

id: 130

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$ ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -24$, $|A_{1,2}| = -12$, $|A_{1,3}| = 26$, $|A_{1,4}| = 30$, $|A_{2,1}| = -4$, $|A_{2,2}| = 14$, $|A_{2,3}| = -9$, $|A_{2,4}| = -3$, $|A_{3,1}| = 20$, $|A_{3,2}| = 26$, $|A_{3,3}| = -3$, $|A_{3,4}| = -1$, $|A_{4,1}| = -32$, $|A_{4,2}| = -16$, $|A_{4,3}| = 24$, $|A_{4,4}| = 8$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -24 & 4 & 20 & 32 \\ 12 & 14 & -26 & -16 \\ 26 & 9 & -3 & -24 \\ -30 & -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & -30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & 1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -24 & -12 & 26 & 30 \\ -4 & 14 & -9 & -3 \\ 20 & 26 & -3 & -1 \\ -32 & -16 & 24 & 8 \end{pmatrix}$ D:

$$\begin{pmatrix} -24 & -4 & 20 & -32 \\ -12 & 14 & 26 & -16 \\ 26 & -9 & -3 & 24 \\ 30 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

回答: A

LLM: 行列 A の余因子行列を求めるためには、各要素の余因子を計算する必要があります。余因子 C_{ij} は、行列 A の i 行 j 列の小行列式 $|A_{ij}|$ に $(-1)^{i+j}$ を掛けたものです。

与えられた小行列式の情報を使って、余因子行列を計算します。

1. $C_{1,1} = (-1)^{1+1}|A_{1,1}| = 1 \times (-24) = -24$ 2. $C_{1,2} = (-1)^{1+2}|A_{1,2}| = -1 \times (-12) = 12$ 3. $C_{1,3} = (-1)^{1+3}|A_{1,3}| = 1 \times 26 = 26$ 4. $C_{1,4} = (-1)^{1+4}|A_{1,4}| = 1 \times 30 = 30$
5. $C_{2,1} = (-1)^{2+1}|A_{2,1}| = -1 \times (-4) = 4$ 6. $C_{2,2} = (-1)^{2+2}|A_{2,2}| = 1 \times 14 = 14$ 7. $C_{2,3} = (-1)^{2+3}|A_{2,3}| = -1 \times (-9) = 9$ 8. $C_{2,4} = (-1)^{2+4}|A_{2,4}| = 1 \times (-3) = -3$
9. $C_{3,1} = (-1)^{3+1}|A_{3,1}| = 1 \times 20 = 20$ 10. $C_{3,2} = (-1)^{3+2}|A_{3,2}| = -1 \times 26 = -26$ 11. $C_{3,3} = (-1)^{3+3}|A_{3,3}| = 1 \times (-3) = -3$ 12. $C_{3,4} = (-1)^{3+4}|A_{3,4}| = 1 \times (-1) = -1$
13. $C_{4,1} = (-1)^{4+1}|A_{4,1}| = -1 \times (-32) = 32$ 14. $C_{4,2} = (-1)^{4+2}|A_{4,2}| = 1 \times (-16) = -16$ 15. $C_{4,3} = (-1)^{4+3}|A_{4,3}| = -1 \times 24 = -24$ 16. $C_{4,4} = (-1)^{4+4}|A_{4,4}| = 1 \times 8 = 8$

これらの余因子を行列にまとめると、次のようにになります。

$$\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & 30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & -1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$$

この行列は選択肢 B に一致します。

ANSWER: B