



Sinyaller ve Sistemler 2. Ödev

Öğrenci Adı: Mehmet Ali Duran

Öğrenci Numarası: 21011090

Dersin Öğretmeni: Ali Can Karaca

Video Linki: <https://youtu.be/KqGGH7oavFM>

1- Kullanıcıdan alınan üç farklı genlik (A_k), frekans (f_k) ve faz (θ_k) bilgilerindeki sinüs ve cosinüs işaretlerini ayrı ayrı ekranda çizdiren bir grafik arayüzü Python/Matlab dilinde tasarlayınız. Çizimlerin altında bu sinyallerin toplamı olan sentez sinyalin de ayrıca çizdirilmesi gerekmektedir. Bu sebeple, her bir işaretin genlik (A), frekans (f) ve faz (θ) bilgilerini kullanıcıdan alarak bu işlemi yapmanız gerekmektedir.

İlk soru için Python dilini kullanmayı tercih ettim. Kütüphane olarak basitliği ve kullanım kolaylığı açısından Tkinter kütüphanesini tercih ettim. Tkinter'ın bir diğer avantajı da Python'da hazır olarak gelmesi. Sinyalleri oluşturmak için NumPy, çizdirmek için Matplotlib kütüphanesini kullandım. Açılan pencerede genlik, frekans, faz bilgileri kullanıcıdan alınarak çizdir tuşuna basılır. Grafikler uygulamanın boş olan kısmında oluşacaktır. Sonradan alınan bilgiye göre 3 sin ya da cos sinyalinin çizdirilmesi yeterli olacağı söylendiği için 3 cos sinyali çizdirilmiştir. Oluşan sinyallerin toplamı altta ayrı bir sinyal olarak gösterilmiş olup bu sinyale dair bilgilerde sağ taraftaki toplam sinyali kısmında görülmektedir. Programa ait ekran çıktıları ve örnek sinyal çizimleri aşağıda gösterilmiştir.

