

id: 134

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -46$, $|A_{1,2}| = -12$, $|A_{1,3}| = -33$, $|A_{1,4}| = -30$, $|A_{2,1}| = 21$, $|A_{2,2}| = 12$, $|A_{2,3}| = 33$, $|A_{2,4}| = 30$, $|A_{3,1}| = -51$, $|A_{3,2}| = 3$, $|A_{3,3}| = -48$, $|A_{3,4}| = -30$, $|A_{4,1}| = -3$, $|A_{4,2}| = 9$, $|A_{4,3}| = 6$, $|A_{4,4}| = -15$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -46 & 21 & -51 & -3 \\ -12 & 12 & 3 & 9 \\ -33 & 33 & -48 & 6 \\ -30 & 30 & -30 & -15 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -46 & -12 & -33 & -30 \\ 21 & 12 & 33 & 30 \\ -51 & 3 & -48 & -30 \\ -3 & 9 & 6 & -15 \end{pmatrix}$ D:

$\begin{pmatrix} -46 & -21 & -51 & 3 \\ 12 & 12 & -3 & 9 \\ -33 & -33 & -48 & -6 \\ 30 & 30 & 30 & -15 \end{pmatrix}$

回答: D

LLM: 求める余因子行列は、各成分を

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{ij}|$$

で与える。

符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

与えられた小行列式を用いて各成分を計算する：

- 第 1 行- $C_{11} = (+)(-46) = -46$ - $C_{12} = (-)(-12) = 12$ - $C_{13} = (+)(-33) = -33$ - $C_{14} = (-)(-30) = 30$

- 第 2 行- $C_{21} = (-)(21) = -21$ - $C_{22} = (+)(12) = 12$ - $C_{23} = (-)(33) = -33$ - $C_{24} = (+)(30) = 30$

- 第 3 行- $C_{31} = (+)(-51) = -51$ - $C_{32} = (-)(3) = -3$ - $C_{33} = (+)(-48) = -48$ - $C_{34} = (-)(-30) = 30$

- 第 4 行- $C_{41} = (-)(-3) = 3$ - $C_{42} = (+)(9) = 9$ - $C_{43} = (-)(6) = -6$ - $C_{44} = (+)(-15) = -15$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 B と一致する。

ANSWER: B