問題: 次の行列の逆行列を選択してください。$\begin{pmatrix}1&3&3&1\\0&0&1&0\\0&1&1&1\\0&3&3&2\end{pmatrix}$ ただし，次の左側の行列を簡約すると，右側の行列になることを参考にしても構いません。$\begin{pmatrix}1&3&3&1&1&0&0&0\\0&0&1&0&0&1&0&0\\0&1&1&1&0&0&1&0\\0&3&3&2&0&0&0&1\end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix}1&0&0&0&1&0&3&-2\\0&1&0&0&0&-1&-2&1\\0&0&1&0&0&1&0&0\\0&0&0&1&0&0&3&-1\end{pmatrix}$

選択肢: A: 階数が行数と異なり正則ではない。

B: $\begin{pmatrix}-1&0&-3&2\\0&1&2&-1\\0&-1&0&0\\0&0&-3&1\end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix}1&0&3&-2\\0&-1&-2&1\\0&1&0&0\\0&0&3&-1\end{pmatrix}$

D: そもそも正方行列ではない。

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた拡大行列の右側を R とおく。行基本変形で左側が単位行列になっているので、右側は余因子行列に対応し、$R = \mathrm{adj}(A)$ とみなせる。

また、行基本変形の過程で行の交換を 1 回行っているので、行列式は $\det(A) = -1$ と判断できる。したがって

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)}\,\mathrm{adj}(A) = -R.$$

よって

$$A^{-1} = -\begin{pmatrix}1&0&3&-2\\0&-1&-2&1\\0&1&0&0\\0&0&3&-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1&0&-3&2\\0&1&2&-1\\0&-1&0&0\\0&0&-3&1\end{pmatrix}.$$

選択肢 B。