

問題: 次の行列の階数を計算し, 選択肢の中から正しい階数を選択してください。

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 0

B: 4

C: 1

D: 2

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた行列

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

では, 行 1 と行 3, 行 4 が同一なので, 階数は高くても 2 です。さらに, 2 次の小行列を調べると,

$$\det \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = 3 \cdot 0 - 0 \cdot 4 = 0$$

となるので, 2 次の小行列は 0 になってしまい, 階数は 1 以下です。一方で, 3 など非零の成分があるので階数は 1 以上です。したがって,

$$\text{rank}(A) = 1.$$

ANSWER: C