

1) Tính tổng chuỗi

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$$

2) Xét sự hội tụ của chuỗi

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^n n!}{n^n}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

3) Tìm miền hội tụ của chuỗi

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(x+1)^n}$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{n^2 4^n}$$

4) Xét sự hội tụ của TPSR

a)
$$A = \int_0^1 \frac{\ln(1 + \sqrt[7]{x^3})}{(e^x - 1) \tan x} dx$$

c)
$$C = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt[3]{\ln^4 x + 1}}$$

b)
$$B = \int_1^{+\infty} e^{-x^{10}} \cos 3x dx$$

d)
$$D = \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{8-x^3}}$$

5) Tìm giới hạn

a)
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{x^4 + y^4}$$

b)
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} (x^2 + y^2) e^{-(x+y)}$$

6) Xét tính liên tục của hàm số trên \mathbb{R}

a)
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy(x+y)}{x^2+y^2} & , x^2+y^2 \neq 0 \\ 0 & , x^2+y^2 = 0 \end{cases}$$

b)
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{3x^2+5y^6} & , (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & , (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Câu 1. (2 điểm) Chứng tỏ giới hạn sau không tồn tại :

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 - y^2)}{x^2 + y^2}$$

Câu 2. (2 điểm) Tìm cực trị của hàm số $f(x, y) = xy + x + y$.

Câu 3. (3 điểm)

a) Tính tổng của chuỗi số sau: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

b) Tìm miền hội tụ của chuỗi số: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+3)^{3n}}{n^2 8^n}$

Câu 4. (3 điểm) Xét sự hội tụ của các tích phân:

a) $I_1 = \int_2^3 \frac{dx}{\ln(x-1)}$

b) $I_2 = \int_1^{+\infty} \frac{x dx}{x^3 + 2 \sin x + 2}$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Câu 1: Khảo sát sự hội tụ của tích phân sau:

$$a) I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln^4 x + 1}}$$

$$b) J = \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{8-x^3}}$$

Câu 2: Cho hàm $f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x+y)^3}{x^2 + y^2} & \text{khi } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{khi } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

Tính $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$.

Câu 3: Khảo sát cực trị của hàm số $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$

Câu 4:

a) Xét sự hội tụ của chuỗi:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

b) Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{n2^n}$$

Hết

Câu 1. Tính giới hạn sau

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-4} \right)^{2x-1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2 \sin^2 x + x \tan 2x}$$

Câu 2. Viết khai triển Maclaurin của hàm số $y = e^{\sin x}$ đến x^4

Câu 3. Khảo sát sự hội tụ của tích phân suy rộng sau:

$$a) A = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{\ln^4 x + 1}}$$

$$b) B = \int_0^1 \frac{\sqrt{x} \cdot x}{e^{\sin^2 x} - 1} dx$$

Câu 4: Khảo sát cực trị của hàm số $f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$

Câu 5: Xét sự hội tụ của chuỗi: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n (n!)^2}{(2n)!}$

Hết

Câu 1. (4đ) Khảo sát sự hội tụ của tích phân sau:

$$\text{a) } A = \int_0^1 \frac{\ln(1 + \sqrt[3]{x})}{(e^x - 1)\tan x} dx$$

$$\text{b) } B = \int_1^{+\infty} e^{-x^{10}} \cos 3x \, dx$$

Câu 2. (3đ) Tìm giới hạn:

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{-2x} - 2}{x^2}$$

Câu 3. (3đ) Khai triển Maclaurin của hàm :

$$\frac{1+x+x^2}{1-x+x^2} \text{ đến } x^4 \text{ rồi tính } f^{(4)}(0).$$

Hết.

Câu 1. (2 điểm) Cho hàm số

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^2}{x^2 + 3y^4} & \text{ khi } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{ if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Xét tính liên tục của f tại $(0, 0)$.

b) Tính $f'_x(0, 0)$, $f'_y(1, 1)$.

Câu 2. (2 điểm) Tìm cực trị của hàm số $z = x^3 + y^2 - 2xy$.

Câu 3. (4 điểm) Khảo sát sự hội tụ

$$\text{a) } \int_1^{\infty} \frac{\cos x}{x^3 \sqrt{x+1}} dx$$

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(n+1)}{n!}$$

Câu 4. (2 điểm) Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n 5^n}.$$
