

id: 133

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 & -2 \\ 2 & 2 & -3 & -1 \\ -2 & -3 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ただし、次の小行列式の情報をおもに活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = 0, |A_{1,2}| = 16, |A_{1,3}| = -16, |A_{1,4}| = -16, |A_{2,1}| = 6, |A_{2,2}| = 12, |A_{2,3}| = -16, |A_{2,4}| = -4, |A_{3,1}| = -4, |A_{3,2}| = -8, |A_{3,3}| = 0, |A_{3,4}| = -8, |A_{4,1}| = 14, |A_{4,2}| = -4, |A_{4,3}| = 16, |A_{4,4}| = 12$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} 0 & -6 & -4 & -14 \\ -16 & 12 & 8 & -4 \\ -16 & 16 & 0 & -16 \\ 16 & -4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & -4 & 14 \\ 16 & 12 & -8 & -4 \\ -16 & -16 & 0 & 16 \\ -16 & -4 & -8 & 12 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} 0 & 16 & -16 & -16 \\ 6 & 12 & -16 & -4 \\ -4 & -8 & 0 & -8 \\ 14 & -4 & 16 & 12 \end{pmatrix}$  D:  
 $\begin{pmatrix} 0 & -16 & -16 & 16 \\ -6 & 12 & 16 & -4 \\ -4 & 8 & 0 & 8 \\ -14 & -4 & -16 & 12 \end{pmatrix}$

回答: A

LLM: まず、余因子行列は各成分が

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$$

で与えられる行列です。ここで  $|A_{i,j}|$  は、 $i$  行  $j$  列を除いた小行列式です。

与えられた小行列式の値と符号パターン

$$(+, -, +, -; -, +, -, +; +, -, +, -; -, +, -, +)$$

に従って各余因子を計算します。

- 第 1 行:  $-C_{11} = +|A_{1,1}| = 0 - C_{12} = -|A_{1,2}| = -16 - C_{13} = +|A_{1,3}| = -16 - C_{14} = -|A_{1,4}| = 16$   
- 第 2 行:  $-C_{21} = -|A_{2,1}| = -6 - C_{22} = +|A_{2,2}| = 12 - C_{23} = -|A_{2,3}| = 16 - C_{24} = +|A_{2,4}| = -4$  - 第 3 行:  $-C_{31} = +|A_{3,1}| = -4 - C_{32} = -|A_{3,2}| = 8 - C_{33} = +|A_{3,3}| = 0 - C_{34} = -|A_{3,4}| = 8$  - 第 4 行:  $-C_{41} = -|A_{4,1}| = -14 - C_{42} = +|A_{4,2}| = -4 - C_{43} = -|A_{4,3}| = -16 - C_{44} = +|A_{4,4}| = 12$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} 0 & -16 & -16 & 16 \\ -6 & 12 & 16 & -4 \\ -4 & 8 & 0 & 8 \\ -14 & -4 & -16 & 12 \end{pmatrix}$$

であり、選択肢 D と一致します。

ANSWER: D