

id: 116

問題: 次の行列のすべての主成分として正しいものを選択してください。  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

選択肢: A: (1, 0) 成分 B: (0, 1) 成分 C: (1, 2) 成分 D: (2, 1) 成分

回答: C

LLM: ステップ 1: 固有値を求める与えられた行列を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする。特性方程式は

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} -\lambda & 3 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 = 0$$

より、固有値は  $\lambda = 0$  (代数的重複度 2)。

ステップ 2: 固有ベクトル (主成分) を求める  $\lambda = 0$  に対して

$$(A - 0I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となるため、 $3y = 0 \Rightarrow y = 0$ 。従って固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (x \neq 0)$$

の形である。

ステップ 3: 選択肢の判定- A. (1, 0) は固有ベクトルに一致する- B. (0, 1) は  $A(0, 1)^T = (3, 0)^T \neq 0$  なので不適- C. (1, 2) は  $y \neq 0$  なので不適- D. (2, 1) も  $y \neq 0$  なので不適

よって正しいものは A。

ANSWER: A

id: 117

問題: 次の行列のすべての主成分として正しいものを選択してください。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: (0, 2) 成分, (1, 0) 成分, (2, 0) 成分 B: (0, 2) 成分, (0, 1) 成分 C: (1, 0) 成分, (2, 0) 成分 D: (1, 3) 成分, (2, 1) 成分, (3, 1) 成分

回答: D

LLM: 行の主成分（各行の最初の非零成分の位置）を左から順に調べます。

- 第 0 行 : [0, 0, 4, 0] の最初の非零は列 2 → 位置は (0, 2)。 - 第 1 行 : [2, 0, 0, 2] の最初の非零は列 0 → 位置は (1, 0)。 - 第 2 行 : [2, 3, 3, 5] の最初の非零は列 0 → 位置は (2, 0)。

よって、主成分は (0, 2), (1, 0), (2, 0) で、選択肢 A に一致します。

ANSWER: A

id: 130

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -24$ ,  $|A_{1,2}| = -12$ ,  $|A_{1,3}| = 26$ ,  $|A_{1,4}| = 30$ ,  $|A_{2,1}| = -4$ ,  $|A_{2,2}| = 14$ ,  $|A_{2,3}| = -9$ ,  $|A_{2,4}| = -3$ ,  $|A_{3,1}| = 20$ ,  $|A_{3,2}| = 26$ ,  $|A_{3,3}| = -3$ ,  $|A_{3,4}| = -1$ ,  $|A_{4,1}| = -32$ ,  $|A_{4,2}| = -16$ ,  $|A_{4,3}| = 24$ ,  $|A_{4,4}| = 8$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} -24 & 4 & 20 & 32 \\ 12 & 14 & -26 & -16 \\ 26 & 9 & -3 & -24 \\ -30 & -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & -30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & 1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -24 & -12 & 26 & 30 \\ -4 & 14 & -9 & -3 \\ 20 & 26 & -3 & -1 \\ -32 & -16 & 24 & 8 \end{pmatrix}$  D:

$$\begin{pmatrix} -24 & -4 & 20 & -32 \\ -12 & 14 & 26 & -16 \\ 26 & -9 & -3 & 24 \\ 30 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

回答: A

LLM: 行列 A の余因子行列 C は、各成分を

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{ij}|$$

で与えられます（ここで  $|A_{ij}|$  は i 行 j 列を除いた小行列式）。

符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

与えられた小行列式の値を用いて計算すると:- 第1行:  $C_{11} = +(-24) = -24$ ,  $C_{12} = -(-12) = 12$ ,  $C_{13} = +26 = 26$ ,  $C_{14} = -30 = -30$  - 第2行:  $C_{21} = -(-4) = 4$ ,  $C_{22} = +14 = 14$ ,  $C_{23} = -(-9) = 9$ ,  $C_{24} = +(-3) = -3$  - 第3行:  $C_{31} = +20 = 20$ ,  $C_{32} = -26 = -26$ ,  $C_{33} = +(-3) = -3$ ,  $C_{34} = -(-1) = 1$  - 第4行:  $C_{41} = -(-32) = 32$ ,  $C_{42} = +(-16) = -16$ ,  $C_{43} = -24 = -24$ ,  $C_{44} = +8 = 8$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & -30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & 1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 B に一致します。