Plot Sine and Cosine Functions and Fourier Series

1. Sinyalin Değerleri

Genlik: 0

Frekans: 0

Faz: 0

2. Sinyalin Değerleri

Genlik: 0

Frekans: 0

Faz: 0

3. Sinyalin Değerleri

Genlik: 0

Frekans: 0

Faz: 0

Toplam Sinyal Değerleri

Genlik: 0

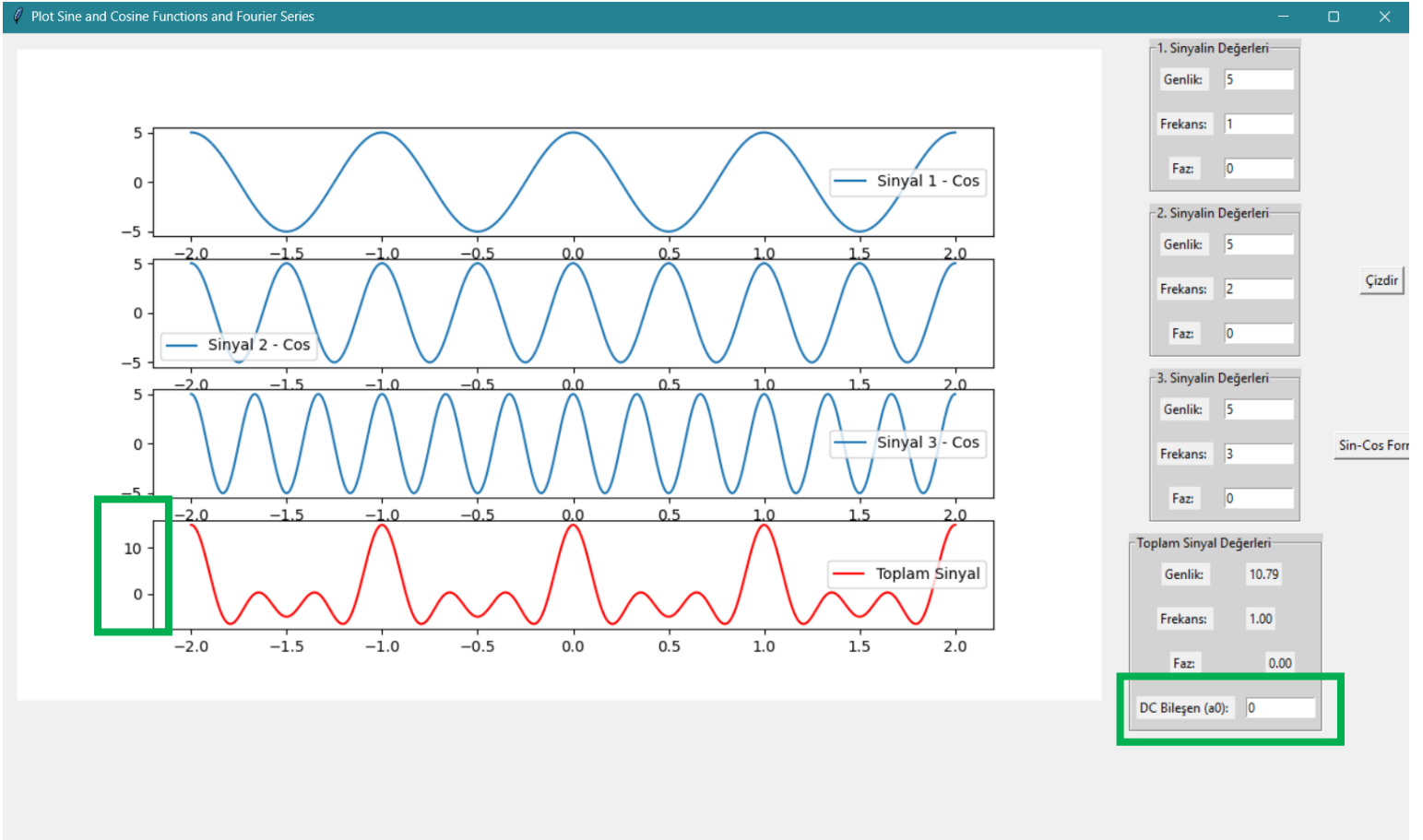
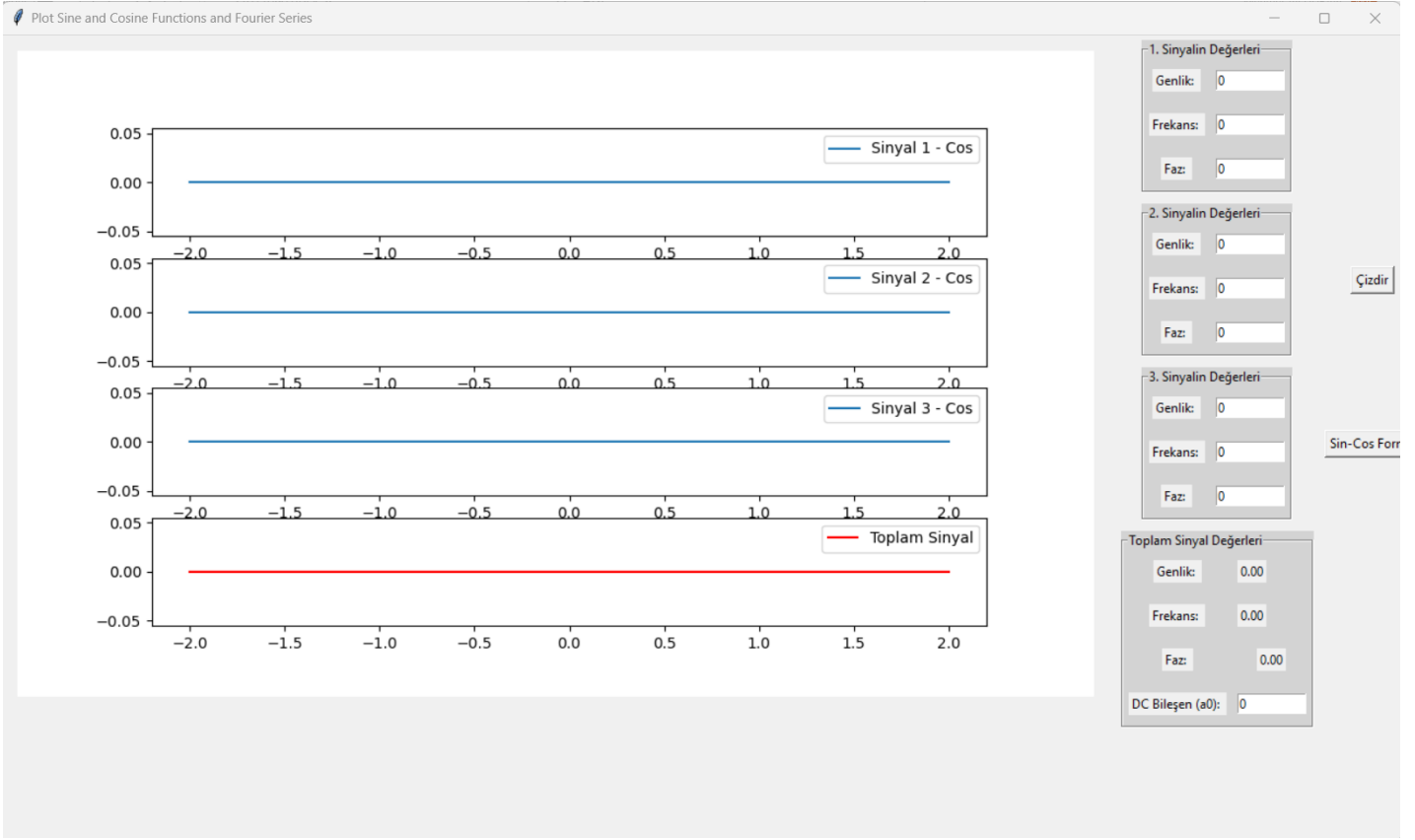
Frekans: 0

