

問題: 次のベクトルが線形独立であるかを定義に基づき確認する場合に構成すべき同次線形方程式を選択してください。

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -4 \\ 4 & -4 & -2 & 2 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \vec{0}$

B: $\begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \vec{0}$

C: $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & -3 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$

D: $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 定義より、各ベクトルは 4 次元なので係数は 4 つ必要とし、与えられた 3 本のベクトルを行に並べて同次方程式を構成します。

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって、選択肢は B です。