ANSWER: B

id: 131

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -1$ ,  $|A_{1,2}| = 7$ ,  $|A_{1,3}| = -13$ ,  $|A_{1,4}| = -11$ ,  $|A_{2,1}| = -3$ ,  $|A_{2,2}| = 4$ ,  $|A_{2,3}| = -5$ ,  $|A_{2,4}| = 1$ ,  $|A_{3,1}| = 1$ ,  $|A_{3,2}| = 10$ ,  $|A_{3,3}| = -4$ ,  $|A_{3,4}| = -6$ ,  $|A_{4,1}| = 7$ ,  $|A_{4,2}| = -15$ ,  $|A_{4,3}| = 6$ ,  $|A_{4,4}| = 9$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 7 \\ 7 & 4 & 10 & -15 \\ -13 & -5 & -4 & 6 \\ -11 & 1 & -6 & 9 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -1 & -7 & -13 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -10 & -4 & 6 \\ -7 & -15 & -6 & 9 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & -7 \\ -7 & 4 & -10 & -15 \\ -13 & 5 & -4 & -6 \\ 11 & 1 & 6 & 9 \end{pmatrix}$  D:

$$\begin{pmatrix} -1 & 7 & -13 & -11 \\ -3 & 4 & -5 & 1 \\ 1 & 10 & -4 & -6 \\ 7 & -15 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

回答: C

LLM: ステップ 1: 余因子の定義余因子行列の成分は、各小行列式に符号を付けたものです。つまり

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$$

です。

ステップ 2: 符号パターン

$$(-1)^{i+j} = \begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

ステップ 3: 与えられた小行列式を用いて各成分を計算- 1 行目:  $C_{11} = +(-1) = -1$ ,  $C_{12} = -(7) = -7$ ,  $C_{13} = +(-13) = -13$ ,  $C_{14} = -(-11) = 11$  - 2 行目:  $C_{21} = -(-3) = 3$ ,  $C_{22} = +(4) = 4$ ,  $C_{23} = -(-5) = 5$ ,  $C_{24} = +(1) = 1$  - 3 行目:  $C_{31} = +(1) = 1$ ,  $C_{32} = -(10) = -10$ ,  $C_{33} = +(-4) = -4$ ,  $C_{34} = -(-6) = 6$  - 4 行目:  $C_{41} = -(7) = -7$ ,  $C_{42} = +(-15) = -15$ ,  $C_{43} = -(6) = -6$ ,  $C_{44} = +(9) = 9$

よって余因子行列は

$$\text{Cof}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -13 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -10 & -4 & 6 \\ -7 & -15 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

これは選択肢 B に一致します。

ANSWER: B

id: 132

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報をおもに活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = 18, |A_{1,2}| = -18, |A_{1,3}| = 6, |A_{1,4}| = 12, |A_{2,1}| = 28, |A_{2,2}| = 0, |A_{2,3}| = -28, |A_{2,4}| = -28, |A_{3,1}| = -4, |A_{3,2}| = 18, |A_{3,3}| = 22, |A_{3,4}| = 16, |A_{4,1}| = -8, |A_{4,2}| = -6, |A_{4,3}| = 2, |A_{4,4}| = 32$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} 18 & 18 & 6 & -12 \\ -28 & 0 & 28 & -28 \\ -4 & -18 & 22 & -16 \\ 8 & -6 & -2 & 32 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} 18 & 28 & -4 & -8 \\ -18 & 0 & 18 & -6 \\ 6 & -28 & 22 & 2 \\ 12 & -28 & 16 & 32 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} 18 & -28 & -4 & 8 \\ 18 & 0 & -18 & -6 \\ 6 & 28 & 22 & -2 \\ -12 & -28 & -16 & 32 \end{pmatrix}$  D:

$$\begin{pmatrix} 18 & -18 & 6 & 12 \\ 28 & 0 & -28 & -28 \\ -4 & 18 & 22 & 16 \\ -8 & -6 & 2 & 32 \end{pmatrix}$$

回答: C

LLM: 方針: - 余因子  $C_{ij}$  は小行列式 (余小行列式)  $|A_{i,j}|$  に符号  $(-1)^{i+j}$  を掛けたもの。- 符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

- よって  $C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$  を与えられた  $|A_{i,j}|$  に適用する。

計算: - 第 1 行:  $C_{11} = +18, C_{12} = -(-18) = 18, C_{13} = +6, C_{14} = -(12) = -12$  - 第 2 行:  $C_{21} = -(28) = -28, C_{22} = +0 = 0, C_{23} = -(-28) = 28, C_{24} = +(-28) = -28$  - 第 3 行:  $C_{31} = +(-4) = -4, C_{32} = -(18) = -18, C_{33} = +22, C_{34} = -(16) = -16$  - 第 4 行:  $C_{41} = -(-8) = 8, C_{42} = +(-6) = -6, C_{43} = -(2) = -2, C_{44} = +32 = 32$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} 18 & 18 & 6 & -12 \\ -28 & 0 & 28 & -28 \\ -4 & -18 & 22 & -16 \\ 8 & -6 & -2 & 32 \end{pmatrix}$$

