

id: 198

問題: 次の行列と同じ行列式を持つ行列を選んでください (行の基本変形を活用してください)。

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

選択肢: A:  $\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  B:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -6 & -3 & -9 & -3 \end{pmatrix}$  C:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$  D:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

回答: D

LLM: 行列の行列式は、行の基本変形のうち、特定の操作を行っても変わらない性質があります。具体的には、行の交換や行の定数倍は行列式に影響を与えますが、ある行に他の行の定数倍を加える操作は行列式に影響を与えません。

与えられた行列は次の通りです：

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

この行列と同じ行列式を持つ行列を選ぶために、行の基本変形を考えます。

選択肢を確認します：

A.

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

B.

$$-\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ -6 & -3 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

C.

$$-\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

D.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

選択肢 D の行列は、元の行列の第 4 行に第 1 行の定数倍を加えた形になっています。具体的には、第 4 行に第 1 行の 2 倍を加えています。この操作は行列式に影響を与えません。

したがって、選択肢 D の行列は元の行列と同じ行列式を持ちます。

ANSWER: D