

radio receiver radyo sinyali \rightarrow ses

audio amplifier ses \rightarrow ses

microphone ses \rightarrow elektrisel sinyal

Signal in \rightarrow **system** \rightarrow signal out

* Sistemler girdiyi

çıkıya döndürd. için

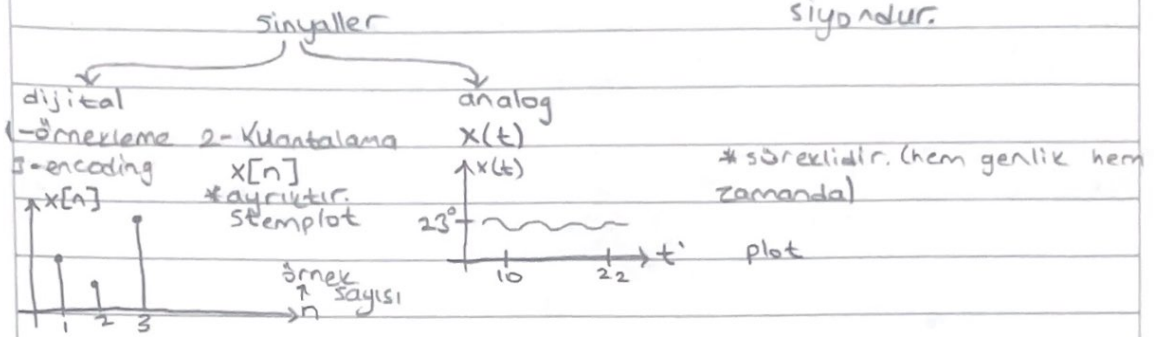
fonk. gibi davranır.

* Sinyal herhangi bir

fiziksel olay hakkında

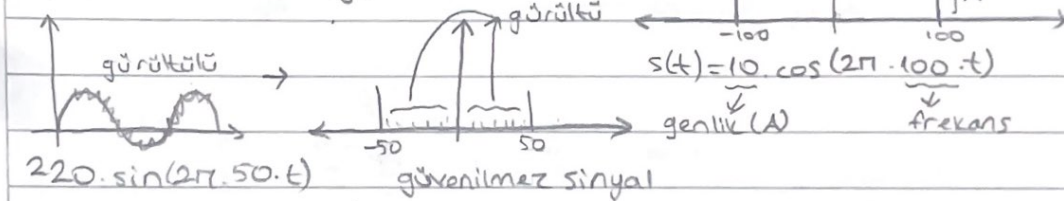
büyüklik taşıyan fonk-

siyondur.

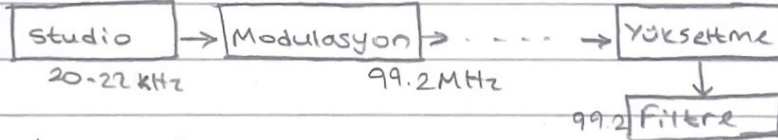


Frequency Domain: Herhangi bir sinyali sinüzoid sinyallerin toplamı olarak yazabiliriz.

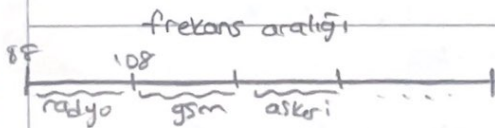
Frekans: Sinyalin içindeki oranlarla ilgilendir. (limonata örneği)



A.M. / F.M.



$\lambda = \frac{c}{f}$ * frekans artarsa dalga boyu azalır ve daha küçük antenlerle yakalanabilir.



* Gösterim basit ve kolay sistemin karakteristiğini analiz etmeye yarar.

Sinyallerin Sınıflandırılması:

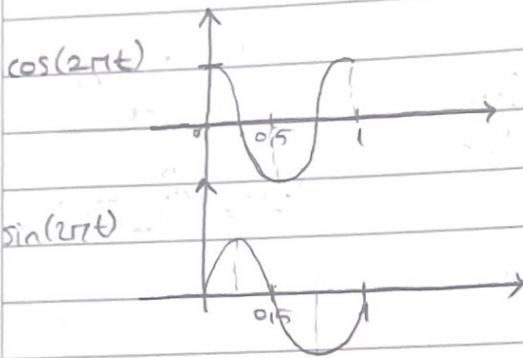
- 1-Digital - Analog
- 2-Discrete - Continuous
- 3-Periyodik - Aperiyojik
- 4-causal, Anti-causal non-causal
- 5-odd-even signals
- 6-Deterministic random
- 7-Enerji-güç

