimptot}$$

$$* \text{ Yatay asimp. yok}$$

$$= \frac{2x^2 - 8x - 13x + 52 - x^2 + 13x - 40}{(x-4)^2}$$

$* x^2-13x+40 \mid x-4$

$$\begin{array}{r} x^2-13x+40 \\ -x^2+4x \\ \hline -9x+40 \end{array} \quad \begin{array}{l} x-4 \\ \hline x-9 \end{array} \rightarrow y=x-9$$

Eğik Asimptot

$$= \frac{x^2-8x+12}{(x-4)^2} = \frac{(x-2)(x-6)}{(x-4)^2}$$

$f' = 0 \quad f' + 0.12$   
 $x=2 \quad x=4$   
 $x=6$   
 K.N. K.N. değil  
 $\hookrightarrow 2$  kritik Nokta var  
 Tanım kim. değil

$x$	$-\infty$	2	6	$\infty$
$f$	+	0	-	0
$f$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$	$\rightarrow$

y. max

y. min

$x=2$

$$\hookrightarrow f(2) = \frac{2^2-13 \cdot 2+40}{2-4} = \frac{4-26+40}{-2} = -9$$

$$\frac{6^2-13 \cdot 6+40}{6-4} = \frac{36-78+40}{2} = -1$$

Yerel min. değeri

$\hookrightarrow$  yerel max. değeri ✓

7

$y = f(x)$  fonksiyonunun birinci türevinin denklemi  $f'(x) = (x+1) \cdot (x-1)^2 \cdot (x-3)$  ise  $f(x)$  ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

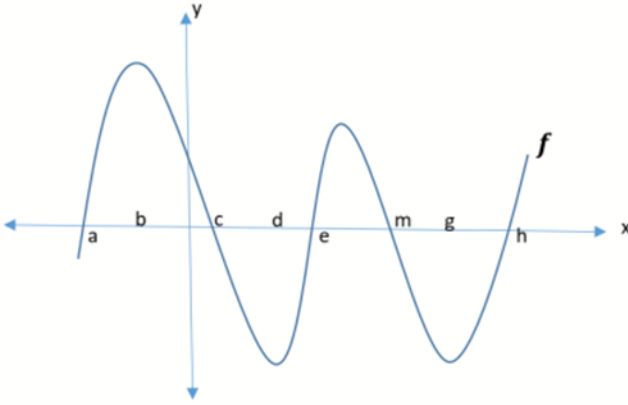
$$x = -1 \quad x = 1 \quad x = 3$$

c.k.k.

x	$-\infty$	-1	1	3	$\infty$
$f'$	+	0	-	0	+
f	↗	↘	↗	↘	↗

max                      min

- A) 2 yerel maksimumu vardır, yerel minimumu yoktur  
 B) 2 yerel minimumu vardır, yerel maksimumu yoktur  
 C) 1 yerel maksimumu, 1 yerel minimumu vardır  
 D) 2 yerel maksimumu, 1 yerel minimumu vardır  
 E) 1 yerel maksimumu, 2 yerel minimumu vardır



Yukarıda grafiği verilen  $f$  fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerin doğruluğunu belirleyiniz.

- ✗ I.  $(a, b)$  aralığında  $f'' > 0$  dir  $\rightarrow (a, b)$  de  $f$  in sekli  $\nearrow \rightarrow$  kollar aşağı  $\rightarrow f$  Aşağı  
 ✗ II.  $(b, c)$  aralığında  $f' > 0$  dir  $\rightarrow (b, c)$  de  $f$  azalan  $\Rightarrow f' < 0$   $\rightarrow$  Kork.  $f'' < 0$   
 ✓ III.  $(c, d)$  aralığında  $f'(x)$  fonksiyonu artandır  $\rightarrow (c, d)$  de  $f$  in sekli  $\searrow \rightarrow f$  yukarı kon.  $f'' > 0 \rightarrow f'$  artan
- A) I: Yanlış II: Doğru III: Doğru B) I: Doğru II: Doğru III: Doğru  
 C) I: Yanlış II: Yanlış III: Yanlış D) I: Doğru II: Doğru III: Yanlış E) I: Yanlış II: Yanlış III: Doğru

8