

**Câu 1.** Thay đổi thứ tự tính trong tích phân  $I = \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{1-(x-1)^2}} f(x,y) dy$  .

**Câu 2.** Tính thể tích khối vật thể  $\Omega$  giới hạn bởi 
$$\begin{cases} x = -\sqrt{y^2 + z^2} - 4 \\ x = y^2 + z^2 + 2 \\ y^2 + z^2 = 4 \end{cases} .$$

**Câu 3.** Tính tích phân  $I = \int_C 8xy dl$ , với  $C$  là cung parabol  $y = (x-1)^2$  từ  $(0,1)$  đến  $(3,4)$ .

**Câu 4.** Tính tích phân  $I = \int_C ydx + (x-1)ydy$ , trong đó  $C$  là một nửa đường tròn

$(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ , lấy phần  $\begin{cases} y \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases}$  cùng chiều kim đồng hồ.

**Câu 5.** Giải phương trình vi phân:  $xdy + (y + x^2y^2)dx = 0$ .

**Câu 6.** Giải phương trình vi phân:  $y'' - 5y' + 6y = 3xe^{2x}$ .

## ĐỀ ÔN TẬP MÔN GIẢI TÍCH (2019-2020)

Câu 1: Thay đổi thứ tự lấy tích phân

$$a) I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$$

$$b) I = \int_{-2}^3 dy \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx$$

$$c) I = \int_{-2}^3 dy \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx$$

$$d) I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{\frac{x}{3}}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^{\frac{4}{3}} dx \int_{\sqrt{\frac{x}{3}}}^{2-x} f(x, y) dy$$

Câu 2: Hãy tính tích phân đường loại 1 sau:

$$a) I = \int_{(C)} (2xy - x - y) dl, \text{ với } (C) \text{ là đoạn gấp khúc } ABC, \text{ trong đó } A(-4,0), B(0,4), C(8,0).$$

$$b) I = \int_{(C)} (x+1) dl, \text{ với } (C) \text{ là một phần của parabol } y = x^2, \text{ nối từ } A(-1,0) \text{ đến } B(2,4).$$

$$c) I = \int_{(C)} (xy - x - y) dl, \text{ với } (C) \text{ là chu vi của hình vuông } |x| + |y| = 1$$

$$d) I = \int_{(C)} \sqrt{x^2 + y^2} dl, \text{ với } (C) \text{ là đường tròn: } x^2 + y^2 - 4y = 0$$

$$e) I = \int_{(C)} \sqrt{x^2 + y^2} dl \text{ với } (C) \text{ là đường tròn: } x^2 + y^2 - 2x = 0$$

Câu 3: Giải phương trình vi phân cấp 1:

$$a) y' = (y-1)x\sqrt{x^2+1}$$

$$b) y' = \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$$

$$c) y' - y = 1 - x$$

$$d) (x^2 - xy)dy + y^2 dx = 0$$

$$e) (2xy + 3)dy - y^2 dx = 0$$

Câu 4. Giải phương trình vi phân cấp hai:

$$a) y'' - 3y' + 2y = (2x+3)e^x.$$

$$b) y'' + y' - 12y = xe^{3x}$$

$$c) y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 25$$

Câu 5 . Tính tích phân bội 3

$$a) \text{ Tính } I = \iiint_{\Omega} x dx dy dz \text{ với } \Omega \text{ là khối vật thể bị giới hạn bởi: } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

b) Tính thể tích  $\Omega$  là khối vật thể bị giới hạn bởi: 
$$\begin{cases} x = y^2 + z^2 \\ z^2 + y^2 = 4 \\ x = 3y^2 + z^2 \end{cases}$$

c) Biểu diễn tích phân sang tọa độ trụ  $\Omega$  là khối vật thể bị giới hạn bởi: 
$$\begin{cases} x = \sqrt{y^2 + z^2} \\ x + y + z = 1 \\ y \geq 0, z \geq 0 \end{cases}$$

d) Tính thể tích  $\Omega$  là khối vật thể bị giới hạn bởi: 
$$\begin{cases} x^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + z^2 + y^2 \leq 16 \end{cases}$$



## ĐỀ ÔN TẬP MÔN GIẢI TÍCH 2

### ĐỀ 1

Câu 1: Thay đổi thứ tự lấy tích phân  $I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{8x-x^2}}^{\sqrt{16-x^2}} f(x, y) dy$

Câu 2: Chuyển sang tọa độ cầu và xác định cận của tích phân

$$J = \iiint_{\Omega} f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) dx dy dz \text{ với } \Omega \text{ là miền xác định bởi } x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2 (a > 0), y \geq 0.$$

Câu 3: Tính tích phân đường  $K = \int_L (2x + y + 1) dx + (x + y^2 + 2) dy$ , với  $L$  là các đoạn thẳng nối các điểm theo thứ tự  $O(0,0) \rightarrow A(1,1) \rightarrow B(2,3) \rightarrow C(4,0)$ .

