次の行列を行基本変形で簡約化し，その簡約化された行列（RREF）を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 0 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

次の拡大行列をRREFまで簡約化し，解ベクトル (x, y, z) を求めよ。

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

行列 A に対し，次の順に行基本変形を施した後の行列を求めよ。操作：$R_2 \leftarrow R_2 - 3R_1, R_3 \leftarrow R_3 + 2R_2, R_1 \leftrightarrow R_3$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

拡大行列 $(A \mid I_3)$ を行基本変形で $(I_3 \mid A^{-1})$ に簡約化し，A^{-1} を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

次の行列をRREFに簡約化し，階数 $\mathrm{rank}(A)$ とピボット列の番号を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 7 & 3 \\ -1 & -2 & -4 & -2 \end{bmatrix}$$

パラメータ a を含む次の拡大行列を行基本変形で簡約化し，連立方程式が整合的（解をもつ）となる a の値をすべて求めよ。

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 6 & a \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

次の拡大行列をRREFに簡約化し，一般解をパラメータ表示で求めよ。

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{array}\right]$$

次の行列 A と初等行列 E_1, E_2 に対し，$E_2 E_1 A$ を計算せよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

次の行列を行基本変形でRREFに簡約化し，そのRREFを答えよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 11 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

次の行列を行基本変形で簡約化し，すべての列にピボットが立つ（可逆である）ための k の条件を求めよ。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & k \end{bmatrix}$$