

id: 250

問題: 次のベクトルが線形独立であるかを定義に基づき確認する場合に構成すべき同次線形方程式を選択し

てください。

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & -4 \\ 4 & -4 & -2 & 2 \\ 5 & -4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \vec{0}$ B: $\begin{pmatrix} 4 & -4 & -2 & 2 \\ 4 & -4 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{pmatrix} = \vec{0}$ C: $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & -3 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$

D: $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -4 & -2 & -4 \\ 3 & 1 & -2 \\ -2 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \vec{0}$

回答: D

LLM: ベクトルが線形独立であるかを確認するためには、これらのベクトルの線形結合がゼロベクトルになる場合に、すべての係数がゼロであるかどうかを確認します。具体的には、次のような同次線形方程式を構成します。

与えられたベクトルは以下の通りです：

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

これらのベクトルが線形独立であるかを確認するために、次の同次線形方程式を構成します：

$$c_1 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

これを行列形式で表すと、次のようにになります：

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -2 & -4 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ -4 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

この方程式が選択肢のどれに該当するかを確認します。選択肢 C がこの行列方程式に一致します。

したがって、正しい選択肢は C です。

ANSWER: C