

UYGULAMA 2

1) $x(t) = t^3 - 2t^2$ denklemine göre x-ekseni üzerinde hareket eden bir parçacığın;

a) $t=3$ s ile $t=4$ s arasında ortalama hızını, 23 // $v(t) = 3t^2 - 4t$

b) $t=3$ s ve $t=4$ s'de ani hızını, 15 // 32 //

c) $t=3$ s ile $t=4$ s arasında ortalama ivmesini, 17 // $a(t) = 6t - 4$ 23

d) $t=3$ s ve $t=4$ s'de ani ivmesini 14 // 20 //

hesaplayınız.

$$x(t) = t^3 - 2t^2 \text{ (m)}$$

$$\begin{aligned} 27 - 12 &= 15 & 27 - 18 &= 9 & 24 - 4 &= 20 \\ 64 - 32 &= 32 & 64 - 32 &= 32 & 18 - 4 &= 14 \end{aligned}$$

$$a) \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i}$$

$$t=3s \text{ için } x_3 = 3^3 - 2 \cdot 3^2 = 9m$$

$$t=4s \text{ için } x_4 = 4^3 - 2 \cdot 4^2 = 32m$$

$$\bar{v} = \frac{x_4 - x_3}{4 - 3} = \frac{32 - 9}{1}$$

$$\bar{v} = 23 \text{ m/s}$$

b) $t=3$ s ve $t=4$ s'de ani hızını,

$$x(t) = t^3 - 2t^2 \text{ (m)}$$

$$b) \quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (t^3 - 2t^2)$$

$$v = 3t^2 - 4t$$

$$t=3\text{ s için } v_3 = 3 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 = 15 \text{ m/s}$$

$$t=4\text{ s için } v_4 = 3 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 = 32 \text{ m/s}$$

c) $t=3$ s ile $t=4$ s arasında ortalama ivmesini,

d) $t=3$ s ve $t=4$ s'de ani ivmesini

$$x(t) = t^3 - 2t^2 \text{ (m)}$$

$$c) \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_s - v_i}{t_s - t_i}$$

$$\bar{a} = \frac{v_4 - v_3}{4 - 3} = \frac{32 - 15}{1}$$

$$\bar{a} = 17 \text{ m/s}^2$$

$$d) a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} (3t^2 - 4t)$$

$$a = 6t - 4$$

$$t=3\text{ s için } a_3 = 6 \cdot 3 - 4 = 14 \text{ m/s}^2$$

$$t=4\text{ s için } a_4 = 6 \cdot 4 - 4 = 20 \text{ m/s}^2$$

(Değişken ivmeli hızlanan hareket)

Zor soru !

2) Hızı 97 km/saat olan bir trenin sürücüsü, bir virajı dönüp düz yola çıktığı anda 61 m ileride ve kendisi ile aynı yönde 48 km/saat sabit hızla ilerleyen bir treni fark eder ve hemen frene basar. Sabit bir ivme ile yavaşladığı düşünülürse, çarpışma olmaması için ivmenin değeri en az ne kadar olmalıdır?

$$v_s^2 - v_i^2 = 2 \cdot a \cdot (L+x)$$

$$v_s = v_i + at$$

$$v_s^2 - v_i^2 = 2a \cdot L + 2ax$$

$$= 2a \cdot L + 2 \cdot v_i \cdot a \cdot t = v_i \cdot t$$

$$a \cdot t = v_s - v_i$$

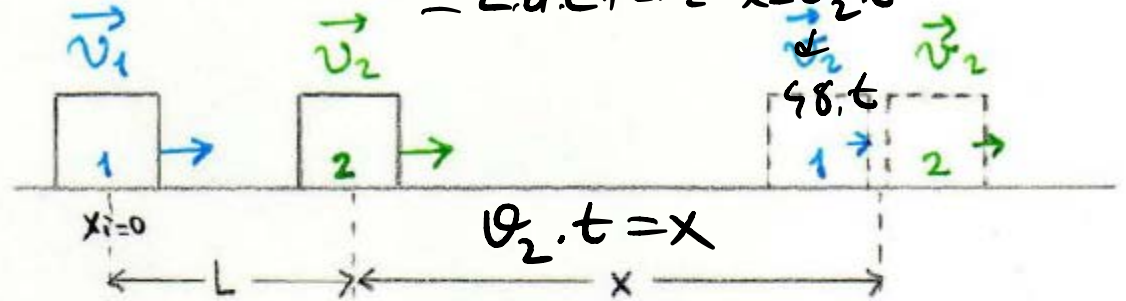
$$L = 61 \text{ m}$$

$$v_1 = 97 \text{ km/saat}$$

$$v_2 = 48 \text{ km/saat}$$

$$\left(1 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = \frac{10^3}{3600} \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$\frac{97}{48} = 145$$



$$(-49) \cdot (145) =$$

Çarpışma olmaması için, birinci tren, önündeki trene yetiştiği anda, hızının maksimum büyüklüğü v_2' ye eşit olmalıdır. Bu durum ancak ivmenin belli bir minimum büyüklüğünde olur.

