

2024-2025 Güz Yarıyılı

Algoritma Analizi

Ödev – 1

Ders Yürütücüleri

Prof. Dr. M. Elif KARSLIGİL

Doç. Dr. M. Amaç GÜVENSAN

Konu : Asymptotic Analysis, Mathematical Analysis of Non-Recursive and Recursive Problems

1. Aşağıda verilen rekürans bağıntısını “Master Theorem” yardımı ile çözünüz (15 Puan)

a. $T(n) = 9 T(n/4) + n^2$

b. $T(n) = 3 T(n/3) + \log(n)$

c. $T(n) = 3 T(n/2) + n$

$$\log_2(n) = n^d$$

$$n > \log_2(n) \Rightarrow n > n^d \Rightarrow 1 > d \text{ ise } b^d \rightarrow 3 < 3$$

$$\begin{aligned} a &= 9 \\ b &= 4 \\ d &= 2 \end{aligned}$$

$$b^d = 4^2 = 16$$

$$9 < 16$$

$$a < b^d \rightarrow \text{case 1 } n^2$$

2. Aşağıda verilen kod parçalarının altına karmaşıklıklarını **Big-Oh** cinsinden ifade ediniz. (16 Puan)

```
int f1(int N) {
    int x = 0;
    for (int i = 0; i < N; i++)
        x++;
    return x;
}
```

```
int f3(int N) {
    if (N == 0) return 1;
    int x = 0;
    for (int i = 0; i < N; i++)
        x += f3(N-1);
    return x;
}
```

```
int f2(int N) {
    int x = 0;
    for (int i = 0; i < N; i++)
        for (int j = 0; j < i; j++)
            x += f1(j);
    return x;
}
```

```
int f4(int N) {
    if (N == 0) return 0;
    return f4(N/2) + f1(N) + f1(N) + f1(N) + f4(N/2);
}
```

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^i \sum_{k=0}^j 1$$

$$\downarrow$$

$$\frac{j(j-1)}{2}$$

$$\frac{j^2 - j}{2}$$

$$\begin{array}{c} j \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ i \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{increment} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ \vdots \\ i \end{array}$$

3. Aşağıda verilen büyüme dereceleri için en uygun ifadeyi kullanınız. (24 Puan)

- Eğer $f(n) = \Theta(g(n))$ ise Θ
- Eğer $f(n) = O(g(n))$ ise O
- Eğer $f(n) = \Omega(g(n))$ ise Ω
- Eğer hiçbir ilişki sağlanamıyorsa X yazınız.

	f(n)	g(n)
	n^2	n^3
	$n \lg n$	n
	1	$3 + \sin n$
	3^n	2^n
5	4^{n+4}	2^{2n+2}
6	$n \lg n$	$n^{105/100}$
7	$\lg \sqrt{10n}$	$\lg n^3$
8	$n!$	$(n+1)!$

4. Aşağıdaki fonksiyonları **Big-Theta** cinsinden ifade edip çözümünüzü ispatlayınız. (20 Puan)

- a. $2^{n+1} + 3^{n-1}$ $\xrightarrow{\log n} \xrightarrow{\log n - 1} \frac{\log 2}{\log n - 1}$ $2^n \leq 2^n + 3^n \leq c_2 \cdot 3^n$
- b. $2n \lg(n+2)^2 + (n+2)^2 \lg \frac{n}{2}$ $\xrightarrow{\log n} \xrightarrow{\log n - 1} \frac{\log 2}{\log n - 1}$ $2^n \leq 2^n + 3^n \leq c_2 \cdot 3^n$

5. Aşağıda verilen toplam ifadesinin büyüme derecesini hesaplayıp **Big-Oh** asimptotik notasyonunu kullanarak yazınız. (10 Puan)

$$\sum_{i=1}^n (i+1)2^{i-1} \stackrel{1}{=} \sum_{i=1}^n (i+1) \cdot 2^i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n i \cdot 2^i + 2^i = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n i \cdot 2^i + \sum_{i=1}^n 2^i \right) \rightarrow 2^{n+1} - 2$$

6. $T(n) = T(n-2) + 2n$ rekürans bağıntısını “backward substitution” yöntemi ile çözünüz. (15 Puan)

$$a=1, b=1, c=1$$

Ödev Teslimi ile ilgili önemli bilgiler:

Aşağıda verilen bütün bilgileri içeren tek bir doküman hazırlayarak **26.10.2024 saat 23:59'a** kadar online.yildiz.edu.tr üzerinden **HW1_OgrenciNumarasi.pdf** dosyasını yükleyiniz.

Classroom Sayfasında paylaşılan Ödev Teslim Kuralları başlığındaki kurallara uyulması gerekmektedir.

Teslim Edilecekler:

1. Soruların adım adım çözümünü içeren pdf formatlı dosya.
2. Soruları bilgisayar ortamında veya manuel olarak cevaplayabilirsiniz, cevapların okunabilir olması önemlidir.
3. **Teslim Edilecekler**
 - a. HW#_OgrenciNumarasi.pdf