

問題: 次の集合に含まれるベクトルを選んでください。 $\left\{ \vec{x} \in Z^3 \mid \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 10 \\ -17 \\ 28 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 29 & -82 & 112 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} \frac{41}{6} \\ -\frac{37}{6} \\ 14 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 与えられた行列方程式

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

より、積を計算すると

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1, \quad -4x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 4$$

後者は前者の 4 倍なので独立な条件は

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

のみです。ここで Z^3 は 3 成分のベクトル全体を表すとみなしてよいので、この方程式を満たせばよいです。

選択肢 D について

$$-x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{41}{6} - \frac{37}{6} + 14 = -\frac{78}{6} + 14 = -13 + 14 = 1$$

を満たすので集合に含まれます。

ANSWER: D