1) $f(x)=\begin{cases} x^2.\sin\frac{1}{x^2} & , \ x\neq 0 \\ 0 & , \ x=0 \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} \frac{1}{x^3}.\sin x^3 & , \ x\neq 0 \\ 0 & , \ x=0 \end{cases}$, $h(x)=\begin{cases} \frac{1-\cos x}{x^2} & , \ x\neq 0 \\ \frac{1}{2} & , \ x=0 \end{cases}$

şeklinde tanımlı f , g ve h fonksiyonlarının x=0 noktasındaki süreklilik durumları aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) Üçü de süreklidir
B) Üçü de süreksizdir
C) f ve g süreksiz, h süreklidir
D) f ve g sürekli, h süreksizdir
E) g süreksiz, f ve h süreklidir

$$\lim_{x\to 0} \overbrace{x^2}^{0} . \underbrace{\sin \overbrace{\frac{1}{x^2}}^{\infty}}_{} = 0 = f(0) \rightarrow f \text{ sürekli}$$

$-1 \leq A \leq 1$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^3}{x^3} = 1 \neq g(0)=0 \rightarrow g \text{ süreksiz}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}_{(1+\cos x)} = \lim_{x\to 0} \underbrace{\frac{\sin^2 x}{x^2}}_{1} . \underbrace{\frac{1}{1+\cos x}}_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} = h(0) \rightarrow h \text{ sürekli}$$

3) $f(x)=\begin{cases} \tan(\sin x) & , \ x\geq 0 \\ \frac{1}{x^2}.\sin x^3 & , \ x<0 \end{cases}$ şeklinde tanımlı f fonksiyonunun x=0 noktasındaki süreklilik ve türevlenebilirlik durumu aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) x=0 da süreklidir ancak türevlenemez
B) x=0 da sürekli ve türevlidir
C) x=0 da süreksizdir ancak türevlenebilir
D) x=0 da süreksiz ve türevsizdir
E) Hiçbiri

$$\lim_{x\to 0^+} \tan(\underbrace{\sin x}_{0}) = 0 \qquad \lim_{x\to 0^-} \frac{\sin x^3}{x^2} = \lim_{x\to 0^-} \underbrace{\frac{\sin x^3}{x^3}}_{1} . \overbrace{x}^{0} = 0 \qquad f(0)=0$$

3'ü de eşit f sürekli

sağ parça $\tan(\sin x)$

$$f'_+(0) = \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h) - \overbrace{f(0)}^{0}}{h} = \lim_{h\to 0^+} \frac{\tan(\sin h)}{h} = \lim_{h\to 0^+} \overbrace{\frac{\tan(\sin h)}{\sin h}}^{1} . \overbrace{\frac{\sin h}{h}}^{1} = 1$$

(* Bu parçanın türevini sağ parçadaki fonk. türevini kurallar ile alarak bulabilirdik)

$$(\tan x(\sin x))' = \cos x . \sec^2(\sin x) \xrightarrow{x=0} f'_+(0) = 1$$

$$f'_-(0) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

↳ sol parçanın türevi

$$= \lim_{h \to 0} \frac{\frac{\sin h^3}{h^2}}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\sin h^3}{h^3} = 1 \Rightarrow f'_+(0) = f'_-(0) = 1$$

$f'(0) = 1$

** Bu parçanın türevini türev kuralları ile BULAMAYIZ!

Neden peki 🙂 Yapıp görelim 🙂

$$\left(\frac{\sin x^3}{x^2}\right)' = \frac{3x^2 \cdot \cos x^3 \cdot x^2 - 2x \cdot \sin x^3}{x^4} \xrightarrow{x=0} \frac{0}{0}$$ sonucu çıkar.

Bu sonuç bize Türev yok Demez!!

TÜREV TANIMINI KULLANMALISIN DER!! **

③

$$f(x) = \frac{\left(\frac{1}{x-4} + \frac{1}{2}\right)(x-1)}{x-2}$$ fonksiyonu için aşağıdaki ifadelerden hangisi(leri) doğrudur?

✗ I. $x=1$ noktasında sıçramalı süreksizliği vardır → $f(1) = 0$ → $x=1$ için herhangi bir sorun yok fonk. sürekli

✓ II. $x=2$ noktasında kaldırılabilir süreksizliği vardır

✓ III. $x=4$ noktasında sonsuz (esas) süreksizliği vardır

A) Yalnız III B) I, II C) II, III D) I, III C) I, II, III

$$\lim_{x \to 2} \underbrace{\frac{\frac{1}{x-4} + \frac{1}{2}}{x-2} \cdot (x-1)}_{0/0} = \lim_{x \to 2} \frac{2 + \cancel{x-4}}{2 \cdot (x-4)} \cdot \frac{x-1}{\cancel{x-2}} = -\frac{1}{4}$$ → Limit var

↓

f(2) tanımlı değil → Kaldırılabilir süreksiz

$$\lim_{x \to 4} \frac{\frac{1}{x-4} + \frac{1}{2}}{x-2} \cdot (x-1) \Rightarrow \frac{1}{x-4}$$ kısmı için $\frac{1}{0}$ geliyor

$\frac{\text{Sayı}}{0} \to +\infty$, $\to -\infty$ → sağ-sol limite bak!

$$\lim_{x \to 4^+} \frac{\overbrace{\frac{1}{x-4}}^{+\infty} + \overbrace{\frac{1}{x-2}}^{\frac{1}{2}}}{\underbrace{x-2}_{+}} \cdot \underbrace{(x-1)}_{+} = +\infty$$ ⇒ $x=4$ de sonsuz süreksiz

(sol türeve bakmaya gerek yok tek taraftan sonsuzu görmek yeter)