$$2a \cdot L + 2 \cdot v_i (v_s - v_i) = v_s^2 - v_i^2$$

1. tren için

$$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$$

$$(v_s)_{\max} = v_2$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x + L)$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2ax + 2aL$$

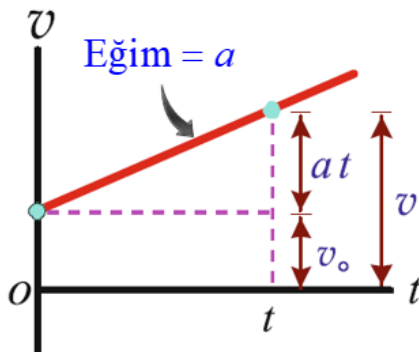
2. trenin
sabit v_2 hızıyla
aldığı yol:

$$x = v_2 \cdot t$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2at v_2 + 2aL$$

1. trenin
zamanın fonksiyonu
olarak hızı: $v_2 = v_1 + at$

$$at = v_2 - v_1$$



$$\left(\frac{48,10}{36}\right)^2 - \left(\frac{97,10}{36}\right)^2 = 2 \cdot 49 \cdot \frac{10}{36} \cdot \frac{48,10}{36} + 2 \cdot a \cdot 61$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2(v_2 - v_1)v_2 + 2aL$$

$$a \approx -1,5 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{\min}| \geq 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$\left(\frac{48 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 - \left(\frac{97 \cdot 10^3}{3600}\right)^2 = 2(48 - 97) \cdot \frac{10^3}{3600} \cdot \frac{48 \cdot 10^3}{3600} + 2a \cdot 61$$

$$a \approx -1,5 \text{ m/s}^2$$

$$|a_{\min}| \geq 1,5 \text{ m/s}^2$$

$$g \sqrt{\frac{h}{g}}$$

(Bu değerden büyük ivmeler için arpışma olmaz.)

$$\frac{1}{2} g \cdot t^2 = \frac{h}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

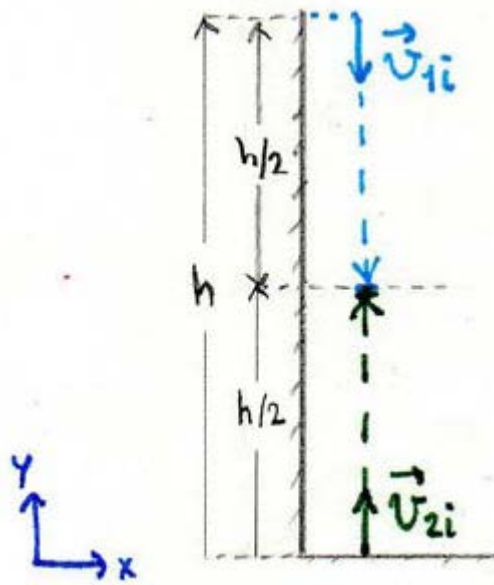
$$\frac{h}{2} = g \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$g \cdot t^2 = g \cdot t$$

$$\sqrt{g \cdot h} \cdot \frac{h \cdot g^2}{g}$$

3) Bir top h yüksekliğinden durgun halden düşmeye bırakıldığı anda, ikinci bir top yerden yukarı doğru düşey doğrultuda atılmıştır. İki topun $h/2$ yüksekliğinde karşılaşmaları için, ikinci topun ilk hızı ne olmalıdır?

$$\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2 = h$$



Birinci top için yerdeğiştirme

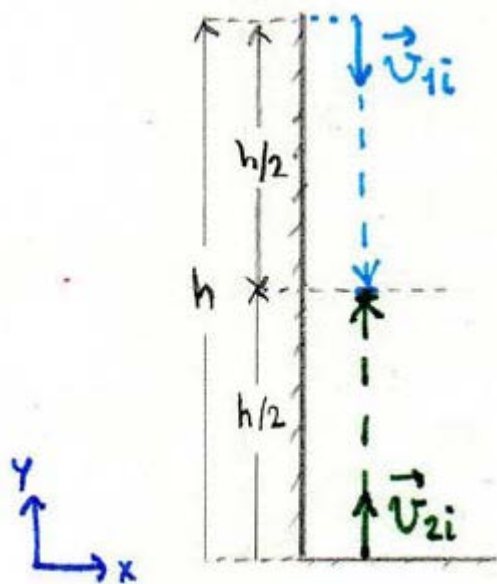
$$y_s - y_{1i} = v_{1i} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{h}{2} - h = 0 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-\frac{h}{2} = -\frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{h}{g}}$$

$$y_s - y_i = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (a = -g)$$



İkinci top için yer değiştirme

$$y_{2s} - y_{2i} = v_{2i}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{h}{2} - 0 = v_{2i}\sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2}g\left(\sqrt{\frac{h}{g}}\right)^2$$

