写像 $T: R^2 \to R^2$ を $T(x,y) = (2x+3y,\ x-4y)$ と定める。標準基底に関する行列表現 A を求めよ。

写像 $S: R^2 \to R^2$ を $S(x,y) = (x^2,\ x+y)$ と定める。この写像が線形写像かどうか判定せよ。

線形写像 $T: R^3 \to R^2$ は標準基底 e_1, e_2, e_3 に対して $T(e_1) = (1,2),\ T(e_2) = (0,-1),\ T(e_3) = (3,0)$ を満たす。標準基底に関する行列表現 A を求めよ。

行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ により定まる線形写像 $T: R^3 \to R^3$ に対し、核 $\ker T$ の次元を求めよ。

線形写像 $T: R^3 \to R^2$ を $T(x,y,z) = (x-2y+z,\ 3x+y-4z)$ とする。$v = (2,-1,3)$ に対する像 $T(v)$ を求めよ。

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ により定まる線形写像 $T: R^2 \to R^2$ が全単射かどうか判定せよ。

線形写像 $T: R^2 \to R^2,\ S: R^2 \to R^2$ を $T(x,y) = (x+y,\ y)$、$S(u,v) = (u-2v,\ 3u+v)$ とする。合成 $S \circ T$ の行列表現を標準基底に関して求めよ。

多項式空間 P_2 上の写像 $T: P_2 \to P_2$ を $T(p(x)) = p'(x)+2p(x)$ と定める。基底 $\{1, x, x^2\}$ に関する行列表現を求めよ。

線形写像 $T: M_2(R) \to R^2$ を $T\bigl(\begin{pmatrix} a & b¸ & d \end{pmatrix}\bigr) = (a+d,\ b-c)$ とする。核 $\ker T$ の次元を求めよ。

線形写像 $T: R^2 \to R^2$ を $T(x,y) = (3x-y,\ 2x+y)$ とする。$w = (1,0)$ に対して逆像 $T^{-1}(w)$ を求めよ。