Discrete - Continuous:

$$x(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t + \phi)$$

\downarrow genlik \downarrow (Hz) frekans \downarrow phase angle (radyan)

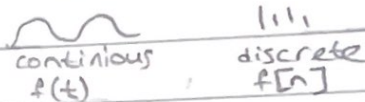
$\omega = \text{angular frek. (radyan/s)}$
 \rightarrow eksende ölçekleme miktarı



* $\cos 0.25$ sn sağa kaydırılarak \sin elde edilir. ($0.25 \text{ s} = \pi/2$) ($2\pi \times 0.25 \text{ s}$)

$$\cos(2\pi t - \pi/2) = \sin(2\pi t)$$

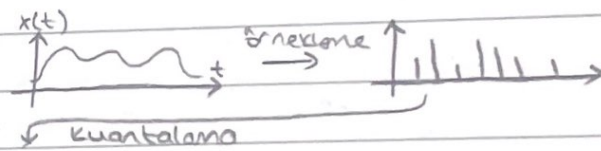
$\sin, \cos \rightarrow$ sinüsoidal signal



* Discrete örneklenmiş sinyaldir.

Analog - Digital:

- * Hem genlikte hem zamanda continuous olan analog sinyaldir.
- * Örnekleme zamanda discrete olmasını sağlar. Kuantalama genlikte discrete olmasını sağlar.



Periyodik - Aperiyojik:

- * Kendini T zaman sonra tekrar eden sinyal periyodiktir.

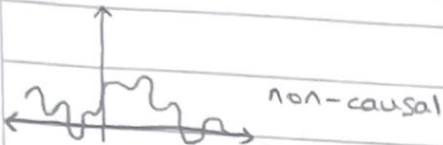
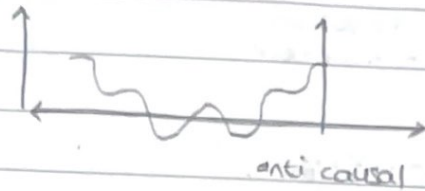
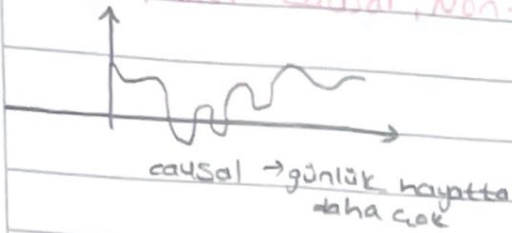
$$f(t) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 10 \cdot t) \quad T = 1/10$$

$$f(t) = f(t+T) \quad 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 10 \cdot t) = 10 \cdot \sin(2\pi \cdot 10 \cdot (t + 1/10))$$

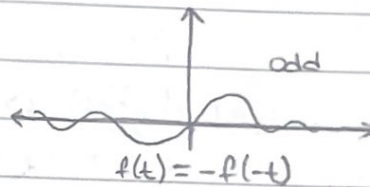
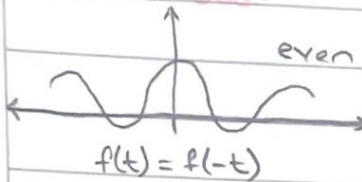
$$\sin(20t) = \sin(20t + 2\pi)$$

- * Periyodu yüksek olanın periyodu ortak periyod kabul edilir.

Causal, Anti-Causal, Non-Causal:



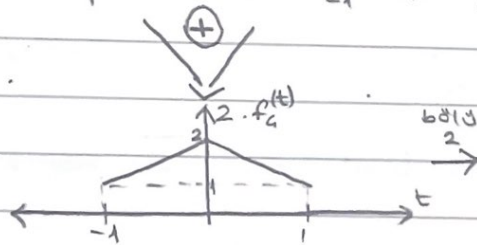
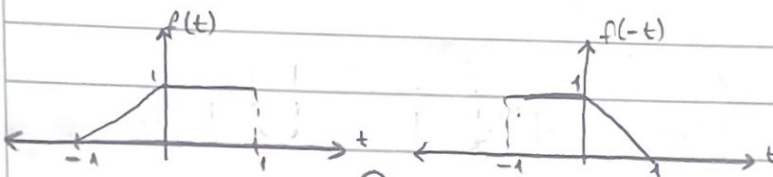
Even vs. Odd:



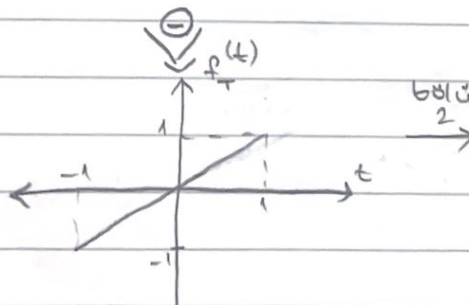
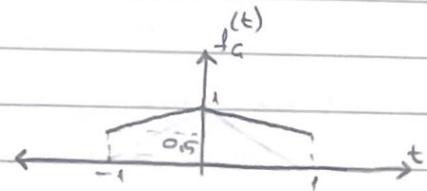
$$f(t) = f_e(t) + f_o(t)$$

$$f_e(t) = \frac{f(t) + f(-t)}{2}$$

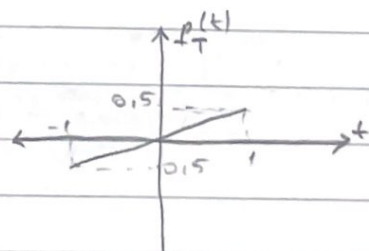
$$f_o(t) = \frac{f(t) - f(-t)}{2}$$



bölü 2



bölü 2

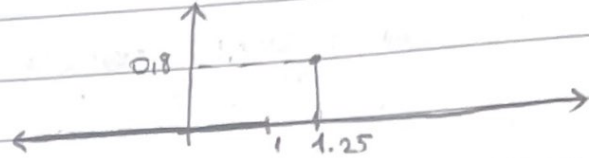


Deterministic Random:

*Çıkışı bir fonksiyona bağlı sinyal deterministiktir.

*Deterministic sinyale gürültü binerse random sinyal olur.

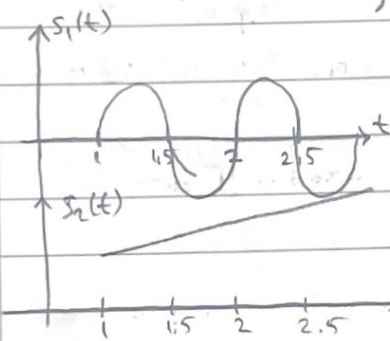
$$f(t) = \begin{cases} \sin(2\pi t)/t & t > 1 \\ 0 & t < 1 \end{cases}$$



$$f(1.25) = \frac{\sin(2 \cdot 5\pi)}{1.25} = 0.8$$

bu şekilde ifade edilebilir.

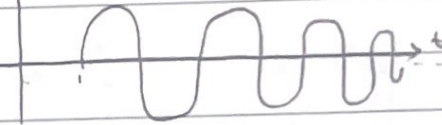
$$g(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{t}, t > 1 \quad \left\{ \quad g(t) = \frac{s_1(t)}{s_2(t)}, t > 1 \right.$$



$$s_1(t) = \sin(2\pi t), t > 1$$

$$s_2(t) = t, t > 1$$

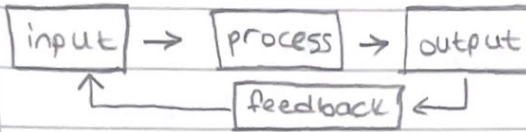
g(t) sönümlenen sinyal



amaç gerçekleştirmek

Sistem: Genel olarak tanımlı bir nesneyi oluşturmak için bir araya getirilmiş elementler olarak tanımlanabilir. Ama tanımı kullanım alanına göre değişir. Budaş için;

Sistem: multiple parts working together for a common purpose.
 - input, process, outputs vardır. - model kullanılarak açıklanır.
 - feedback önemlidir.



Sinyal: Fiziksel miktarla ifade edilen, bilgi saklayan değişkenlerdir.