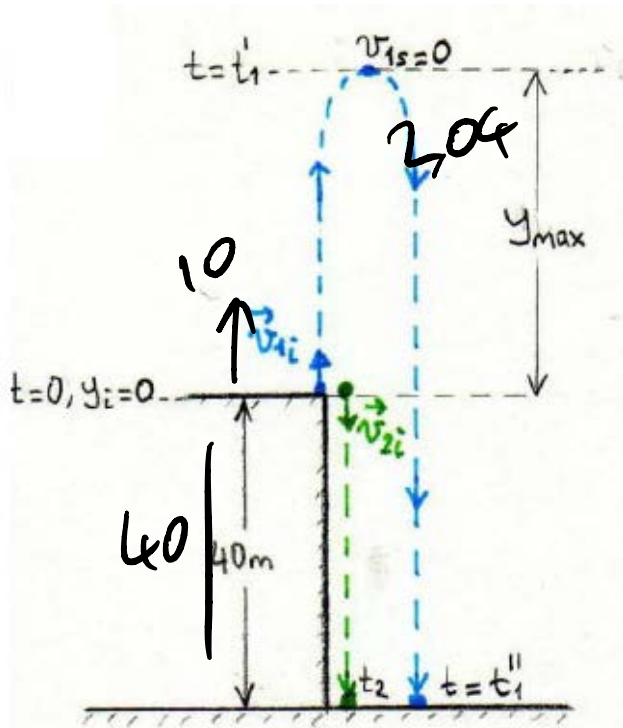
$$\frac{h}{2} = v_{2i}\sqrt{\frac{h}{g}} - \frac{1}{2}g\frac{h}{g}$$

$$\boxed{v_{2i} = \sqrt{gh}}$$

$$y_s - y_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \quad (a = -g)$$

- 4) Bir taş, 40 m yükseklikteki bir binanın tepesinden 10 m/s'lik ilk hızla düşey doğrultuda yukarıya doğru fırlatılmıştır. İkinci bir taşın, fırlatılan ilk taş ile aynı anda yere düşmesi için, aynı binanın tepesinden ne kadar zaman sonra serbest bırakılması gerekir?

$$40 = 10 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 = t^2$$



$$v_s = v_i + at \quad (a = -g) \quad y_s - y_i = v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v_{1s} = v_{1i} - g t_1'$$

$$0 = 10 - 9,8 \cdot t_1'$$

$$t_1' = 1,02 \text{ s}$$

$$y_{max} - y_i = v_{1i} t_1' - \frac{1}{2} g t_1'^2$$

$$y_{max} - 0 = 10 \cdot 1,02 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 (1,02)^2$$

$$y_{max} = 5,1 \text{ m}$$

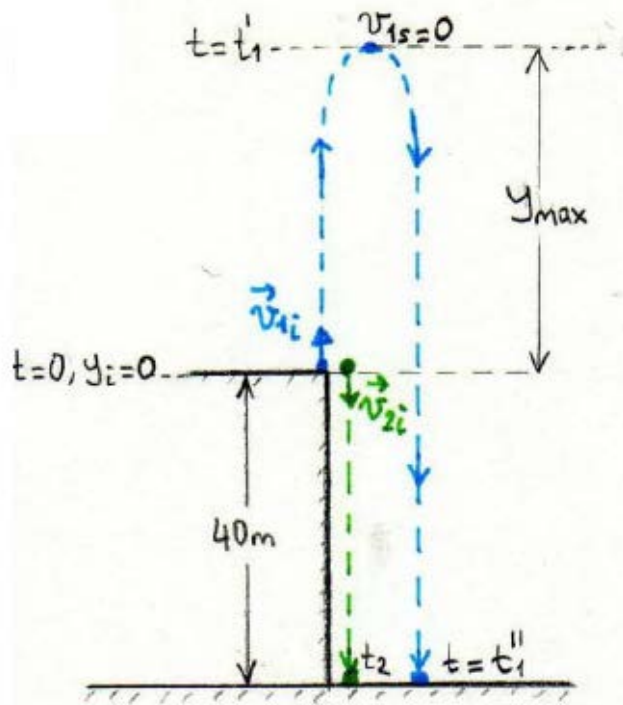
Birinci taşın, maksimum yükseklikten yere düşmesi için geçen zaman (t_1''):

$$40 + 5,1 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t_1''^2$$

$$t_1'' = 3,03 \text{ s}$$

$$40 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

- 4) Bir taş, 40 m yükseklikteki bir binanın tepesinden 10 m/s'lik ilk hızla düşey doğrultuda yukarıya doğru fırlatılmıştır. İkinci bir taşın, fırlatılan ilk taş ile aynı anda yere düşmesi için, aynı binanın tepesinden ne kadar zaman sonra serbest bırakılması gerekir?



