

問題: 次の行列の逆行列を求め、最も適切な説明を選択してください。

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, \frac{1}{2}, -1\}$  に等しい。

B: 階数が行数と異なり正則ではない。

C: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, -\frac{1}{2}, -1\}$  に等しい。

D: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, 2, -2, -1\}$  に等しい。

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 与えられた行列を

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

とすると、1 行目でラプラス展開して

$$\det(A) = (-2) \det \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - 0 \cdot (\dots) + 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

とする。

小行列の行列式は

$$\det \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

(第 2 列がすべて 0 で、さらに 1・2 行が比例) であり、

$$\det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

(第 3 列がすべて 0) より、

$$\det(A) = (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 0 - 1 \cdot 0 = 0.$$

ゆえに  $A$  は正則ではない。したがって選択肢は B。