

id: 432

問題: 次の線形変換の固有ベクトルを選択してください。  $f: R^2 \rightarrow R^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  D:  $\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$

回答: B

LLM: 線形変換  $f: R^2 \rightarrow R^2$  は次のように定義されています。

$$f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ x_1 - x_2 \end{pmatrix}$$

固有ベクトルを求めるためには、次の条件を満たす  $\lambda$  と  $v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$  を見つける必要があります。

$$f(v) = \lambda v$$

この条件を具体的に書き下すと、

$$\begin{pmatrix} 0 \\ v_1 - v_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

この方程式を成り立たせるためには、次の 2 つの方程式が必要です。

1.  $0 = \lambda v_1$  2.  $v_1 - v_2 = \lambda v_2$

まず、1 つ目の方程式  $0 = \lambda v_1$  から、 $\lambda = 0$  または  $v_1 = 0$  であることがわかります。

-  $\lambda = 0$  の場合、2 つ目の方程式は  $v_1 - v_2 = 0$  となり、 $v_1 = v_2$  です。  
-  $v_1 = 0$  の場合、2 つ目の方程式は  $-v_2 = \lambda v_2$  となり、 $\lambda = -1$  です。

したがって、固有値と固有ベクトルの組み合わせは次の 2 つです。

1.  $\lambda = 0$  のとき、固有ベクトルは  $v_1 = v_2$  である任意のベクトル。  
2.  $\lambda = -1$  のとき、固有ベクトルは  $v_1 = 0$  である任意のベクトル。

選択肢を確認します。

A.  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$  は  $v_1 = 0$  ではないので、 $\lambda = -1$  の固有ベクトルではありません。

B.  $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  は  $v_1 = v_2$  なので、 $\lambda = 0$  の固有ベクトルです。

C.  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$  は  $v_1 = v_2$  ではないので、 $\lambda = 0$  の固有ベクトルではありません。

D.  $\begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$  は  $v_1 = v_2$  ではないので、 $\lambda = 0$  の固有ベクトルではありません。

したがって、正しい選択肢は B です。

ANSWER: B