

# Bir bakışta yakınsak mı ıraksak mı söyleyeceğiniz seriler

① Geo. Seri:  $\sum_{n=1}^{\infty} a \cdot r^{n-1} \rightarrow |r| < 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$   
 $\rightarrow |r| > 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$

② p-Serisi:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \rightarrow p > 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$   
 $\rightarrow p \leq 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$

③ Daha genel p-serisi:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{p+a}}$   $\rightarrow p > 1 \Rightarrow \text{Yakınsak}$   
 $\rightarrow p \leq 1 \Rightarrow \text{Irkaksak}$   
 (a: bir sayı)

★ Sadece n'nin kuvvetlerini içeren kesirli bir genel terime sahip serinin yakınsaklığını işlemiş belirleme:

$R(n) = \frac{P(n)}{Q(n)}$  olmak üzere  $\sum R(n)$  karakterini belirlerken:

①  $\frac{P(n)}{Q(n)} \rightarrow$  Payın ve paydanın en büyük derecesini belirle

② Payın derecesi > Paydanın derecesi  $\Rightarrow$  Seri irkaksak (n. Terim Testinden)

Paydanın derecesi - Payın derecesi  $> 1 \Rightarrow$  Seri yakınsak  
 (Limit Testinden; pay ve paydanın derecesini eşitlemek için  $p > 1$  olan yakınsak seri seçeriz çünkü)

Paydanın derecesi - Payın derecesi  $\leq 1 \Rightarrow$  Seri irkaksak (Yine Limit Testinden)

Örnek:

$\sum \frac{n^2+1}{3n^2+2} \rightarrow 2. \text{ der.}$   
 $\downarrow$   
 Irkaksak  
 (lim  $a_n \neq 0$ )

$\sum \frac{n^2+3n+1}{n^4+3n^2} \rightarrow 1. \text{ der}$   
 $\downarrow$   
 $4-1=3 > 1$   
 Yakınsak  
 (Uzun yaprak  $\sum \frac{1}{n^3}$  seçerdik)

$\sum \frac{n^3+3n+3}{n^4+5} \rightarrow 4$   
 $4-3=1 \rightarrow$  Irkaksak  
 (Uzun yaprak  $\sum \frac{1}{n}$  seçerdik)

$\sum \frac{n^2+1+2}{n+3} \rightarrow 1$   
 $\downarrow$   
 Irkaksak  
 lim  $a_n \neq 0$   
 $n \rightarrow \infty$

## Alterne p-Serisi

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{n^p} \rightarrow \begin{array}{l} p > 1 \Rightarrow \text{Seri Mutlak Yakınsak} \\ p \leq 1 \Rightarrow \text{Seri Şartlı Yakınsak} \end{array}$$

Örnek:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} \rightarrow p = \frac{1}{2} < 1 \quad \text{Ş.Y.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+3n+1} \\ p=2 > 1 \quad \text{M.Y.} \end{array} \right\} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+2} \quad \begin{array}{l} \text{(Alterne} \\ \text{Harmonik} \\ \text{Seri)} \\ \hookrightarrow p=1 \quad \text{Ş.Y.} \end{array}$$