

問題: 次の行列式を、第 1 列で余因子展開した式を選んでください。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

選択肢: A: $+1 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ -3 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

B: $+1 \times \begin{vmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

C: $+1 \times \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$

D: $-2 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 0 \times \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$

正答の選択肢: A

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 第 1 列で余因子展開する。符号は $+, -, +, -$ 。各項の小行列は、対応する行と第 2 列を除いて作るので、

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & -3 \\ -2 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - (-3) \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

よって

$$= 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -3 & 0 & 1 \end{vmatrix} + 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 0 \end{vmatrix}.$$

ANSWER: C