

①

$$F(x) = f^2(g(x)), g(2) = 2, g'(2) = -2, f(2) = 4, f'(2) = 5$$

bilgileri verilsin. Buna göre  $F'(2)$  türevinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- a) -8 b) 16 c) -80 d) -20 e) hiçbirisi

$$F(x) = (f(g(x)))^2 \quad g(2) = 2 \quad g'(2) = -2 \quad f(2) = 4 \quad f'(2) = 5$$

$$F'(x) = 2 \cdot (f(g(x))) \cdot f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$F'(2) = 2 \cdot \underbrace{(f(g(2)))}_2 \cdot \underbrace{f'(g(2))}_5 \cdot \underbrace{g'(2)}_{-2} = -80$$

②

Aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?

- a) fonksiyon bir noktada sürekli ise o noktada türevlenebilir  
 b) fonksiyon bir noktada süreksiz ise o noktada limiti mevcut değildir  
 c) fonksiyon bir noktada türevlenebilir ise o noktada limiti mevcuttur  
 d) fonksiyonun bir noktada limiti mevcutsa o noktada türevlenebilir  
 e) fonksiyon süreksiz olduğu bir noktada türevlenebilir

$$③ \quad 2f(x) + f(2x) + f(4x) + f(6x) + f(8x) + f(10x) = (2x+1)^4 \quad f'(0) = ?$$

↓ Türev

$$2f'(x) + 2f'(2x) + 4f'(4x) + \dots + 10f'(10x) = 4 \cdot (2x+1)^3 \cdot 2$$

↓  $x=0$

$$2f'(0) + 2f'(0) + 4f'(0) + 6f'(0) + 8f'(0) + 10f'(0) = 4 \cdot 2$$

$$32f'(0) = 8 \Rightarrow f'(0) = \frac{1}{4}$$

4

$f(x) = \begin{cases} \sin(ax) + b & , x < 0 \\ \sin^2(2x) + 2x & , x \geq 0 \end{cases}$  şeklinde tanımlanan  $f$  fonksiyonu her yerde

türevlenebilen bir fonksiyon ise  $a$  ile  $b$  sayıları aşağıdakilerden hangisidir?

- a)  $a=1, b=0$                       b)  $a=0, b=2$                       c)  $a=2, b=0$   
 d)  $a=0, b=1$                       e)  $a=2, b=1$

$x=0$  da türevli  $\Rightarrow x=0$  da sürekli.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin^2 2x + 2x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (\sin ax + b) = f(0) = 0 \quad \text{olmalı}$$

$$\underbrace{\quad\quad\quad}_0 \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_b \quad \Rightarrow \boxed{b=0}$$

Türevli ise  $f'_+(0) = f'_-(0)$

$$f'_+(0) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(0+h) - \overset{0}{f(0)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 2h + 2h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin 2h}{\frac{h}{2}} \cdot \frac{\sin 2h}{0} + 2 = 2$$

↙

$$f'_-(0) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(0+h) - \overset{0}{f(0)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{\sin ah}{h} = a \quad \rightarrow \quad \boxed{a=2}$$

5)  $f$  fonksiyonunun  $a$  noktasındaki türevi  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{32(2^h - 1)}{h}$  şeklinde tanımlanıyor.  $f$  fonksiyonunu ve  $a$  sayısını belirleyiniz.

- a)  $f(x) = 32$  ve  $a = 0$
- b)  $f(x) = 32 \cdot 2^x$  ve  $a = 2$
- c)  $f(x) = 2^x$  ve  $a = 5$
- d)  $f(x) = 2^x$  ve  $a = 32$
- e)  $f(x) = 32^{\frac{2^x - 1}{x}}$  ve  $a = 0$

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

$$\text{tır. } f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{32(2^h - 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{32 \cdot 2^h - 32}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^5 \cdot 2^h - 2^5}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\overbrace{2^{5+h}}^{f(5+h)} - \underbrace{2^5}_{f(5)}}{h} \Rightarrow \boxed{f(x) = 2^x}$$

$$\boxed{a = 5}$$

olmalı

6)  $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq -1 \\ x+1, & -1 < x \leq 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \end{cases}$  fonksiyonu hangi  $x$  değerleri için türevlenemez?

- a)  $x=0, x=1$  ve  $x=-1$
- b)  $x=0$  ve  $x=1$
- c)  $x=0$  ve  $x=-1$**
- d)  $x=1$  ve  $x=-1$
- e)  $x=0$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \leq -1 \\ x+1, & -1 < x \leq 0 \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1 \\ 2x, & 1 < x \end{cases}$$

fonksiyonu:

$x = -1$  de süreksiz olduğu,  
 $x = 0$  da sağ ve sol türevi birbirine eşit olmadığı için türevlenemez

7)  $f(x) = \begin{cases} x \cdot \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 1 & , x = 0 \end{cases}$  fonksiyonu için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

a)  $x=0$  da sürekli ancak  $x=0$  da türevlenemez

**b)  $x=0$  da sürekli ve türevsizdir**

c)  $x=0$  da sürekli ve türevlidir

d)  $x=0$  da sürekli ancak  $x=0$  da türevlenebilir

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin \frac{1}{x} = 0 \neq f(0) = 1 \quad \text{olduğundan sürekli değildir.}$$

$-1 \leq \sin A \leq 1$

Olağıyla  $x=0$  da türevlenemez.

8)  $y, x$  in diferansiyellenebilen bir fonksiyonu olsun. Eğer  $\sqrt{xy} = x^2y - 6$  ise  $(1,9)$  noktasındaki teğet doğrusunun eğimi nedir?

