3. Hafta

Denge Durumundaki Yarıiletkenlerde Taşıyıcı Konsantrasyonu: Enerji ve Durum Yoğunluğu

(1)

Yarıiletkenlerin enerji düzeylerinin e⁻larla dolma olasılığını, yarıiletkenlerin temel özellikleri belirler. Yarıiletkenlerde e⁻ veya boşlukların konsantrasyonunu hesaplamak için enerji durum yoğunluğunu ve bu durumların e⁻larla işgal edilme olasılığını bilmek gerekir.

İletim bandında enerji düzeylerinin e⁻la dolması Fermi-Dirac dağılım fonksiyonu ile belirlenir.

$$F(E,T) = \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)}$$

E: Belirli bir enerji durumu

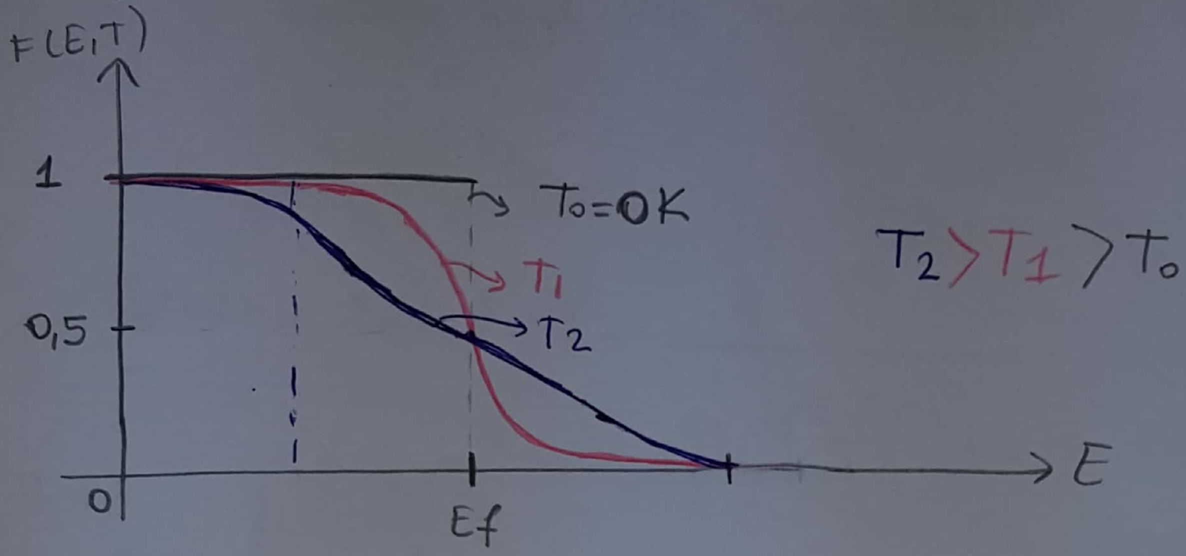
E_f: Fermi Enerjisi

T: Sıcaklık

k: Boltzman sabitidir. $(1{,}38 \cdot 10^{-23}\ J/K)$

Scanned by CamScanner

Görüldüğü üzere fonksiyon sıcaklığa bağlıdır.



* $T_0 = 0K$ de:

$$E < E_f \Rightarrow F(E) = 1$$

$$E > E_f \Rightarrow F(E) = 0$$

* $T > 0$ durumunda:

$$E - E_f \ll kT \Rightarrow F(E) = 1 \qquad \frac{1}{1+\underbrace{\exp\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)}_{0}} = 1 \text{ küçük ise}$$

$$E = E_f \Rightarrow F(E) = \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)^{0}} = \frac{1}{1+e^{0}} = \frac{1}{2}$$

$$E - E_f \gg kT \Rightarrow \qquad \frac{1}{\cancel{1}+\exp\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} = \exp-\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)$$

$$F(E) \cong \exp\left(-\frac{E-E_f}{kT}\right) = \underbrace{\exp\left(\frac{E_f}{kT}\right)}_{A}\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

$$F(E) \cong A\exp\left(-\frac{E}{kT}\right)$$

• Bir kristalde herhangi bir enerji durumunun e^- la veya boşlukla işgal olma toplam olasılığı 1'dir.

