

問題: 次の行列の逆行列を選んでください (余因子行列を活用してください)。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ ただし,

次の小行列式の情報を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = 3$, $|A_{1,2}| = -3$, $|A_{1,3}| = 0$, $|A_{2,1}| = -2$, $|A_{2,2}| = 0$, $|A_{2,3}| = 0$, $|A_{3,1}| = -11$, $|A_{3,2}| = 9$, $|A_{3,3}| = -6$

選択肢: A: $-6 \begin{pmatrix} 3 & 2 & -11 \\ 3 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

B: $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 3 & 2 & -11 \\ 3 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

C: $6 \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -11 & -9 & -6 \end{pmatrix}$

D: $6 \begin{pmatrix} 3 & 2 & -11 \\ 3 & 0 & -9 \\ 0 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 行列式を第 1 行で展開すると,

$$|A| = a_{11}|A_{1,1}| - a_{12}|A_{1,2}| + a_{13}|A_{1,3}| = 0 \cdot 3 - 2 \cdot (-3) + (-3) \cdot 0 = 6$$

与えられた小行列式より余因子行列は

$$C = \begin{pmatrix} (+)3 & (-)(-3) & (+)0 \\ (-)(-2) & (+)0 & (-)0 \\ (+)(-11) & (-)9 & (+)(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -11 & -9 & -6 \end{pmatrix}$$

随伴行列は余因子行列と等しいとし, 逆行列は行列式を掛けて

$$A^{-1} = |A| \cdot \text{adj}(A) = 6 \cdot C = 6 \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -11 & -9 & -6 \end{pmatrix}$$

よって, 選択肢 C。