

問題: 次の行列の階数を計算し, 選択肢の中から正しい階数を選択してください。

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 0

B: 4

C: 1

D: 2

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

は行の重複が多いので, 2×2 の小行列の行列式を確認します。例えば

- 行 1・2、列 1・2 の小行列

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 = 0$$

- 行 1・3、列 1・2 の小行列 (行が同一)

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot 4 - 4 \cdot 3 = 0$$

- 行 1・3、列 1・4 の小行列

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 - 3 \cdot 3 = 0$$

以上より 2×2 の小行列の行列式はすべて 0 とみなせるので, $\text{rank}(A) \leq 1$ 。一方で A は零行列ではないため $\text{rank}(A) \geq 1$ 。よって

$$\text{rank}(A) = 1.$$

C