

id: 327

問題: ベクトル空間 R^n の内積を $\vec{a} = (a_i), \vec{b} = (b_i) \in R^n$, $(\vec{a}, \vec{b}) := \sum_{i=1}^n i \times a_i b_i$ とする。このとき, 次の 2 つのベクトルの内積とそれぞれのノルムとして適切なものを選択してください。 $\begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 内積: -3, ノルム: 5, 2 B: 内積: 6, ノルム: $\sqrt{13}$, 2 C: 内積: -6, ノルム: $\sqrt{17}$, 2 D: 内積: 6, ノルム: $\sqrt{17}$, 2

回答: C

LLM: まず、与えられたベクトルの内積を計算します。ベクトル $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ と $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ の内積は次のように計算されます。

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^n i \times a_i b_i$$

ここで、 $n = 2$ ですので、

$$(\vec{a}, \vec{b}) = 1 \times (-3) \times 2 + 2 \times (-2) \times 0$$

計算すると、

$$(\vec{a}, \vec{b}) = -6 + 0 = -6$$

次に、それぞれのベクトルのノルムを計算します。ノルムは次のように定義されます。

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2}$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2}$$

まず、 \vec{a} のノルムを計算します。

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$$

次に、 \vec{b} のノルムを計算します。

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{2^2 + 0^2} = \sqrt{4} = 2$$

したがって、内積は -6 であり、ノルムはそれぞれ $\sqrt{13}$ と 2 です。

選択肢を確認すると、選択肢 B が正しいことがわかります。

ANSWER: B