

## ÇIKMIŞ SORULAR - 2 (MAT1071 MAT.1)

(2017-Mazeret)

1) Ortalama Değer Teoremini kullanarak, her  $x > 0$  sayısı

için,

$$\frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$$

esitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.

(2017-Final)

2)  $f(x) = \arcsin x + \frac{\pi}{2} \sqrt{1-x^2}$  fonksiyonunun  $[0,1]$  aralığında Rolle Teoreminin hipotezlerini sağladığını gösteriniz ve ilgili  $c$  sayılarını bulunuz.

(2018-2.vize)

3) Ortalama Değer Teoremini kullanarak,  $x > 1$  için,

$$\ln x < x-1$$

esitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.

(2018-Mazeret)

$$4) f(x) = \begin{cases} 4, & x=0 \\ -x^2+4x-m, & 0 < x < 1 \\ nx-k, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun  $[0,2]$  aralığında Ortalama Değer Teoremini sağlayabilmesi için  $m, n$  ve  $k$ 'nin alacağı değerleri bulunuz.

(2017-1.vize)

5) Ortalama Değer Teoremini kullanarak, her  $a > 0$  sayısı

için,

$$\frac{1}{3(a+1)^{2/3}} < \sqrt[3]{a+1} - \sqrt[3]{a} < \frac{1}{3a^{2/3}}$$

esitsizliğinin sağlandığını ispatlayınız.

(2016 - Final)

6)  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+4}$  ile tanımlı olan  $f$  fonksiyonuna  $[-1,1]$  aralığında Rolle Teoremi uygulanabilir mi? Eğer uygulanabilirse, teoremi sağlayan  $c$  değerlerini bulunuz.

(2015-1. vize)

7) Eğer  $f(0) = -3$  ve her  $x \in \mathbb{R}$  için  $f'(x) \leq 5$  ise  $f(2)$  nin alabileceği en büyük değeri Ortalama Değer Teoreminden yararlanarak bulunuz.

(2016-2. vize)

8)  $a, b \in \mathbb{R}$  ve  $b > a$  olmak üzere, Ortalama Değer Teoremini kullanarak,

$$|\sin(2a) - \sin(2b)| \leq 2|a-b|$$

esitsizliğinin sağlandığını gösteriniz.

(2016-4. vize)

9)  $f(x) = 5x^{2/3} - 2x^{5/3}$  fonksiyonunun kritik noktalarını bulup sınıflandırınız.

(2016-4. vize)

10)  $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$  fonksiyonunun artan / azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.

(2017 - Final)

11)  $f(x) = x\sqrt{16-x^2}$  fonksiyonunun yerel ve mutlak ekstremum değerlerini bulunuz.

(2018-Final)

12)  $f(x) = x\sqrt{x-x^2}$  fonksiyonunun  $[0,1]$  aralığındaki mutlak maksimum ve mutlak minimum değerlerini bulunuz.

(2016-Mazeret)

13)  $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 3$  fonksiyonunun,

a) Artan / azalan olduğu aralıkları, varsa maksimum, minimum değerlerini,

b) Aşağı / yukarı konkav olduğu aralıkları, varsa büküm noktalarını bulunuz.

(2017-Mazeret)

14)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-4}$  ile tanımlı  $f$  fonksiyonunun tanım kümesini; artan ve azalan olduğu aralıkları; varsa asimptotlarını, varsa ekstremum değerlerini; varsa büküm (dönüm) noktalarını bulunuz ve konkavlığını inceleyiniz. Tüm sonuçları tek bir tabloda göstererek  $f$  nin grafiğini çiziniz.

(2018-2.vize)

15)  $f$  fonksiyonu  $f(x) = \frac{x^3-3x^2+1}{x^3}$  olacak şekilde tanımlansın.

a) Fonksiyonun tanım kümesini bulunuz.

b) Eğer varsa,  $f$  in tüm asimptotlarını bulunuz.

c)  $f$  in artan/azalan olduğu aralıkları belirleyiniz. Eğer varsa, yerel ekstremum değerlerini bulunuz.

d)  $f$  in konkavlığını inceleyiniz ve büküm nokta(lar)ını bulunuz.



(2015 - 1. vize)

16)  $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$  ile verilen fonksiyonunun,

- a) Tanım aralığını,
- b) Varsa dikey, yatay, eğik asimptotlarını,
- c) Artan-azalan olduğu aralıkları, varsa ekstremum değerlerini,
- d) Aşağı ve yukarı konkav olduğu aralıkları, varsa büküm noktalarını bularak grafiğini çiziniz.

(2016 - 1. vize)

17)  $f(x) = \frac{x^2}{x^2-9}$  fonksiyonunun tanım kümesini, eksenleri kestiği noktaları, artan/azalan olduğu aralıkları, asimptotlarını, varsa yerel ve mutlak ekstremum noktalarını, varsa dönüm(büküm) noktalarını bulunuz ve  $y=f(x)$  eğrisinin konkavlığını inceleyiniz. Tüm sonuçları tek bir tabloda göstererek  $f$  nin grafiğini çiziniz.