Birinci taşın havada geçirdiği toplam zaman (t_1):

$$t_1 = t_1' + t_1''$$

$$t_1 = 1,02 + 3,03 = \underline{4,05s}$$

İkinci taşın yere düşmesi için geçen toplam zaman (t_2):

$$40 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t_2^2$$

$$t_2 = \underline{2,85s}$$

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

$$\Delta t = 4,05 - 2,85$$

$$\boxed{\Delta t = 1,2s} \text{ (ikinci taş, 1,2s sonra serbest bırakılmalıdır.)}$$

6) 20 m yüksekliğindeki bir binanın çatısından, binanın tabanından 50 m uzaklıkta yerde duran bir hedefi vurmak için bir top atılacaktır. Atıcı, binanın hedefe yakın tarafında çatıda durmaktadır.

a) Yatay olarak atılan topun, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?

b) Top, yatayla 45° 'lik açı ile atılırsa, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?

Diagram showing a projectile launched from a height of 20 m. The horizontal distance to the target is 50 m. The launch angle is 45° . The initial velocity is u . The horizontal component of velocity is $u \cos 45^\circ$ and the vertical component is $u \sin 45^\circ$. The target is marked with a red 'X' on the ground.

Handwritten equations for part (b):

$$-20 = u \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{50}{u \cos 45^\circ} \right)^2$$

$$x_{\text{son}} - x_{\text{ilk}} =$$

$$-20 = u \sin 45^\circ t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$\sqrt{350}$$

$$50 = u \cos 45^\circ \cdot t$$

$$140 = \frac{a \cdot 2500}{u^2 \cos^2 45^\circ}$$

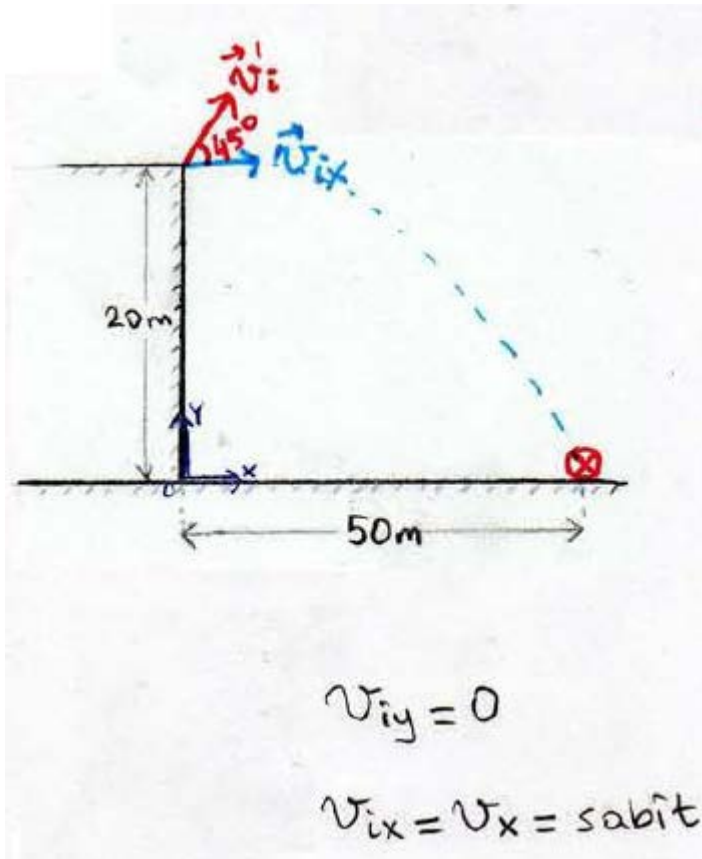
$$u^2 = \frac{50 \cdot 98}{14}$$

$$140 = \frac{98}{10} \cdot \frac{50}{u^2}$$

$$u_{iy} = 0$$

$$u_{ix} = u_x = \text{sabit}$$

a) Yatay olarak atılan topun, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?