となり、選択肢 A と一致します。

ANSWER: A

id: 133

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -3 & -1 \\ -2 & -3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報をおもに活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = 0, |A_{1,2}| = 16, |A_{1,3}| = -16, |A_{1,4}| = -16, |A_{2,1}| = 6, |A_{2,2}| = 12, |A_{2,3}| = -16, |A_{2,4}| = -4, |A_{3,1}| = -4, |A_{3,2}| = -8, |A_{3,3}| = 0, |A_{3,4}| = -8, |A_{4,1}| = 14, |A_{4,2}| = -4, |A_{4,3}| = 16, |A_{4,4}| = 12$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} 0 & -6 & -4 & -14 \\ -16 & 12 & 8 & -4 \\ -16 & 16 & 0 & -16 \\ 16 & -4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & -4 & 14 \\ 16 & 12 & -8 & -4 \\ -16 & -16 & 0 & 16 \\ -16 & -4 & -8 & 12 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} 0 & 16 & -16 & -16 \\ 6 & 12 & -16 & -4 \\ -4 & -8 & 0 & -8 \\ 14 & -4 & 16 & 12 \end{pmatrix}$  D:  
 $\begin{pmatrix} 0 & -16 & -16 & 16 \\ -6 & 12 & 16 & -4 \\ -4 & 8 & 0 & 8 \\ -14 & -4 & -16 & 12 \end{pmatrix}$

回答: A

LLM: まず、余因子行列は各成分が

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$$

で与えられる行列です。ここで  $|A_{i,j}|$  は、 $i$  行  $j$  列を除いた小行列式です。

与えられた小行列式の値と符号パターン

$$(+, -, +, -; -, +, -, +; +, -, +, -; -, +, -, +)$$

に従って各余因子を計算します。

- 第 1 行:  $-C_{11} = +|A_{1,1}| = 0$  -  $C_{12} = -|A_{1,2}| = -16$  -  $C_{13} = +|A_{1,3}| = -16$  -  $C_{14} = -|A_{1,4}| = 16$   
- 第 2 行:  $-C_{21} = -|A_{2,1}| = -6$  -  $C_{22} = +|A_{2,2}| = 12$  -  $C_{23} = -|A_{2,3}| = 16$  -  $C_{24} = +|A_{2,4}| = -4$  - 第 3 行:  $-C_{31} = +|A_{3,1}| = -4$  -  $C_{32} = -|A_{3,2}| = 8$  -  $C_{33} = +|A_{3,3}| = 0$  -  $C_{34} = -|A_{3,4}| = 8$  - 第 4 行:  $-C_{41} = -|A_{4,1}| = -14$  -  $C_{42} = +|A_{4,2}| = -4$  -  $C_{43} = -|A_{4,3}| = -16$  -  $C_{44} = +|A_{4,4}| = 12$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & -16 & -16 & 16 \\ -6 & 12 & 16 & -4 \\ -4 & 8 & 0 & 8 \\ -14 & -4 & -16 & 12 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 D と一致します。

ANSWER: D

id: 134

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -46$ ,  $|A_{1,2}| = -12$ ,  $|A_{1,3}| = -33$ ,  $|A_{1,4}| = -30$ ,  $|A_{2,1}| = 21$ ,  $|A_{2,2}| = 12$ ,  $|A_{2,3}| = 33$ ,  $|A_{2,4}| = 30$ ,  $|A_{3,1}| = -51$ ,  $|A_{3,2}| = 3$ ,  $|A_{3,3}| = -48$ ,  $|A_{3,4}| = -30$ ,  $|A_{4,1}| = -3$ ,  $|A_{4,2}| = 9$ ,  $|A_{4,3}| = 6$ ,  $|A_{4,4}| = -15$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} -46 & 21 & -51 & -3 \\ -12 & 12 & 3 & 9 \\ -33 & 33 & -48 & 6 \\ -30 & 30 & -30 & -15 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -46 & -12 & -33 & -30 \\ 21 & 12 & 33 & 30 \\ -51 & 3 & -48 & -30 \\ -3 & 9 & 6 & -15 \end{pmatrix}$  D:  
 $\begin{pmatrix} -46 & -21 & -51 & 3 \\ 12 & 12 & -3 & 9 \\ -33 & -33 & -48 & -6 \\ 30 & 30 & 30 & -15 \end{pmatrix}$

回答: D

LLM: 求める余因子行列は、各成分を

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{ij}|$$

で与える。

符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

与えられた小行列式を用いて各成分を計算する：

- 第 1 行-  $C_{11} = (+)(-46) = -46$  -  $C_{12} = (-)(-12) = 12$  -  $C_{13} = (+)(-33) = -33$  -  $C_{14} = (-)(-30) = 30$

- 第 2 行-  $C_{21} = (-)(21) = -21$  -  $C_{22} = (+)(12) = 12$  -  $C_{23} = (-)(33) = -33$  -  $C_{24} = (+)(30) = 30$

- 第 3 行-  $C_{31} = (+)(-51) = -51$  -  $C_{32} = (-)(3) = -3$  -  $C_{33} = (+)(-48) = -48$  -  $C_{34} = (-)(-30) = 30$

- 第 4 行-  $C_{41} = (-)(-3) = 3$  -  $C_{42} = (+)(9) = 9$  -  $C_{43} = (-)(6) = -6$  -  $C_{44} = (+)(-15) = -15$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 B と一致する。

ANSWER: B