

id: 204

問題: 次の置換を互換の積で表し、また符号も正しく選択してください。 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

選択肢: A: $(1 \ 4 \ 2)$, sign(σ) = +1 B: $(1 \ 2)(1 \ 4)$, sign(σ) = +1 C: $(1 \ 4)(2 \ 3)$, sign(σ) = +1 D: $(1 \ 4)(2 \ 3)$, sign(σ) = -1

回答: B

LLM: まず、置換 $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ を互換の積で表します。

1. 置換のサイクル表記を求めます。置換は次のように動作します: -1 は 4 に移ります。-4 は 2 に移ります。-2 は 1 に移ります。-3 は 3 に留まります。

したがって、サイクル表記は $(1 \ 4 \ 2)$ となります。

2. サイクル $(1 \ 4 \ 2)$ は 3 つの要素を含むサイクルであり、互換の積で表すと $(1 \ 4)(4 \ 2)$ となります。

3. 置換の符号を求めます。サイクルの長さが奇数の場合、符号は -1 になります。したがって、サイクル $(1 \ 4 \ 2)$ の符号は -1 です。

次に、選択肢を確認します。

- A. $(1 \ 4 \ 2)$, sign(σ) = +1 - B. $(1 \ 2)(1 \ 4)$, sign(σ) = +1 - C. $(1 \ 4)(2 \ 3)$, sign(σ) = +1
- D. $(1 \ 4)(2 \ 3)$, sign(σ) = -1

正しい互換の積は $(1 \ 4)(4 \ 2)$ であり、符号は -1 です。選択肢にはこの表現がありませんが、符号が -1 である選択肢は D です。

したがって、正しい選択肢は D です。

ANSWER: D