a)

$$y_s - y_i = v_{iy}t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$(a_y = -g)$$

$$0 - 20 = -\frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2$$

$$t \approx 2 \text{ s}$$

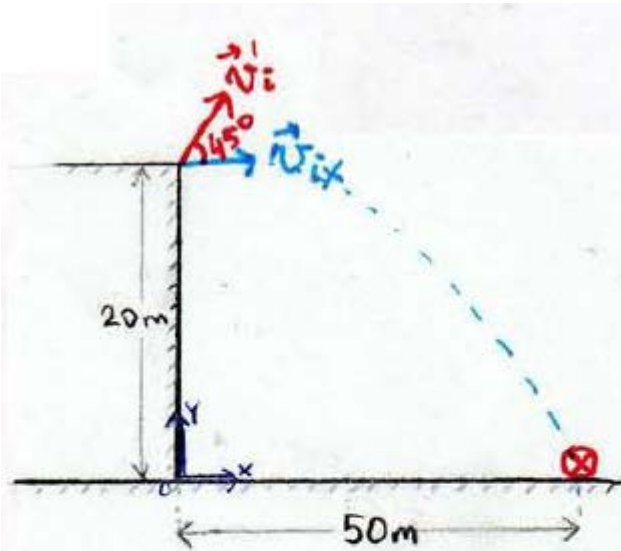
$$x_s - x_i = v_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$(a_x = 0)$$

$$50 = v_{ix} \cdot 2$$

$$v_{ix} = 25 \text{ m/s}$$

b) Top, yatayla 45° 'lik açı ile atılırsa, hedefi vurabilmesi için ilk hızı ne kadar olmalıdır?



$$v_{iy} = 0$$

$$v_{ix} = v_x = \text{sabit}$$

b)

$$y_s - y_i = v_{iy}' t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 - 20 = v_i' \sin 45^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot t^2 \quad (1)$$

$$x_s - x_i = v_{ix}' t + \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (a_x = 0)$$

$$50 = v_i' \cos 45^\circ t \quad (2) \rightarrow t = \frac{50}{v_i' \cos 45^\circ}$$

t' 'yi (1) no.lu esitlikte yerine yazarsak;

$$0-20 = v_i' \sin 45^\circ \cdot \left(\frac{50}{v_i' \cos 45^\circ} \right) - \frac{9,8}{2} \cdot \left(\frac{50}{v_i' \cos 45^\circ} \right)^2$$

$$20 + 50 \cdot \tan 45^\circ = 4,9 \cdot \frac{2500}{v_i'^2 \cos^2 45^\circ}$$

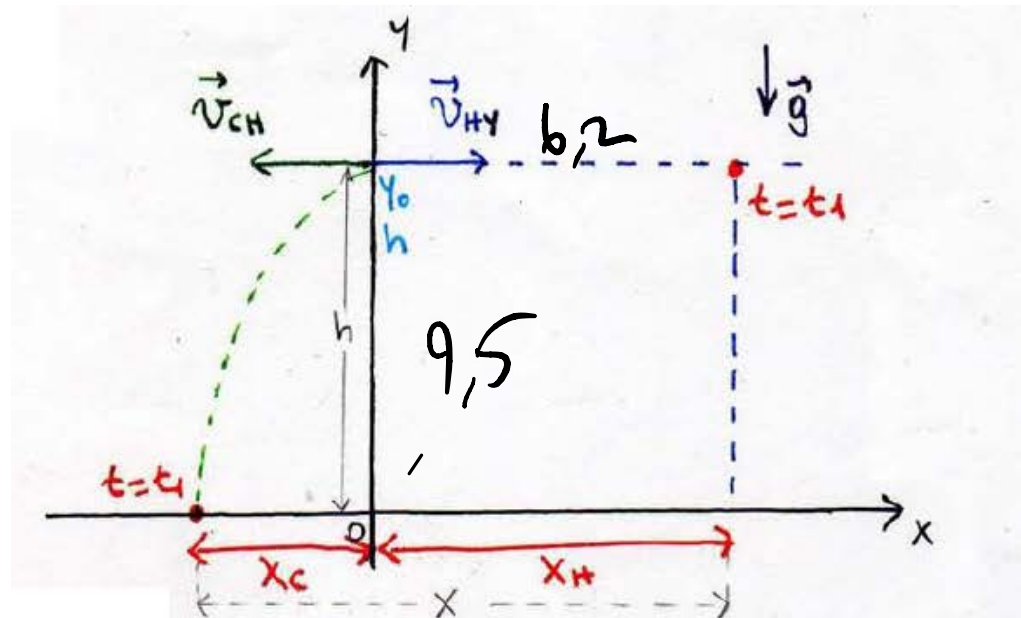
$$v_i'^2 \cos^2 45^\circ = \frac{4,9 \cdot 2500}{70}$$

$$v_i' = 18,7 \text{ m/s}$$

7) Bir helikopter 9.5 m sabit yükseklikte 6.2 m/s'lik sabit hızla bir doğru boyunca uçuyor. Helikoptere göre ilk hızı 12 m/s olan bir cisim yatay olarak helikopterin hareketine ters yönde atılıyor.

