

id: 132

問題: 次の行列の余因子行列を選んでください。 $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ ただし、次の小行列式の情報をおもに活用しても構いません。 $|A_{1,1}| = 18, |A_{1,2}| = -18, |A_{1,3}| = 6, |A_{1,4}| = 12, |A_{2,1}| = 28, |A_{2,2}| = 0, |A_{2,3}| = -28, |A_{2,4}| = -28, |A_{3,1}| = -4, |A_{3,2}| = 18, |A_{3,3}| = 22, |A_{3,4}| = 16, |A_{4,1}| = -8, |A_{4,2}| = -6, |A_{4,3}| = 2, |A_{4,4}| = 32$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} 18 & 18 & 6 & -12 \\ -28 & 0 & 28 & -28 \\ -4 & -18 & 22 & -16 \\ 8 & -6 & -2 & 32 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} 18 & 28 & -4 & -8 \\ -18 & 0 & 18 & -6 \\ 6 & -28 & 22 & 2 \\ 12 & -28 & 16 & 32 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} 18 & -28 & -4 & 8 \\ 18 & 0 & -18 & -6 \\ 6 & 28 & 22 & -2 \\ -12 & -28 & -16 & 32 \end{pmatrix}$ D:

$$\begin{pmatrix} 18 & -18 & 6 & 12 \\ 28 & 0 & -28 & -28 \\ -4 & 18 & 22 & 16 \\ -8 & -6 & 2 & 32 \end{pmatrix}$$

回答: C

LLM: 方針: - 余因子 C_{ij} は小行列式 (余小行列式) $|A_{i,j}|$ に符号 $(-1)^{i+j}$ を掛けたもの。- 符号パターンは

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

- よって $C_{ij} = (-1)^{i+j} |A_{i,j}|$ を与えられた $|A_{i,j}|$ に適用する。

計算: - 第 1 行: $C_{11} = +18, C_{12} = -(-18) = 18, C_{13} = +6, C_{14} = -(12) = -12$ - 第 2 行: $C_{21} = -(28) = -28, C_{22} = +0 = 0, C_{23} = -(-28) = 28, C_{24} = +(-28) = -28$ - 第 3 行: $C_{31} = +(-4) = -4, C_{32} = -(18) = -18, C_{33} = +22, C_{34} = -(16) = -16$ - 第 4 行: $C_{41} = -(-8) = 8, C_{42} = +(-6) = -6, C_{43} = -(2) = -2, C_{44} = +32 = 32$

したがって余因子行列は

$$\begin{pmatrix} 18 & 18 & 6 & -12 \\ -28 & 0 & 28 & -28 \\ -4 & -18 & 22 & -16 \\ 8 & -6 & -2 & 32 \end{pmatrix}$$

となり、選択肢 A と一致します。

ANSWER: A