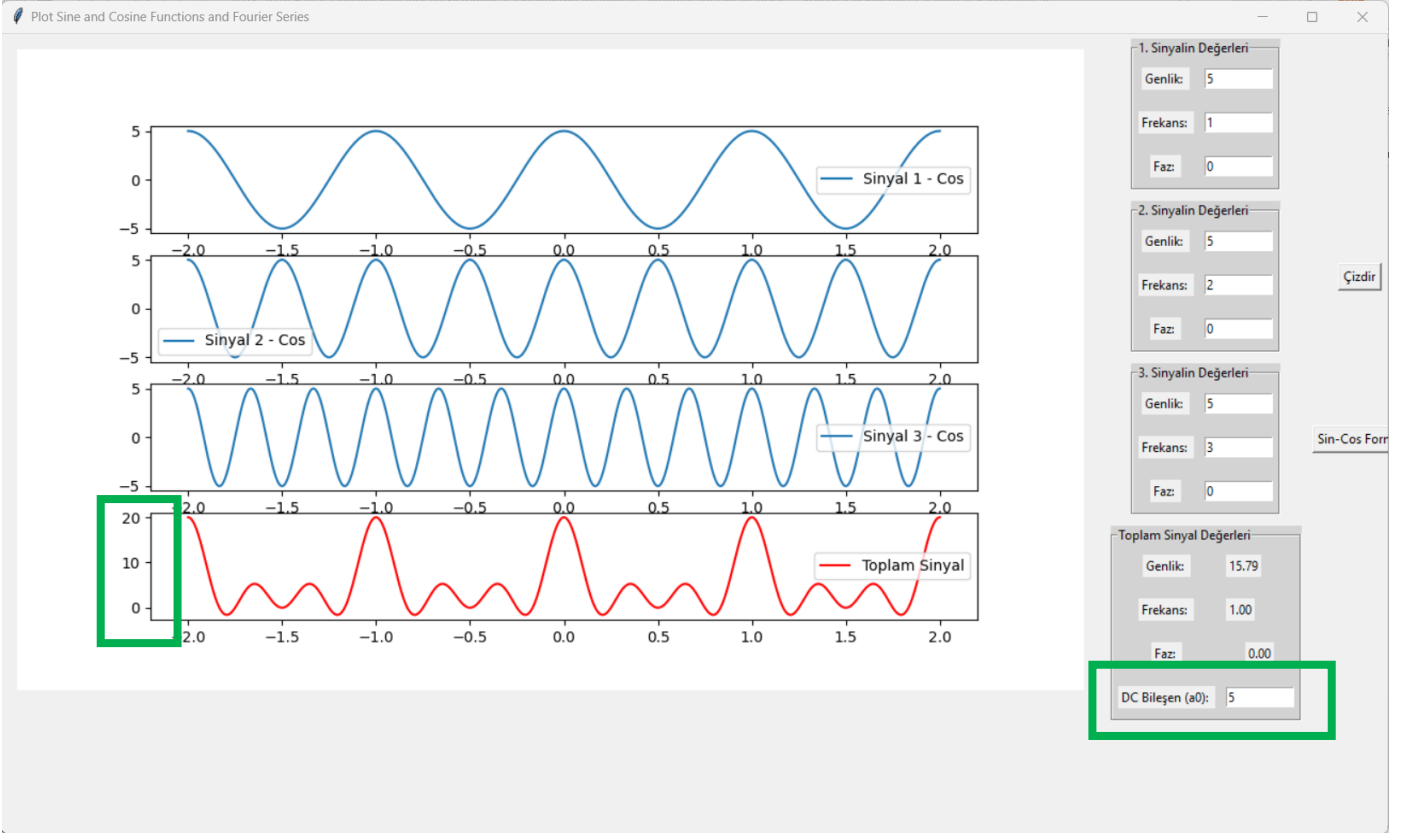
Faz: 0

DC Bileşen (a_0): 0

Çizdir

Sin-Cos Formu



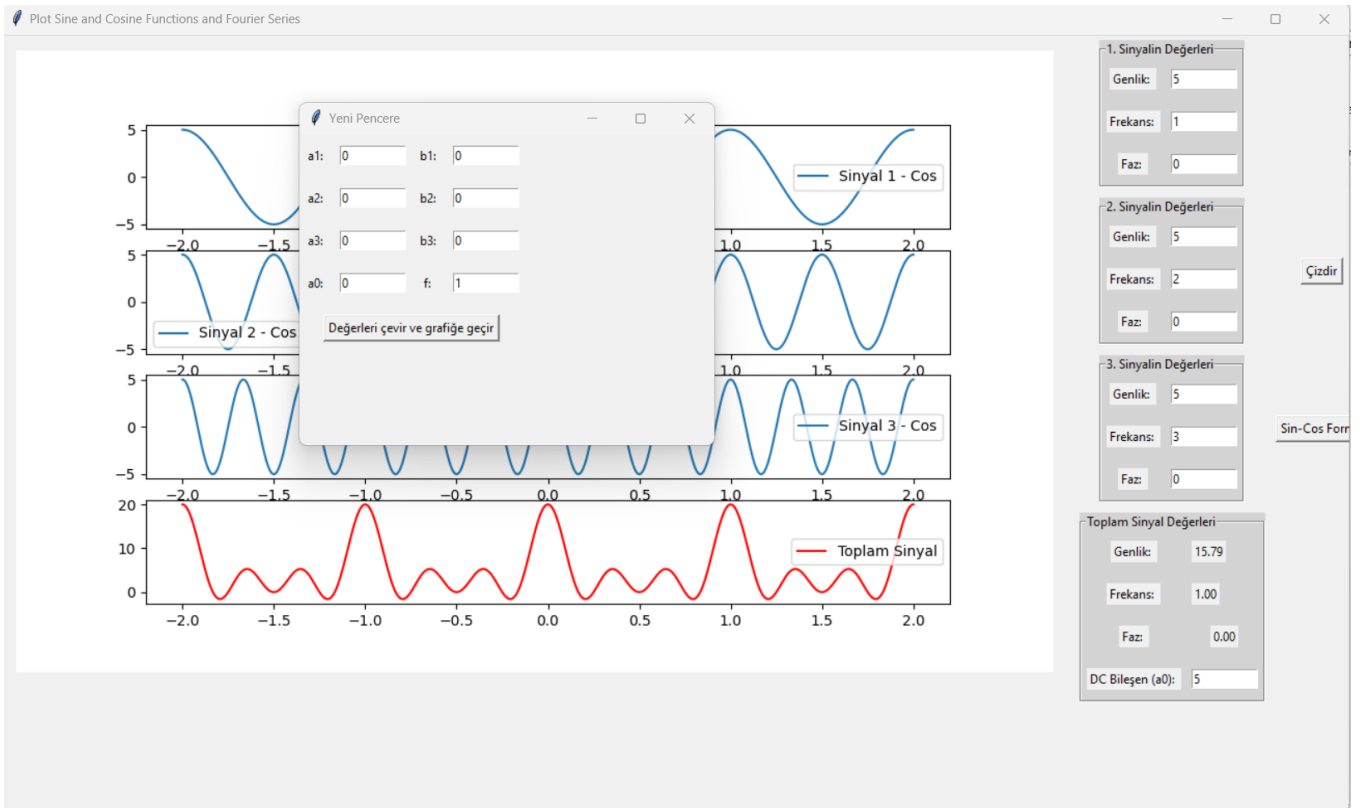


Bu görselde bir üstte yer alan çizimlere DC(offset) bileşeni eklenmiş hali görülmektedir. 5 değeri toplam sinyale eklenince genlik artmaktadır. Yeşil kutu ile gösterilen eksendeki fark gözlemlenebilmektedir.

