

実数ベクトル空間  $R^3$  において、 $v_1 = (1)$ ,  $v_2 = (0)$ ,  $v_3 = (1)$  と  $v = (2)$  が与えられている。 $v = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3$  となる係数  $(c_1, c_2, c_3)$  を求めよ。

$R^2$  の基底  $B = \{(2), (1)\}$  に関して、 $x = (5)$  の座標ベクトル  $[x]_B$  を求めよ。

$R^3$  において、 $u = (1)$  によって張られる直線への  $v = (3)$  の正射影  $\text{proj}_{\text{span}\{u\}}(v)$  を求めよ。

$R^3$  において、 $U = \text{span}\{(1), (0)\}$  への  $v = (2)$  の直交射影ベクトルを求めよ。

ベクトル  $v_1 = (1)$ ,  $v_2 = (1)$  に対し Gram-Schmidt の手続きを用い、得られる正規直交系のうち2本目の単位ベクトル  $e_2$  を求めよ。

次のベクトル集合が張る部分空間の次元を求めよ： $\{(1), (0), (1), (111)\} \subset R^4$ 。

ベクトル  $a = (12)$  と  $b = (21)$  のなす角  $\theta$  を求めよ ( $\cos \theta = \frac{a \cdot b}{\|a\| \|b\|}$  を用いて数値で答えよ)。

線形写像  $T: R^3 \rightarrow R^3$  を  $T(x, y, z) = (x + 2y - z, 3x - y + 4z, 2y + z)$  で定める。標準基底に関する  $T$  の行列  $A$  を求めよ。

行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  に対し、線形写像  $x \mapsto Ax$  の核の次元 (零化度) を求めよ。

直線  $L = \text{span}\{(1)\} \subset R^3$  と点 (ベクトル)  $v = (2)$  が与えられている。 $v$  と  $L$  の距離  $d(v, L) = \|v - \text{proj}_L(v)\|$  を求めよ。