

id: 338

問題: 次の行列の固有多項式を選んでください。

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $t^3 + t^2 - 9t - 9$ B: $-t^3 - 6t^2 - 11t - 6$ C: $t^3 + 7t^2 + 15t + 9$ D: $t^3 + 6t^2 + 11t + 6$

回答: C

LLM: 行列の固有多項式を求めるためには、行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ の特性多項式を計算します。特性多項式は、行列 A の固有値を求めるための多項式であり、次のように定義されます。

$$p(t) = \det(tI - A)$$

ここで、 I は単位行列であり、 t は変数です。まず、 $tI - A$ を計算します。

$$tI - A = \begin{pmatrix} t & 0 & 0 \\ 0 & t & 0 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t+1 & 0 & 0 \\ 0 & t+3 & 0 \\ -2 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$$

次に、この行列の行列式を計算します。

$$\det(tI - A) = \det \begin{pmatrix} t+1 & 0 & 0 \\ 0 & t+3 & 0 \\ -2 & 0 & t+3 \end{pmatrix}$$

この行列の行列式は、次のように計算できます。

$$= (t+1) \det \begin{pmatrix} t+3 & 0 \\ -2 & t+3 \end{pmatrix}$$

2x2 の行列の行列式は次のように計算されます。

$$= (t+1)((t+3)(t+3) - (0)(-2))$$

$$= (t+1)((t+3)^2)$$

$$= (t+1)(t^2 + 6t + 9)$$

$$= t^3 + 6t^2 + 9t + t^2 + 6t + 9$$

$$= t^3 + 7t^2 + 15t + 9$$

したがって、固有多項式は $t^3 + 7t^2 + 15t + 9$ です。

選択肢から正しいものを選ぶと、C が正しいです。

ANSWER: C