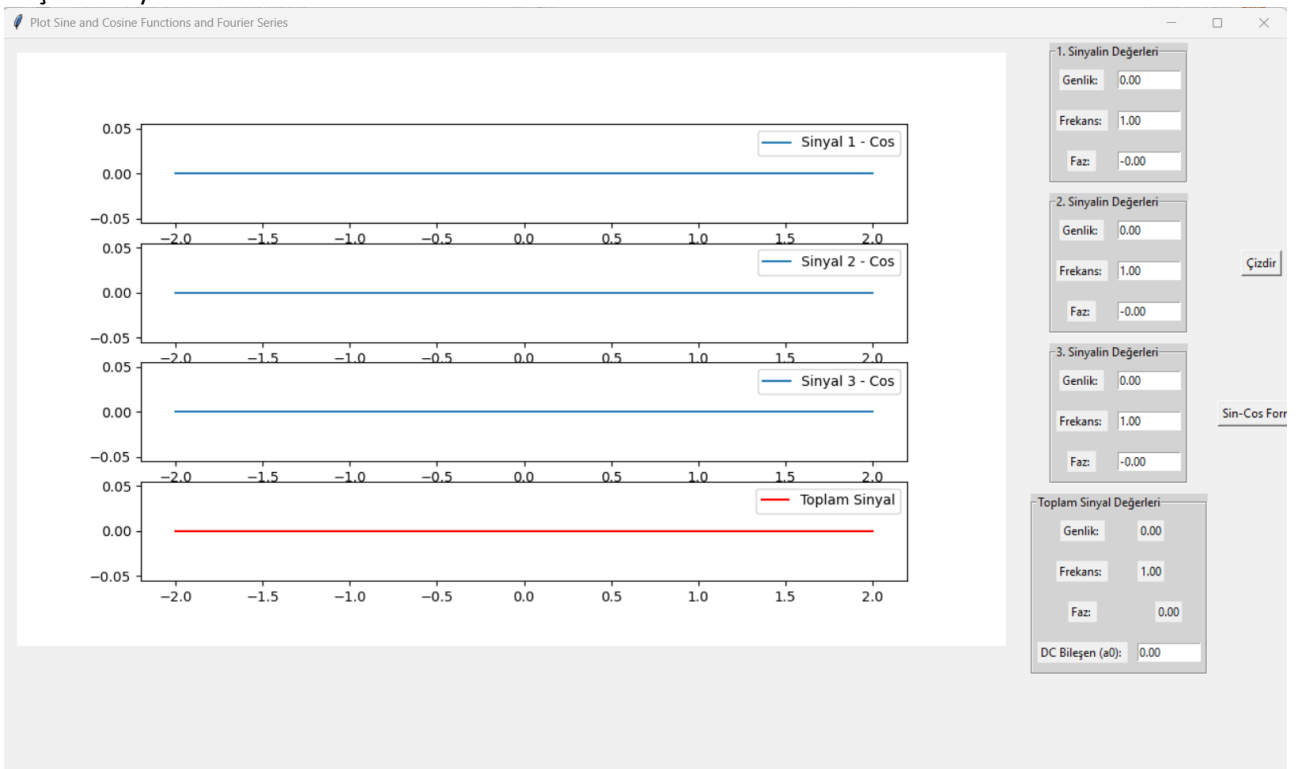
2- Fourier Serileri Analizi konusunda gösterilen sinüzoidal Fourier Serisi Katsayıları (Sine-Cosine Form) yöntemini birinci maddede geliştirdiğiniz arayüzde kullanınız. a_0 , a_k ve b_k katsayıları ile w_0 ve T değerleri kullanıcıdan alınmalıdır. Burada, sadece $k = \{1, 2, 3\}$ için değerlerin girilmesi yeterli olacaktır. Sonuç olarak üç farklı sinüzoidal işaretin toplanmış halinin sonuçları grafik arayüzde gösterilmelidir.

İkinci soru için birinci maddede geliştirilen arayüzün kullanılması istenmiş. Bu yüzden ben de şöyle bir yol izledim. Sin-Cos Formu adlı bir buton ile açılan yeni pencerede istenen a , b , w_0 değerlerini kullanıcıdan alıyorum. Daha sonra değerleri çevir ve grafiğe geçir diyerek oluşan genlik ve faz bilgilerini ilk pencerede ilgili yerlere geçiriyorum ve tekrar çiz butonuna basılınca verilen girdiler için sinyaller çizilmektedir.

Yukarıda açıklanan tasarıma ilişkin görseller şu şekildedir:



Burada girilen değerler 'Değerleri çevir ve grafiğe geçir' butonu ile ana pencereye gönderilir ve burada tekrar 'Çizdir' butonu ile çizimler yapılabilir. Butona basıldıktan sonra oluşan görüntü ve 'Çizdir' butonuna basıldıktan sonra oluşan 0 sinyalleri aşağıda gözükmemektedir. Farkın anlaşılması için 0 değerleri çizdirmeyi tercih ettim.



