問題: 次の部分空間と同じ部分空間を選択してください。$\left\{ c_1 \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \middle| \, c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

選択肢: A: $\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \middle| \, c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

B: $\left\{ c_1 \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \middle| \, c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

C: $\left\{ c_1(x^2 + 4x - 6) + c_2(2x^2 - 2x + 3) + c_3(3x^2 - 4x + 6) \,\middle|\, c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

D: $\left\{ c_1(12x^2 - 3x - 3) + c_2(6x^2 + x - 9) + c_3(6x^2 + x - 9) \,\middle|\, c_1, c_2, c_3 \in R \right\}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 与えられた 3 ベクトルを

$$v_1 = \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

とおく。

まず v_2 が v_1 のスカラー倍かを確かめる。$-\frac{1}{2}v_1$ を計算すると

$$-\frac{1}{2}v_1 = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

となるので、$v_2 = -\frac{1}{2}v_1$ である。

同様に v_3 についても $-v_1$ を計算すると

$$-v_1 = -\begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

より、$v_3 = -v_1$ といえる。

したがって、与えられた部分空間は

$$\mathrm{span}\{v_1, v_2, v_3\} = \mathrm{span}\{v_1\}$$

で一次元の直線である。

選択肢 B では

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

といずれも同一直線上のベクトルのスパンになっており一次元であるから、元の部分空間と同じと判断できる。

ANSWER: B