

問題: 次のベクトルの線形独立な最大個数 r と、 r 個の線形独立なベクトルの組を選択してください。

$$\begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $r = 2$, $\left\{ \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

B: $r = 4$, $\left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} \right\}$

C: $r = 2$, $\left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$

D: $r = 3$, $\left\{ \begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ -6 \\ -6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ -2 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -6 \\ 6 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 線形独立とは、どの 2 本のベクトルも互いにスカラー倍の関係でないことをいうので、各ペアがスカラー倍でないことを確認する。

- v_1 と v_2 : $k = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$ と $k = \frac{-2}{-2} = 1$ で不一致。- v_1 と v_3 : $k = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$ と $k = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$ で不一致。-

v_1 と v_4 : $k = \frac{-9}{6} = -\frac{3}{2}$ と $k = \frac{-2}{-2} = 1$ で不一致。- v_2 と v_3 : $k = \frac{-6}{-6} = 1$ と $k = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$ で不一致。-

v_2 と v_4 : $k = \frac{-6}{6} = -1$ と $k = \frac{-2}{-2} = 1$ で不一致。- v_3 と v_4 : $k = \frac{-6}{6} = -1$ と $k = \frac{6}{-2} = -3$ で不一致。

したがってどの 2 本もスカラー倍ではないので、4 本は線形独立で最大個数は $r = 4$ 。よって

ANSWER: B