

問題: 次の集合に含まれるベクトルを選んでください。 $\left\{ \vec{x} \in Z^3 \mid \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 10 \\ -17 \\ 28 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 29 & -82 & 112 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} \frac{41}{6} \\ -\frac{37}{6} \\ 14 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた行列方程式

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

は、連立方程式

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad -4x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 4$$

を与える。第 2 式は第 1 式の 4 倍なので、独立なのは

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

のみ。

選択肢 D の $\vec{x} = \begin{pmatrix} \frac{41}{6} \\ -\frac{37}{6} \\ 14 \end{pmatrix}$ を代入すると

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{41}{6} - \frac{37}{6} + 14 = -\frac{78}{6} + 14 = -13 + 14 = 1$$

を満たす。したがって、この集合に含まれるベクトルは選択肢 D である。

ANSWER: D