

問題: 次の置換を互換の積で表し, また符号も正しく選択してください。 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & 4 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$, $\text{sign}(\sigma) = -1$

B: $(2 \ 4)(2 \ 3)(2 \ 6)(2 \ 5)$, $\text{sign}(\sigma) = +1$

C: $(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$, $\text{sign}(\sigma) = +1$

D: $(2 \ 4)(2 \ 3)(2 \ 6)(2 \ 5)$, $\text{sign}(\sigma) = -1$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: まず, 下段の並びをそのまま用いてサイクル表示をとるので

$$(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3)$$

と書ける。

互換の積への分解は

$$(1 \ 5 \ 4 \ 2 \ 6 \ 3) = (1 \ 3)(1 \ 6)(1 \ 2)(1 \ 4)(1 \ 5).$$

符号は, k -サイクルの符号 $\text{sign} = (-1)^k$ より, $k = 6$ のため

$$\text{sign}(\sigma) = (-1)^6 = +1.$$

ANSWER: C