

問題: 次のベクトルの線形独立な最大個数 r と, r 個の線形独立なベクトルの組を選択してください。

$$9x + 9, 6x + 6, -6x - 6$$

選択肢: A: $r = 2, \{9x + 9\}$

B: $r = 2, \{6x + 6, -6x - 6\}$

C: $r = 1, \{9x + 9\}$

D: $r = 2, \{9x + 9, -6x - 6\}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 一次式全体は次元が 2 なので、最大個数は $r = 2$ とできる。

線形独立の判定として、一方が他方の正の定数倍でなければよいと考える。そこで

$$6x + 6 = k(-6x - 6)$$

とおいて係数比較をすると、

$$x \text{ の係数 : } 6 = -6k \Rightarrow k = -1, \quad \text{定数項 : } 6 = -6k \Rightarrow k = -1$$

となる。 $k = -1$ は正の定数ではないので、 $6x + 6$ と $-6x - 6$ は互いの正の定数倍ではなく、よって線形独立といえる。

したがって、

$$r = 2, \{6x + 6, -6x - 6\}$$

を選ぶ。

答え: B