- Cismin yere göre ilk hızını,
- Cisim yere çarparken, helikopter ile cisim arasındaki yatay uzaklığı,
- Cisim yere çarparken, hız vektörü ile yer arasındaki açıyı

bulunuz.



v_{H4} : Helikopterin yere göre hızı

v_{CH} : Cismin helikoptere göre hızı

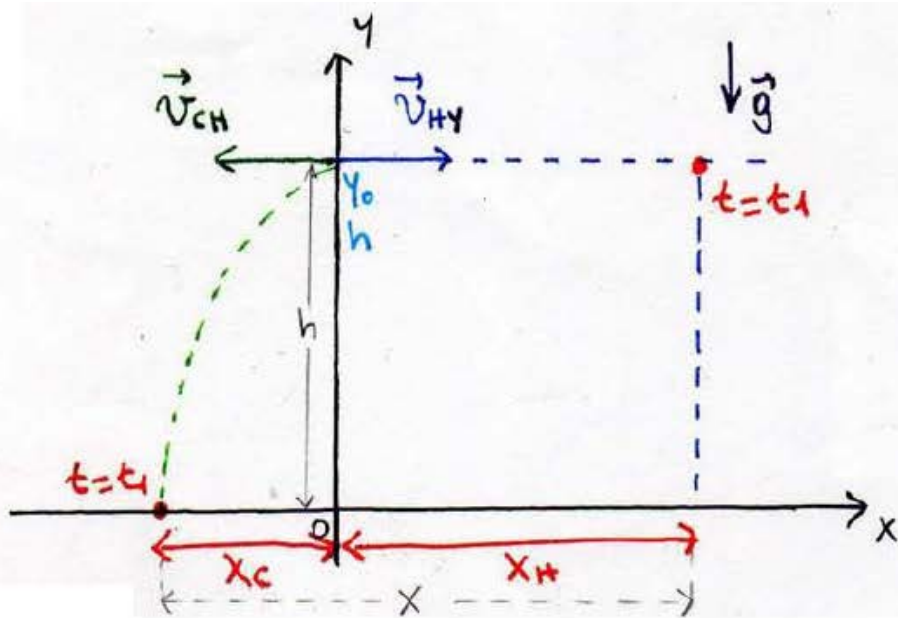
Not: Cismin yere göre hızı

$$v_{H_2} = 6,2 \text{ m/s} \quad \vec{v}_{H_2} = v_{H_2} \hat{i}$$

$$v_{CH} = 12 \text{ m/s} \quad \vec{v}_{CH} = -v_{CH} \hat{i}$$

$$h = 9,5 \text{ m}$$

a) Cismin yere göre ilk hızını,



v_{Hy} : Helikopterin yere göre hızı

v_{Ch} : Cismin helikoptere göre hızı

v_{Cy} : Cismin yere göre hızı

$$v_{Hy} = 6,2 \text{ m/s} \quad \vec{v}_{Hy} = v_{Hy} \hat{i}$$

$$v_{Ch} = 12 \text{ m/s} \quad \vec{v}_{Ch} = -v_{Ch} \hat{i}$$

$$h = 9,5 \text{ m}$$

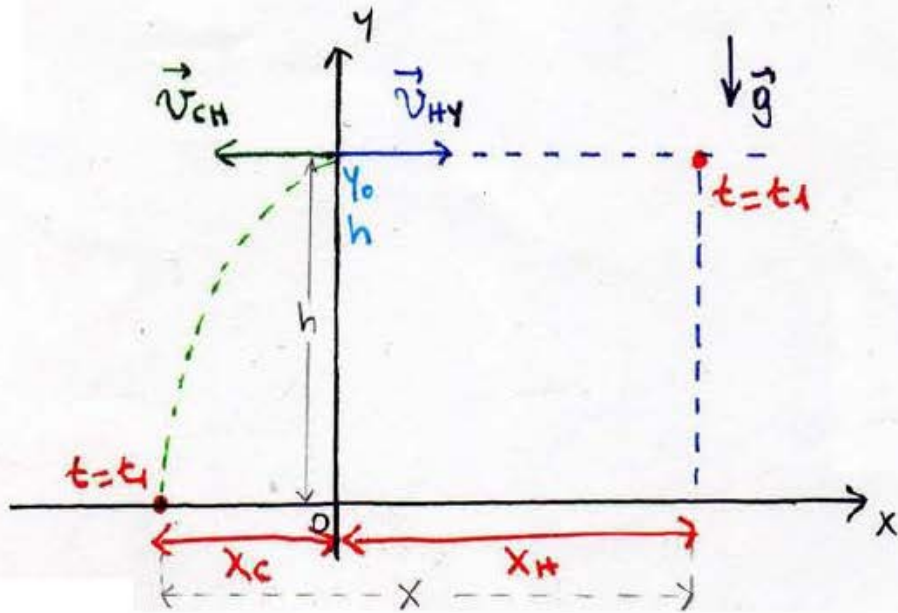
a)

$$\vec{v}_{Cy} = \vec{v}_{Ch} + \vec{v}_{Hy}$$

$$\vec{v}_{Cy} = (-12 + 6,2) \hat{i} = \underline{\underline{-5,8 \hat{i} \text{ (m/s)}}} = v_{ix} = v_x$$

