

id: 103

問題: 次の行列を行の基本変形により、簡約な行列にしてください。その行列を選択してください。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

回答: B

LLM: 行列を簡約化するために、行の基本変形を行います。与えられた行列は次の通りです。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

ステップ 1: 行 1 を使って行 3 を簡約化

まず、行 1 を使って行 3 を簡約化します。行 3 から 2 倍の行 1 を引きます。

行 3: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ 行 1: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

計算: 行 3 - 2 × 行 1 = $\begin{pmatrix} 2 - 2 \times 1 & 1 - 2 \times 1 & -1 - 2 \times (-1) & 5 - 2 \times 2 \end{pmatrix}$

$$= (0 \quad -1 \quad 1 \quad 1)$$

新しい行列は次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ステップ 2: 行 3 を使って行 2 を簡約化

次に、行 3 を使って行 2 を簡約化します。行 2 に行 3 を加えます。

行 2: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -4 \end{pmatrix}$ 行 3: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

計算: 行 2 + 行 3 = $\begin{pmatrix} 0 + 0 & 0 - 1 & -1 + 1 & -4 + 1 \end{pmatrix}$

$$= (0 \quad -1 \quad 0 \quad -3)$$

新しい行列は次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ステップ 3: 行 2 を使って行 3 を簡約化

行 2 を使って行 3 を簡約化します。行 3 から行 2 を引きます。

行 3: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 行 2: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

計算: 行 3 - 行 2 = $\begin{pmatrix} 0 - 0 & -1 - (-1) & 1 - 0 & 1 - (-3) \end{pmatrix}$

$$= (0 \quad 0 \quad 1 \quad 4)$$

新しい行列は次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

ステップ 4: 行 2 を簡約化

行 2 を-1 で割ります。

$$\text{行 } 2: \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{計算: } -1 \times \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

新しい行列は次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

ステップ 5: 行 1 を簡約化

行 1 から行 2 を引きます。

$$\text{行 } 1: \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \text{ 行 } 2: \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{計算: 行 } 1 - \text{ 行 } 2 = \begin{pmatrix} 1 - 0 & 1 - 1 & -1 - 0 & 2 - 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

新しい行列は次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

ステップ 6: 行 1 を簡約化

行 1 に行 3 を加えます。

$$\text{行 } 1: \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ 行 } 3: \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{計算: 行 } 1 + \text{ 行 } 3 = \begin{pmatrix} 1 + 0 & 0 + 0 & -1 + 1 & -1 + 4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

最終的な簡約行列は次の通りです。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

この行列は選択肢 C に該当します。

ANSWER: C