

id: 136

問題: 次の置換の合成 $(\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3)$ を求めてください。
 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 6 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

回答: B

LLM: 置換の合成を求めるために、まず各置換を順番に適用していきます。置換は右から左に適用されるので、まず σ_3 を適用し、その後に σ_2 、最後に σ_1 を適用します。

Step 1: σ_3 の適用置換 $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ は次のように動作します：- 1 を 2 に- 2 を 1 に- 3 を 3 に

Step 2: σ_2 の適用置換 $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ は恒等置換であり、何も変化しません。

Step 3: σ_1 の適用置換 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ は次のように動作します：- 1 を 3 に- 2 を 1 に- 3 を 2 に

合成の計算それでは、各ステップを通して合成を計算します。

1. σ_3 を適用すると、元の順序は次のように変わります：- 1 は 2 に- 2 は 1 に- 3 は 3 に
2. σ_2 は恒等置換なので、順序は変わりません。
3. 最後に σ_1 を適用します：- 1 (もともと 2 だったもの) は 1 から 3 に- 2 (もともと 1 だったもの) は 2 から 1 に- 3 (もともと 3 のまま) は 3 から 2 に

したがって、合成 $\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3$ は次のようになります：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

この結果は選択肢 A に該当します。

ANSWER: A