(hareket boyunca sabit)

b) Cisim yere çarparken, helikopter ile cisim arasındaki yatay uzaklığı,



v_{Hy} : Helikopterin yere göre hızı

v_{Cx} : Cismin helikoptere göre hızı

v_{Cy} : Cismin yere göre hızı

$$v_{Hy} = 6,2 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{Hy} = v_{Hy} \hat{i}$$

$$v_{Cx} = 12 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_{Cx} = -v_{Cx} \hat{i}$$

$$h = 9,5 \text{ m}$$

$$b) \quad h = \frac{1}{2} g t_1^2$$

$$t = t_1; \quad y = 0$$

$$9,5 = \frac{1}{2} \cdot 9,8 t_1^2$$

$$t_1 = 1,39 \text{ s}$$

$$x_C = v_{Cx} \cdot t_1$$

$$x_C = 5,8 \cdot 1,39 = \underline{\underline{8,1 \text{ m}}}$$

$$x_H = v_{Hy} \cdot t_1$$

$$x_H = 6,2 \cdot 1,39 = \underline{\underline{8,6 \text{ m}}}$$

$$x = x_C + x_H$$

$$x = 16,7 \text{ m}$$

c) Cisim yere çarparken, hız vektörü ile yer arasındaki açıyı

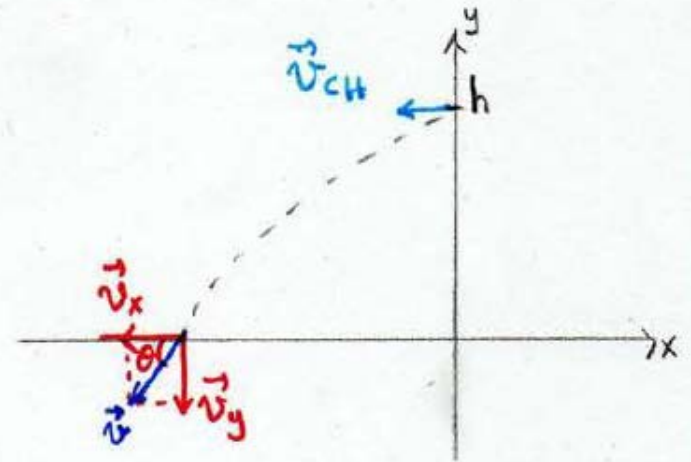
$$c) \quad v_x = v_{cx} = -5,8 \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt_1$$

$$v_y = -9,8 \cdot 1,39 \approx -13,7 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-13,7}{-5,8} \right) = 67,1^\circ$$



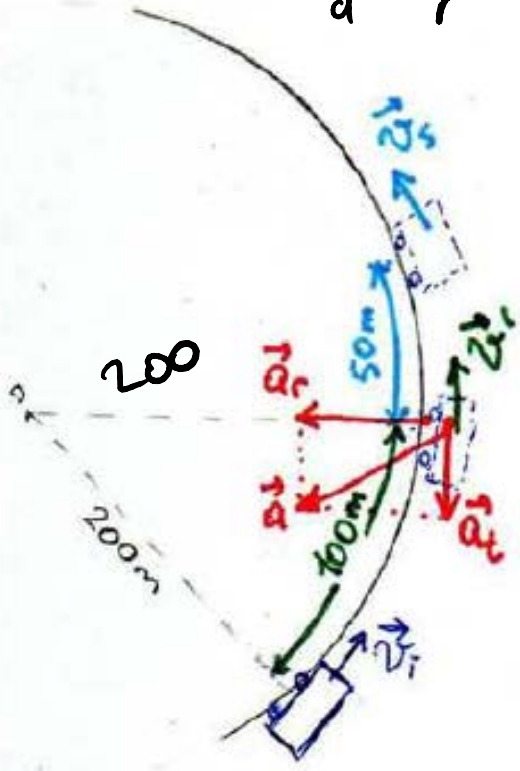
★ 2or soru

30

8) Yarıçapı 200 m olan bir viraja 108 km/saat hızla giren bir otomobil, hızını 150 m içerisinde düzgün olarak 72 km/saat'e düşürüyor. Otomobilin dönemece girdikten 100 m sonraki teğetsel, merkezci (radyal) ve toplam ivme değerlerini bulunuz.