3- Aşağıda verilen periyodik işaretin Fourier serisi analizi elle çözünüz ve çözümünüzü raporunuza ekleyiniz. Çözüm yaparken c_k hesabı yapan formülü öncelikle kullanınız, sonrasında a_0 , a_k ve b_k katsayılarını elde ediniz. Elde ettiğiniz bu katsayılardan ilk üçünü ve DC bileşeni kullanarak 2. Maddede geliştirdiğiniz grafik arayüzde test ediniz. Grafikteki A ve T değerlerini kendiniz belirleyiniz, yazdığınız programda 2 farklı (A,T) ikilisi için sonuçları ayrı ayrı gösterip raporunuza ekleyiniz. Sonucu yorumlayınız.

3. soru için elle yapılan çözüme ait görseller aşağıdadır. Bu işaret 0-T periyodunda parçalı fonksiyon özelliği gösterdiği için c_k hesabındaki integraller parçalanarak yazılmıştır. Başta A ve T değerleri değiştirilmeden kullanılıp generik bir integral elde edilmiştir. Daha sonra değerler yerine koyulup a_0 , a_k , b_k değerlerine ulaşılmıştır. Verilen integraller zorlayıcı olduğu için son adımdaki çözümler online integral çözüm araçlarından yararlanılarak sonuca ulaştırılmıştır. El yazısı ile çözümlerime ait görseller aşağıdadır:

Proje ödevinin 3. sorusu:

Verilen grafiğin Fourier serisi analizinin el ile çözümü rapora düzenlenmesi isteniyor. A ve T değerleri kullanılarak işlem yapıp en son yerlerine değer koyarak sayısal sonuçları elde ettim. 0-T aralığında fonksiyon parçalı fonksiyon özelliği gösterdiği için parçalara ayırarak çözdüm. Oluşan integraller zerlayıcı ve karmaşık olduğu için bunların çözümünde online integral çözücü sitelerden yardım aldım. Çözüm adımlarım şu şekilde

$$C_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$C_k = \frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} \left(-\frac{4A}{T}t + A \right) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \left(\frac{4A}{T}t - 3A \right) \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt \right]$$

Burada integral içindeki karmaşık işlemlerin; yaparak integralleri ayırıyorum:

$$C_k = \frac{1}{T} \left[\int_0^{\frac{T}{2}} -\frac{4A}{T}t \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt + \int_0^{\frac{T}{2}} A e^{-jk\omega_0 t} dt + \int_{\frac{T}{2}}^T \frac{4A}{T}t \cdot e^{-jk\omega_0 t} dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -3A e^{-jk\omega_0 t} dt \right]$$

Daha sonra integralin içini ilgilendirmeyen katsayıları dışarı alıyorum.

$$C_k = -\frac{4A}{T^2} \int_0^{\frac{T}{2}} e^{-jk\omega_0 t} \cdot t \cdot dt + \frac{A}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} e^{-jk\omega_0 t} dt \\ + \frac{4A}{T^2} \int_{\frac{T}{2}}^T e^{-jk\omega_0 t} \cdot t \cdot dt + \left(-\frac{3A}{T}\right) \int_{\frac{T}{2}}^T e^{-jk\omega_0 t} dt$$

Bu noktada A, T, ω_0 değerlerini yerine yazıyorum.
İlk örnek için $A=2, T=2, \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \pi$ kullanıyorum.

$$A=2, T=2, \omega_0 = \pi$$

$$-2 \int_0^1 e^{-jk\pi t} t dt + \int_0^1 e^{-jk\pi t} dt \\ + 2 \int_1^2 e^{-jk\pi t} t dt + -3 \int_1^2 e^{-jk\pi t} dt$$

Burada online hesaplayıcılardan yardım alıp sonucu hesaplıyorum.

$$k=1 \text{ için } 0.8105$$

$$a_1 = 1.6210 \quad b_1 = 0$$

$$k=2 \text{ için } 0.2026$$

$$a_2 = 0.4052 \quad b_2 = 0$$

$$k=3 \text{ için } 0.0900$$

$$a_3 = 0.1800 \quad b_3 = 0$$

C_0 ise

$$\frac{1}{2} \left[\int_0^1 -4t+2 dt + \int_1^2 4t-6 dt \right] \\ \frac{1}{2} \left[-2t^2 + 2t \Big|_0^1 + 2t^2 - 6t \Big|_1^2 \right] = -\frac{2}{7}$$

