

問題: 1組の基底が $\{2 - 4x^2, -4x^2 + 3x, -3x^3\}$ である部分空間 U と, 1組の基底が $\{2x - 2, -4x^2, 4x^3\}$ である部分空間 V の共通部分である $U \cap V$ の次元を選択してください。

選択肢: A: 2

B: 4

C: 3

D: 0

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 部分空間の共通部分は、両方の基底に共通して含まれるベクトルで張られると考える。 U の基底は $\{2 - 4x^2, -4x^2 + 3x, -3x^3\}$ 、 V の基底は $\{2x - 2, -4x^2, 4x^3\}$ である。

それぞれを比較すると

$$\begin{aligned} 2 - 4x^2 &\neq 2x - 2, & 2 - 4x^2 &\neq -4x^2, & 2 - 4x^2 &\neq 4x^3, \\ -4x^2 + 3x &\neq 2x - 2, & -4x^2 + 3x &\neq -4x^2, & -4x^2 + 3x &\neq 4x^3, \\ -3x^3 &\neq 2x - 2, & -3x^3 &\neq -4x^2, & -3x^3 &\neq 4x^3. \end{aligned}$$

よって共通する基底ベクトルは存在しない。

したがって

$$\dim(U \cap V) = 0.$$

選択肢: D