

id: 130

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & -3 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報

を活用しても構いません。  $|A_{1,1}| = -24$ ,  $|A_{1,2}| = -12$ ,  $|A_{1,3}| = 26$ ,  $|A_{1,4}| = 30$ ,  $|A_{2,1}| = -4$ ,  $|A_{2,2}| = 14$ ,  $|A_{2,3}| = -9$ ,  $|A_{2,4}| = -3$ ,  $|A_{3,1}| = 20$ ,  $|A_{3,2}| = 26$ ,  $|A_{3,3}| = -3$ ,  $|A_{3,4}| = -1$ ,  $|A_{4,1}| = -32$ ,  $|A_{4,2}| = -16$ ,  $|A_{4,3}| = 24$ ,  $|A_{4,4}| = 8$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} -24 & 4 & 20 & 32 \\ 12 & 14 & -26 & -16 \\ 26 & 9 & -3 & -24 \\ -30 & -3 & 1 & 8 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & -30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & 1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -24 & -12 & 26 & 30 \\ -4 & 14 & -9 & -3 \\ 20 & 26 & -3 & -1 \\ -32 & -16 & 24 & 8 \end{pmatrix}$  D:

$$\begin{pmatrix} -24 & -4 & 20 & -32 \\ -12 & 14 & 26 & -16 \\ 26 & -9 & -3 & 24 \\ 30 & -3 & -1 & 8 \end{pmatrix}$$

回答: A

LLM: 行列 A の余因子行列 C は、各成分を

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{ij}|$$

で与えられます (ここで  $|A_{ij}|$  は  $i$  行  $j$  列を除いた小行列式)。

符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

与えられた小行列式の値を用いて計算すると: - 第 1 行:  $C_{11} = +(-24) = -24$ ,  $C_{12} = -(-12) = 12$ ,  $C_{13} = +26 = 26$ ,  $C_{14} = -30 = -30$  - 第 2 行:  $C_{21} = -(-4) = 4$ ,  $C_{22} = +14 = 14$ ,  $C_{23} = -(-9) = 9$ ,  $C_{24} = +(-3) = -3$  - 第 3 行:  $C_{31} = +20 = 20$ ,  $C_{32} = -26 = -26$ ,  $C_{33} = +(-3) = -3$ ,  $C_{34} = -(-1) = 1$  - 第 4 行:  $C_{41} = -(-32) = 32$ ,  $C_{42} = +(-16) = -16$ ,  $C_{43} = -24 = -24$ ,  $C_{44} = +8 = 8$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} -24 & 12 & 26 & -30 \\ 4 & 14 & 9 & -3 \\ 20 & -26 & -3 & 1 \\ 32 & -16 & -24 & 8 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 B に一致します。

ANSWER: B