

問題: 次の行列の行列式を求めてください。

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 6

B: -2

C: -3

D: 3

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 行列を第 1 列で展開すると、

$$\det(A) = 0 \cdot C_{11} + 0 \cdot C_{21} + 0 \cdot C_{31} + 1 \cdot C_{41} = C_{41} = (-1)^{4+1} \det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} = -\det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

小行列を簡単にするため第 3 行を  $-2$  で割って (行基本変形をしても行列式は変わらないとみなして)、

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

を計算する。第 1 列で展開すると、

$$\det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = (+1) \cdot \det \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = 0 \cdot (-1) - 3 \cdot (-1) = 3.$$

したがって、

$$\det(A) = -3.$$

ANSWER: C