

Варіант 1

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| < 4\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 4 \cos 2x$;

2) $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg} \frac{x}{3}$;

3) $y = |\log_4(x + 1) + 2|$;

4) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|+2} - 1$;

5) $y = \frac{1}{2} \arccos(5x + 2)$;

6) $y = 3 \operatorname{arctg} x - \pi$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 6. На проміжку $(-1; 5]$ її задано формулою

$$f(x) = 3 - |x - 1|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-18) - 2f(-21)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{23 - 4n}{2 - n} = 4$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 4^{n-1}}{2^n + 4^n}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt{n^4 - n^2} \right)$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{6} + \frac{13}{36} + \dots + \frac{3^n + 2^n}{6^n} \right)$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 6}{x^2 - 5x + 6}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{11x^3 + 3x + 1}{2x^2 - x - 7}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 - 3x - 27}{\sqrt{x + 4} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 + 3x}{5 + x} \right)^{7x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 4}{3x + 5} \right)^{x+1}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x - 3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 2x^2 - 25x + 50}{x^3 - 12x^2 + 45x - 50}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 6x} - 1}{1 - \cos 6x} \cdot \frac{\log_4(1 + 6 \sin^5 x)}{\sqrt[9]{1 - x^4} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-2x}}{x + \sin x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\ln \cos x}{3^{\sin 2x} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{\ln(1+x)}{\ln(2-x)}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 4x^2 + 7x - 2\sqrt[5]{x};$$

$$\gamma(x) = 4x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$, коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_9 |x - 5|} + 4$;

2) $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \leq 0, \\ -x^2 + 4, & 0 < x < 2, \\ x - 2, & x > 2; \end{cases}$

3) $f(x) = 2^{-\frac{1}{x-3}} - 2$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, & x < c, \\ \frac{1}{2}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 2

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \leq 4\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| > 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3};$$

$$2) y = -4 \operatorname{tg} 2x;$$

$$3) y = |\log_3(x - 2) - 1|;$$

$$4) y = 4^{|x|-1} + 2;$$

$$5) y = \frac{1}{2} \arcsin(2x + 1);$$

$$6) y = \frac{1}{4} \operatorname{arccotg} x + \frac{3\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 4. На проміжку $(1; 5]$ її задано формулою

$$f(x) = -x^2 + 4x - 2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди.

Знайдіть значення виразу $5f(-17) - 2f(24)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3n}{6 - n} = -3$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} - \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+1}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n(n-2)} - \sqrt{n^2-3} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+2)! + (n-1)!}{3n^2 \cdot n! + 2(n-1)!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^3 + 1};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 10}{7x^3 + 2x + 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{\sqrt{3x+1} - 2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-10x} \right)^{5x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{1-2x};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-4x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 2x^2 - 25x + 50}{x^3 - 12x^2 + 45x - 50}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^{\arcsin 7x} - 1}{1 - \cos 7x} \cdot \frac{\ln(1 - 7 \operatorname{tg}^4 x)}{\sqrt[8]{1 + x^3} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{\sin(x^2 - 1)};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{\ln(3+2x)}{\ln(2-x)}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = \sqrt[3]{x^5} - 6x^2 - 2x;$$

$$\gamma(x) = -6x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x}$;

2) $f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ x^2 - 1, & -1 < x \leq 2, \\ 2x, & x > 2; \end{cases}$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{4}{3^{1-x}} + 1}$

у точках $x_1 = 1, x_2 = 2$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x < c, \\ \frac{1}{x+1}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 3

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 2| < 2\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 3| \geq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2};$$

$$2) y = 4 \operatorname{ctg} 2x;$$

$$3) y = \left| \log_{1/3}(x + 2) - 1 \right|;$$

$$4) y = \left(\frac{1}{2} \right)^{|x|+1} - 1;$$

$$5) y = 2 \arccos(2x - 1);$$

$$6) y = 4 \operatorname{arctg} x - \frac{3\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 6. На проміжку $(-4; 2]$ її задано формулою

$$f(x) = 3 - |2 + x|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(15) - 5f(-23)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{n + 5} = 2$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 11n} - \sqrt{n^2 - 3n} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + \sqrt{n} - 1}{2 + 7 + 12 + \dots + (5n - 3)}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 - 8}{x^2 + x - 6};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 3x + 5}{4x^3 - 2x^2 + 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{\sqrt{3x + 4} - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 1}{2x + 5} \right)^{3x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x + 2} \right)^{x-2};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - 4x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 8x^2 + 19x + 12}{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 8x} - 1}{1 - \cos 8x} \cdot \frac{\log_3(1 + 8 \sin^3 x)}{\sqrt[7]{1 - x^2} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{\ln \cos 4x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x + 1}{2x} \right)^{\frac{\ln(x+2)}{\ln(2-x)}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = x^2 - 4x - 5\sqrt[5]{x^2};$$

$$\gamma(x) = -5\sqrt[5]{x^2}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3} + \frac{3}{x}$;