**a)  $-\frac{99}{5}$**

b) 40

c) -45

d)  $-\frac{99}{2}$

e)  $\frac{81}{5}$

I. Yol  $\sqrt{xy} = x^2y - 6 \quad (1,9) \text{ teğetin eğimi?}$   
 $\downarrow$  Türev

$$\frac{y + xy'}{2\sqrt{xy}} = 2xy + x^2y' \quad \begin{matrix} x=1 \\ y=9 \end{matrix} \Rightarrow \frac{9 + y'}{2 \cdot 3} = 18 + y'$$

$$9 + y' = 102 + 6y'$$

$$-99 = 5y' \Rightarrow y' = -\frac{99}{5}$$

II. Yol

$$F: \sqrt{xy} - x^2y + 6 = 0$$

$$y' = -\frac{F_x}{F_y} = -\frac{\frac{y}{2\sqrt{xy}} - 2xy}{\frac{x}{2\sqrt{xy}} - x^2} \quad \begin{matrix} x=1 \\ y=9 \end{matrix} \Rightarrow$$

$$y' = -\frac{\frac{9}{6} - 18}{\frac{1}{6} - 1} = -\frac{-\frac{99}{6}}{-\frac{5}{6}} = -\frac{99}{5}$$

9)  $x^3 - \cos(xy) = y + \tan 2x$

denklemi ile verilen kapalı

fonksiyonun (0,1) noktasındaki teğet doğrusu  $y = -cx + 1$  ise c sayısı nedir?

- a) -3 b) -2 c) 1 d) 2 e) hiçbirisi

$$f: x^3 - \cos xy - y - \tan 2x = 0$$

$$y' = - \frac{f_x}{f_y} \rightarrow y \text{ sabit düşün}$$

$$f_y \rightarrow x \text{ sabit düşün}$$

$$y' = - \frac{3x^2 + y \cdot \sin xy - 2 \sec^2 2x}{x \sin xy - 1} \quad \begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \rightarrow y' \Big|_{(0,1)} = -c = -2 \Rightarrow \boxed{c=2}$$

10)  $x \cos y + y \cos x = 1$  eğrisinin (0,1) noktasındaki teğet doğrusunun denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

a)  $(\cos 1)x + y = 1$

b)  $x + y = 1$

c)  $-(\sin 1)x + y = 1$

d)  $x - y = -1$

e)  $(\tan 1)x + y = 1$

I. Yol Kapalı Türetme

$$x \cos y + y \cos x = 1 \xrightarrow{\text{Türev}} \cos y + x y' (-\sin y) + y' \cos x - y \sin x = 0$$

$$\downarrow x=0 \quad y=1$$

$$\cos 1 + 0 + y' = 0 \rightarrow \boxed{y' = -\cos 1} \rightarrow \text{eğim}$$

$$m_T = -\cos 1 \quad (x_0, y_0) = (0, 1)$$

$$\text{Teğet: } y - 1 = -\cos 1 (x - 0) \Rightarrow \boxed{y + (\cos 1)x = 1}$$



$$f: x \cos y + y \cos x - 1 = 0$$

$$y' = - \frac{f_x}{f_y} = - \frac{\cos y - y \sin x}{-x \sin y + \cos x}$$

$$\begin{matrix} x=0 \\ y=1 \end{matrix} \Rightarrow y' = m_T = -\cos 1$$

$$\text{Teğet: } y + \cos 1 x = 1$$

$$\textcircled{11} \quad f(x) = \cos(3x-3) \Rightarrow f^{(33)}(1) = ? \quad f^{(62)}(1) = ?$$

$$f'(x) = -3 \sin(3x-3)$$

$$f''(x) = -3^2 \cos(3x-3)$$

$$f'''(x) = +3^3 \sin(3x-3)$$

$$f^{(4)}(x) = 3^4 \cos(3x-3)$$

$$f^{(5)}(x) = -3^5 \sin(3x-3)$$

$$f^{(6)}(x) = -3^6 \cos(3x-3)$$

⋮

$$f^{(2n+1)}(x) = (-1)^{n+1} \cdot 3^{2n+1} \sin(3x-3) \xrightarrow{x=1} f^{(2n+1)}(1) = 0$$

$$\Downarrow$$

$$f^{(33)}(1) = 0$$

$$f^{(2n)}(x) = (-1)^n \cdot 3^{2n} \cos(3x-3) \quad \downarrow \begin{matrix} n=31 \\ x=1 \end{matrix}$$

$$f^{(62)}(x) = (-1)^{31} \cdot 3^{62} \cos 0$$

$$= -3^{62}$$

⑫

$$f(x) = \frac{1}{2x+2} \Rightarrow f^{(22)}(0) = ?$$

$$f(x) = (2x+2)^{-1}$$

$$f'(x) = -2(2x+2)^{-2}$$

$$f''(x) = +2 \cdot 2^2 \cdot (2x+2)^{-3}$$

$$f'''(x) = -3 \cdot 2 \cdot 2^3 \cdot (2x+2)^{-4}$$

$$f^{(4)}(x) = +4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot (2x+2)^{-5}$$

$$\vdots$$

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n \cdot n! \cdot 2^n \cdot (2x+2)^{-(n+1)}$$

$$\downarrow n=22, x=0$$

$$f^{(22)}(0) = 22! \cdot 2^{22} \cdot 2^{-23} = \frac{22!}{2}$$