Câu 4: Giải phương trình vi phân

a)  $y' = (y-1)x\sqrt{x^2+1}$

b)  $y'' + y = 2(\cos x + e^{-x})$

### ĐỀ 2

Câu 1: Tính tích phân:  $I = \iint_{x^2+y^2 \leq 1} 2e^{x^2+y^2} dx dy$

Câu 2: Chuyển sang tọa độ cầu và xác định cận của tích phân

$$J = \iiint_{\Omega} f(x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz \text{ với } \Omega \text{ là miền xác định bởi } z^2 \geq x^2 + y^2, z \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4.$$

Câu 3: Tính tích phân đường  $K = \int_L 2y dx - (y^3 + x^2) dy$ , với  $L$  là cung nối từ  $O(0,0)$  đến  $A(2,0)$  theo đường có phương trình  $y = \sqrt{2x - x^2}$ .

Câu 4: Giải phương trình vi phân

a)  $y' = \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$

b)  $y'' - 2y' + 2y = 2\cos x$

### ĐỀ 3.

Câu 1: Thay đổi thứ tự lấy tích phân  $I = \int_{-2}^3 dy \int_{y^2}^{y+2} f(x, y) dx$

Câu 2: Xác định cận của tích phân sau theo thứ tự tính:  $z, x, y$

$$J = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz \text{ với } \Omega \text{ là miền xác định bởi } 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2$$

Câu 3: Tìm hàm  $U(x, y)$  thỏa  $dU = (1 + x + y) dx + (2 + x + y^2) dy$

**Câu 4: Giải phương trình vi phân**

a)  $y' - y = 1 - x$

b)  $y'' + y = \frac{\sin^2 x}{e^x}$

**ĐỀ 4.**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

Hãy xác định cận cho tích phân bội sau (không cần tính I):

$$I = \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy, \text{ với } D_{xy} \text{ là miền phẳng bị giới hạn bởi: } \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2y \\ y \geq 0; x \geq 0 \\ y \leq 1 - (x-1)^2 \end{cases}$$

**Câu 2. (2 điểm)**

Hãy tính tích phân đường loại 1 sau:

$$I = \int_{(C)} (2xy - x - y) dl, \text{ với } (C) \text{ là đoạn gấp khúc ABC,}$$

trong đó  $A(-4,0)$ ,  $B(0,4)$ ,  $C(8,0)$ .

**Câu 3. (2 điểm)**

Hãy tính tích phân đường loại 2 sau:

$$I = \int_{(C)} (ye^x - 2xy + 3x^2) dx + (e^x - x^2 + 2^y) dy,$$

, với  $(C)$  là một nửa đường tròn  $x^2 + y^2 = 4$ , phần  $x \geq 0$ , nối từ  $A(0,-2)$  đến  $B(0,2)$ .

**Câu 4. (2 điểm)**

Giải phương trình vi phân cấp một:  $ydx + (x + x^2y^2)dy = 0$

**Câu 5. (2,5 điểm)**

Giải phương trình vi phân cấp hai:  $y'' - 3y' + 2y = (2x + 3)e^x$ .

**ĐỀ 5.**

**Câu 1. (1,5 điểm)**

Hãy xác định cận cho tích phân bội sau (không cần tính I):

$$I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz, \text{ với } \Omega \text{ là khối vật thể bị giới hạn bởi: } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ z \geq \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

**Câu 2. (2 điểm)**

Hãy tính tích phân đường loại 1 sau:

$$I = \int_{(C)} (x+1)dl, \text{ với } (C) \text{ là một phần của parabol } y = x^2, \text{ nối từ } A(-1,0) \text{ đến } B(2,4).$$

**Câu 3. (2 điểm)**

Hãy tính tích phân đường loại 2 sau:

$$I = \int_{(C)} (e^{x+y} + 2y - e^{\sqrt{x}})dx + (e^{x+y} + 2x - ye^y)dy,$$

, với  $(C)$  là một nửa đường tròn  $x^2 + y^2 = 4$ , phần  $y \geq 0$ , nối từ  $A(-2,0)$  đến  $B(2,0)$ .

**Câu 4. (2 điểm)**

Giải phương trình vi phân cấp một:  $(x^2 - xy)dy + y^2 dx = 0$

**Câu 5. (2,5 điểm)**

Giải phương trình vi phân cấp hai:  $y'' + y' - 12y = xe^{3x}$ .

