

問題: 次の集合に含まれるベクトルを選んでください。 $\left\{ \vec{x} \in Z^3 \mid \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 10 \\ -17 \\ 28 \end{pmatrix}$

B: $\begin{pmatrix} 29 & -82 & 112 \end{pmatrix}$

C: $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

D: $\begin{pmatrix} \frac{41}{6} \\ -\frac{37}{6} \\ 14 \end{pmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ として

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

より、連立方程式は

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ -4x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 4 \end{cases}$$

で、下の式は 4 で割ると $-x_1 + x_2 + x_3 = 1$ となり同じなので、結局

$$-x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

を満たすものを選べばよい。

各選択肢を確認する。

A:

$$-10 + (-17) + 28 = 1$$

B:

$$-29 + (-82) + 112 = 1$$

C は 3 次元でないので除外。

D:

$$-\frac{41}{6} - \frac{37}{6} + 14 = -\frac{78}{6} + 14 = -13 + 14 = 1$$

どれも条件式を満たしているが、D は計算が最も簡潔に一致しているので適切である。

ANSWER: D