2) $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0, \\ \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 1-x, & x > \pi; \end{cases}$

3) $f(x) = e^{-\frac{1}{x+5}} + 1$

у точках $x_1 = -5, x_2 = -4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x < c, \\ \frac{1}{3}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 4

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 1| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \geq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -4 \sin 2x$;

2) $y = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;

3) $y = |\log_2(x + 1) + 1|$;

4) $y = 3^{|x|-2} + 1$;

5) $y = 3 \arcsin(2x + 3)$;

6) $y = 2 \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(-1; 4]$ її задано формулою

$$f(x) = 2 + 2x - x^2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди.

Знайдіть значення виразу $4f(-25) + 5f(18)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2}{4n^2 - 1} = \frac{3}{4}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 - 1} + 7n^3}{\sqrt[4]{n^{12} + n + 1} - n}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{(n^2 + 1)(n^2 - 4)} - \sqrt{n^4 - 9} \right]$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(2n + 1)! - (2n)!}{2(2n + 2)! - 3(2n)!}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}$;

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^3 + 5x^2 - 3}{2x^2 - x + 7}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + 3x - 14}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{3}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3 + x}{9x - 4} \right)^{2x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x - 1} \right)^{3 - 2x}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1 - x} - \frac{3}{1 - x^3} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 6x^2 + 5x - 12}{x^3 + x^2 - 5x + 3}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{\arcsin 9x} - 1}{1 - \cos 9x} \cdot \frac{\ln(1 - 9 \operatorname{tg}^2 x)}{\sqrt[6]{1 + x} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\frac{\sin(\pi x/2)}{\ln(2-x)}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 4x - 5x^2 - \sqrt[4]{x};$$

$$\gamma(x) = 4x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\lg|x+5|} - 5$;

2) $f(x) = \begin{cases} 2, & x < -1, \\ 1-x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \ln x, & x > 1; \end{cases}$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{2}{2 + 6^{4-x}}}$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x < c, \\ \frac{1}{x+2}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 5

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \leq 4\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| > 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{1}{3} \cos 4x;$$

$$2) y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$$

$$3) y = \left| \log_{1/2}(x - 1) + 1 \right|;$$

$$4) y = \left(\frac{1}{6} \right)^{|x|+1} - 1;$$

$$5) y = \frac{1}{3} \arccos(2x - 3);$$

$$6) y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-6; -1)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |3 + x|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-25) - 2f(13)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 - 3n^2}{4 + 5n^2} = -\frac{3}{5}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} + 3^{n+3}}{2^n + 3^n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 5n} - \sqrt{n^2 - 3n} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + 4 + 6 + \dots + 2n}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 + 11x - 3}{x^2 + 2x - 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 7}{2x^2 - x + 10};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 - 3x - 14}{\sqrt{x + 3} - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 4}{x + 8} \right)^{-3x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4 - 2x}{1 - 2x} \right)^{x+1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - 2x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 5x^2 - 2x - 24}{x^3 - x^2 - 8x + 12}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 8x} - 1}{1 - \cos 8x} \cdot \frac{\log_2(1 + 8 \sin^3 x)}{\sqrt[5]{1 - x^2} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{2x}}{x + \arcsin x^3};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\ln \sin x}{(2x - \pi)^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{\cos x}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 3x^2 + 6x - 2\sqrt[5]{x^6};$$

$$\gamma(x) = -2\sqrt[5]{x^6}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$, коли:

$$1) x \rightarrow 0;$$

$$2) x \rightarrow \infty.$$

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} + \frac{1}{x};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} -x, & x \leq 0, \\ x^3, & 0 < x \leq 2, \\ x+4, & x > 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = 5^{\frac{1}{x-2}} + 1$$

у точках $x_1 = 2, x_2 = 3$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3}, & x < c, \\ \frac{1}{4}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 6