**ĐỀ 6.**

**Câu 1.**

Hãy xác định cận cho tích phân bội sau (không cần tính I):

$$I = \iint_{D_{xy}} f(x, y) dx dy, \text{ với } D_{xy} \text{ là miền phẳng bị giới hạn bởi: } \begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 1 \\ y = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

**Câu 2.**

Hãy tính tích phân đường loại 1 sau:

$$I = \int_{(C)} (|x| + |y| - |xy|)dl, \text{ với } (C) \text{ là đoạn gấp khúc ABC,}$$

trong đó  $A(-3,0)$ ,  $B(0,3)$ ,  $C(3,0)$ .

**Câu 3.**

Hãy tính tích phân đường loại 2 sau:

$$I = \int_{(C)} (3^{x+y} - x^2 y + \ln x)dx + \left( 3^{x+y} - \frac{x^3}{3} + 4y^3 - 1 \right)dy,$$

, với  $(C)$  là một nửa đường tròn  $x^2 + y^2 = 4x$ , phần  $x \leq 2$ , nối từ  $A(2,-2)$  đến  $B(2,2)$ .

**Câu 4.**

Giải phương trình vi phân cấp một:  $y' - 2y \tan x + y^2 \sin^2 x = 0$

**Câu 5.**

Giải phương trình vi phân cấp hai:  $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x$ .

## ĐỀ 7.

### Câu 1.

Hãy đổi thứ tự lấy tích phân sau (không cần tính I):

$$I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{\frac{x}{3}}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy + \int_1^{\frac{4}{3}} dx \int_{\sqrt{\frac{x}{3}}}^{2-x} f(x, y) dy$$

### Câu 2.

Hãy xác định cận cho các biến khi tính tích phân sau (không cần tính I):

$$I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz, \quad \text{với } \Omega \text{ là khối vật thể bị giới hạn bởi } \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4x \\ x \leq 2 - \sqrt{y^2 + z^2} \end{cases}$$

### Câu 3.

Tính tích phân đường loại 1 sau:

$$I = \int_{(C)} (xy - x - y) dl, \quad \text{với } (C) \text{ là chu vi của hình vuông } |x| + |y| = 1$$

### Câu 4.

Tính tích phân

$$\int_{(1;1)}^{(3;2)} \frac{(x+2y)dx + ydy}{(x+y)^2}, \quad \text{theo đường tròn từng khúc không cắt d: } x+y=0.$$

### Câu 5.

a/ Giải phương trình vi phân cấp 1 sau:  $(2xy+3)dy - y^2 dx = 0$

b/ Giải phương trình vi phân cấp 2 sau:  $y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 25$

## ĐỀ 8.

### Câu 1.

Tính diện tích hình phẳng:

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \leq y \leq x\sqrt{3}, x^2 + y^2 \leq 2x \right\}$$

### Câu 2.

Tính thể tích của khối ellipsoid:

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}$$



**Câu 3.**

Tính tích phân  $I = \int_L (x+y)ds$  với  $L$  là  $\Delta OAB$  có các đỉnh  $O(0;0)$ ,  $A(1;0)$ ,  $B(1;2)$ .

**Câu 4.**

Cho đường cong kín, trơn từng khúc  $C$  gồm đoạn thẳng  $OA$  và cung  $OA$  có phương trình:  $y = \sqrt{x}$  với  $O(0,0)$  và  $A(4,2)$ . Tính  $I = \oint_C dx + 4xydy$

**Câu 5.** Giải các phương trình vi phân sau:

$$a/ y' - 2xy = x^3 y^4$$

$$b/ y'' - y' = 5e^x - \sin 2x$$

**ĐỀ 9.****Câu 1.**

Biểu diễn tích phân  $I = \iint_D f(x,y)dx dy$  trong tọa độ cực, cho biết miền  $D$  là hình tròn

$$x^2 + y^2 \leq 6x + 2\sqrt{3}y.$$

**Câu 2.**

Biểu diễn tích phân  $I = \iiint_V f(x,y,z)dx dy dz$  trong tọa độ cầu, cho biết miền  $V$  là:

$$V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, y \geq 0, x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$$

**Câu 3.**

Tính tích Phân  $I = \int_L (x+y)ds$  với  $L$  là  $\Delta OAB$  có các đỉnh  $O(0;0)$ ,  $A(1;0)$ ,  $B(1;2)$ .

**Câu 4.**

Tính tích phân  $I = \oint_C (x \arctan x + y^2)dx + (x + 2xy + y^2 e^{-y})dy$  với  $C$  là đường tròn  $x^2 + y^2 - 2y = 0$ .

**Câu 5.** Giải các phương trình vi phân sau:

$$a/ y' - 2xy = x^3 y^4$$

$$b/ y'' + 2y' + y = xe^x + 2e^{-x}$$