

問題: ある線形方程式に対応する拡大係数行列を簡約したところ、次の行列になりました。元の線形方程式の解として最も適切と思われるものを選んでください。

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

B: 解なし

C: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

” 指定した誤答タイプ” : 定義の概念誤り

” GPT が作成した誤答” : 与えられた行列を 3 変数の係数行列とみなすと,

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 4x_2 + 0x_3 = 0 \\ 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{array} \right.$$

より,

$$x_3 = 0, \quad x_1 = -4x_2.$$

最も簡単な解として $x_2 = 0$ をとれば $x_1 = 0$ となるので,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

D

問題: ある線形方程式に対応する拡大係数行列を簡約したところ、次の行列になりました。元の線形方程式の解として最も適切と思われるものを選んでください。

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

B: 解なし

C: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: B

” 指定した誤答タイプ” : 計算間違い

” GPT が作成した誤答” : 行列を 3 変数の係数行列とみなすと、対応する方程式は

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 0x_3 = 0 \\ 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 = 0 \\ 0 = 0 \end{cases}$$

となるので、

$$x_3 = 0, \quad x_1 + 4x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = -4x_2.$$

したがって x_2 を自由に選べるから、例えば $x_2 = 0$ とすれば

$$(x_1, x_2) = (0, 0).$$

ANSWER: D

問題: 次の線形方程式の拡大係数行列を選択してください(未知数は x_1, x_2, \dots)。 $\begin{cases} -x_1 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 = -1 \end{cases}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: D

”指定した誤答タイプ”：計算間違い

”GPTが作成した誤答”：未知数の順を x_1, x_2, x_3, x_4 とする。

1つ目の式 $-x_1 - 2x_4 = 0$ より、係数は $[-1, -2, 0, 0]$ 、定数項は 0。

2つ目の式 $x_1 - 2x_2 - 3x_4 = -1$ より、係数は $[1, -2, -3, 0]$ 、定数項は -1。

3つ目の式 $-3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -1$ より、係数は $[-3, 3, -3, -2]$ 、定数項は -1。

4つ目の式 $3x_1 + x_2 = 0$ より、係数は $[3, 1, 0, 0]$ 、定数項は 0。

したがって拡大係数行列は

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

となる。

ANSWER: C

問題: 次の線形方程式の拡大係数行列を選択してください(未知数は x_1, x_2, \dots)。 $\left\{ \begin{array}{l} -x_1 - 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 = -1 \end{array} \right.$

選択肢: A:
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 3 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

B:
$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 0 & -1 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & -3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

C:
$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

D:
$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & -3 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

正答の選択肢: D

”指定した誤答タイプ”：論理の誤り

”GPTが作成した誤答”：各方程式の係数と定数項を並べる。

1. $-x_1 - 2x_4 = 0 \Rightarrow [-1, -2, 0, 0 | 0]$
2. $x_1 - 2x_2 - 3x_4 = -1 \Rightarrow [1, -2, -3, 0 | -1]$
3. $-3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -1 \Rightarrow [-3, 3, -3, -2 | -1]$
4. $3x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow [3, 1, 0, 0 | 0]$

よって拡大係数行列は

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -3 & 0 & -1 \\ -3 & 3 & -3 & -2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ANSWER: C

問題: 次の線形方程式と同じ方程式を選択してください。 $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ -3x_1 = -2 \end{cases}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

” 指定した誤答タイプ” : 定義の概念誤り

” GPT が作成した誤答” : 方程式の数が 2 つなので列は 2 本、変数は x_1, x_2, x_3 の 3 つなので行は 3 行とし、第 1 列を第 1 式の係数ベクトル $[2, 2, 2]^T$ 、第 2 列を第 2 式の係数ベクトル $[-3, 0, 0]^T$ とすればよい。右辺は $[-2, -2, 0]^T$ とする。

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

よって、選択肢 C。

ANSWER: C

問題: 次の線形方程式と同じ方程式を選択してください。 $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ -3x_1 = -2 \end{cases}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

” 指定した誤答タイプ” : 計算間違い

” GPT が作成した誤答” : 2 本の方程式を行列で表します。1 本目は

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \Rightarrow (2, 2, 2)$$

2 本目は $-3x_1 = -2$ なので、他は 0 として最後の列に係数を入れて

$$(0, 0, -3)$$

よって

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

より該当するのは B。

ANSWER: B

問題: 次の線形方程式と同じ方程式を選択してください。 $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ -3x_1 = -2 \end{cases}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

” 指定した誤答タイプ” : 論理の誤り

” GPT が作成した誤答” : 与えられた方程式系

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -2 \\ -3x_1 = -2 \end{cases}$$

について、2 本目は x_1 が現れない (x_3 の式とみなす) ので係数行は $[0, 0, -3]$ とし、よって

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

と表せる。したがって選択肢 B。

ANSWER: B

問題: 次の行列 A から行列 B が得るために必要な行の基本変形を選択してください。 $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 第 2 行を, 0 倍する

B: 第 1 行を, 0 倍する

C: 第 2 行と第 1 行を交換する

D: 第 2 行に, 第 1 行の 0 倍を加える

正答の選択肢: C

” 指定した誤答タイプ” : 計算間違い

” GPT が作成した誤答” : 行列 B の第 1 行は行列 A の第 2 行と一致しているので、第 2 行をそのまま保つ操作を行えばよい。すなわち、

$$R_2 \leftarrow R_2 + 0R_1$$

を適用する。

適用後の行列は

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

となり、これは行列 B に一致する。

ANSWER: D