Olasılıksal Robotik

Dr. Öğr. Üyesi Erkan Uslu
1

Temel Olasılık

- **Random Variable (Rassal Değişken)**
  - Ayrık – Sürekli değer alabilir
    - Ayrık rassal değişken
    - Sürekli rassal değişken
  - Binary, ***kategorik***, ***reel***, karmaşık, vektör, matris değerli rassal değişkenler olabilir
  - Belirli bir olasılık dağılımına göre değer alan değişken

Temel Olasılık

- **Rassal değişkenin ölçeği:**
  - Ad ölçeği: Elemanlar arası bir üstünlük/sıra yok
    - Doğum yeriniz neresi?
  - Sıra ölçeği: Elemanlar arası sıra üstünlüğü var
    - Eğitim durumunuz nedir? İlk, orta, lise, üniversite
  - Eşit Aralık Ölçeği: Değerler arası fark anlamlıdır
    - Sıcaklık 20°'den 40°'ye çıktığında sıcaklık 20° artmıştır, ama sıcaklık 2 kat artmıştır denemez
  - Oran Ölçeği: Değerler arası oran anlamlıdır
    - Yaş 15'ten 30'a çıktığında, yaş 2 katına çıkmıştır

Temel Olasılık

- **X : rassal değişken**
- ***x* : X'in aldığı değeri gösterir**
- **p(X=x) olasılığı tanımlanır**
- **X zar atılması ile gelecek değerleri gösteren random variable**
- $x \in \{1,2,3,4,5,6\}$

$$p(X=1) = \frac{1}{6}$$

Temel Olasılık

- **Rassal değişken olasılık değeri**

$$1 \geq p(X = x) \geq 0$$

- **Ayrık rassal değişkenin, tüm örnek uzayı üzerinden olasılıkları toplamı**

$$\sum_{x} p(X = x) = 1$$

Temel Olasılık

- **Rassal değişken olasılığı gösterimi**

$$p(X = x)$$

yerine

$$p(x)$$

olarak da verilebilir

Temel Olasılık

- **Sürekli rassal değişken için belirli bir değerdeki olasılıktan bahsedilemez**

$$x \in \mathbb{R} \Longrightarrow P(X = x) = 0$$

- **Sürekli rassal değişken için Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu (Probability Density Function - PDF) tanımlanır**

$$PDF_X(x) = f_X(x) = \lim_{\Delta \to 0^+} \frac{P(x < X \leq x + \Delta)}{\Delta}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_X(x)dx = 1$$

Temel Olasılık

- **Sürekli rassal değişkenler için Birikimli Dağılım Fonksiyonu (Cumulative Distribution Function – CDF) tanımlanır**

$$CDF_X(x) = P(X \leq x)$$

$$P(a < X \leq b) = CDF_X(b) - CDF_X(a)$$

$$CDF_X(x) = F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} PDF_X(t)dt$$

Temel Olasılık

- **Beklenen Değer (Expected Value) tanımı**

$$E[X] = \sum_x x \cdot p(x)$$

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_X(x) dx$$

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) \cdot f_X(x) dx$$

Temel Olasılık

- **Rassal değişkenler için ortalama ve varyans değerinden bahsedelebilir**

$$\bar{X} = E[X]$$

$$\begin{aligned} Var[X] &= E\left[\left(X - \bar{X}\right)^2\right] \\ &= E\left[X^2\right] - \left(E[X]\right)^2 \end{aligned}$$

