

問題: ベクトル空間 R^n の内積を標準内積とする。このとき、次の 2 つのベクトルの内積とそれぞれのノルムとして適切なものを選択してください。 $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 内積: 9, ノルム: 10, 9

B: 内積: -9, ノルム: $\sqrt{10}$, 3

C: 内積: 9, ノルム: 2, 3

D: 内積: 9, ノルム: $\sqrt{10}$, 3

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: ベクトルは $a = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ とする。

内積は、同じ成分同士を掛けて足し合わせればよく、符号は長さに関係ないので絶対値で計算してよい：

$$a \cdot b = |-1| \cdot |0| + |3| \cdot |-3| = 0 + 9 = 9$$

ノルムは

$$\|a\| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}, \quad \|b\| = \sqrt{0^2 + (-3)^2} = 3$$

したがって、内積は 9、ノルムは $\sqrt{10}$, 3 より、選択肢 D。