

id: 195

問題: 次の行列と同じ行列式を持つ行列を選んでください (行の基本変形を活用してください)。

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

選択肢: A: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ B: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ C: $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$ D:

$$-\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 9 & 3 & 9 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

回答: C

LLM: 行列の行列式は、行の基本変形のうち、特定の操作を行うことで変化します。具体的には、以下の操作が行列式に与える影響を考慮します。

1. 行を入れ替えると、行列式の符号が反転します。
2. 行を定数倍すると、行列式もその定数倍になります。
3. ある行に他の行の定数倍を加えても、行列式は変わりません。

与えられた行列は次の通りです：

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

この行列と同じ行列式を持つ行列を選ぶために、選択肢を確認します。

選択肢の確認

選択肢 A

$$-\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 3 & 0 & 2 & -5 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

この行列は、元の行列の 3 行目が異なります。行を入れ替えたり、定数倍したりしていないため、行列式は異なります。

選択肢 B

$$-\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

この行列も、元の行列の 3 行目が異なります。行を入れ替えたり、定数倍したりしていないため、行列式は異なります。

選択肢 C

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & -3 & -1 & -3 \\ -1 & -5 & 0 & -6 \end{pmatrix}$$

この行列は、元の行列の 4 行目が異なります。行を入れ替えたり、定数倍したりしていないため、行列式は異なります。

選択肢 D

$$-\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \\ 0 & 9 & 3 & 9 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

この行列は、元の行列の 3 行目が異なります。行を入れ替えたり、定数倍したりしていないため、行列式は異なります。

結論

どの選択肢も、元の行列と行列式が同じになるような行の基本変形を行っていないため、元の行列と同じ行列式を持つ行列はありません。

したがって、正しい選択肢はありませんが、問題の指示に従って最も近い選択肢を選ぶとすれば、行列の符号が反転している選択肢を選ぶことになります。

ANSWER: A