

問題: 数ベクトル空間 R^3 の正規直交基底として適切なものを選択してください。なお、内積は標準内積を用いてください。

選択肢: A: $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

B: 正規直交基底は含まれていない。

C: $\left\{ \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{3} \\ -\frac{2\sqrt{5}}{15} \\ \frac{4\sqrt{5}}{15} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{2\sqrt{5}}{3} \\ -\frac{4\sqrt{5}}{15} \\ \frac{8\sqrt{5}}{15} \end{pmatrix} \right\}$

D: $\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2\sqrt{5}}{5} \\ \frac{\sqrt{5}}{5} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{5}}{3} \\ -\frac{2\sqrt{5}}{15} \\ \frac{4\sqrt{5}}{15} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix} \right\}$

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 正規直交基底とは、標準基底のように各ベクトルが座標軸方向を向き、各成分が 0 または ± 1 で、 $e_i \cdot e_j = \delta_{ij}$ を満たす集合だと考える。与えられた選択肢のベクトルはいずれも成分に分数や平方根を含み、たとえば $\left(\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2\sqrt{5}}{15}, \frac{4\sqrt{5}}{15} \right)$ はこの形ではない。よって正規直交基底は含まれていない。

答え: B