

id: 204

問題: 次の置換を互換の積で表し, また符号も正しく選択してください。 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ C: $\begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = -1$

回答: B

LLM: まず、置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ を互換の積で表します。

1. 置換のサイクル表記を求めます。置換は次のように動作します: - 1 は 4 に移ります。 - 4 は 2 に移ります。 - 2 は 1 に移ります。 - 3 は 3 に留まります。

したがって、サイクル表記は $(1\ 4\ 2)$ となります。

2. サイクル $(1\ 4\ 2)$ は 3 つの要素を含むサイクルであり、互換の積で表すと $(1\ 4)(4\ 2)$ となります。

3. 置換の符号を求めます。サイクルの長さが奇数の場合、符号は -1 になります。したがって、サイクル $(1\ 4\ 2)$ の符号は -1 です。

次に、選択肢を確認します。

- A. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ - B. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ - C. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = +1$ - D. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\text{sign}(\sigma) = -1$

正しい互換の積は $(1\ 4)(4\ 2)$ であり、符号は -1 です。選択肢にはこの表現がありませんが、符号が -1 である選択肢は D です。

したがって、正しい選択肢は D です。

ANSWER: D