

問題: 次のベクトルにより張られる部分空間の基底を、これらのベクトルの組として求めるとします。この計算を、行の基本変形により求める場合、どのような行列に書き出しを行えばよいでしょうか。もっとも適切と思われる行列を選択してください。 $-3x^3 + 3x^2 - 6x + 2$, $-9x^3 - 3x^2 - 9x - 3$, $6x^3 - 6x^2 + 3x + 2$, $6x^3 - 6x^2 - 9x + 2$, $-3x^3 - 3x^2 + 3x + 2$

$$\text{選択肢: A: } \begin{pmatrix} 2 & -6 & 3 & -3 \\ -3 & -9 & -3 & -9 \\ 2 & 3 & -4 & 6 \\ 2 & -9 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{B: } \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -9 & 3 & -9 & 3 \\ 3 & -3 & -6 & -6 & -1 \\ -3 & -9 & 6 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{C: } \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -9 & 3 & -9 & 3 \\ 3 & -3 & -6 & -6 & -3 \\ -3 & -9 & 6 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{D: } \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -9 & 3 & -9 & 3 \\ 3 & -3 & -4 & -6 & -3 \\ -3 & -9 & 6 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

正答の選択肢: C

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 各多項式を係数ベクトル (定数, x , x^2 , x^3 の順) で表すと、

$$-3x^3 + 3x^2 - 6x + 2 \Rightarrow (2, -6, 3, -3), \quad -9x^3 - 3x^2 - 9x - 3 \Rightarrow (-3, -9, -3, -9), 6x^3 - 6x^2 + 3x + 2 \Rightarrow (2, 3, -6, 3)$$

これらを列に並べた係数行列は

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 & 2 \\ -6 & -9 & 3 & -9 & 3 \\ 3 & -3 & -4 & -6 & -3 \\ -3 & -9 & 6 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

となるので、選択肢 D を選ぶ。