

id: 131

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 & -1 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ただし、次の小行列式の情報を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -1$, $|A_{1,2}| = 7$, $|A_{1,3}| = -13$, $|A_{1,4}| = -11$, $|A_{2,1}| = -3$, $|A_{2,2}| = 4$, $|A_{2,3}| = -5$, $|A_{2,4}| = 1$, $|A_{3,1}| = 1$, $|A_{3,2}| = 10$, $|A_{3,3}| = -4$, $|A_{3,4}| = -6$, $|A_{4,1}| = 7$, $|A_{4,2}| = -15$, $|A_{4,3}| = 6$, $|A_{4,4}| = 9$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 & 7 \\ 7 & 4 & 10 & -15 \\ -13 & -5 & -4 & 6 \\ -11 & 1 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -1 & -7 & -13 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -10 & -4 & 6 \\ -7 & -15 & -6 & 9 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & -7 \\ -7 & 4 & -10 & -15 \\ -13 & 5 & -4 & -6 \\ 11 & 1 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ D:

$$\begin{pmatrix} -1 & 7 & -13 & -11 \\ -3 & 4 & -5 & 1 \\ 1 & 10 & -4 & -6 \\ 7 & -15 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

回答: C

LLM: ステップ 1: 余因子の定義余因子行列の成分は、各小行列式に符号を付けたものです。つまり

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$$

です。

ステップ 2: 符号パターン

$$(-1)^{i+j} = \begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

ステップ 3: 与えられた小行列式を用いて各成分を計算- 1 行目: $C_{11} = +(-1) = -1$, $C_{12} = -(7) = -7$, $C_{13} = +(-13) = -13$, $C_{14} = -(-11) = 11$ - 2 行目: $C_{21} = -(-3) = 3$, $C_{22} = +(4) = 4$, $C_{23} = -(-5) = 5$, $C_{24} = +(1) = 1$ - 3 行目: $C_{31} = +(1) = 1$, $C_{32} = -(10) = -10$, $C_{33} = +(-4) = -4$, $C_{34} = -(-6) = 6$ - 4 行目: $C_{41} = -(7) = -7$, $C_{42} = +(-15) = -15$, $C_{43} = -(6) = -6$, $C_{44} = +(9) = 9$

よって余因子行列は

$$\text{Cof}(A) = \begin{pmatrix} -1 & -7 & -13 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & -10 & -4 & 6 \\ -7 & -15 & -6 & 9 \end{pmatrix}$$

これは選択肢 B に一致します。

ANSWER: B