Temel Olasılık

- **Normal Dağılım**

$$p(X = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

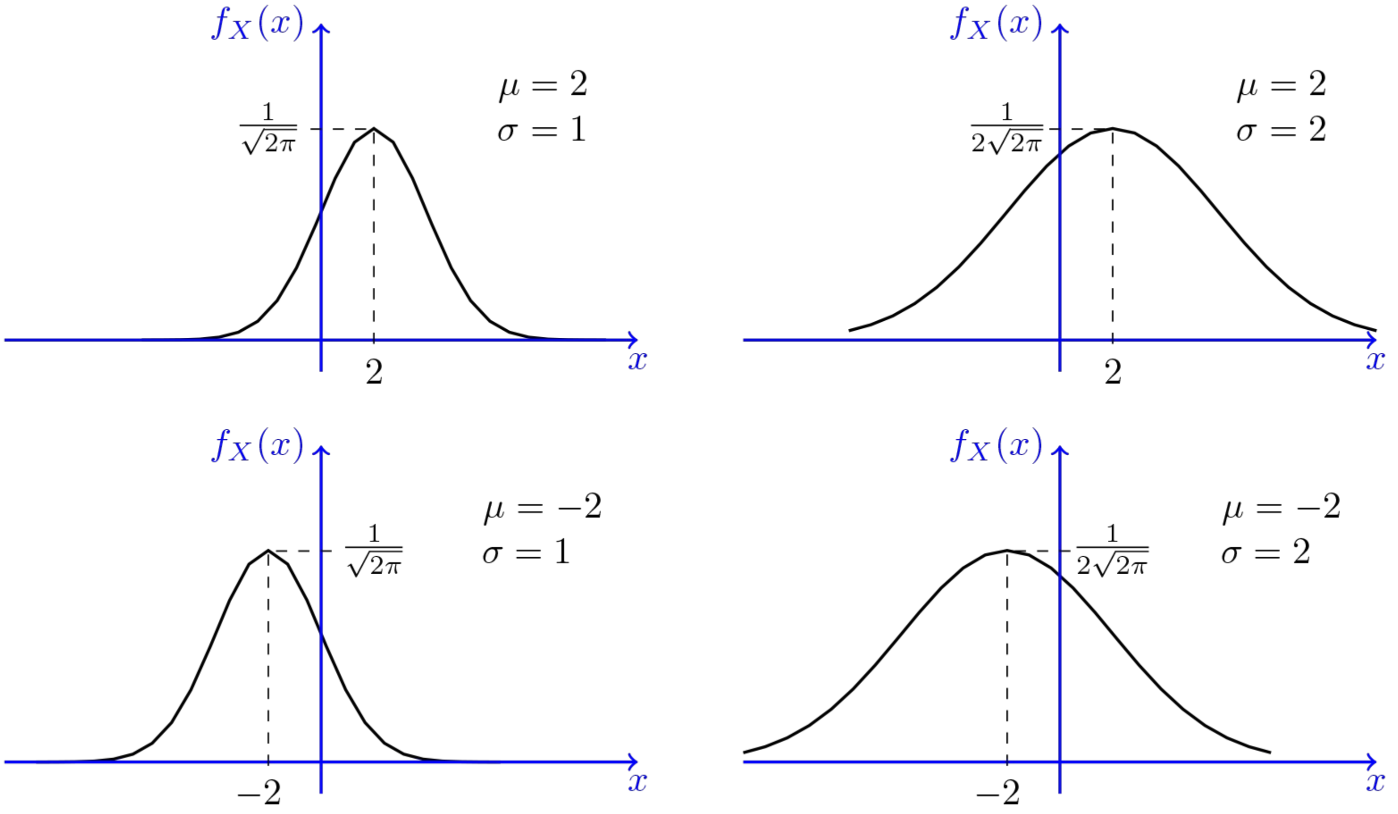
$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \begin{array}{c} \bar{X} = \mu \\ Var[X] = \sigma^2 \end{array}$$

Temel Olasılık

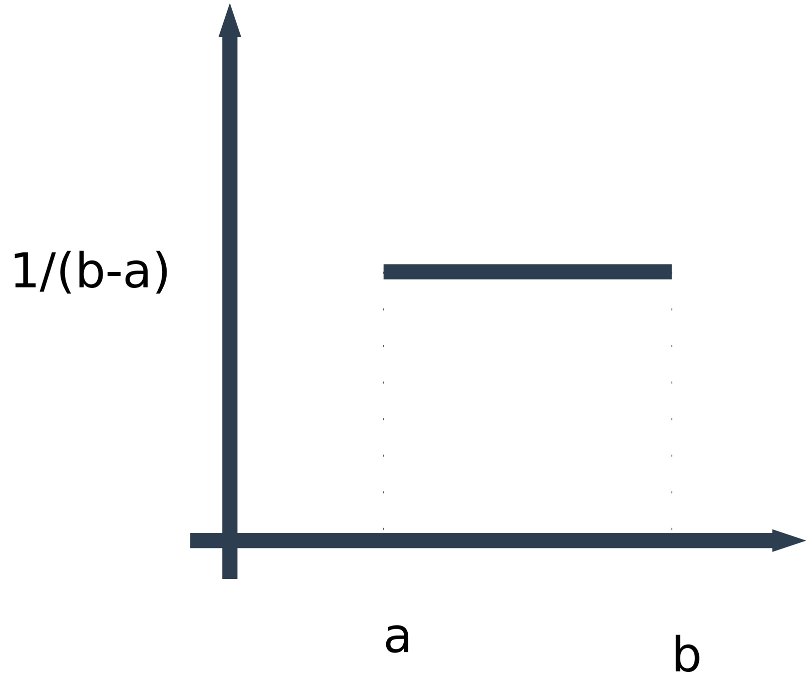
- **Normal Dağılım**

$$p(X = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$



Temel Olasılık

- **Uniform dağılım, X uniform bir rassal değişken olmak üzere**



$$X \sim U(a,b)$$

$$\begin{aligned}E[X] &= \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)d(x) \\ &= \frac{1}{b-a}\int_a^b xd(x) \\ &= \frac{1}{b-a}\frac{x^2}{2}\bigg|_a^b \\ &= \frac{b+a}{2}\end{aligned}$$

