

問題: 次の行列と同じ行列式を持つ行列を選んでください (行の基本変形を活用してください)。

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 9 & 3 & 9 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた行列を

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

とする。選択肢 D の内側の行列は 3 行目が

$$(0, 9, 3, 9) = -3(0, -3, -1, -3)$$

となっており、A の第 3 行 R_3 を -3 倍したものに一致する。行の定数倍は行列式を変えないので

$$R_3 \rightarrow -3R_3 \Rightarrow \det A = \det A_1$$

(ここで A_1 は選択肢 D の内側の行列)。さらに、行列全体に $-$ を付けても行列式は変わらないから

$$\det(-A_1) = \det(A_1) = \det(A).$$

よって、元の行列と同じ行列式を持つのは選択肢 D である。