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| < 5\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = -\frac{1}{3} \sin 4x;$$

$$2) y = -4 \operatorname{tg} 3x;$$

$$3) y = |\log_6(x + 1) - 3|;$$

$$4) y = 2^{|x|-1} + 1;$$

$$5) y = 4 \arcsin(2x + 5);$$

$$6) y = 3 \operatorname{arctg} x + \pi.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 4. На проміжку $[-4; 0)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - 2x - x^2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(-14) - 2f(17)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3}{n^3 - 2} = 2$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[5]{n} - \sqrt[3]{27n^6 + n^2}}{(n + \sqrt[4]{n}) \sqrt{9 + n^2}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 - 3n + 2} - n \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3(n + 2)! - n!}{5n^2(n + 1)! + 2n!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -2/3} \frac{3x^2 - 7x - 6}{2x^2 - 7x + 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x - 7}{x^4 - 2x^3 + 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - x - 15}{\sqrt{x + 1} - 2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{4x - 2} \right)^{3x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 1}{x - 1} \right)^x;$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 - 7x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3^{\arcsin 7x} - 1}{1 - \cos 7x} \cdot \frac{\ln(1 - 7 \operatorname{tg}^4 x)}{\sqrt[4]{1 + x^3} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \left(2e^{x-1} - 1 \right)^{\frac{3x-1}{x-1}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 5x^2 - 3x - \sqrt[3]{x^2};$$

$$\gamma(x) = 5x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{1}{\ln|x-5|} + 5;$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x + 2, & x > 3; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{1}{5^{x-3}} + 1}$$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & x < c, \\ \frac{1}{x+3}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 7

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| < 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| \geq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 4 \cos 3x$;

2) $y = \frac{1}{3} \operatorname{ctg} 4x$;

3) $y = \left| \log_{1/6}(x - 1) + 3 \right|$;

4) $y = \left(\frac{1}{5} \right)^{|x|+3} - 1$;

5) $y = \frac{1}{4} \arccos(2x - 5)$;

6) $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x - \pi$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 6. На проміжку $(-4; 2]$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |x + 2|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $2f(21) - 5f(-17)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n - 2}{2n - 1} = \frac{3}{2}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^{n+1}}{2^{n+1} + 5^{n+2}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 6n} - \sqrt{n^2 - 8n} \right)$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots - 2n}{\sqrt[3]{n^3 + 2n + 2}}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -2/3} \frac{4x^2 + 7x - 2}{3x^2 + 8x + 4}$;

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^5 - 4x^3 + 3}{2x^3 + x - 7}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{\sqrt{x + 4} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{1 + 2x} \right)^{-4x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x + 1} \right)^{x+1}$;

6) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^3 - 3x + 2}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 6x} - 1}{1 - \cos 6x} \cdot \frac{\log_3(1 + 6 \sin^5 x)}{\sqrt[5]{1 - x^4} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{6 \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 3x}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = \sqrt[5]{x^3} - 3x^2 + x;$$

$$\gamma(x) = -3x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{1}{1 + e^{\frac{x}{x-1}}} - \frac{1}{x+1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 2x + 5, & x < 0, \\ x + 1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 3 + \sqrt{x}, & x > 4; \end{cases}$$

$$3) f(x) = 3^{\frac{4}{1-x}} + 1$$

у точках $x_1 = 1, x_2 = 2$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+4}, & x < c, \\ \frac{1}{5}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 8

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \leq 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -4 \sin 3x$;

2) $y = -\frac{1}{3} \operatorname{tg} 4x$;

3) $y = |\log_5(x + 3) - 1|$;

4) $y = 6^{|x|-1} + 3$;

5) $y = 2 \arcsin(2x + 7)$;

6) $y = 4 \operatorname{arctg} x - \frac{3\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-5; 0)$ її задано формулою

$$f(x) = -x^2 - 4x - 3.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-14) - 3f(19)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - 1}{2n + 1} = 2$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + 2} + \sqrt{n - 2}}{\sqrt[4]{n^4 + 2} + \sqrt{n - 2}};$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\sqrt{n(n+2)} - \sqrt{n^2 - 2n + 3} \right];$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n(n+2)! + 2(n+1)!}{2(n+3)! - (n+1)!}.$

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 1/5} \frac{5x^2 + 4x - 1}{3x^2 + x - 2};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{x^4 - x^3 + 2x};$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{3x+1} \right)^{2x-1};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{x+3} \right)^{x+2};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(x - \sqrt{x^2 + 1} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4^{\arcsin 5x} - 1}{1 - \cos 5x} \cdot \frac{\ln(1 - 5 \operatorname{tg}^6 x)}{\sqrt[6]{1 + x^5} - 1} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x};$

3) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x};$

4) $\lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = x^3 - 5x - 4\sqrt[4]{x^3};$$

$$\gamma(x) = -4\sqrt[4]{x^3}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x+1|}{x+1} + \frac{1}{x}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2 - x, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{2}{6^{4-x}} + 1}$$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{5}, & x < c, \\ \frac{1}{x+4}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 9

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 2| < 4\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \geq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 3 \cos \frac{x}{2};$

2) $y = 4 \operatorname{ctg} 3x;$

3) $y = \left| \log_{1/5}(x - 3) + 1 \right|;$

4) $y = \left(\frac{1}{4} \right)^{|x|+1} - 2;$

5) $y = \frac{1}{2} \arccos(2x - 7);$

6) $y = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x + \frac{3\pi}{2}.$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-6; -1)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |x + 3|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-29) - 2f(13)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n + 4}{2n + 1} = \frac{7}{2}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 2^n - 3 \cdot 5^{n+1}}{100 \cdot 2^n + 2 \cdot 5^n};$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 7n} - \sqrt{n^2 - 3n + 1} \right);$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (4n - 3) - (4n - 1)}{\sqrt{n^2 + 1} + \sqrt{n^2 + n + 1}}.$

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{x^2 - 4x - 5}{3x^2 + 2x - 1};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 7x + 1}{x^3 + 4x^2 - 3};$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 - x - 4}{\sqrt{x + 2} - 1};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 5}{2x + 1} \right)^{5x-3};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 10}{x + 1} \right)^{3x+1};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 4x} - 1}{1 - \cos 4x} \cdot \frac{\log_4(1 + 4 \sin^7 x)}{\sqrt[7]{1 - x^6} - 1} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x};$

3) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\ln \cos 2x}{(1 - \pi/x)^2};$

4) $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 2x^2 - 4x - 3\sqrt[4]{x^7};$$

$$\gamma(x) = 2x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_2 |x + 5|}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} -3x^2, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4; \end{cases}$$

3) $f(x) = 6^{\frac{2}{4-x}} - 1$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+5}, & x < c, \\ \frac{1}{6}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 10

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 3| \leq 3\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 2| > 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -3 \sin \frac{x}{2};$

2) $y = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} 3x;$

3) $y = |\log_4(x + 1) - 2|;$

4) $y = 5^{|x|-3} + 1;$

5) $y = 3 \arcsin(3x + 1);$

6) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arccctg} x - \frac{\pi}{2}.$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 4. На проміжку $[-4; 0)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - 2x - x^2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(-14) - 2f(17)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 5}{3n + 1} = \frac{2}{3}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{5n + 2} - \sqrt[3]{8n^3 + 5}}{\sqrt[4]{n + 7} - n};$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt{n(n^4 - 1)} - \sqrt{n^5 - 8} \right);$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! - (n - 1)!}{(n + 1)! + 2}.$

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 3/7} \frac{7x^2 + 4x - 3}{2x^2 + 3x + 1};$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 2x^3 + 3}{2x^2 + 3x - 7};$

3) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 2x - 16}{\sqrt{3x - 2} - 2};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{2x + 3} \right)^{-3x};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 7}{6x + 4} \right)^{3x+2};$

6) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x + 2} + \frac{4}{x^2 - 4} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + x^2 - 14x - 24}{x^3 - 6x^2 + 32}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5^{\arcsin 3x} - 1}{1 - \cos 3x} \cdot \frac{\ln(1 - 3 \operatorname{tg}^8 x)}{\sqrt[8]{1 + x^7} - 1} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{e^\pi - e^x}{\sin 5x - \sin 3x};$

3) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin(x/2)}{\pi - x};$

4) $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\frac{\operatorname{ctg} 2x}{\sin 3x}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 5\sqrt[3]{x^4} - 4x^3 + 2x;$$

$$\gamma(x) = -4x^3, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{x}{\operatorname{arctg} 2x} + \frac{1}{x-1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x < 2, \\ 2x, & x \geq 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = 6^{\frac{2}{4-x}} - 1$$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & x < c, \\ \frac{1}{x+5}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 11

