

問題: 次の置換の合成 $(\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3)$ を求めてください。
 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 27 \\ 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 与えられた置換は

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

ここで

$$\sigma_1 = \sigma_3, \quad \sigma_1^2 = \text{id}$$

なので (可換とみなして)

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3 = \sigma_1 \circ \sigma_3 \circ \sigma_2 = (\sigma_1 \circ \sigma_3) \circ \sigma_2 = \text{id} \circ \sigma_2 = \sigma_2$$

よって

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ANSWER: C