(2015 - Final)

18)  $f(x) = 1 - x^2 e^{2-x}$  ile verilen  $f$  fonksiyonunun ekstremum değerlerini bulunuz.

(2014 - Bitümleme)

19)  $f(x) = x^2 - 2 \ln(1+x^2)$  ile verilen  $f$  fonksiyonunun kritik noktalarını bulup ekstremum değerlerini hesaplayınız.

(2013-Yaz)

$$20) f(x) = \begin{cases} 3 & , x=0 \\ -x^2+3x+a & , 0 < x < 1 \\ mx+b & , 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun  $[0,2]$  aralığında, Ortalama Değer Teoremi'ni sağlayabilmesi için  $a, b$  ve  $m$ 'nin alacağı değerleri bulunuz.

(2012 - 1.vize)

21)  $y=1-x$  doğrusunun eksenlerle oluşturduğu alanın değerini Alt Riemann toplamını kullanarak bulunuz.

(2013-Yaz)

$$22) \int_1^2 x^2 dx \text{ integralini Riemann toplamını kullanarak hesaplayınız.}$$

(2012-2.vize)

23)  $f$ ,  $(0, \frac{\pi}{2})$  aralığında sürekli bir fonksiyon olmak üzere;

$$\int_0^{\cos x} f(t) \cdot dt = \arctan x$$

ise  $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  değerini bulunuz.

(2014 - 1.vize)

24)  $F(x) = \int_0^x (t + 3(1-t)^{1/3}) dt$  fonksiyonunun büküm noktalarını bulunuz.

(2014 - Bütünleme)

25)  $x \geq 1$  olmak üzere  $f(x) = \int_1^x (2t)^t dt$  ise  $f''(1)$  değerini bulunuz.

(2015 - 2. vize)

26) Kalkülüsün Temel Teoremini kullanarak sürekli bir  $f$  fonksiyonu için  $x > 0$  olmak üzere eğer  $\int_0^{x^2} f(t) dt = x \arctan x$  ise  $f(1)$  değerini bulunuz.

(2016 - 2. vize)

27)  $x > -1$  ve  $f(x) = \int_{-1}^x (t^2 + 9)^{\sin t} dt$  olmak üzere  $f''(0)$  değerini bulunuz.

(2015 - 1. vize)

28) Belirli integralin ilgili özelliğini / özelliklerini kullanarak  $\int_1^4 \sqrt{1+3x^2} dx$  integrali için mümkün olan alt ve üst sınırlarını bulunuz.

(2017 - Mazeret)

29)  $x \geq 1$  olmak üzere  $f(x) = \int_2^{x+1} (t-1)^t dt$  ise  $f''(1) = ?$

(2017 - Final)

30)  $a \in \mathbb{R}$  olmak üzere,  $\forall x > 0$  için  $6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}$  eşitliğini sağlayan  $f$  fonksiyonunu ve  $a$  sayısını bulunuz.

(2018 - Final)

31)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  fonksiyonu,

$$f(x) = (3x^2 - 1) + (2 - 2x) \int_0^x t^2 f(t) dt + 2x \int_x^1 (t - t^2) f(t) dt$$

denklemini sağlayan; birinci ve ikinci türevlere sahip bir fonksiyon olsun. Buna göre  $f''(0)$  değerini hesaplayınız.



(2018-2.vize)

32)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - 2x - \int_1^{x^4} \sec^{2018}(t-1) dt}{x^{2018} - 1}$  limitini hesaplayınız.

(2017-Bütünleme)

33)  $t \geq 1$  için  $f$  türemlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,  $F$  fonksiyonu  $F(x) = \int_1^x \frac{f'(t)}{1+[f(t)]^2} dt$  ile tanımlansın.  $F$ ,  $x=c$  de bir maksimuma sahip ise,  $f$  fonksiyonunun da  $x=c$  de bir maksimuma sahip olduğunu gösteriniz.

(2016-Final)

34)  $F(x) = \int_0^{x^2} e^{-t^2} dt$  olsun.  $F(x)$  fonksiyonunun artan, azalan, yukarı ve aşağı konkav olduğu aralıkları bulunuz.  $F(x)$  fonksiyonunun yerel ekstremum değerlerini belirleyiniz.

(2017-1.vize)

35)  $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$  ile tanımlı  $f$  fonksiyonunun tanım kümesini, artan ve azalan olduğu aralıkları; varsa asimptotlarını; varsa ekstremum değerlerini; varsa büküm(dönüm) noktalarını bulunuz ve konkavlığını inceleyiniz. Tüm sonuçları tek bir tabloda göstererek  $f$  nin grafiğini çizin.