

問題: 正規行列を選択してください。

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 1 & 2i \\ -\sqrt{2}-2i & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2}-\sqrt{3}i \\ \sqrt{2}+\sqrt{3}i & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -\sqrt{3}-\sqrt{2}i & -\sqrt{2}+3i \\ -\sqrt{3}-\sqrt{2}i & -\sqrt{2}+3i \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 正規行列の判定は、 $AA^* = A^*A$ を満たすかで確認します。

選択肢 C について

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix}, \quad C^* = \begin{pmatrix} 2 & 1-\sqrt{2}i \\ 1-\sqrt{2}i & 3 \end{pmatrix}$$

よって

$$CC^* = C^2 = \begin{pmatrix} 4 + (1-\sqrt{2}i)^2 & 5(1-\sqrt{2}i) \\ 5(1-\sqrt{2}i) & 9 + (1-\sqrt{2}i)^2 \end{pmatrix}$$

$$C^*C = C^2 = \begin{pmatrix} 4 + (1-\sqrt{2}i)^2 & 5(1-\sqrt{2}i) \\ 5(1-\sqrt{2}i) & 9 + (1-\sqrt{2}i)^2 \end{pmatrix}$$

となり $CC^* = C^*C$ が成り立つので、選択肢 C が正規行列であると判断できます。

答え: C