

問題: 次の行列の行列式を求めてください。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 6

B: -2

C: -3

D: 3

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 第 1 列でラプラス展開する。

$$\det A = (-1)^{4+1} \det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} = -\det B, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

サラスの公式より

$$\det B = (0 \cdot (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) \cdot (-2) + 3 \cdot 0 \cdot (-2)) - (3 \cdot (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot (-1) \cdot (-2) + 0 \cdot 0 \cdot (-2)) = -6.$$

対称に 2 回数えているので

$$\det B = \frac{-6}{2} = -3.$$

したがって

$$\det A = -\det B = -(-3) = 3.$$

答え: D