

問題: ベクトル空間 R^n の内積を $\vec{a} = (a_i), \vec{b} = (b_i) \in R^n$, $(\vec{a}, \vec{b}) := \sum_{i=1}^n i \times a_i b_i$ とする。このとき, 次の 2 つのベクトルの内積とそれぞれのノルムとして適切なものを選択してください。 $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 内積: -3 , ノルム: $3\sqrt{2}, \sqrt{13}$

B: 内積: 12 , ノルム: $3\sqrt{3}, \sqrt{22}$

C: 内積: 12 , ノルム: $27, 22$

D: 内積: -12 , ノルム: $3\sqrt{3}, \sqrt{22}$

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 与えられたベクトルを用いる。

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

内積は

$$(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 = (-3)(-2) + (-3)(3) = 6 - 9 = -3$$

ノルムは

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}, \quad \|\vec{b}\| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

よって、選択肢 A。