Temel Olasılık

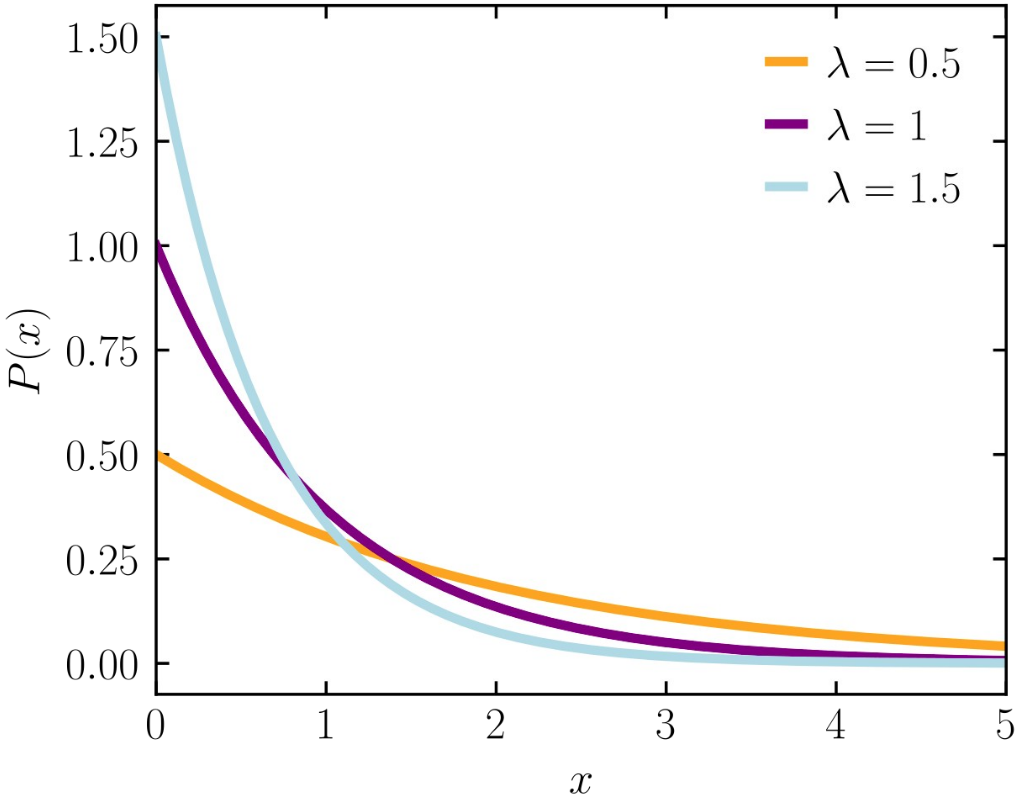
$$
\begin{aligned}
Var[X] &= E[X^2] - E^2[X] \\
&= \int_a^b x^2 p(x)dx - \left(\int_a^b xp(x)dx\right)^2 \\
&= \int_a^b \frac{x^2}{b-a}dx - \left(\int_a^b \frac{x}{b-a}dx\right)^2 \\
&= \left.\frac{x^3}{3(b-a)}\right|_a^b - \left(\left.\frac{x^2}{2(b-a)}\right|_a^b\right)^2
\end{aligned}
$$

Temel Olasılık

$$
\begin{aligned}
Var[X] &= \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} - \frac{\left(b^2 - a^2\right)^2}{4\left(b-a\right)^2} \\
&= \frac{(b-a)\left(b^2 + ab + a^2\right)}{3(b-a)} - \frac{(b-a)^2\left(b+a\right)^2}{4\left(b-a\right)^2} \\
&= \frac{b^2 + ab + a^2}{3} - \frac{(b+a)^2}{4} \\
&= \frac{b^2 - 2ab + a^2}{12} \\
&= \frac{(b-a)^2}{12}
\end{aligned}
$$

Temel Olasılık

- **Üstel (exponential) dağılım, X üstel bir rassal değişken olmak üzere**



$$X \sim Exp(\lambda)$$

$$X \sim Exp(\lambda) \Rightarrow p(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

$$\Rightarrow E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$\Rightarrow Var[X] = \frac{1}{\lambda^2}$$

probability distribution of the time between events that occur continuously and independently at a constant average rate

Temel Olasılık

- **Bölüm sekreterliğine ortalamada 5 dk'da bir, bir öğrenci problemi dolayısıyla başvurmaktadır. Öğrencilerin başvuruları birbirlerinden bağımsızdır. Buna göre iki öğrencinin başvurusu arasında 2 dk olma olasılığı nedir?**

$$
\begin{aligned}
X \sim Exp(\lambda) &\Rightarrow p(x=2) = \lambda e^{-2\lambda} \\
&\Rightarrow \mu = \frac{1}{\lambda} = 5 \\
&\Rightarrow p(x=2) = \frac{e^{-\frac{2}{5}}}{5} \simeq 0.13
\end{aligned}
$$

Temel Olasılık

$$X \sim Exp(\lambda) \Rightarrow$$

$$\int v\,du = uv - \int u\,dv$$

$$v = x \Rightarrow dv = dx$$

$$du = \lambda e^{-\lambda x} dx \Rightarrow u = -e^{-\lambda x}$$

$$E[X] = \int_0^\infty x p(x) dx$$

$$= \int_0^\infty \underbrace{x}_{v} \underbrace{\lambda e^{-\lambda x} dx}_{du}$$

$$= -xe^{-\lambda x}\Big|_0^\infty + \int_0^\infty e^{-\lambda x} dx$$

$$= -xe^{-\lambda x}\Big|_0^\infty - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty = (0-0) - (0 - \frac{1}{\lambda}) = \frac{1}{\lambda}$$

