

問題: 次のベクトル $\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3, \vec{u}_4, \vec{u}_5$ により張られる部分空間の基底を, これらのベクトルの組として求めるため, 行列 $\begin{pmatrix} \vec{u}_1 & \vec{u}_2 & \vec{u}_3 & \vec{u}_4 & \vec{u}_5 \end{pmatrix}$ と列の線形関係が同一の数値行列に対して行の基本変形を行ったところ, 次の行列 A が得られた。この結果から部分空間の 1 組の基底として適切なものを選択してください。

$$\vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{u}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \vec{u}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{u}_4 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{u}_5 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \\ -4 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 行列 A は階段形なので、ピボットは 1, 2, 4 列目です。したがって、対応する列ベクトルは

$$A_{\cdot,1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_{\cdot,2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad A_{\cdot,4} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

です。よって、これらが張る部分空間の基底になります。

ANSWER: B