(r = 200 m)

$a = \frac{v^2}{r}$



$\frac{108}{20} = 20$

$v_i = 108 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = 108 \cdot \frac{10^3}{3600} = 30 \text{ m/s}$

$v_s = 72 \frac{\text{km}}{\text{saat}} = 72 \cdot \frac{10^3}{3600} = 20 \text{ m/s}$

$v_s^2 = v_i^2 + 2a(X_s - X_i) \quad (X_i = 0)$

$20^2 = 30^2 + 2a_t \cdot 150$

$400 = 900 + 300 \cdot a_t$

$a_t = - \frac{500}{300}$

$a_t = - 1,7 \text{ m/s}^2$

(Hareket süresince sabit)

$\frac{108 \cdot 10}{36} = 30$

A diagram showing a curved path with a radius of 200m. A green arrow labeled $100m$ points from the center to a point on the path. A blue arrow labeled $50m$ points from that point to another point on the path. At the second point, several force vectors are shown: \vec{F}_1 (blue), \vec{F}_2 (red), \vec{F}_3 (red), \vec{F}_4 (red), \vec{F}_5 (blue), and \vec{F}_6 (green). A dashed line indicates the radius of 200m.

$$v'^2 = v_i^2 + 2a_t(x_s - x_i)$$

$$U^2 = 560$$

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

$$a_r = 2,8 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

$$a \approx 3,3 \text{ m/s}^2$$

9) Bir uçak güneye doğru, havaya göre 35 m/s hızla yol almaktadır. Uçağın bulunduğu bölgede yere göre 10 m/s hızında güneybatıya doğru esen bir hava akımı (rüzgar) vardır. Vektör diyagramı çizerek, uçağın yere göre hızını ve yönünü bulunuz.

\vec{v}_{uH} : Uçağın havaya göre hızı

\vec{v}_{HY} : Hava akımının (rüzgarın) yere göre hızı

\vec{v}_{uY} : Uçağın yere göre hızı

$$\vec{v}_{uY} = \vec{v}_{uH} + \vec{v}_{HY}$$

$$\vec{v}_{uH} = (v_{uH})_x \hat{i} + (v_{uH})_y \hat{j}$$

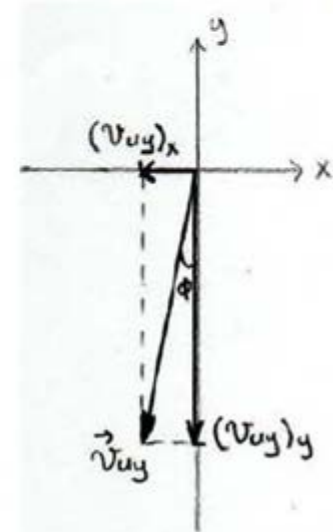
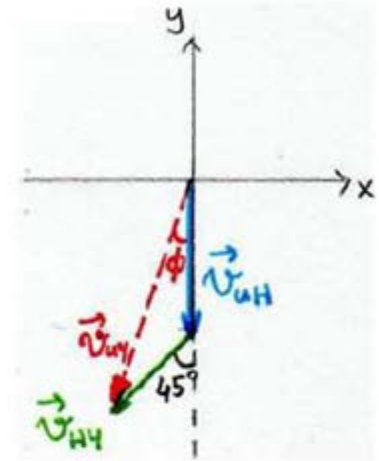
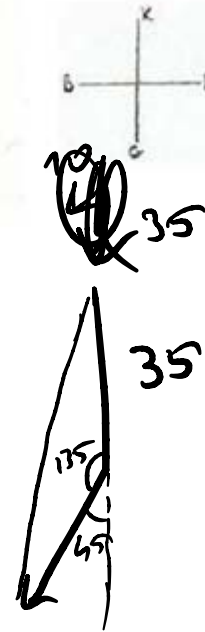
$$\vec{v}_{uH} = 0 - 35 \hat{j}$$

$$\vec{v}_{uH} = -35 \hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{v}_{HY} = (v_{HY})_x \hat{i} + (v_{HY})_y \hat{j}$$

$$\vec{v}_{HY} = -10 \cdot \sin 45^\circ \hat{i} - 10 \cdot \cos 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{v}_{HY} = -7,07 \hat{i} - 7,07 \hat{j} \text{ (m/s)}$$



v_{UH} : Uçağın havaya göre hızı

v_{HY} : Hava akımının (rüzgarın) yere göre hızı

v_{UY} : Uçağın yere göre hızı

$$\vec{v}_{UY} = \vec{v}_{UH} + \vec{v}_{HY}$$

$$\vec{v}_{UH} = -35\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{v}_{HY} = -7,07\hat{i} - 7,07\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{v}_{UY} = -7,07\hat{i} + (-35 - 7,07)\hat{j}$$

$$\vec{v}_{UY} = -7,07\hat{i} - 42,07\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$v_{UY} = \sqrt{(-7,07)^2 + (-42,07)^2}$$

$$v_{UY} = 42,66 \text{ m/s}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{-7,07}{-42,07} \right)$$

$$\phi = 9,6^\circ$$

(güneybatıya doğru, güneyle $9,6^\circ$ açı yapacak şekilde hareket ediyor.)

