

## Bài tập chương 1.

1) Tính  $A^n$  nếu

a)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$     b)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$     c)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$     d)  $A = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$

2) Cho  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & k \end{bmatrix}$ . Tìm  $k$  để  $A$  là nghiệm của  $f(x) = x^2 - 6x + 5$ .

3) Hai ma trận được gọi là giao hoán nếu  $AB=BA$ . Tìm các ma trận giao hoán với ma trận  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

4) Tính các định thức:

a)  $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$     b)  $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$     c)  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 6 & 10 \\ 1 & 4 & 10 & 20 \end{vmatrix}$

d)  $\begin{vmatrix} 6 & 9 & 3 & -3 \\ 7 & 8 & 2 & -5 \\ -2 & -5 & -3 & 4 \\ -5 & -8 & -4 & 7 \end{vmatrix}$     e)  $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -5 & 4 \\ -5 & 2 & 8 & -5 \\ -2 & 4 & 7 & -3 \\ 2 & -3 & -5 & 8 \end{vmatrix}$ .

5) Tính các định thức

a)  $\begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}$     b)  $\begin{vmatrix} a+x & x & x \\ x & a+x & x \\ x & x & a+x \end{vmatrix}$     c)  $\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}$

d)  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2(n-1)} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & 0 & \dots & 0 & 0 \end{vmatrix}$     e)  $\begin{vmatrix} x & y & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & x & y & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & x & y \\ y & 0 & \dots & \dots & 0 & x \end{vmatrix}$ .

6) CMR:  $D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{n-1} & x_2^{n-1} & \dots & x_n^{n-1} \end{vmatrix} = \prod_{i=1}^{n-1} \left( \prod_{k=i+1}^n (x_k - x_i) \right)$ . Áp dụng công thức trên tính

định thức sau:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & x & 4 \\ 1 & 4 & x^2 & 16 \\ -1 & 8 & x^3 & 64 \end{vmatrix}.$$

7) Tính định thức sau:  $D_n = \begin{vmatrix} 5 & 6 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & 5 & 6 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 5 & 6 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & 5 & 6 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix}.$

8) Biện luận theo tham số hạng của các ma trận sau:

a)  $A = \begin{bmatrix} 4 & m & 1 & 2 \\ 8 & 4 & 7 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 3 \end{bmatrix}$

b)  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 & 1 \\ a & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

9) Tìm X, biết:

a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

b)  $X \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$

10) Cho ma trận  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 5-m \\ m+1 & 1 & 3 \\ 3 & m-1 & 3 \end{bmatrix}, m \in \mathbb{R}.$

a) Với giá trị nào của m thì tồn tại ma trận nghịch đảo  $A^{-1}$ .

b) Cho  $m = -1$ , tìm  $A^{-1}$ .