Transducers: Enerjiyi bir formdan başka forma çeviren cihazdır. Sinyal işlemede enerjiyi değil bilgi transferinde kullanılır.

input transducer } non-electrical signal → electrical signal } output da tam tersini yapar
 transducer → sensor (input)
 ↳ actuator (output)

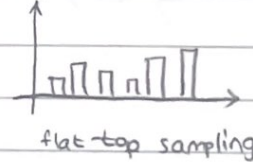
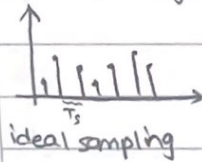
Analog → Dijital Dönüşümü:

- 1- Filtering
- 2- Sampling
- 3- Quantization
- 4- Binary encoding

Filtering: Örneklem oranında etki edecek max frekans sınırı koymak için yapılır.

Sampling: Eşit zaman aralıklarıyla alınmış, Sinyali temsil eden bloşun sonuçlarıdır.

Her T_s saniyede örneklenir. f_s → Örnekleme frekansı



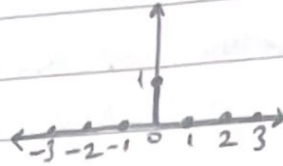
*Örnekleme yaparken küçük ve hızlı değişimleri kayırabiliriz, zaman belirsizliği yaşayabiliriz.

NOT: According to the Nyquist theorem, the sampling rate must be at least 2 times the highest frequency contained in the signal
 $f_s \geq 2f_m$

06/03/2024

Sinyaller ve Sistemler

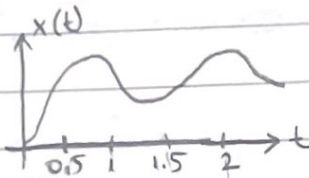
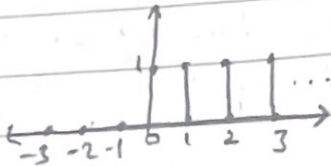
$$\delta[n] = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$



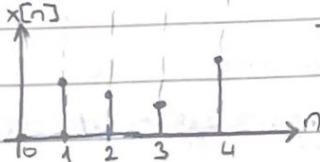
*n temel discrete timesinyali dir. Bütün fonk-lar (discrete) An cinsinden ifade edilebilir.

$$u[n] = \begin{cases} 1, & n \geq 0 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

(unitstep)



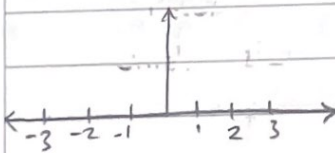
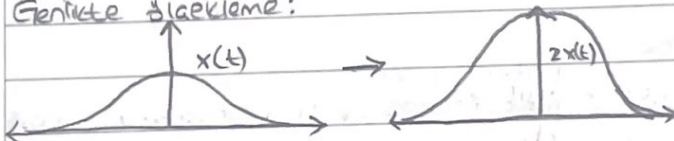
$$\text{NOT: } x[n] = x(n \cdot T_s)$$



$$\begin{aligned} T_s = 0.5 \rightarrow & x[0] = x(0) \\ & x[1] = x(T_s) \\ & x[2] = x(2T_s) \\ & x[3] = x(3T_s) \\ & x[4] = x(4T_s) \end{aligned}$$

Sinyallerde Operasyonlar:

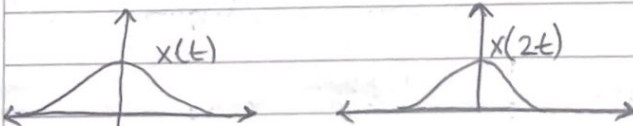
(Amplitude Scaling)
Genlikte Ölçme:



Zamanda Ölçme: Verilmiş $x[n]$ veya $x(t)$ 'den $z[n]$ veya $z(t)$

elde edilir. $x(bt) = z(t)$ $0 < b < 1$ veya $b > 1$

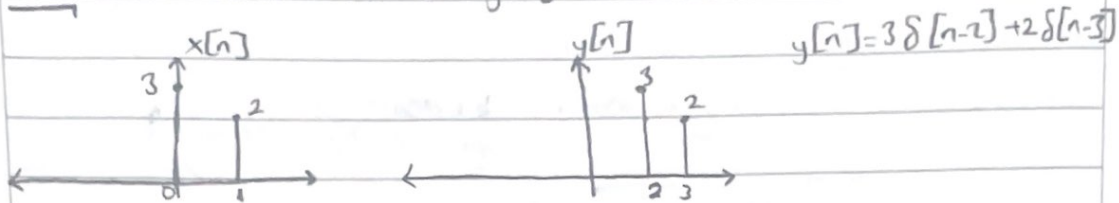
upsampling, interpolation downsampling, decimation



