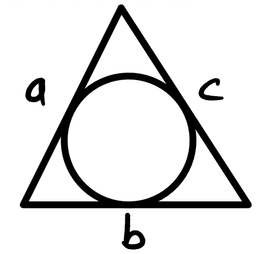
UYGULAMA 1

1) Kenar uzunlukları a, b ve c olan bir üçgenin içine çizilen çemberin yarıçapı $r=\left[(s-\cancel{a})(s-\cancel{b})(s-\cancel{c})/s\right]^{1/2}$ ile verilmektedir. Burada s, $(a+b+c)/2$ 'ye eşittir. Bu formülün boyutsal olarak tutarlı olduğunu gösteriniz.

$s=[L]$



$[a]=[b]=[c]=[L]$

$[r]=[L]$

$[s]=[L]+[L]+[L]=[L]$

$$\sqrt{\frac{[L]^{\cancel{3}}}{[\cancel{L}]}}$$

$[L]$

$$r=\left[(s-a)(s-b)(s-c)/s\right]^{1/2}$$

$$[L]=\left(\frac{([L]-[L])([L]-[L])([L]-[L])}{[L]}\right)^{1/2}$$

$$[L]=[L]$$

2) **a)** $\frac{m\upsilon^2}{2} = Ft$ denkleminin doğru olup olmadığını boyut analizi ile açıklayınız. Burada m kütleyi, υ hızı, F kuvveti ve t zamanı göstermektedir.

$F = m.a.t$

b) $\frac{m\upsilon^2}{2} = Fd$ denkleminin doğru olup olmadığını boyut analizi ile açıklayınız. Burada m kütleyi, υ hızı, F kuvveti ve d yer değiştirmeyi göstermektedir.

a) $\frac{m v^2}{2} = F t$

$[m] = [M]$ $\qquad [v] = \frac{[L]}{[T]}$

$[F] = [M]\frac{[L]}{[T]^2}$ $\qquad [t] = [T]$

$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-2}[T]$

$[M][L]^2[T]^{-2} \neq [M][L][T]^{-1}$

denklem yanlıştır

$\cancel{[M]}.\frac{[L]^{2}}{[T]^2} \neq \cancel{[M]}.\frac{\cancel{[L]}.[T]}{[T]^{2}}$

b) $\frac{m v^2}{2} = F d$

$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L][T]^{-2}[L]$

$[M][L]^2[T]^{-2} = [M][L]^2[T]^{-2}$

denklem doğrudur

$\cancel{[M]}.\frac{\cancel{[L]^2}}{\cancel{[T^2]}} = \cancel{[M]}.\frac{\cancel{[L]}.[L]}{\cancel{[T]^2}}$

3) ★ Merkezden r kadar uzaktaki m kütleli bir cisme etkiyen kuvvetin büyüklüğü $F = \dfrac{Ame^{-\alpha r}}{r^3}$ ile verilmektedir. Burada $e = 2,718...$ Euler sabiti, A ve α diğer sabitlerdir. Buna göre, A ve α sabitlerinin boyutlarını bulunuz ve SI birim sisteminde birimlerini yazınız.

$$m.a = \frac{A.m.e^{-\alpha r}}{r^3}$$

$$F = \frac{Ame^{-\alpha r}}{r^3}$$

$$[F] = [M][L][T]^{-2}$$

$$\cancel{[M]}.\frac{[L]}{[T]^2} = \frac{A.\cancel{[M]}.e^{-\alpha r}}{[L]^3}$$

$$[M][L][T]^{-2} = [A]\frac{[M]}{[L]^3}$$

$$[A] = [L]^4[T]^{-2}$$

birimi $\dfrac{m^4}{s^2}$

$$\frac{[L]^4}{[T]^2} = [A]$$

birimi $= \dfrac{m^4}{s^2}$

$$e^{-\alpha r}$$

$$[\alpha][L] = 1$$

$$[\alpha] = [L]^{-1}$$

birimi $\dfrac{1}{m}$

Bir noktanın kutupsal koordinatları $r = 5{,}50$ m ve $\theta = 240°$ dir. Bu noktanın kartezyen koordinatları nedir?

