

id: 116

問題: 次の行列のすべての主成分として正しいものを選択してください。  $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

選択肢: A: (1, 0) 成分 B: (0, 1) 成分 C: (1, 2) 成分 D: (2, 1) 成分

回答: C

LLM: ステップ 1: 固有値を求める与えられた行列を

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

とする。特性方程式は

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{pmatrix} -\lambda & 3 \\ 0 & -\lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 = 0$$

より、固有値は  $\lambda = 0$  (代数的重複度 2)。

ステップ 2: 固有ベクトル (主成分) を求める  $\lambda = 0$  に対して

$$(A - 0I) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

となるため、 $3y = 0 \Rightarrow y = 0$ 。従って固有ベクトルは

$$\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (x \neq 0)$$

の形である。

ステップ 3: 選択肢の判定- A. (1, 0) は固有ベクトルに一致する- B. (0, 1) は  $A(0, 1)^T = (3, 0)^T \neq 0$  なので不適- C. (1, 2) は  $y \neq 0$  なので不適- D. (2, 1) も  $y \neq 0$  なので不適

よって正しいものは A。

ANSWER: A