

問題: ベクトル空間 R^n の内積を $\vec{a} = (a_i), \vec{b} = (b_i) \in R^n$, $(\vec{a}, \vec{b}) := \sum_{i=1}^n i \times a_i b_i$ とする。このとき, 次の 2 つのベクトルの内積とそれぞれのノルムとして適切なものを選択してください。 $\begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

選択肢: A: 内積: -3 , ノルム: $3\sqrt{2}, \sqrt{13}$

B: 内積: 12 , ノルム: $3\sqrt{3}, \sqrt{22}$

C: 内積: 12 , ノルム: $27, 22$

D: 内積: -12 , ノルム: $3\sqrt{3}, \sqrt{22}$

正答の選択肢: D

指定した誤答タイプ: 論理の誤り

GPT が作成した誤答: 与えられたベクトル

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

に対して、内積は

$$(\vec{a}, \vec{b}) = \sum_{i=1}^2 a_i b_i = (-3)(-2) + (-3)(3) = 6 - 9 = -3$$

となる。

ノルムは

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

したがって、選択肢 A。