İlk örnek için $A=2$, $T=2$ ve w_0 için $\pi(2\pi / T)$ hesabından) değerlerini kullandım. Girilen değerler sonucu oluşan değerler şu şekilde olmuştur:

a1: 1.6210

b1: 0

a0: -2

a2: 0.4052

b2: 0

w0: π

a3: 0.1800

b3: 0

Yeni Pencere

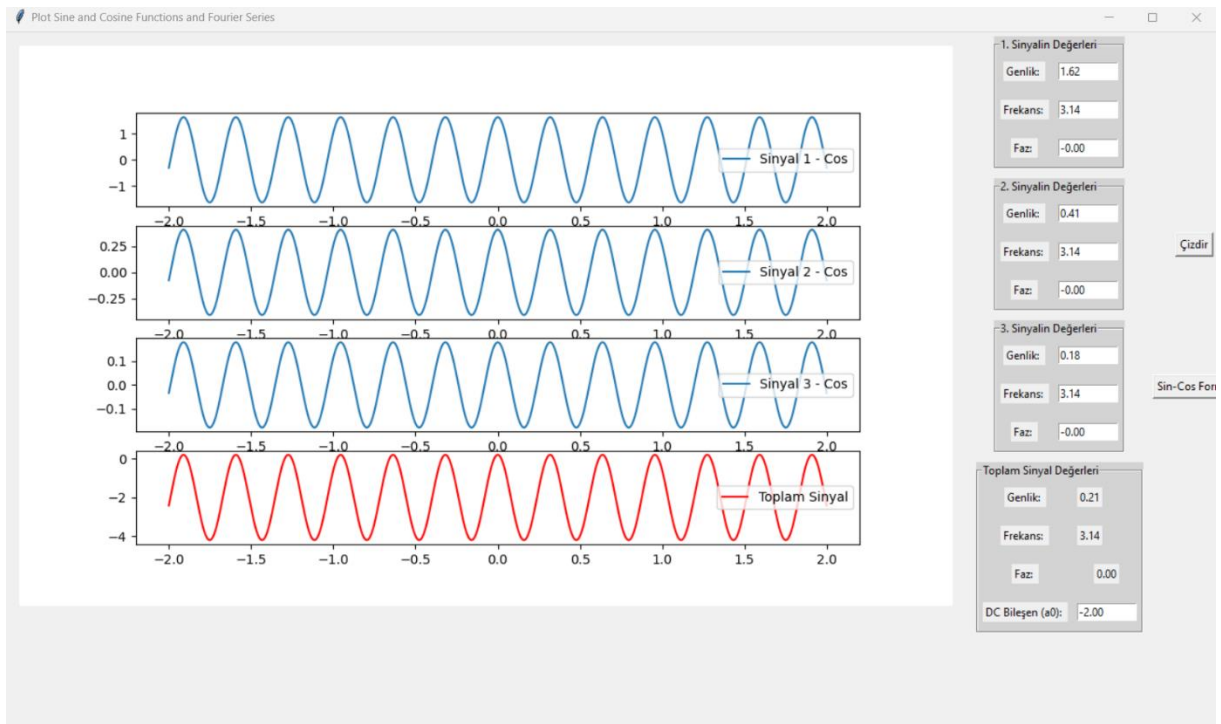
a1: 1.6210 b1: 0

a2: 0.4052 b2: 0

a3: 0.1800 b3: 0

a0: -2 f: 3.14

Değerleri çevir ve grafiğe geçir



Değerlerin girilmesi ve çıkan sonuçlar yukarıdaki görsellerde gösterilmiştir.

İkinci örnek için $A=3$, $T=2$ $\omega_0 = \pi = \frac{2\pi}{T}$

$$-3 \int_0^1 e^{-jk\pi t} t dt + \int_1^2 e^{-jk\pi t} dt + 3 \int_1^2 e^{-jk\pi t} t dt + -\frac{9}{2} \int_1^2 e^{-jk\pi t} dt$$

$k=1$ için $1.1216 + 0.318j$

$k=2$ için 0

$k=3$ için $0.135 + 0.106j$

$a_1 = 2.2432$

$b_1 = -0.636$

$a_2 = 0$

$b_2 = 0$

$a_3 = 0.270$

$b_3 = -0.212$

$$C_0 = \frac{1}{2} \left[\int_0^1 -6t + 3 dt + \int_1^2 6t - 9 dt \right]$$

$$\frac{1}{2} \left[-3t^2 + 3t \Big|_0^1 + 3t^2 - 9t \Big|_1^2 \right]$$

$= 0$

$C_0 = 0$

İkinci örnek için $A=3$, $T=2$ ve w_0 için $\pi(2\pi / T)$ hesabından) değerlerini kullandım.

