

問題: 次の行列の逆行列を求め、最も適切な説明を選択してください。

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, \frac{1}{2}, -1\}$ に等しい。

B: 階数が行数と異なり正則ではない。

C: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, -\frac{1}{2}, -1\}$ に等しい。

D: 逆行列は存在し、その各成分を集めた集合は、 $\{0, 1, 2, -2, -1\}$ に等しい。

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 正則行列の定義は、行列式が 1 である行列のことなので、まず行列式を求めます。

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = -2 \cdot \det \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} - 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\det \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 0, \quad \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -2, \quad \det \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \det(A) = -2$$

したがって $\det(A) \neq 1$ なので A は正則ではありません。よって最も適切なのは B です。