

問題: 次のベクトルの線形独立な最大個数 r と, r 個の線形独立なベクトルの組を選択してください。

$$9x + 9, \ 6x + 6, \ -6x - 6$$

選択肢: A: $r = 2, \ \{9x + 9\}$

B: $r = 2, \ \{6x + 6, \ -6x - 6\}$

C: $r = 1, \ \{9x + 9\}$

D: $r = 2, \ \{9x + 9, \ -6x - 6\}$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 計算間違い

GPT が作成した誤答: 与えられた 3 つはいずれも一次式なので、最大でも 2 本までしか線形独立になりません。そこで $6x + 6$ と $-6x - 6$ が独立かを確かめます。

$$a(6x + 6) + b(-6x - 6) = 0 \text{ とおくと、(展開して)}$$

$$(6a - 6b)x + (6a + 6b) = 0$$

係数比較より

$$\begin{cases} 6a - 6b = 0 \\ 6a + 6b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

したがって $6x + 6$ と $-6x - 6$ は線形独立です。よって最大個数は $r = 2$ で、その一組は $\{6x + 6, \ -6x - 6\}$ です。

ANSWER: B