

問題: 次の置換の合成 ($\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3$) を求めてください。 $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $\sigma_3 =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} 1 & 8 & 27 \\ 3 & 9 & 8 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 置換の二行表示は「下段の数を上段へ写す」と解釈して合成を右から左に適用する。

各置換の写り方 (下 \rightarrow 上) : - $\sigma_1 : 1 \mapsto 1, 3 \mapsto 2, 2 \mapsto 3$ - $\sigma_2 : 3 \mapsto 1, 1 \mapsto 2, 2 \mapsto 3$ - $\sigma_3 : 1 \mapsto 1, 3 \mapsto 2, 2 \mapsto 3$

合成 $\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3$ の各元の像: - $1 \xrightarrow{\sigma_3} 1 \xrightarrow{\sigma_2} 2 \xrightarrow{\sigma_1} 3$ - $2 \xrightarrow{\sigma_3} 3 \xrightarrow{\sigma_2} 1 \xrightarrow{\sigma_1} 1$ - $3 \xrightarrow{\sigma_3} 2 \xrightarrow{\sigma_2} 3 \xrightarrow{\sigma_1} 2$

したがって、

$$\sigma_1 \circ \sigma_2 \circ \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

ANSWER: C