$$x = r\cos\theta = (5.50\text{ m})\cos 240° = (5.50\text{ m})(-0.5) = \boxed{-2.75\text{ m}}$$

$$y = r\sin\theta = (5.50\text{ m})\sin 240° = (5.50\text{ m})(-0.866) = \boxed{-4.76\text{ m}}$$

Bir noktanın kartezyen koordinatları $(2, y)$ ve kutupsal koordinatları $(r, 30°)$ olarak veriliyor. y ve r yi bulunuz.

$r.\cos 30 = 2$

$\frac{\sqrt{3}r}{2} = 2$

$r = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$$r = \frac{2.00}{\cos 30.0°} = \boxed{2.31}$$

$$y = r\sin 30.0° = 2.31\sin 30.0° = \boxed{1.15}$$

$\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2\sqrt{3}}$

İki vektör $\mathbb{A} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ve $\mathbb{B} = -\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ ile verilmektedir. (a) $\mathbb{A} + \mathbb{B}$ yi, (b) $\mathbb{A} - \mathbb{B}$ yi, (c) $|\mathbb{A} + \mathbb{B}|$ yi, (d) $|\mathbb{A} - \mathbb{B}|$ yi, (e) $\mathbb{A} + \mathbb{B}$ ve $\mathbb{A} - \mathbb{B}$ nin yönünü bulunuz.

$4+36=40$

$-\frac{6}{2}$

$2i-6j$

-3

(a) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) + (-\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) = \boxed{2\mathbf{i} - 6\mathbf{j}}$

$4i+2j$

$\sqrt{16+4}$

(b) $(\mathbf{A} - \mathbf{B}) = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}) - (-\mathbf{i} - 4\mathbf{j}) = \boxed{4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}}$

(c) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = \sqrt{2^2 + 6^2} = \boxed{6.32}$

(d) $|\mathbf{A} - \mathbf{B}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \boxed{4.47}$

(e) $\theta\,|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = \tan^{-1}\left(-\frac{6}{2}\right) = -71.6° = \boxed{288°}$

$\theta\,|\mathbf{A} - \mathbf{B}| = \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right) = \boxed{26.6°}$

$-3,50j$

Bir parçacık şu ardışık yerdeğiştirmelere uğramaktadır: 3,50 m güney, 8,20 m kuzeydoğu ve 15 m batı. Bileşke yerdeğiştirme nedir?

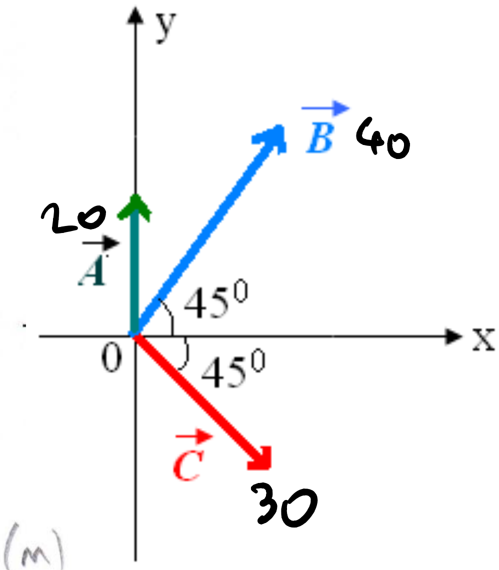
$$d_1 = (-3.50\mathbf{j})\ \text{m}$$

$$d_2 = 8.20 \cos 45.0°\mathbf{i} + 8.20 \sin 45.0°\mathbf{j} = (5.80\mathbf{i} + 5.80\mathbf{j})\ \text{m}$$

$$d_3 = (-15.0\mathbf{i})\ \text{m}$$

$$\mathbf{R} = d_1 + d_2 + d_3 = (-15.0 + 5.80)\mathbf{i} + (5.80 - 3.50)\mathbf{j} = \boxed{(-9.20\mathbf{i} + 2.30\mathbf{j})\ \text{m}}$$