Time Reversal: t 'yi $x(t)$ eksenine göre aynılamaktır. ($t \rightarrow -t$)

Time shift: Sinyali t ekseninde öteleme. $x(t-t_1) \rightarrow$ sağa öteleme
 $x(t+t_2) \rightarrow$ sola
 Sağa ötelenmiş sinyal gecikmiş sinyal, sola ötelenmiş sinyal önde sinyaldir.

Ör: $x[n] = 3\delta[n] + 2\delta[n-1]$ $y[n] = x[n-2]$ çiziniz.



Periyodik Sinyaller:

$x(t) = x(t_0 + t)$ olan $T_0 > 0$ için $x[n+N_0] = x[n]$, en küçük N_0 için periyodiktir.

Periodic Extension:

* Periyodik olmayan bir sinyali periyodik hale getirmektir.

Complex Signals:

* Tek sinyal içinde 2 farklı sinyal göndermek istediğimizde kullanılır.

$z = x + jy$
 $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\theta = \tan^{-1}(y/x)$
 $z = r \cdot e^{j\theta} \rightarrow$ polar gösterim
 Euler denk. $\rightarrow e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$
 $r(\cos\theta + j\sin\theta) \rightarrow z = \underbrace{r\cos\theta}_x + j\underbrace{r\sin\theta}_y$

Signal Energy and Power:

$E_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt$ } enerji denklemi
 $P = \frac{E}{T}$ $R = 1\Omega$ alınır.
 $E = Pt$

Ör: $x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ e^{-t}, & t \geq 0 \end{cases}$

$P_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{E}{2T}$

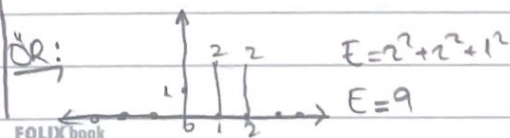
* $P=0$ ise enerji sinyali, $E=\infty$ ise güç sinyali.

$E = \int_0^{\infty} |e^{-t}|^2 dt = \frac{1}{2}$

$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{4T} = 0$

$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$ } Ayrık zamanda enerji formülü

$= \frac{e^{-2t}}{-2} \Big|_0^{\infty} = \frac{0}{-2} - \frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$



Complex Sinusoids:

$$A \cdot e^{j(\omega t + \theta)} = A [\cos(\omega t + \theta) + j \sin(\omega t + \theta)]$$

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

complex sinusoid

$$x(t) = A \cos(2\pi f t + \theta) \quad | \quad x(t) = \cos(\omega t + \theta)$$

Damped or Growing Sinusoids:

↳ gittikçe azalan

↳ gittikçe artan

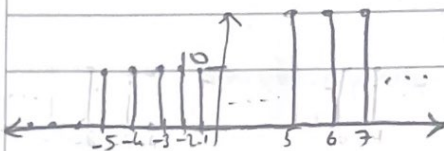
* exponential signal 'in sin ya da cos ile carpımı ile olur.

$$x(t) = e^{\sigma t} \cos(\omega t + \theta)$$

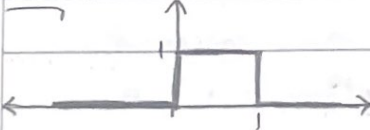
Unit Step Signal:

$$g[n] = 10u[n-5] + 10u[n+5]$$

$$y[n] = \begin{cases} 10, & -5 \leq n \leq 5 \\ 20, & n \geq 5 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$



$$u(t) = u(t) - u(t-1)$$

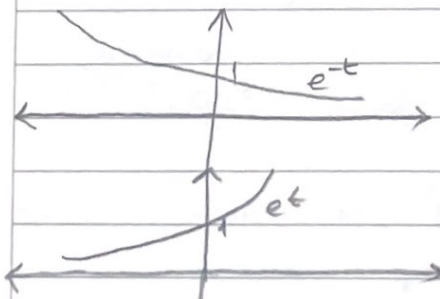


Unit Ramp:

$$r(t) = \begin{cases} t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} = \int_{-\infty}^t \underbrace{u(\tau)}_{\text{unit step}} d\tau$$

