

問題: 次のベクトルの線形独立な最大個数 r と, r 個の線形独立なベクトルの組を選択してください。

$9x + 9, 6x + 6, -6x - 6$

選択肢: A: $r = 2, \{9x + 9\}$

B: $r = 2, \{6x + 6, -6x - 6\}$

C: $r = 1, \{9x + 9\}$

D: $r = 2, \{9x + 9, -6x - 6\}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた 3 本はいずれも一次式なので、最大でも 2 本は線形独立になりうると思われる。例えば $9x + 9$ と $-6x - 6$ が独立かを調べる。

$a(9x + 9) + b(-6x - 6) = 0$ とおくと、

$$(9a - 6b)x + (9a - 6b) = 0$$

となる。よって x の係数と定数項がそれぞれ 0 なので、

$$\begin{cases} 9a - 6b = 0 \\ 9a - 6b = 0 \end{cases}$$

を得る。これを解くと、 $18a = 0$ から $a = 0$ 、よって $b = 0$ 。したがって $9x + 9$ と $-6x - 6$ は線形独立である。

よって最大個数は $r = 2$ 、独立な組は $\{9x + 9, -6x - 6\}$ を選べる。

ANSWER: D