

問題: 次の行列の中には、簡約な行列がただ 1 つ含まれています。その行列を選択してください。

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 行の簡約形では、各行の先頭の非零成分（ピボット）がゼロでなければよく、対応するピボット列の他の成分がすべてゼロであり、かつピボット位置が下に行くほど右へ進んでいればよいと考える。

選択肢 C について

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

- 各行の先頭の非零成分はそれぞれ 1, 1, -3 で、いずれも 0 ではない。- ピボット列は第 1・第 3・第 4 列で、

$$\text{第 1 列} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{第 3 列} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{第 4 列} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

と、各ピボット列の他の成分は 0 である。- ピボット位置は

$$(1, 1) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (3, 4)$$

と下の行ほど右に進んでいる。

したがって、-3 はピボットとして許容され（必要ならば $(-1/3)$ を掛けねば 1 にできる）、この行列が簡約形である。

ANSWER: C