$$F_n(E) + F_p(E) = 1$$

$$F_p(E) = 1 - F_n(E) = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)+1}$$

$$F_p(E) = \frac{1}{1+\exp\left(\frac{E_F-E}{kT}\right)}$$

Etkin Kütle:

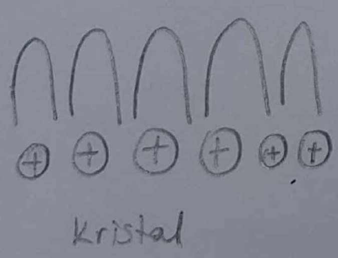
Kristal içinde yeterli enerjiyi kazanan elektronlar, serbest elektronlar gibi ivmelenebilirler. Ancak kristal içindeki bu e^- ların kütlesi, serbest elektronların kütlesinden farklıdır. Bu durum elektronun etkin kütlesi (m_e^*) olarak tanımlanır. Yarıiletkenlerde e^-lar için (m_n^*) olarak gösterilir.

Yarıiletkenlerde benzer bir durum boşluk için de tanımlanabilir. (m_p^*) veya (m_h^*).

$m_e \rightarrow$

Boş uzay

$m_e^* \rightarrow$ e^- kristalle etkileşir.



kristal

Saf Yarıiletkenlerde Yük Taşıyıcı Konsantrasyonu ve Fermi Seviyesinin Yeri:

(4)

Saf yarıiletkenlerde iletim bandındaki e-ların konsantrasyonu;

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right)$$ olarak tanımlanır.

N_c: iletim bandındaki etkin durum yoğunluğudur.

$$N_c = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

Deliklerin valans bandındaki konsantrasyonu;

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right)$$ olarak tanımlanır.

Yine N_v: valans bandındaki etkin durum yoğunluğudur.

$$N_v = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

Saf yarıiletkenlerde elektronların ve deliklerin konsantrasyonlarının çarpımı;

$$n_i^2 = np = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right)$$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v}\, \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

$$n_i = 2\left(\frac{kT}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} (m_n^* m_p^*)^{3/4} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

olarak ifade edilebilir.

Aynı ifade enerji durum yoğunluğu ve fermi fonksiyonu yardımıyla da ifade edilebilir.

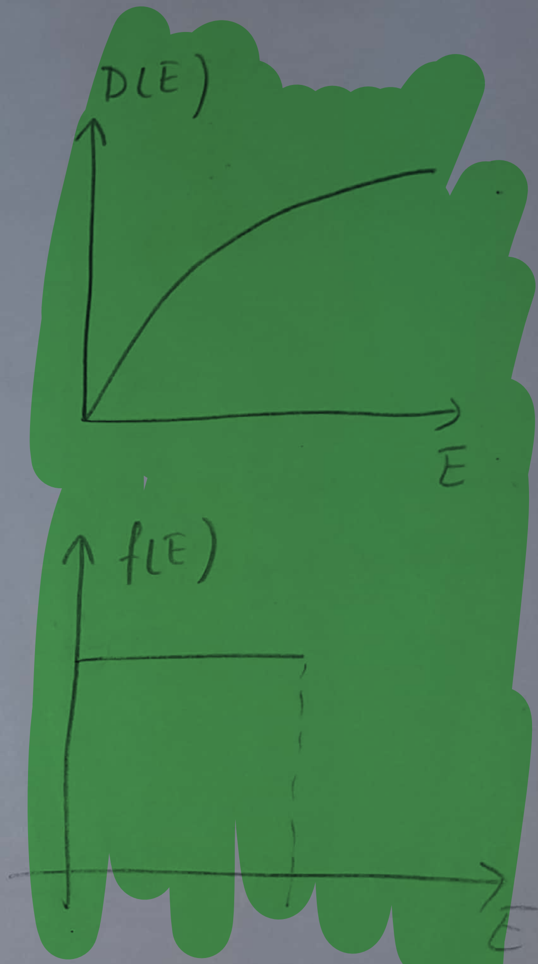
Yarıiletkenlerde Enerji Durum Yoğunluğu:

Enerji durum yoğunluğu, her bir bantta kaç tane enerji seviyesi olduğunu ve bu enerji seviyelerinin; ne kadarının elektronlarla dolu olduğunu gösterir.

Bantlarda var olan kuantumlu enerji düzeylerinin yoğunluğu; (Enerji durum yoğunluğu)

$$D(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*)^{3/2} E^{1/2}$$

ile ifade edilir.



