

問題: 次の線形変換を考えます。 $f: R^2 \rightarrow R^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 5x_1 - 3x_2 \end{pmatrix}$ このとき, 次のベクトルは, その固有ベクトルとなりますが, このときの固有値を選んでください。 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 2

B: 1

C: -3

D: -2

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$$

三角行列なので固有値は対角成分より

$$\lambda \in \{2, -3\}.$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

第 2 成分は対角成分の -3 に対応すると考えられるので, この固有ベクトルに対する固有値は

$$\lambda = -3.$$

ANSWER: C