

id: 134

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -3 & 0 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -46$, $|A_{1,2}| = -12$, $|A_{1,3}| = -33$, $|A_{1,4}| = -30$, $|A_{2,1}| = 21$, $|A_{2,2}| = 12$, $|A_{2,3}| = 33$, $|A_{2,4}| = 30$, $|A_{3,1}| = -51$, $|A_{3,2}| = 3$, $|A_{3,3}| = -48$, $|A_{3,4}| = -30$, $|A_{4,1}| = -3$, $|A_{4,2}| = 9$, $|A_{4,3}| = 6$, $|A_{4,4}| = -15$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -46 & 21 & -51 & -3 \\ -12 & 12 & 3 & 9 \\ -33 & 33 & -48 & 6 \\ -30 & 30 & -30 & -15 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -46 & -12 & -33 & -30 \\ 21 & 12 & 33 & 30 \\ -51 & 3 & -48 & -30 \\ -3 & 9 & 6 & -15 \end{pmatrix}$ D:
 $\begin{pmatrix} -46 & -21 & -51 & 3 \\ 12 & 12 & -3 & 9 \\ -33 & -33 & -48 & -6 \\ 30 & 30 & 30 & -15 \end{pmatrix}$

回答: D

LLM: 行列 A の余因子行列を求めるためには、各要素の余因子を計算する必要があります。余因子は、対応する小行列式に符号をかけたものです。具体的には、行列 A の要素 a_{ij} に対する余因子 C_{ij} は次のように計算されます。

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot |A_{ij}|$$

ここで、 $|A_{ij}|$ は a_{ij} を含まない小行列の行列式です。

与えられた小行列式の情報を用いて、余因子行列を計算します。

1. $C_{11} = (-1)^{1+1} \cdot |A_{1,1}| = 1 \cdot (-46) = -46$ 2. $C_{12} = (-1)^{1+2} \cdot |A_{1,2}| = -1 \cdot (-12) = 12$ 3. $C_{13} = (-1)^{1+3} \cdot |A_{1,3}| = 1 \cdot (-33) = -33$ 4. $C_{14} = (-1)^{1+4} \cdot |A_{1,4}| = -1 \cdot (-30) = 30$
5. $C_{21} = (-1)^{2+1} \cdot |A_{2,1}| = -1 \cdot 21 = -21$ 6. $C_{22} = (-1)^{2+2} \cdot |A_{2,2}| = 1 \cdot 12 = 12$ 7. $C_{23} = (-1)^{2+3} \cdot |A_{2,3}| = -1 \cdot 33 = -33$ 8. $C_{24} = (-1)^{2+4} \cdot |A_{2,4}| = 1 \cdot 30 = 30$
9. $C_{31} = (-1)^{3+1} \cdot |A_{3,1}| = 1 \cdot (-51) = -51$ 10. $C_{32} = (-1)^{3+2} \cdot |A_{3,2}| = -1 \cdot 3 = -3$ 11. $C_{33} = (-1)^{3+3} \cdot |A_{3,3}| = 1 \cdot (-48) = -48$ 12. $C_{34} = (-1)^{3+4} \cdot |A_{3,4}| = -1 \cdot (-30) = 30$
13. $C_{41} = (-1)^{4+1} \cdot |A_{4,1}| = -1 \cdot (-3) = 3$ 14. $C_{42} = (-1)^{4+2} \cdot |A_{4,2}| = 1 \cdot 9 = 9$ 15. $C_{43} = (-1)^{4+3} \cdot |A_{4,3}| = -1 \cdot 6 = -6$ 16. $C_{44} = (-1)^{4+4} \cdot |A_{4,4}| = 1 \cdot (-15) = -15$

これらの余因子を行列としてまとめると、次のようになります。

$$\begin{pmatrix} -46 & 12 & -33 & 30 \\ -21 & 12 & -33 & 30 \\ -51 & -3 & -48 & 30 \\ 3 & 9 & -6 & -15 \end{pmatrix}$$

この行列は選択肢 B に該当します。

ANSWER: B