Girilen değerler sonucu oluşan değerler şu şekilde olmuştur:

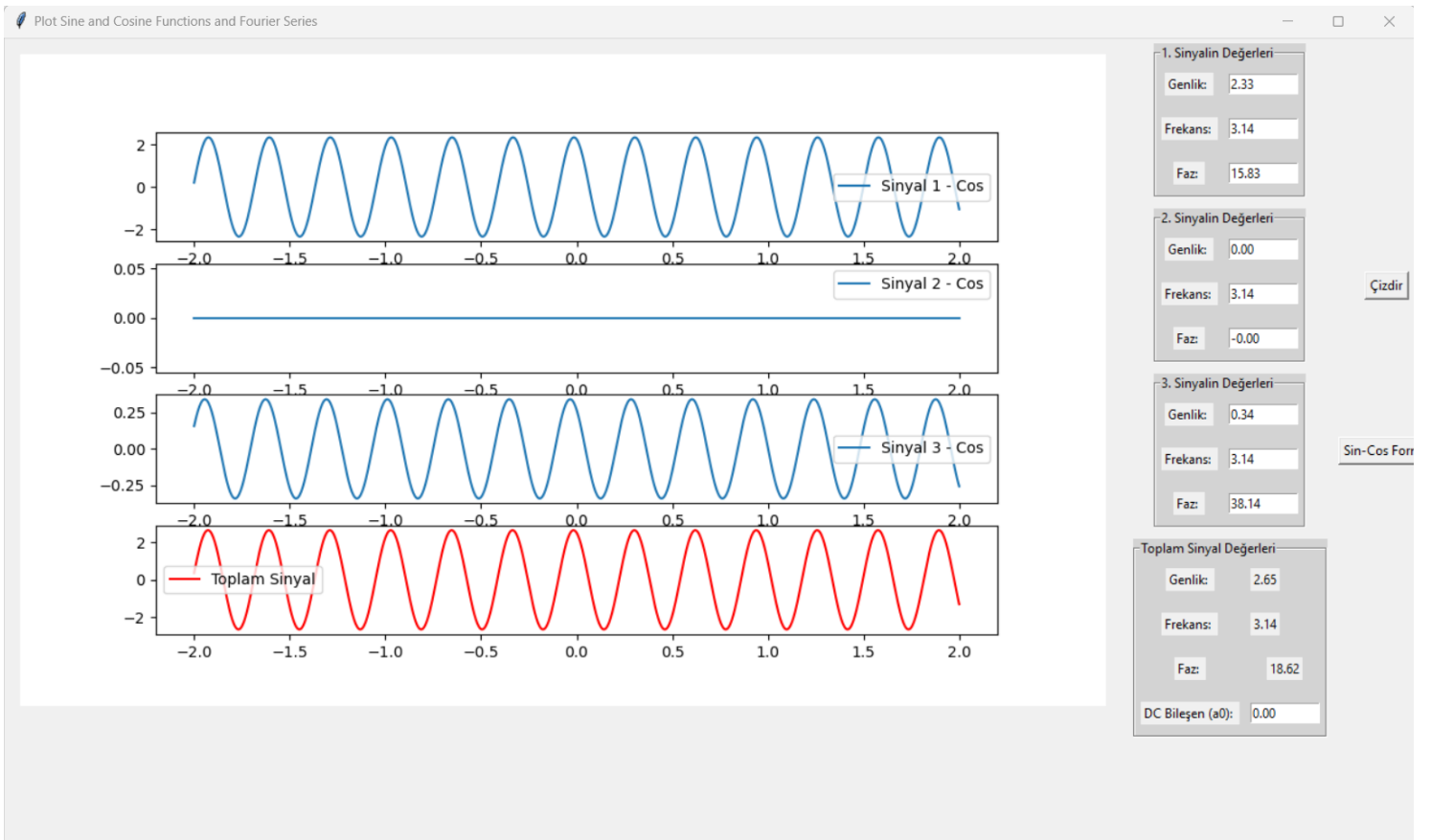
a1:	2.2432	b1:	-0.6360	a0:	0
a2:	0	b2:	0	w0:	π
a3:	0.2700	b3:	-0.212		

Değerlerin grafiğe geçirilmesi ve sonuçlar şu şekilde olmuştur:

Yeni Pencere

a1:	2.2432	b1:	-0.6360
a2:	0	b2:	0
a3:	0.2700	b3:	-0.2120
a0:	0	f:	3.14

Değerleri çevir ve grafiğe geçir



KAYNAKÇA

<https://www.symbolab.com/solver/calculus-calculator>

<https://www.integral-calculator.com>

<https://www.desmos.com/scientific?lang=tr>

<https://github.com/urazakgul/python-gui-tkinter-dersleri>