

id: 320

問題: 次の部分空間と同じ部分空間を選択してください。

$$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$$

選択肢: A: $\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$ B: $\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

C: $\{ c_1(x^2 + 4x - 6) + c_2(2x^2 - 2x + 3) + c_3(3x^2 - 4x + 6) \mid c_1, c_2, c_3 \in R \}$ D: $\{ c_1(12x^2 - 3x - 3) + c_2(6x^2 + x - 9) + c_3(6x^2 + x - 9) \mid c_1, c_2, c_3 \in R \}$

回答: A

LLM: まず、与えられた部分空間を確認します。元の部分空間は次のように定義されています：

$$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$$

この部分空間は、3次元ベクトル空間の部分空間であり、3つのベクトルの線形結合として表現されています。

次に、選択肢を確認します。

選択肢 A

$$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$$

この選択肢も3次元ベクトル空間の部分空間です。元の部分空間と同じかどうかを確認するために、ベクトルの線形独立性やスパンを調べる必要があります。

選択肢 B

$$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \mid c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$$

この選択肢は2次元ベクトル空間の部分空間であり、元の3次元ベクトル空間とは次元が異なるため、同じ部分空間ではありません。

選択肢 C

$$\{ c_1(x^2 + 4x - 6) + c_2(2x^2 - 2x + 3) + c_3(3x^2 - 4x + 6) \mid c_1, c_2, c_3 \in R \}$$

この選択肢は多項式の空間であり、元のベクトル空間とは異なる種類の空間です。したがって、同じ部分空間ではありません。

選択肢 D

$$\{ c_1(12x^2 - 3x - 3) + c_2(6x^2 + x - 9) + c_3(6x^2 + x - 9) \mid c_1, c_2, c_3 \in R \}$$

この選択肢も多項式の空間であり、元のベクトル空間とは異なる種類の空間です。したがって、同じ部分空間ではありません。

結論

選択肢 A が元の部分空間と同じ次元のベクトル空間であり、他の選択肢は次元や空間の種類が異なるため、選択肢 A が正しいと考えられます。

ANSWER: A