Exponential Signals:

$$x(t) = e^{\sigma t} \quad \begin{matrix} \sigma < 0 \text{ ise azalan} \\ \sigma > 0 \text{ ise artan} \end{matrix}$$

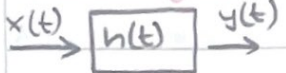


Unit Triangle

$$\Delta(t) = \begin{cases} 1-t, & 0 \leq t < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$



Korrelasyon



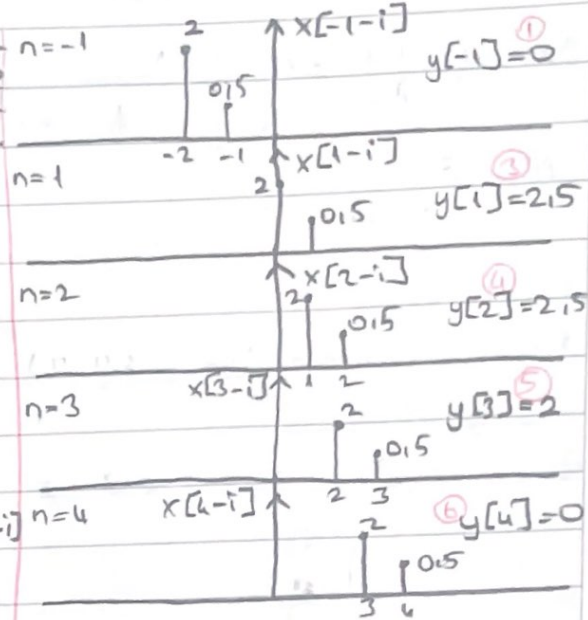
konv. işareti değil

$$y(t) = h(t) * x(t)$$

$$= x(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) \cdot h(t-\tau) d\tau$$

* girişini ve işle-
yisini bildiğimiz
sistemlerin çıktı-
larını bulabiliriz.



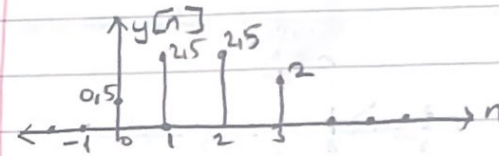
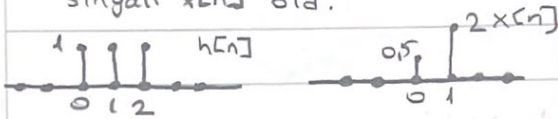
Ayrık Zamanlıda:

$$x[n] \rightarrow [h[n]] \rightarrow y[n] = x[n] * h[n]$$

$$y[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i] \cdot h[n-i]$$

* Soruda lineer zamanda değişmeyen sistem demeli.

ÖR: Birim dürtü yanıtı $h[n]$ ve giriş sinyali $x[n]$ old.



Pratik Yol:

* Sabit tuttuğumuz $n=0$ 'den itibaren yazılır.

* Diğerleri aynalanır ve kaydırılarak toplanır.

a) İşaretlerin mat. ifadesini yazınız.

$$x[n] = 0.5\delta[n] + 2\delta[n-1]$$

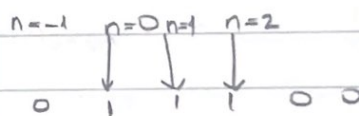
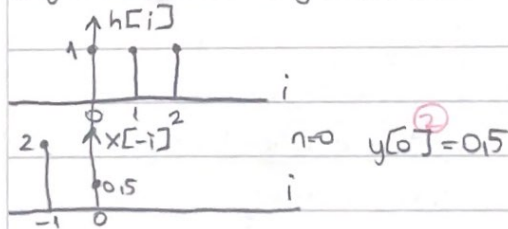
$$h[n] = \delta[n] + \delta[n-1] + \delta[n-2]$$

b) $y[n]$ hesaplayınız.

① $h[i]$, $x[-i] \rightarrow$ kısa olan kaydırılır.

② $n \rightarrow x[n-i] \rightarrow n$ kadar ötelenir.

③ $y[n] = 1$ bulunur.



