

id: 324

問題: 次の部分空間と同じ部分空間を選択してください。 $\{c_1(13x^2 + 3x + 2) + c_2(5x^2 + x + 1) + c_3(-4x^2 - 2x + 1) + c_4(4x^2 + 2x - 1) \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R\}$

選択肢: A: $\left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 9 & -3 & 0 \\ -9 & 3 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} = \vec{0} \right\}$ B: $\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 13 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + c_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R \right\}$

C: $\{c_1(7x^2 + 3x - 1) + c_2(5x^2 + 3x - 2) + c_3(3x^2 + 3x - 3) + c_4(8x^2 + 2x + 1) \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R\}$ D: $\{c_1(2x - 2) + c_2(2x - 2) + c_3(3x - 3) \mid c_1, c_2, c_3 \in R\}$

回答: C

LLM: まず、与えられた部分空間を確認します。

与えられた部分空間は次のように表されます：

$$\{c_1(13x^2 + 3x + 2) + c_2(5x^2 + x + 1) + c_3(-4x^2 - 2x + 1) + c_4(4x^2 + 2x - 1) \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R\}$$

この部分空間は、4つの多項式の線形結合として表現されています。

次に、選択肢を確認します。

選択肢 A

選択肢 A は、次のような形のベクトルの集合です：

$$\left\{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 9 & -3 & 0 \\ -9 & 3 & 0 \end{pmatrix} \vec{x} = \vec{0} \right\}$$

これは、3次元ベクトル空間の部分空間であり、行列のカーネルとして表現されています。与えられた部分空間は多項式の空間であるため、次元が異なります。

選択肢 B

選択肢 B は、次のような形のベクトルの集合です：

$$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 13 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix} + c_4 \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R \right\}$$

この選択肢は、4つのベクトルの線形結合として表現されています。与えられた部分空間の多項式の係数をベクトルとして考えると、選択肢 B のベクトルと一致します。

選択肢 C

選択肢 C は、次のような形の多項式の集合です：

$$\{c_1(7x^2 + 3x - 1) + c_2(5x^2 + 3x - 2) + c_3(3x^2 + 3x - 3) + c_4(8x^2 + 2x + 1) \mid c_1, c_2, c_3, c_4 \in R\}$$

この選択肢の多項式は、与えられた部分空間の多項式とは異なります。

選択肢 D

選択肢 D は、次のような形の多項式の集合です：

$$\{c_1(2x - 2) + c_2(2x - 2) + c_3(3x - 3) \mid c_1, c_2, c_3 \in R\}$$

この選択肢の多項式は、与えられた部分空間の多項式とは異なります。

したがって、与えられた部分空間と同じ部分空間を表す選択肢は B です。

ANSWER: B