Temel Olasılık

$$X \sim Exp(\lambda) \Rightarrow$$

$$Var[X] = \overbrace{E[X^2]}^{\frac{2}{\lambda^2}} - \overbrace{E^2[X]}^{\frac{1}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$\int v\,du = uv - \int u\,dv$$

$$v = x^2 \Rightarrow dv = 2x\,dx$$

$$du = \lambda e^{-\lambda x}dx \Rightarrow u = -e^{-\lambda x}$$

$$E[X^2] = \int_0^\infty \underbrace{x^2}_{v} \underbrace{\lambda e^{-\lambda x} dx}_{du}$$

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$= -x^2 e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty + \int_0^\infty 2x e^{-\lambda x} dx$$

$$= \underbrace{-x^2 e^{-\lambda x}\Big|_0^\infty}_{0} + \frac{2}{\lambda}\underbrace{\int_0^\infty \lambda x e^{-\lambda x} dx}_{E[X]} = \frac{2}{\lambda^2}$$

Temel Olasılık

- **Çok-Değişkenli Normal Dağılım (Multivariate Normal Distribution)**

$$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^N \qquad \boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N \times N}$$

$$p(\boldsymbol{x}) = det\left(2\pi\boldsymbol{\Sigma}\right)^{-\frac{1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}\right)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu}\right)\right\}$$

Temel Olasılık

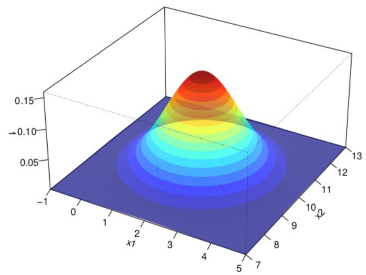
$$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2$$

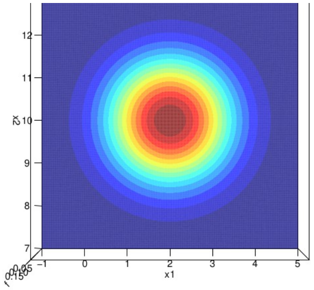
$$\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 \\ 0 & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

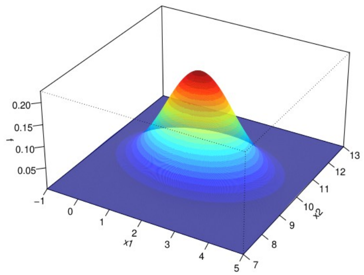
- **Çok-Değişkenli Normal Dağılım (Multivariate Normal Distribution)**

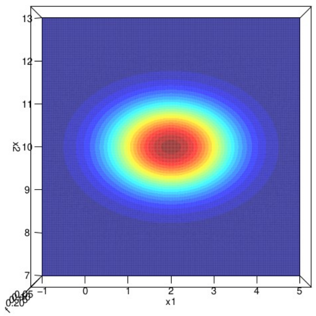
$$\sigma_{11} = \sigma_{22}$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0$$



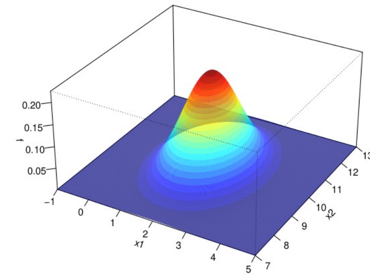


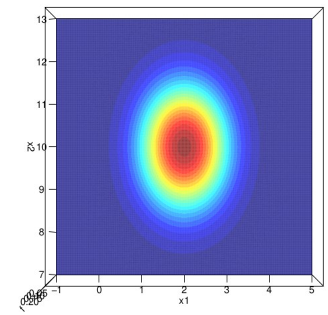
$$\sigma_{11} > \sigma_{22}$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0$$





$$\sigma_{11} < \sigma_{22}$$
$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = 0$$





Temel Olasılık

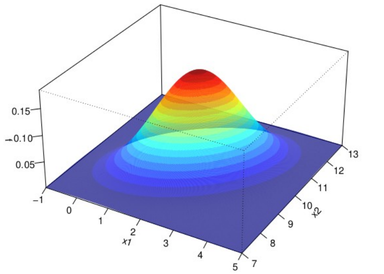
$$\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\mu} \in \mathbb{R}^2$$

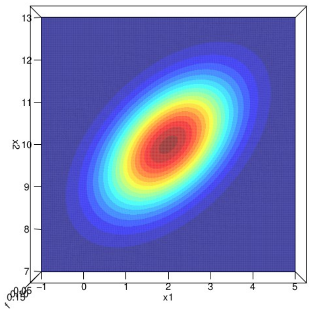
$$\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}$$

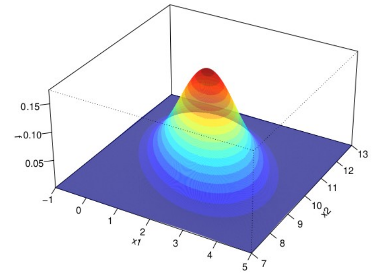
- **Çok-Değişkenli Normal Dağılım (Multivariate Normal Distribution)**