2	0.5	$y[0] = 0.5$
2	0.5	$y[1] = 2.5$
2	0.5	$y[2] = 2.5$
2	0.5	$y[3] = 2$
2	0.5	
0		

ÖR: $x(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$ $h(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{aksi halde} \end{cases}$ Dörtü Yanıtının Nedenselliği

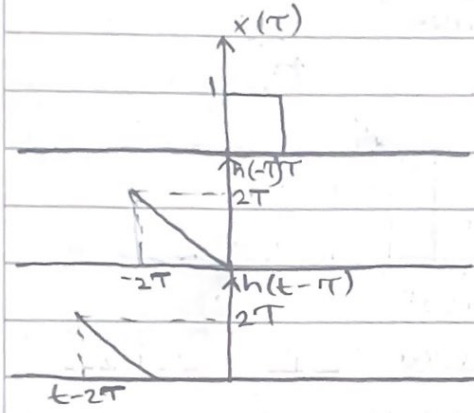
$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

① $x(\tau)$, $h(-\tau)$

② h 'in alt indislerini bari. $h(t-\tau)$

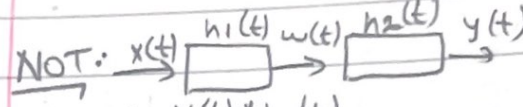
③ bölgeleri belirle

④ her bölge için integral hesabı yap.



$\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$
 $\rightarrow t-\tau \geq 0, h=0$

$\int_{-\infty}^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau$ nedensellikte bu formül kullanılır.

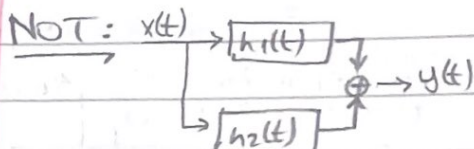


$$w(t) = x(t) * h_1(t)$$

$$y(t) = w(t) * h_2(t)$$

$$= (x(t) * h_1(t)) * h_2(t)$$

$$= x(t) * \underbrace{(h_1(t) * h_2(t))}_{h_T(t)}$$



$$x(t) * (h_1(t) + h_2(t)) = y(t)$$

Bölgeler:

B1 - hiç kesismeme: $-\infty < t < 0, y(t) = 0$

B2 - kısmen kesisme: $0 \leq t < T$

B3 - tam " : $T \leq t < 2T$

B4 - kısmi " : $2T \leq t < 3T$

B5 - hiç kesismeme: $t \geq 3T, y(t) = 0$

NOT: Yukarıdaki özellikler ayrık zamanda da geçerlidir.

$$\text{NOT: } x[n] * \delta[n] = x[n]$$

$$x(t) * \delta(t) = x(t)$$

$$\text{NOT: } x(t) * \delta(t-a) = x(t-a)$$

$$x[n] * \delta[n-a] = x[n-a]$$

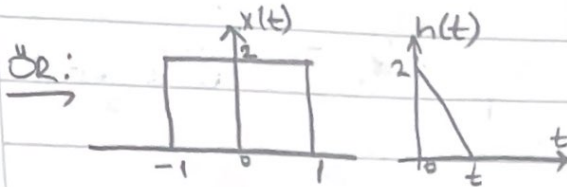
ÖR: $x(t) = \cos(2\pi 100t)$
 $h(t) = 0,5 \delta(t-2) + 0,5 \delta(t+2)$
 $y(t) = ?$
 $\cos(2\pi 100t) * 0,5 \delta(t-2) + \cos(2\pi 100t) * 0,5 \delta(t+2)$

FOLIX book $0,5 \cos(2\pi 100(t-2)) + 0,5 \cos(2\pi 100(t+2))$

Ör: $x[n] = 2\delta[n] + 3\delta[n-1]$

$h[n] = \delta[n-2]$ $y[n] = ?$

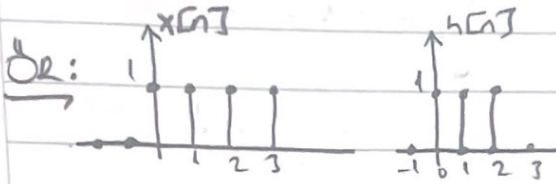
$y[n] = 2\delta[n-2] + 3\delta[n-3]$



* Analog sistemler sabit katsayılı diferansiyel denklemler ile ifade edilir.

$$\frac{d^k y(t)}{dt^k} = D^k y(t)$$

zero state: 0 anındaki değer
zero input: homojen denklemin kuma-ya yaran.



