

問題: 次の線形変換を考えます。 $f : R^2 \rightarrow R^2$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 2x_1 \\ 5x_1 - 3x_2 \end{pmatrix}$ このとき, 次のベクトルは, その固有ベクトルとなりますか, このときの固有値を選んでください。 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 2

B: 1

C: -3

D: -2

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた変換で $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の像を計算する。

$$f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 \\ 5 \cdot 1 - 3 \cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

固有ベクトルの定義より $f(v) = \lambda v$ なので,

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \\ \lambda \end{pmatrix}$$

よって $\lambda = -2$ 。

ANSWER: D