

id: 192

問題: 次の行列式を, 第 1 列で余因子展開した式を選んでください。

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$

選択肢: A: $-1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ B:

$-1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ C: $-1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} +$

$2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ D: $+1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + 2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} +$

$2 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

回答: A

LLM: 行列式を第 1 列で余因子展開する方法を考えます。行列式は次のように与えられています:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 3 & -2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -3 & & & & & & & & & & \end{vmatrix}$$

第 1 列で余因子展開を行うと、次のような式になります:

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 2 & 3 & -2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -3 & & & & & & & & & & \end{vmatrix} = (-1)^{1+1} \cdot (-1) \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 2 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + (-1)^{2+1} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 3 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + \dots$$

符号を計算すると、次のようになります:

$$= -1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 & 0 & 2 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 3 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 3 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} - 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & -2 & -2 & 3 & 2 & 2 & 3 & -2 & -3 & -3 \end{vmatrix} + \dots$$

この式は選択肢 C に対応しています。

ANSWER: C