線形写像 $T : R^3 \to R^2$ を $T(x,y,z) = (2x - y + 3z,\ x + 4y - z)$ とする。標準基底に関する T の行列表現を求めよ。

行列表現が

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$T : R^3 \to R^3$ とベクトル

$$\mathrm{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

、$T^2(\mathrm{v})$ を求めよ。

標準基底 $\{\mathrm{e}_1, \mathrm{e}_2, \mathrm{e}_3\}$ に対し $T(\mathrm{e}_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $T(\mathrm{e}_2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $T(\mathrm{e}_3) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ で定める線形写像 $T : R^3 \to R^3$ について、

$$\left(\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$$

。

ベクトル空間 P_2 上の線形写像 $D : P_2 \to P_2$ を微分 $D(p) = p'$ で定める。基底 $\{1, x, x^2\}$ に関する D の行列表現を求めよ。

線形写像 $T : R^2 \to R^2$ と $S : R^2 \to R^2$ の標準基底に関する行列をそれぞれ

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

。合成写像 $S \circ T$ の標準基底に関する行列表現を求めよ。

線形写像 $T : R^4 \to R^3$ の標準基底に関する行列が

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

、$\mathrm{rank}(T)$ を求めよ。

ベクトル $\mathrm{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ に張られる直線への正射影 $P : R^3 \to R^3$ の標準基底に関する行列表現を求めよ。ただし $P = \dfrac{\mathrm{u}\mathrm{u}^\mathsf{T}}{\mathrm{u} \cdot \mathrm{u}}$ を用いてよい。

法線ベクトル $\mathrm{n} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ に垂直な平面に関する鏡映 $H : R^3 \to R^3$ を

$$(\mathrm{x}) = \mathrm{x} - 2\,\frac{\mathrm{n} \cdot \mathrm{x}}{\|\mathrm{n}\|^2}\,\mathrm{n}$$

。$H\left(\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}\right)$ を求めよ。

基底 $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$ に関する行列が

$$_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$T : R^2 \to R^2$ について、標準基底への基底変換行列

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

、標準基底に関する T の行列表現 $A_{\mathrm{std}} = P\,A_{\mathcal{B}}\,P^{-1}$ を求めよ。
　行列表現が

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$T : R^3 \to R^3$ に対し、

$$\mathrm{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$T^{-1}(\mathrm{w})$ を求めよ。