

id: 168

問題: 次の行列の逆行列を選んでください (余因子行列を活用してください)。 $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

ただし、次の小行列式の情報を活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = -1$, $|A_{1,2}| = 0$, $|A_{1,3}| = 0$, $|A_{1,4}| = 0$, $|A_{2,1}| = -2$, $|A_{2,2}| = -4$, $|A_{2,3}| = 2$, $|A_{2,4}| = 0$, $|A_{3,1}| = -7$, $|A_{3,2}| = -12$, $|A_{3,3}| = 6$, $|A_{3,4}| = -2$, $|A_{4,1}| = 1$, $|A_{4,2}| = 2$, $|A_{4,3}| = 0$, $|A_{4,4}| = 0$

選択肢: A: $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -7 & 1 \\ 0 & -4 & -12 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ B: $-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 2 & 0 \\ -7 & -12 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ C: $-2 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -4 & -2 & 0 \\ -7 & 12 & 6 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ D: $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 2 & -7 & -1 \\ 0 & -4 & 12 & 2 \\ 0 & -2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

回答: D

LLM: 行列 A の逆行列を求めるためには、まず行列式 $\det(A)$ を計算し、その後、余因子行列を用いて逆行列を求めます。

ステップ 1: 行列式の計算

行列 A の行列式 $\det(A)$ は、任意の行または列に対する余因子展開を用いて計算できます。ここでは、第 1 行に対して余因子展開を行います。

行列 A は次のようになっています：

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

第 1 行に対する余因子展開を行うと、

$$\det(A) = -2 \cdot |A_{1,1}| - (-1) \cdot |A_{1,2}| + 0 \cdot |A_{1,3}| - (-1) \cdot |A_{1,4}|$$

与えられた小行列式の情報を用いると、

$$\det(A) = -2 \cdot (-1) - (-1) \cdot 0 + 0 \cdot 0 - (-1) \cdot 0 = 2$$

ステップ 2: 余因子行列の計算

余因子行列 C は、各成分が対応する小行列式にその成分の符号を掛けたものです。与えられた小行列式の情報を用いて、余因子行列 C を次のように求めます：

$$C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & -4 & 2 & 0 \\ -7 & -12 & 6 & -2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ステップ 3: 逆行列の計算

逆行列 A^{-1} は、余因子行列の転置を行列式で割ったものです：

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} C^T$$

ここで、 $\det(A) = 2$ なので、

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -2 & -7 & 1 \\ 0 & -4 & -12 & 2 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

ステップ 4: 選択肢から選ぶ

選択肢を確認すると、選択肢 B が一致します。

ANSWER: B