5) Üç vektör Şekil 1'deki gibi yönelmiştir. $|\vec{A}| = 20\ \text{m}$, $|\vec{B}| = 40\ \text{m}$ ve $|\vec{C}| = 30\ \text{m}$ ise,



a) Bileşke vektörün *x* ve *y* bileşenlerini,

b) Bileşke vektörün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

a) $\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j}$

$\vec{A} = 20\hat{j}$ (m)

$\vec{B} = 40.\cos 45^\circ\,\hat{i} + 40\sin 45^\circ\,\hat{j}$ (m)

$\vec{C} = 30.\cos 315^\circ\,\hat{i} + 30.\sin 315^\circ\,\hat{j}$ (m)

$R_x = 40.\cos 45^\circ + 30.\cos 315^\circ$

$\boxed{R_x = 49{,}5}$

$R_y = 20 + 40\sin 45^\circ + 30\sin 315^\circ$

$\boxed{R_y = 27{,}1}$

$\boxed{\vec{R} = 49{,}5\hat{i} + 27{,}1\hat{j}}$ (m)

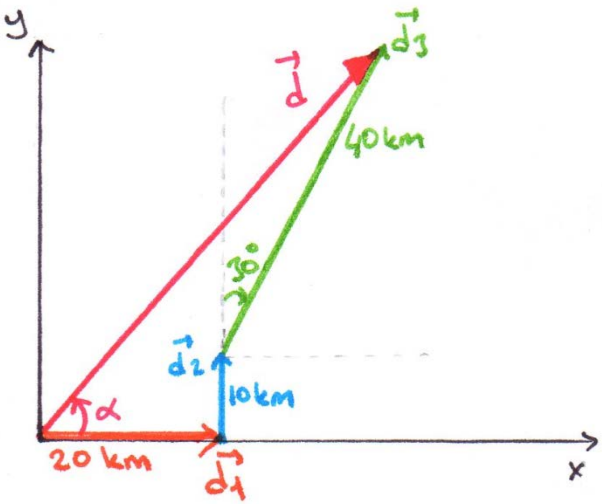
5) b) $|\vec{R}| = \sqrt{(49{,}5)^2 + (27{,}1)^2}$

$$\boxed{|\vec{R}| = 56{,}4 \ (m)}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{27{,}1}{49{,}5}\right)$$

$$\boxed{\theta \simeq 28{,}7^\circ}$$

6) Bir otomobil önce doğuya doğru 20 *km*, sonra kuzeye doğru 10 *km* ve son olarak kuzeyden doğuya doğru 30° 'lik açı yapacak şekilde 40 *km* yol almıştır. Bir vektör diyagramı çizerek otomobilin başlangıç noktasına göre konum vektörünü yazınız. Bu vektörün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.



