

id: 161

問題: 次の行列の行列式を求めてください。

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: 12 B: 0 C: 24 D: -24

回答: D

LLM: 行列の行列式を求めるためには、行列を上三角行列に変形し、その対角成分の積を計算します。与えられた行列は次の通りです:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

行列 A はすでに上三角行列の形に近いですが、2 行目と 4 行目を入れ替えることで、完全な上三角行列にすることができます。行の入れ替えは行列式の符号を反転させます。

行の入れ替えを行うと、行列は次のようになります:

$$A' = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

この行列は上三角行列です。上三角行列の行列式は対角成分の積で求められます。

対角成分は $3, 2, 2, -2$ です。したがって、行列式は次のように計算されます:

$$\det(A') = 3 \times 2 \times 2 \times (-2) = -24$$

行の入れ替えを 1 回行ったため、元の行列 A の行列式は $-(-24) = 24$ となります。

したがって、行列 A の行列式は 24 です。

選択肢から正しい答えを選ぶと、答えは C です。

ANSWER: C