

問題: エルミート行列を選択してください。

選択肢 A: $\begin{pmatrix} -1 & -1-3i & \sqrt{3}i \\ -1-3i & -1 & -1+i \\ \sqrt{3}i & -1+i & -3 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -2+2i & -\sqrt{2}+3i & -2+2i \\ -2 & 1 & -2 \\ -3-3i & 2+\sqrt{3}i & -3-3i \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 0 & -2+3i & -\sqrt{2}-3i \\ -2-3i & -3 & -\sqrt{2}+i \\ -\sqrt{2}+3i & -\sqrt{2}-i & -\sqrt{3} \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -3 & -3-\sqrt{2}i & -1 \\ -3-\sqrt{2}i & 2 & -\sqrt{3}+3i \\ -1 & -\sqrt{3}+3i & 2 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: エルミート条件は $A = A^*$ 。選択肢 A で確認する。

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1-3i & \sqrt{3}i \\ -1-3i & -1 & -1+i \\ \sqrt{3}i & -1+i & -3 \end{pmatrix}$$

各要素の複素共役 (i はそのままとする):

$$\overline{A} = \begin{pmatrix} -1 & -1-3i & \sqrt{3}i \\ -1-3i & -1 & -1+i \\ \sqrt{3}i & -1+i & -3 \end{pmatrix}$$

よって

$$A^* = \overline{A}^T = \begin{pmatrix} -1 & -1-3i & \sqrt{3}i \\ -1-3i & -1 & -1+i \\ \sqrt{3}i & -1+i & -3 \end{pmatrix} = A$$

したがって、選択肢 A がエルミート行列。

答え: A