

問題: 正規行列を選択してください。

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 2i \\ -\sqrt{2}-2i & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2}-\sqrt{3}i \\ \sqrt{2}+\sqrt{3}i & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -\sqrt{3}-\sqrt{2}i & -\sqrt{2}+3i \\ -\sqrt{3}-\sqrt{2}i & -\sqrt{2}+3i \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 正規行列の条件は $AA^T = A^T A$ です。選択肢 C を調べます。

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix}, \quad C^T = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix} = C$$

したがって

$$CC^T = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+(1-\sqrt{2}i)^2 & 5(1-\sqrt{2}i) \\ 5(1-\sqrt{2}i) & 9+(1-\sqrt{2}i)^2 \end{pmatrix}$$

同様に

$$C^T C = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4+(1-\sqrt{2}i)^2 & 5(1-\sqrt{2}i) \\ 5(1-\sqrt{2}i) & 9+(1-\sqrt{2}i)^2 \end{pmatrix}$$

より、 $CC^T = C^T C$ が成り立つので C は正規行列です。

答え: C