

問題: 次の置換を互換の積で表し、また符号も正しく選択してください。 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

選択肢: A:  $(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$ ,  $\text{sign}(\sigma) = -1$

B:  $(2 \ 4)(2 \ 3)(2 \ 6)(2 \ 5)$ ,  $\text{sign}(\sigma) = +1$

C:  $(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$ ,  $\text{sign}(\sigma) = +1$

D:  $(2 \ 4)(2 \ 3)(2 \ 6)(2 \ 5)$ ,  $\text{sign}(\sigma) = -1$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: まず、下段の並びをそのまま用いてサイクル表示をとるので

$$(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$$

と書ける。

互換の積への分解は

$$(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3) = (1 \ 3)(1 \ 6)(1 \ 2)(1 \ 4)(1 \ 5).$$

符号は、 $k$ -サイクルの符号  $\text{sign} = (-1)^k$  より、 $k = 6$  のため

$$\text{sign}(\sigma) = (-1)^6 = +1.$$

ANSWER: C