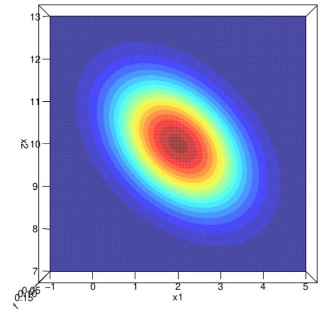
$$\sigma_{12} = \sigma_{21} > 0$$





$$\sigma_{12} = \sigma_{21} < 0$$





Temel Olasılık

- **Olasılık Toplama Kuralı**

$$p(X\ veya\ Y) = p(X) + p(Y) - p(X,Y)$$

- **Zar atıldığında üst yüzüne 2'nin veya 3'ün tam katının gelme olasılığı nedir?**

$$p(\text{2'nin tam katı}) = \frac{3}{6}$$

$$p(\text{3'ün tam katı}) = \frac{2}{6}$$

$$p(\text{2'nin ve 3'ün tam katı}) = \frac{1}{6}$$

$$p(\text{2'nin veya 3'ün tam katı}) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

Temel Olasılık

- İki rassal değişkenin ortak olasılık dağılımı (Joint Probability Distribution) : X rassal değişkeninin x değerini ve Y rassal değişkeninin y değerini birlikte aldığı durum

$$p(X = x, Y = y) = p(x, y)$$

Temel Olasılık

- **Bağımsız rassal değişkenler**

$$\text{X ve Y bağımsız} \iff p(x,y) = p(x) \cdot p(y)$$

- **Bir zar ve bozuk para birlikte atılıyor. Zarın üst yüzeyine 5 ve bozuk paranın üst yüzeyine tura gelme olasılığı nedir?**

$$p(Z=5) = \frac{1}{6}$$

$$p(P=T) = \frac{1}{2}$$

$$p(Z=5 \wedge P=T) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$$

Temel Olasılık

- **Koşullu Olasılık (Conditional Probability) : rassal değişkenler birbirleri hakkında bilgi taşır**

$$p(x|y) = p(X = x|Y = y)$$
$$= \frac{p(x,y)}{p(y)}$$

$$\text{X ve Y bağımsız} \iff p(x|y) = \frac{p(x)p(y)}{p(y)}$$
$$= p(x)$$

Temel Olasılık

- **Zarın üst yüzüne çift ve 4'ten büyük bir değer gelme olasılığı nedir?**

$$p(Z = even \wedge Z > 4) = p(Z = even | Z > 4) \times p(Z > 4)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6} \qquad \frac{\{6\}}{\{5,6\}} \qquad \frac{\{5,6\}}{\{1,2,3,4,5,6\}}$$

$$p(Z = even \wedge Z > 4) = p(Z > 4 | Z = even) \times p(Z = even)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{6} \qquad \frac{\{6\}}{\{2,4,6\}} \qquad \frac{\{2,4,6\}}{\{1,2,3,4,5,6\}}$$

Temel Olasılık

- **Koşullu Olasılık**

$$p(x|y,z) = \frac{p(y|x,z)p(x|z)}{p(y|z)}$$

$$\text{X ve Y bağımsız} \iff p(x,y|z) = p(x|z)p(y|z)$$

$$\text{Koşullu bağımsızlık : } p(x|z) = p(x|z,y)$$

Temel Olasılık

- **Koşullu Olasılık**

$$p(x|y,z) = \frac{p(y|x,z)p(x|z)}{p(y|z)}$$

Bayes kuralından sonra anlamlı

$$\text{X ve Y bağımsız} \iff p(x,y|z) = p(x|z)p(y|z)$$

$$\text{Koşullu bağımsızlık}: p(x|z) = p(x|z,y)$$

Z bilindiği durumda Y, X’e ilişkin hiç bir bilgi taşımıyorsa

Temel Olasılık

- **Toplam Olasılık Teorisi (Theorem of Total Probability) = Marjinal Olasılık (Marginal Probability)**

$$p(x) = \sum_y p(x|y)p(y)$$

$$p(x) = \int p(x|y)p(y)dy$$

Temel Olasılık

- **Bayes Kuralı**

$$p(x,y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\sum_{x'} p(y|x')p(x')}$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\int p(y|x')p(x')dx'}$$

Temel Olasılık

- **Bayes Kuralı**

$$p(x,y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\sum_{x'} p(y|x')p(x')}$$

$$p(x|y) = \frac{p(y|x)p(x)}{p(y)} = \frac{p(y|x)p(x)}{\int p(y|x')p(x')dx'}$$

Prior Probability

Posterior Probability

Data

Temel Olasılık

- **Rassal değişkenin doğrusal fonksiyonunun beklenen değeri ve varyansı**
- **X bir rassal değişken olmak üzere**
- **Y=aX+b ise**

$$\bar{Y} = E[Y] = E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$Var(Y) = E\left[\left(Y - \bar{Y}\right)^2\right] = a^2 Var(X)$$

Temel Olasılık

- **Bir olasılık dağılımının entropisi**
- **x'in taşımış olduğu bilgi**

$$\begin{aligned} H_p(x) &= E[-\log_2 p(x)] \\ &= -\sum_x p(x)\log_2 p(x) \\ &= -\int p(x)\log_2 p(x)dx \end{aligned}$$