Fermi Dağılım fonksiyonunun da;

$$f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1}$$

hatırlanırsa

Bantlaki Taşıyıcı konsantrasyonu:

$$n = \int D(E) f(E)\, dE$$

$$n_i = \int \left(D(E) = \frac{4\pi}{h^3} (2m_e^*) E^{1/2} \right) \times \left(f(E) = \frac{1}{e^{\left(\frac{E-E_f}{kT}\right)} + 1} \right) dE$$

$$n_i = 2 \left(\frac{2\pi kT}{h^2} \right)^{3/2} (m_e^* m_p^*)^{3/4} e^{-E_g/2kT}$$ elde edilir.

Saf yarıiletkenlerde Fermi Enerjisinin Yeri:

Saf yarıiletkenlerde Fermi Enerjisinin yeri, iletim bandındaki elektronlarla valans banttaki boşlukların konsantrasyon eşitliği (elektriksel nötr) şartından bulunur.

$$n = p$$

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{E_f - E_v}{kT}\right)$$

$$\left.\frac{N_v}{N_c} = \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_F - E_V}{kT}\right) \right\}$$ EF çekilirse

$$\ln \frac{N_v}{N_c} = \cancel{\exp}\left(\frac{2E_F - (E_c - E_v)}{kT}\right) \Rightarrow 2E_F \underset{-(E_c+E_v)}{\boxed{-E_c - E_v}} = \frac{kT}{2} \ln\left(\frac{N_v}{N_c}\right)$$

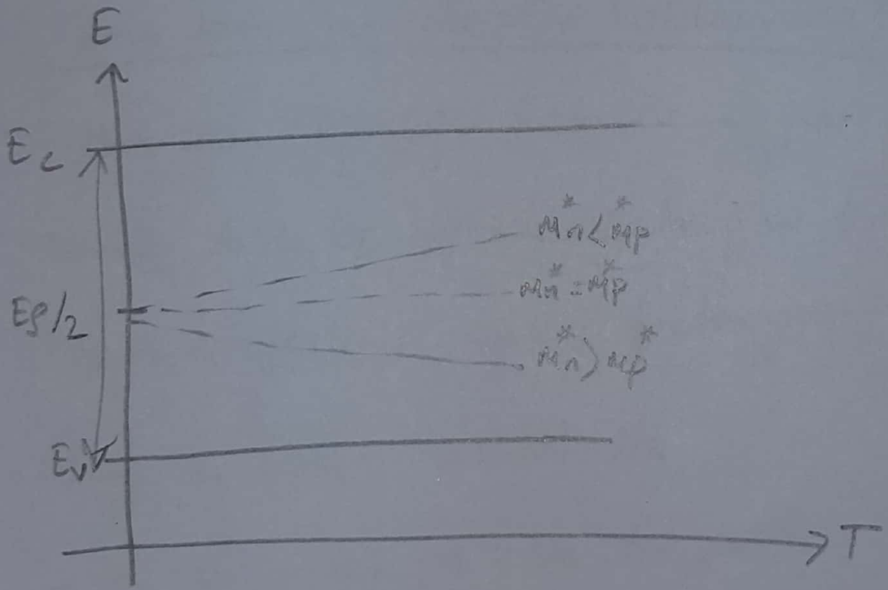
Bir önceki denklemden logaritma alınarak;

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_v}{N_c}$$

veya

$$E_F = \frac{E_g}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$ olur.

Formülden de anlaşılacağı gibi, mutlak sıfırda; $T \to 0\,K$ Fermi Enerji seviyesinin yeri, yasak bandın ortasıdır. Sıcaklık arttıkça değişim gösterir.



Katkılı Yarıiletkenlerde Taşıyıcı Konsantrasyonu:

Tek tip katkı yapıldığında;

Yapı içinde n-tipinde tüm katkı atomları (donör) iyonizedir.

N_d : malzemedeki donör yoğunluğu

(elektronların sayısı) $n \approx N_d$ (iyonize donör atomları sayısı).

p-tipinde ise;

N_a: malzemedeki akseptör yoğunluğu

(boşluk konsantrasyonu) $p \approx N_a$ (iyonize akseptör atomları sayısı)

Hem donör, hem akseptör katkıları varsa;

Hangisinin yoğunluğu fazla ise o yener.

