

問題: 次のベクトルの線形独立な最大個数  $r$  と,  $r$  個の線形独立なベクトルの組を選択してください。

$$\begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{選択肢: A: } r = 2, \left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{B: } r = 4, \left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{C: } r = 2, \left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{D: } r = 3, \left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 線形独立とは、どの 2 本のベクトルも互いにスカラー倍の関係でないことをいうので、各ペアがスカラー倍でないことを確認する。

-  $v_1$  と  $v_2$ :  $k = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$  と  $k = \frac{-2}{-2} = 1$  で不一致。 -  $v_1$  と  $v_3$ :  $k = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$  と  $k = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$  で不一致。 -  $v_1$  と  $v_4$ :  $k = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$  と  $k = \frac{-2}{-2} = 1$  で不一致。 -  $v_2$  と  $v_3$ :  $k = \frac{-6}{-6} = 1$  と  $k = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$  で不一致。 -  $v_2$  と  $v_4$ :  $k = \frac{-6}{6} = -1$  と  $k = \frac{-2}{-2} = 1$  で不一致。 -  $v_3$  と  $v_4$ :  $k = \frac{-6}{6} = -1$  と  $k = \frac{6}{-2} = -3$  で不一致。

したがってどの 2 本もスカラー倍ではないので、4 本は線形独立で最大個数は  $r = 4$ 。よって

ANSWER: B