Temel Olasılık

- **Bir olasılık dağılımının entropisi**
- **x'in taşımış olduğu bilgi**

$$
\begin{aligned}
H_p(x) &= E[-\log_2 p(x)] \\
&= -\sum_x p(x)\log_2 p(x) \\
&= -\int p(x)\log_2 p(x)dx
\end{aligned}
$$

X kaç bitle kodlanabilir

Durum Tahmini

- **Tanımlar**
  - Durum : Robot ve ortama ilişkin tahmin yürütülen bütün tanımlayıcı bilgiler
    - Robot konum, hız, eklem açıları bilgisi
    - Ortamdaki ayırt edici sabit obje ve özelliklerin konum, hız bilgisi
    - Ortamdaki hareketli objelerin konum, hız bilgisi

$$\boldsymbol{x_t}$$

Durum Tahmini

- **Tanımlar**
  - Ölçüm : Ortama ilişkin anlık ölçüm, kamera, lazer...

$$\boldsymbol{z_t}$$

  - Kontrol : Durum geçişine sebep olacak işlemler, robotun hareket etmesi

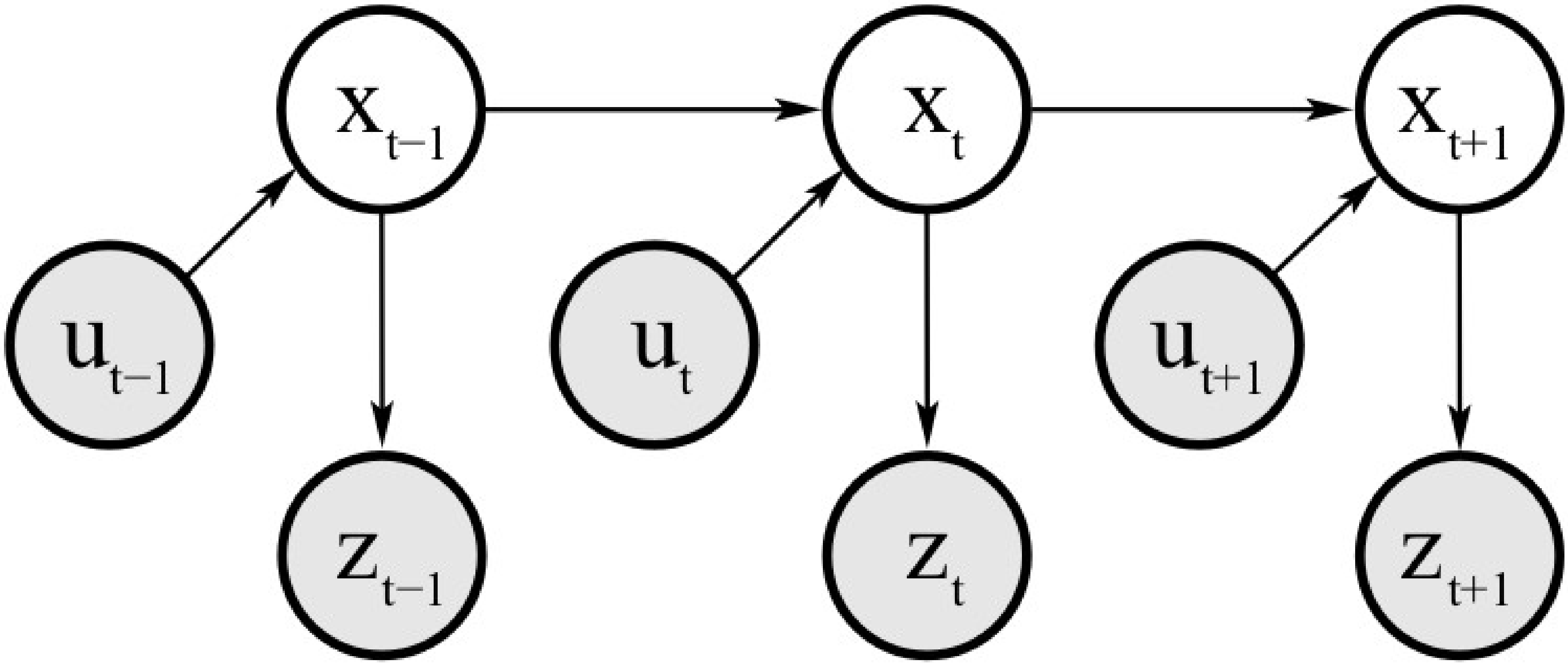
$$\boldsymbol{u_t}$$

Durum Tahmini

- **Mobil robot : hareket, ölçüm hatalı ve bir belirsizlik taşıyor. Buradan hareketle, robot belirli hareketleri yaptığında ve çeşitli ortam ölçümleri yaptığında robot konumunu belirlemek istesek:**

