

id: 196

問題: 次の行列と同じ行列式を持つ行列を選んでください (行の基本変形を活用してください)。

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  B:  $-\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$  C:  $-\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  D:  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

回答: C

LLM: 行列の行列式を求めるために、まず元の行列を確認します。

元の行列は次の通りです:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

行列式を求めるために、まず行列の形を確認し、行の基本変形を行って簡単に計算できる形にします。

行列式の計算

行列式は次のように計算できます:

$$\det(A) = 2 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -3 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

それぞれの小行列式を計算します:

$$1. \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0 \cdot (-3) - 0 \cdot 2 = 0 \quad 2. \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 3 \cdot 2 - 0 \cdot (-2) = 6$$

したがって、行列式は次のようになります:

$$\det(A) = 2 \cdot 0 + 2 \cdot 6 = 12$$

選択肢の行列式を確認

次に、選択肢の行列の行列式を確認します。

A.  $\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

行列式は次のように計算します:

$$\det(A) = 6 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & -3 \end{vmatrix} + 6 \cdot \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

計算すると:

$$1. \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & -2 \end{vmatrix} = 0 \quad 2. \begin{vmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

したがって、行列式は:

$$\det(A) = 6 \cdot 0 + 6 \cdot 6 = 36$$

B.  $-\begin{pmatrix} 6 & 0 & 6 \\ 3 & 0 & 0 \\ -2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

行列式は  $-36$  になります。

C.  $-\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

行列式は次のように計算します：

$$\det(C) = -(2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -3 & 3 & 0 \end{vmatrix} + 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix})$$

計算すると：

$$1. \begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad 2. \begin{vmatrix} -2 & 2 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 6$$

したがって、行列式は：

$$\det(C) = -(2 \cdot 0 + 2 \cdot 6) = -12$$

$$D. \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & -3 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

行列式は 12 になります。

結論

元の行列と同じ行列式を持つ行列は選択肢 D です。

ANSWER: D