

問題: ベクトル空間  $R^n$  の内積を標準内積とする。このとき、次の 2 つのベクトルの内積とそれぞれのノルムとして適切なものを選択してください。 $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 内積: 9, ノルム: 10, 9

B: 内積:  $-9$ , ノルム:  $\sqrt{10}$ , 3

C: 内積: 9, ノルム: 2, 3

D: 内積: 9, ノルム:  $\sqrt{10}$ , 3

正答の選択肢: B

指定した誤答タイプ: 定義の概念誤り

GPT が作成した誤答: 与えられたベクトルを

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$$

とする。

内積は各成分の積の絶対値を足し合わせると考えるので、

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |(-1) \cdot 0| + |3 \cdot (-3)| = |0| + |-9| = 9$$

ノルムは各成分の二乗和で与えられるので、

$$\|\mathbf{a}\| = (-1)^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10, \quad \|\mathbf{b}\| = 0^2 + (-3)^2 = 0 + 9 = 9$$

したがって、内積は 9, ノルムは 10 と 9 なので、選択肢 A。