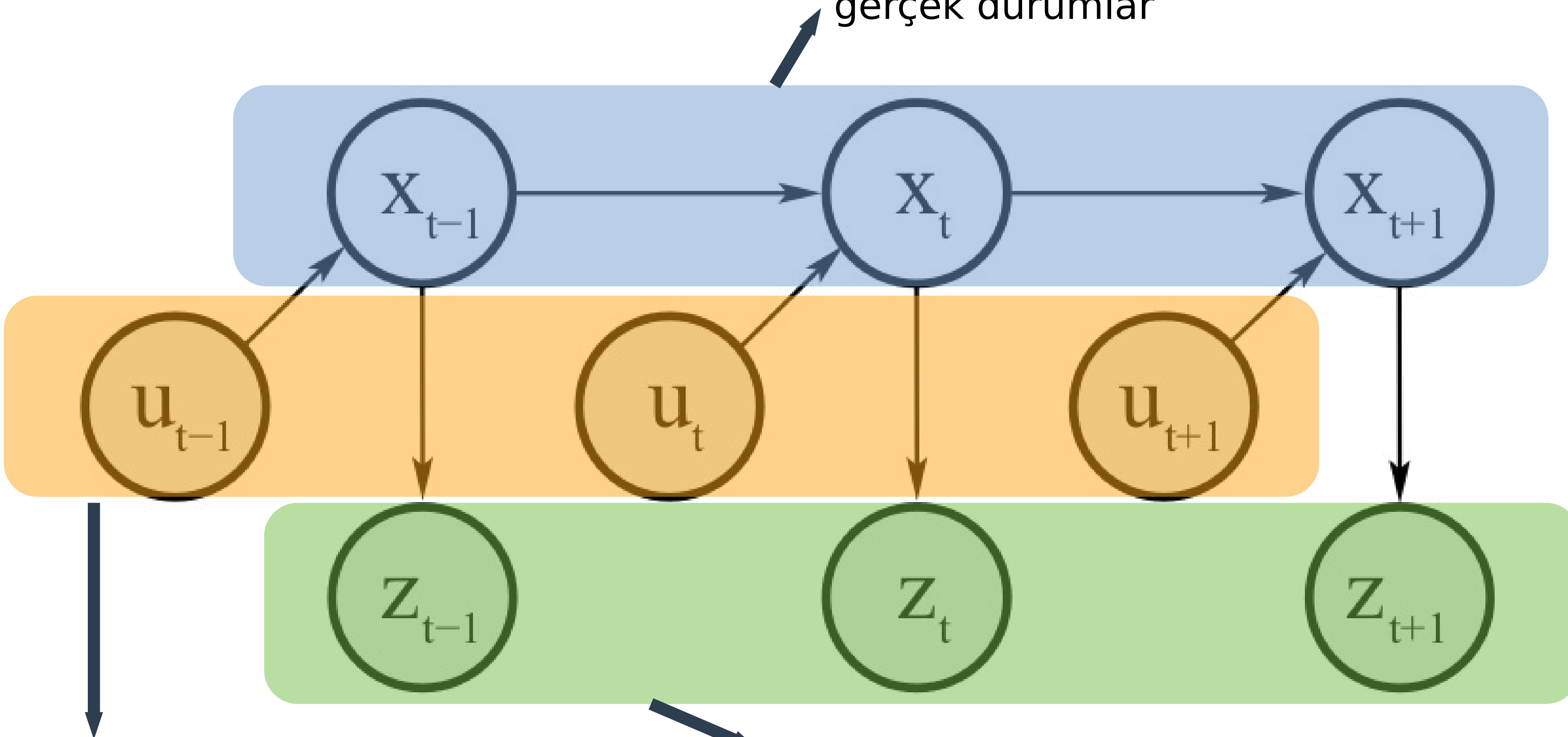
  (burdan sonrasında önce bir kontrol işareti yürütüldüğü, sonrasında bir ölçüm yapıldığı varsayılmıştır)

Durum Tahmini



Durum Tahmini

Doğrudan gözlemlenemeyen
gerçek durumlar



Durum geçişi sağlayan
kontrol işaretleri

Gözlemler. “noisy projections of the state”

Durum Tahmini – Hareket modeli

- x_0 ilk konum
- $x_{1:t-1}$ tüm konumların bilgisi
- $z_{1:t-1}$ tüm ölçümlerin bilgisi
- $u_{1:t-1}$ tüm kontrol işaretlerinin üzerine bir de
- u_t yeni kontrol bilgisi eklenirse

herhangi bir x_t (sonraki durum) konumunda bulunma olasılığımızdır:

$$p(x_t | x_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

Durum Tahmini - Hareket modeli

- **x_{t-1} önceki konumlar, önceki kontrol işaretleri ve önceki ölçümler ile tahmin edilebildiğinden:**

$$p(x_t|x_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(x_t|x_{t-1}, u_t)$$