$\vec{d_1} = 20\hat{i}$

$\vec{d_2} = 10\hat{j}$

$\vec{d_3} = 40.\sin 30°\,\hat{i} + 40.\cos 30\,\hat{j}$

$\vec{d_3} = 20\hat{i} + 20\sqrt{3}\,\hat{j}$

$\vec{d} = \vec{d_1} + \vec{d_2} + \vec{d_3}$

$\boxed{\vec{d} = 40\hat{i} + (10+20\sqrt{3})\hat{j}}$

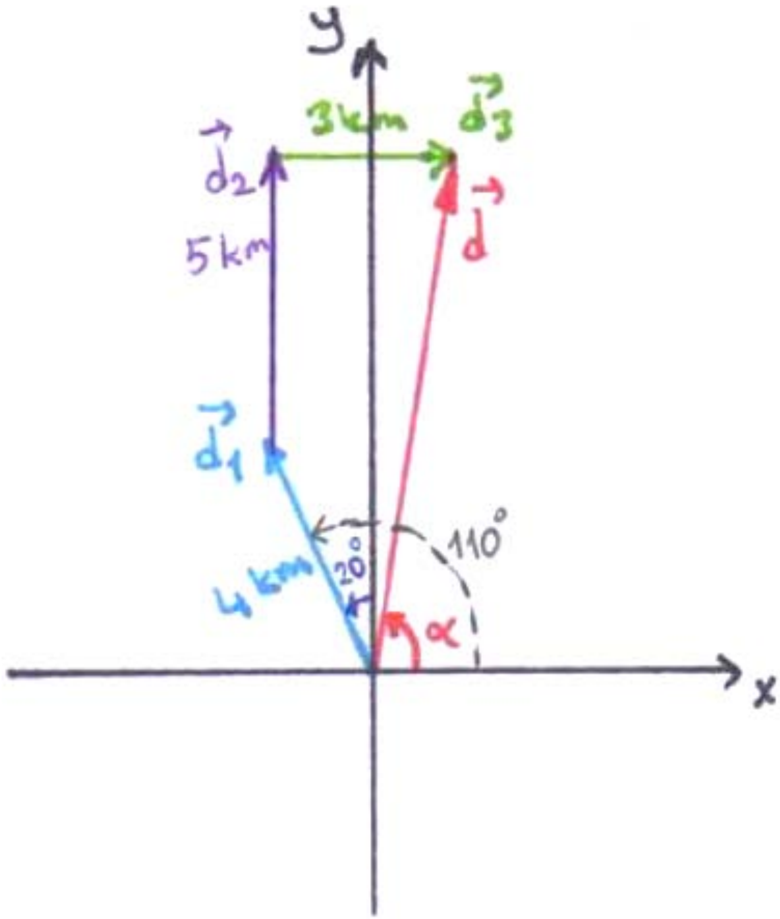
$|\vec{d}| = \sqrt{40^2 + (10+20\sqrt{3})^2}$

$|\vec{d}| = 60\text{ km}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{10+20\sqrt{3}}{40}\right)$

$\alpha = 48°$

7. Bir çocuk önce kuzey batıya doğru, kuzeyle 20 derecelik açı yapacak şekilde 4 km koşuyor. Sonra kuzey yönünde 5 km ve son olarak da doğuya doğru 3 km koşuyor. Çocuğun başlangıç noktasına göre konumunu belirleyiniz.



$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$$

$$\vec{d}_1 = 4(\cos 110\,\hat{i} + \sin 110\,\hat{j})$$

$$\vec{d}_1 = 4(-0{,}342\,\hat{i} + 0{,}939\,\hat{j})$$

$$\vec{d}_1 = -1{,}368\,\hat{i} + 3{,}758\,\hat{j} \ (\text{km})$$

$$\vec{d}_2 = 5\hat{j} \ (\text{km})$$

$$\vec{d}_3 = 3\hat{i} \ (\text{km})$$

$\vec{d}_1 = -1{,}368\hat{i} + 3{,}758\hat{j}$ (km)

$\vec{d}_2 = 5\hat{j}$ (km)

$\vec{d}_3 = 3\hat{i}$ (km)

$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$

$\vec{d} = (-1{,}368 + 3)\hat{i} + (3{,}758 + 5)\hat{j}$

$\boxed{\vec{d} = 1{,}632\hat{i} + 8{,}758\hat{j} \text{ (km)}}$

$|\vec{d}| = \sqrt{(1{,}632)^2 + (8{,}758)^2}$

$|\vec{d}| \cong 8{,}907$ km

$\tan\alpha = \dfrac{8{,}758}{1{,}632} = 5{,}366$

$\alpha = \tan^{-1}(5{,}366)$

$\boxed{\alpha = 79{,}44^\circ}$

8. $\vec{A} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ ve $\vec{B} = -\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ile verilmektedir.