Donörler fazla ise, çoğunluk yüktaşıyıcısı n, azınlık p denir.

Akseptörler fazla ise, çoğunluk yüktaşıyıcısı p, azınlık n denir.

n-tipi baskınsa: $n \approx N_d - N_a$

p-tipi baskınsa: $p \approx N_a - N_d$

önemli

* $n.p \approx n_i^2 \approx 10^{20} cm^3$ olur.

Yani özetle;

* $N_d - N_a >> n_i \Rightarrow$ n-tipi $\left\{ \begin{array}{l} n = N_d - N_a \\ p = n_i^2 / n \end{array} \right\}$

?

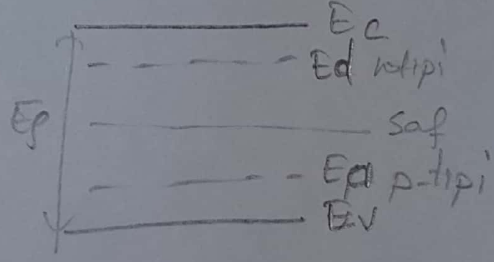
Eğer $N_d >> N_a \Rightarrow n \cong N_d$ ve $p = n_i^2 / N_d$

* $N_a - N_d >> n_i \Rightarrow$ p-tipi $\left\{ \begin{array}{l} p = N_a - N_d \\ n = n_i^2 / p \end{array} \right\}$

Eğer $N_a >> N_d \Rightarrow p \cong N_a$ ve $n = n_i^2 / N_a$ olur.

Katkılı YI. lerde Fermi Enerji Seviyesinin Yeri;

n-tipi $\Rightarrow$ $E_f = \overset{E_g/2}{E_i} + \overbrace{kT \ln \frac{n_{no}}{n_i}}^{\text{katkılardan gelen etki}}$



p-tipi $\Rightarrow$ $E = \underset{\substack{\Downarrow \\ E_g/2}}{E_i} - \underbrace{kT \ln \frac{p_{po}}{n_i}}_{\text{katkılardan gelen etki}}$

$\Downarrow$

Saf YI. deki Fermi Enj. Seviyesi

Katkılı y.i. lerde Fermi Enj. Seviyesinin yeri

n tipi $\nearrow E_g/2$

$E_f = E_i + kT \ln \frac{n_{no}}{n_i}$ $\Rightarrow$ n tipi için

$E_f = \underbrace{E_i}_{E_g/2} - kT \ln \frac{p_{po}}{n_i}$ $\Rightarrow$ p tipi için

12

~~İptal~~

Katkılı Yarıiletkende Fermi Enerji Seviyesinin Yeri:

e^- için; $f(E) = \dfrac{1}{1+e^{\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)}}$

boşluk için; $1-f(E) = 1 - \dfrac{1}{1+e^{\left(\frac{E-E_F}{kT}\right)}} = \dfrac{e^{-(E_F-E)/kT}}{1+\cancel{e^{-(E_F-E)/kT}}}$ idi.

ihmal

* E değerlik bandındaki boş elektron durumu, boşluk enerjisi;

$E_F - E$ pozitif yani $E_F - E \gg kT$ için $\Rightarrow e^{-(E_F-E)/kT} \ll 1$ olur.

$1-f(E) = e^{-(E_F-E)/kT}$ olur.

$\dfrac{1}{e^{\frac{(E_F-E)}{kT}}} \quad \dfrac{1}{\to \infty} \cong 0$

* $E_F - E$ farkı azaldıkça $\Rightarrow$ $E_F - E$ yerine $E_F - E_V$ konur.

$p = N_V e^{-(E_C-E_V)/kT}$

$n \cdot p = n_i^2 = N_c . N_V e^{\frac{E_C-E_V}{kT}} = N_c N_V e^{\frac{E_g}{kT}}$

ve

$E_F = E_{saf} + E_F$ katkılar

$E_F = \dfrac{E_g}{2} + \dfrac{3}{4} kT \ln\left(\dfrac{m_p^*}{m_n^*}\right) + kT \sinh^{-1}\left(\dfrac{N_d - N_a}{2n_i}\right)$

$\sinh^{-1} \Rightarrow$ Ters sinüs hiperbolik fonksiyondur.