Koşullu bağımsızlık

Durum Tahmini – Ölçüm Modeli

- **Belirli bir konumdayken nasıl yeni bir ölçüm yapabileceğimizi modelleyebiliriz**

$$p(z_t | x_{0:t}, z_{1:t-1}, u_{t-1})$$

- **Koşullu bağımsızlıktan faydalanarak**

$$p(z_t | x_{0:t}, z_{1:t-1}, u_{t-1}) = p(z_t | x_t)$$

Durum Tahmini

- **ölçüm olasılığı (measurement probability)**

$$p(z_t|x_t)$$

- **durum geçiş olasılığı (state transition probability)**

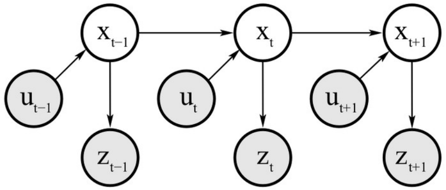
$$p(x_t|x_{t-1}, u_t)$$

Durum Tahmini

- **ölçüm olasılığı (measurement probability)**

hidden Markov model (HMM)
dynamic Bayes network (DBN)

$$p(z_t | x_t)$$



- **durum geçiş olasılığı (state transition probability)**

$$p(x_t | x_{t-1}, u_t)$$

Durum Tahmini – Belief - İnanç

- **Durumun doğrudan ölçülemediğinde durum tahmini tekrarlı 2 adımda gerçekleştirilir.**
  - Robot sadece iç sensörleriyle ölçebileceği bir kontrol işareti yürütmüşse (PREDICTION)

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

  - Robot dış sensörleriyle ortama ilişkin bir ölçüm yapmışsa (CORRECTION)

$$bel(x_t) = p(x_t | z_{1:t}, u_{1:t})$$

Durum Tahmini – Belief - İnanç

- **İnanç tüm x_t 'leri kapsayan bir olasılık dağılımını verir, sadece bir x_t için olasılık değerini değil**

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

$$bel(x_t) = p(x_t | z_{1:t}, u_{1:t})$$

Bayes Filtresi

- **Amaç :**

$$bel(x_t) = p(x_t | z_{1:t}, u_{1:t})$$

- **bel(x_0) uygun şekilde ilklendirilmiş ise Bayes kuralı uygulayarak:**

$$p(x_t | z_{1:t}, u_{1:t}) = \frac{p(z_t | x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t}) p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})}{p(z_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})}$$

$$= \eta p(z_t | x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t}) p(x_t | z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

Bayes Filtresi

- **Bayes kuralı ve koşullu olasılığa göre:**

$$p(a|b,c) = \frac{p(b|a,c)p(a|c)}{p(b|c)}$$

$$p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) = \frac{p(z_t|x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})}{p(z_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})}$$

$$= \eta p(z_t|x_t, z_{1:t-1}, u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

Bayes Filtresi

- **Koşullu bağımsızlık kuralına göre:**

  c, b verildiğinde a’ya ilişkin bir bilgi taşımıyorsa

$$p(a|b,c) = p(a|b)$$

$$p(x_t|z_{1:t},u_{1:t}) = \eta p(z_t|x_t,z_{1:t-1},u_{1:t})p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t})$$
$$= \eta p(z_t|x_t)p(x_t|z_{1:t-1},u_{1:t})$$

Bayes Filtresi

- **Elde edilen PREDICTION terimi yerine yazılırsa bel(x_t), $\overline{\text{bel}}$(x_t) cinsinden yazılmış olur**

$$
\begin{aligned}
p(x_t|z_{1:t}, u_{1:t}) &= \eta p(z_t|x_t) p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t}) \\
&= \eta p(z_t|x_t) \overline{bel}(x_t)
\end{aligned}
$$

Bayes Filtresi

- $\overline{bel}(x_t)$ terimi koşullu toplam olasılık kuralına göre yazılırsa:

$$p(a|b) = \int p(a|b,c)p(c|b)dc$$

$$\overline{bel}(x_t) = p(x_t|z_{1:t-1}, u_{1:t})$$

$$= \int p(x_t|x_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t})p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t})dx_{t-1}$$

Bayes Filtresi

- **Koşullu bağımsızlık kuralına göre**

c, b verildiğinde a’ya ilişkin bir bilgi taşımıyorsa

$$p(a|b,c) = p(a|b) \qquad p(a|b,c) = p(a|b)$$

$$\overline{bel}(x_t) =$$

$$= \int p(x_t|x_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, t)p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1}, t)dx_{t-1}$$

$$= \int p(x_t|x_{t-1}, u_t)p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})dx_{t-1}$$

Bayes Filtresi

- **Elde edilen CORRECTION terimi yerine yazılırsa $\overline{bel}(x_t)$, $bel(x_{t-1})$ cinsinden yazılmış olur**

$$bel(x_{t-1}) = p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})$$

$$\begin{aligned}\overline{bel}(x_t) &= \int p(x_t|x_{t-1}, u_t)p(x_{t-1}|z_{1:t-1}, u_{1:t-1})dx_{t-1} \\ &= \int p(x_t|x_{t-1}, u_t)bel(x_{t-1})dx_{t-1}\end{aligned}$$

Bayes Filtresi - Algoritma

Algorithm 1: Bayes Filter

input : $bel(x_{t-1}), u_t, z_t$

output: $bel(x_t)$

$\eta \leftarrow 0;$

forall x_t **do**

  $\overline{bel}(x_t) = \int p(x_t | x_{t-1}, u_t) bel(x_{t-1}) dx_{t-1};$

  $bel(x_t) = p(z_t | x_t) \overline{bel}(x_t)\ ;$

  $\eta \leftarrow \eta + bel(x_t);$

end

forall x_t **do**

  $bel(x_t) \leftarrow \frac{1}{\eta} bel(x_t);$

end