$\vec{A}$ *ile* $\vec{B}$ vektör arasındaki açıyı bulunuz.

$$\begin{array}{r} 16 \\ 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1 \\ 9 \\ 4 \end{array}$$

$$5 \cdot \sqrt{14} \cdot \cos\alpha = 9$$

$$|A||B| \cdot \cos\alpha$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A\, B \cos\theta$$

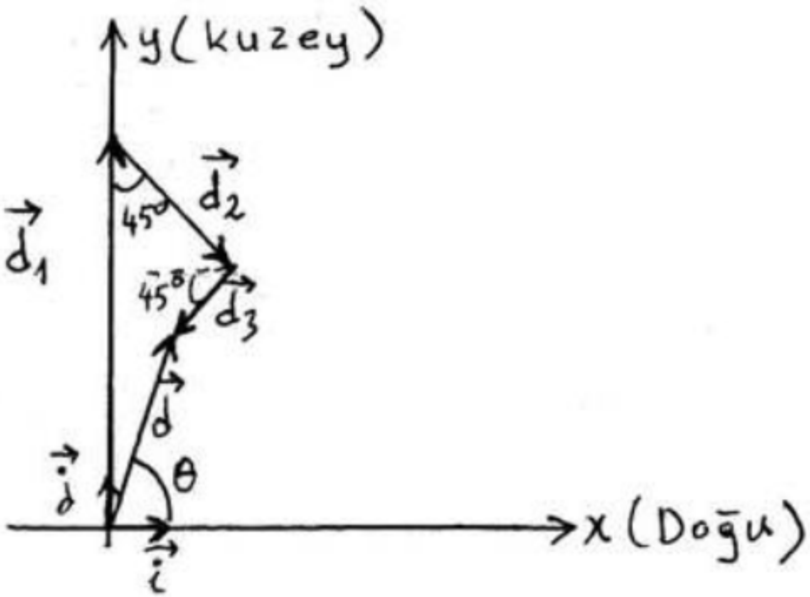
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (3\hat{i} + 4\hat{j}) \cdot (-\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}) = 9$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(3)^2 + (4)^2} = 5$$

$$|\vec{B}| = \sqrt{(-1)^2 + (3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$$

$$\cos\theta = \frac{9}{5\sqrt{14}} \Rightarrow \theta = 61{,}31^\circ$$

9. Bir golf oyuncusu bulunduğu yerden üç vuruşta topu deliğe sokuyor. Birinci vuruşta top 4 m kuzeye, ikinci vuruşta 2 m güneydoğuya ve üçüncü vuruşta ise 1 m güneybatıya gidiyor. Birinci vuruşta topu deliğe sokabilmesi için nasıl bir yer değiştirme vektörü gerekir?



$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3$$

$$\vec{d}_1 = 4\vec{j} \quad (m)$$

$$\vec{d}_2 = 2\cos 45°\,\vec{i} - 2\sin 45°\,\vec{j}$$

$$\vec{d}_3 = -1.\cos 45\,\vec{i} - 1.\sin 45°\,\vec{j}$$

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} + \left(4 - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)\vec{j}$$

$$\vec{d} = \vec{d}_1 + \vec{d}_2 + \vec{d}_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{i} + \left(4 - \frac{3}{2}\sqrt{2}\right)\vec{j}$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{\frac{2}{4} + 16 - 12\sqrt{2} + \frac{9}{2}} \cong 2\,m$$

$$\frac{9 \cdot \cancel{2}}{\cancel{4}\;2}$$

$$\tan\theta = \frac{4 - \frac{3}{2}\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2{,}69$$

$$\theta = 69{,}6^\circ$$