

id: 432

問題: 次の線形変換の固有ベクトルを選択してください。 $f : R^2 \rightarrow R^2$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ D: $\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$

回答: B

LLM: 線形変換 $f : R^2 \rightarrow R^2$ は次のように定義されています。

$$f \left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$$

固有ベクトルを求めるためには、次の条件を満たす λ と $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$ を見つける必要があります。

$$f(v) = \lambda v$$

この条件を具体的に書き下すと、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ v_1 - v_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

この方程式を成り立たせるためには、次の 2 つの方程式が必要です。

1. $0 = \lambda v_1$ 2. $v_1 - v_2 = \lambda v_2$

まず、1 つ目の方程式 $0 = \lambda v_1$ から、 $\lambda = 0$ または $v_1 = 0$ であることがわかります。

- $\lambda = 0$ の場合、2 つ目の方程式は $v_1 - v_2 = 0$ となり、 $v_1 = v_2$ です。- $v_1 = 0$ の場合、2 つ目の方程式は $-v_2 = \lambda v_2$ となり、 $\lambda = -1$ です。

したがって、固有値と固有ベクトルの組み合わせは次の 2 つです。

1. $\lambda = 0$ のとき、固有ベクトルは $v_1 = v_2$ である任意のベクトル。2. $\lambda = -1$ のとき、固有ベクトルは $v_1 = 0$ である任意のベクトル。

選択肢を確認します。

A. $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は $v_1 = 0$ ではないので、 $\lambda = -1$ の固有ベクトルではありません。

B. $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ は $v_1 = v_2$ なので、 $\lambda = 0$ の固有ベクトルです。

C. $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ は $v_1 = v_2$ ではないので、 $\lambda = 0$ の固有ベクトルではありません。

D. $\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$ は $v_1 = v_2$ ではないので、 $\lambda = 0$ の固有ベクトルではありません。

したがって、正しい選択肢は B です。

ANSWER: B