Ör: $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} - 3\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = \frac{d^2 f(t)}{dt^2}$

IC ver: $y(0) = 0, y'(0) = -5$

NOT: Ölevde 1. soruda n ve m fonksiyonun 0 noktasının indis değerinin kaçınıcı indiste olduğunu tutar.

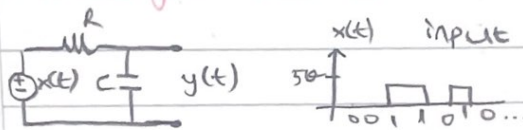
$D^2 y(t) - 3D^1 y(t) + 2y(t) = D^2 f(t)$

$y(t) [D^2 - 3D + 2] = D^2 f(t)$

Karakteristik denklemin zero input:

$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0 \Rightarrow (\lambda + 2)(\lambda + 1) = 0$
 $\lambda_1 = -2, \lambda_2 = -1$
karakt. kök

Diferansiyel Denklemler:



$y(t) = y_{zi}(t) + y_{zs}(t)$

$x(t) = v_R(t) + y(t)$

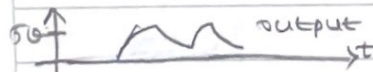
$v_R(t) = Ri(t)$ $i(t) = C \frac{dy(t)}{dt}$

$y_{zi}(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$
 $= C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-t}$

başlangıç koşulları: $C_1 + C_2 = 0$ $+C_1 + 2C_2 = +5$

$C_2 = 5$ $C_1 = -5$

$y_{zi}(t) = -5e^{-2t} + 5e^{-t}$



* λ sistemin nasıl davranacağını gösterir. kökün sıfırdan büyük olması daha iyidir.

* Output inputten smoother versiyonu

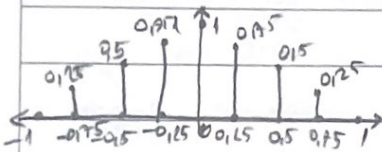
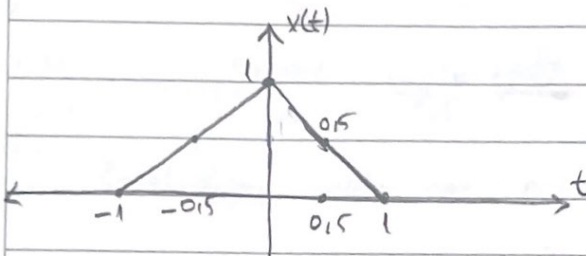
$$\text{ÖR: } x(t) = \begin{cases} 1-|t|, & -1 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{diğer} \end{cases}$$

a) $T_s = 0.25s$ ($f_s = 4Hz$) b) $T_s = 0.5s$

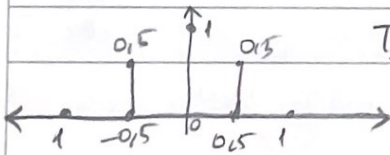
c) $T_s = 1s$

iken $x[n]$ 'i elde ediniz.

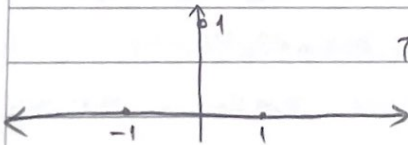
$$\begin{cases} t \geq 0, & 1-t \\ t < 0, & 1+t \end{cases}$$



$T_s = 0.25s$



$T_s = 0.5s$



$T_s = 1s$

ÖR: $x(t) = e^{jt}$ çift ve tek bi-
leşenlerini bulunuz.

$$x_e(t) = \frac{x(t) + x(-t)}{2} \quad x_t(t) = \frac{x(t) - x(-t)}{2}$$

$$x_e = \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2} \quad x_t = \frac{e^{jt} - e^{-jt}}{2}$$

Euler'e göre:

$$x_e = \cos t \quad x_t = j \sin t$$

$$e^{jt} = \cos t + j \sin t$$

NOT: sonsuza gitmiyorsa karar-
lı (stable) olur.

NOT: cos'un veya sin'inin
değerleri 2π 'nin katı
değilse periyodik olmaz.