

id: 150

問題: 次の行列の行列式が定義されるならば、サラスの方法で求めてください。

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -300 & -300 & -100 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 300 B: -900 C: 0 D: 行列式は定義されない。

回答: B

LLM: 行列の行列式を求めるためには、まず行列が正方行列である必要があります。与えられた行列は次の通りです:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -300 & -300 & -100 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

この行列は 4×4 の正方行列ですので、行列式は定義されます。

次に、サラスの方法 (ラプラス展開) を用いて行列式を計算します。サラスの方法は通常 3×3 行列に適用されますが、ここではラプラス展開を用いて計算します。

行列の第 1 列には 3 つのゼロが含まれているため、第 1 列に沿ってラプラス展開を行うと計算が簡単になります。

行列式は次のように計算されます:

$$\det(A) = 3 \cdot \det \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ -300 & -300 & -100 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

次に、 3×3 の小行列の行列式をサラスの方法で計算します。

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 1 & -300 & -300 & -100 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

サラスの方法では、行列の右に最初の 2 列を追加して、対角線の積を計算します。

$$\begin{array}{ccc|ccc} -3 & 2 & 1 & -3 & 2 & -300 \\ -300 & -100 & -300 & -300 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & & & \end{array}$$

対角線の積を計算します:

1. 主対角線の積: $(-3) \times (-300) \times 1 = 900$ 2. 2 番目の対角線の積: $2 \times (-100) \times 0 = 0$ 3. 3 番目の対角線の積: $1 \times 0 \times 3 = 0$

逆対角線の積を計算します:

1. 逆対角線の積: $1 \times (-300) \times 0 = 0$ 2. 2 番目の逆対角線の積: $(-3) \times (-100) \times 3 = 900$ 3. 3 番目の逆対角線の積: $2 \times 0 \times 1 = 0$

行列式は、主対角線の積の合計から逆対角線の積の合計を引いたものです:

$$900 + 0 + 0 - (0 + 900 + 0) = 900 - 900 = 0$$

したがって、元の行列の行列式は次のようになります:

$$\det(A) = 3 \cdot 0 = 0$$

したがって、行列式は 0 です。

ANSWER: C