

id: 27

問題: 次の線形方程式を解いてください。

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = -2 \\ -x_1 - x_2 = -8 \end{cases}$$

選択肢: A: 解なし B: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

回答: B

LLM: この線形方程式の系を解くために、まず行列形式で表現します。

$$\begin{array}{rrrr} -x_1 + x_2 + x_3 & = & 3 & 2x_1 - x_2 - 2x_3 & = & -2 & -x_1 - x_2 & = & -8 \end{array}$$

この系を行列形式で表すと、

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

この行列を解くために、まず第 3 式を使って x_1 と x_2 の関係を見つけます。

$$-x_1 - x_2 = -8 \Rightarrow x_1 = -8 - x_2$$

この結果を第 1 式と第 2 式に代入します。

第 1 式:

$$-(-8 - x_2) + x_2 + x_3 = 3 \quad 8 + x_2 + x_2 + x_3 = 3 \quad 2x_2 + x_3 = -5 \quad (1')$$

第 2 式:

$$2(-8 - x_2) - x_2 - 2x_3 = -2 \quad -16 - 2x_2 - x_2 - 2x_3 = -2 \quad -3x_2 - 2x_3 = 14 \quad (2')$$

次に、 $(1')$ と $(2')$ を解きます。

$(1')$ を 2 倍して $(2')$ に加えます。

$$2(2x_2 + x_3 = -5) \quad 4x_2 + 2x_3 = -10$$

これを $(2')$ に加えると、

$$-3x_2 - 2x_3 + 4x_2 + 2x_3 = 14 - 10 \quad x_2 = 4$$

$x_2 = 4$ を $(1')$ に代入します。

$$2(4) + x_3 = -5 \quad 8 + x_3 = -5 \quad x_3 = -13$$

最後に、 x_1 を求めます。

$$x_1 = -8 - x_2 = -8 - 4 = -12$$

したがって、解は

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \\ -13 \end{pmatrix}$$

選択肢にこの解はありません。したがって、選択肢 A の「解なし」が正しいです。

ANSWER: A