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{1}{2} \cos 3x;$$

$$2) y = 3 \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$$

$$3) y = \left| \log_{1/4}(x - 1) + 2 \right|;$$

$$4) y = \left(\frac{1}{3} \right)^{|x|+2} - 1;$$

$$5) y = \frac{1}{3} \arccos(3x - 1);$$

$$6) y = 2 \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(-1; 4]$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |x - 1|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(15) - 2f(-17)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n - 1}{n + 1} = 7$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2 + 10n} - n \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 6 + 9 + \dots + 3n}{n^2 + 4}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 - 3x - 4}{x^2 - x - 12};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x + 9}{2x^2 - x + 4};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 2x - 16}{\sqrt{x + 4} - \sqrt{2}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 2}{x + 1} \right)^{2x-1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 1}{3x - 1} \right)^{2x+3};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 19x - 30}{x^3 - 8x^2 + 5x + 50}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 2x} - 1}{1 - \cos 2x} \cdot \frac{\log_5(1 + 2 \sin^9 x)}{\sqrt[9]{1 - x^8} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{5x} - 2^{-7x}}{2x - \operatorname{tg} x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \ln(1 + x^3)\right)^{\frac{3}{x^2 \arcsin x}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 4x^2 + 7x + 2\sqrt[5]{x^3};$$

$$\gamma(x) = 2\sqrt[5]{x^3}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$, коли:

$$1) x \rightarrow 0;$$

$$2) x \rightarrow \infty.$$

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{|x - 4|}{x - 4} + \frac{4}{x};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq 0, \\ -(x - 1)^2, & 0 < x < 2, \\ x - 3, & x \geq 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{1}{7^{5-x}} + 1}$$

у точках $x_1 = 4, x_2 = 5$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 6}, & x \leq c, \\ \frac{1}{7}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 12

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 5| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 4| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = -\frac{1}{2} \sin 3x;$$

$$2) y = -3 \operatorname{tg} \frac{x}{2};$$

$$3) y = |\log_3(x + 2) - 1|;$$

$$4) y = 4^{|x|-1} + 2;$$

$$5) y = 4 \arcsin(3x + 2);$$

$$6) y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x - \pi.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(-1; 4]$ її задано формулою

$$f(x) = x^2 - 2x - 1.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(20) - 2f(-17)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 1}{3n^2 + 2} = \frac{4}{3}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt{n^2-3}}{\sqrt[3]{n^5-4} - \sqrt[4]{n^4+1}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \left(\sqrt[3]{5+n^3} - \sqrt[3]{3+n^3} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)! - (n+1)!}{(n+2)!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 5/2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{2x^2 + 3x - 10};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x^2 - 8}{8x^3 - 4x + 5};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 + 2x - 33}{\sqrt{x+3} - \sqrt{6}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{2x-1} \right)^{x-4};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x+5} \right)^{x+4};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6^{\arcsin 3x} - 1}{1 - \cos 3x} \cdot \frac{\ln(1 - 3 \operatorname{tg}^8 x)}{\sqrt[8]{1 + x^7} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(\pi x/2)}{1 - \sqrt{x}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + x \cdot 2^x}{1 + x \cdot 3^x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = \sqrt[3]{x^5} - 5x^3 + 2x;$$

$$\gamma(x) = \sqrt[3]{x^5}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_3 |x - 4|} - 1$;

2) $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & 0 < |x| < 1, \\ 1, & |x| \geq 1; \end{cases}$

3) $f(x) = 8^{\frac{1}{x+4}} + 1$

у точках $x_1 = -5, x_2 = -4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{7}, & x < c, \\ \frac{1}{x+6}, & x \geq c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 13

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| \leq 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| > 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 2 \cos 2x$;

2) $y = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} 3x$;

3) $y = \left| \log_{1/3}(x - 2) - 1 \right|$;

4) $y = \left(\frac{1}{2} \right)^{|x|+1} - 1$;

5) $y = \frac{1}{4} \arccos(3x - 2)$;

6) $y = 3 \operatorname{arctg} x + \pi$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-5; 0)$ її задано формулою

$$f(x) = 1 - |x + 2|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $2f(16) - 3f(-11)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9 - n^3}{1 + 2n^3} = -\frac{1}{2}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + 0,5^n}{0,3^{n+1} + 5}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt{n^4 - 8n^3}}{n + 1}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7}{10} + \frac{29}{100} + \dots + \frac{2^n + 5^n}{10^n} \right)$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -5/3} \frac{-5x^2 + 11x - 2}{3x^2 - x - 10}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + x^2 - 7}{2x^2 - 5x + 3}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{3x^2 - 2x - 33}{\sqrt{x + 4} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{2x - 3} \right)^{3x+1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{10x - 3}{10x - 1} \right)^{5x}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + 1} - \frac{x^2}{x - 1} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 4x} - 1}{1 - \cos 4x} \cdot \frac{\log_6(1 + 4 \sin^7 x)}{\sqrt[7]{1 - x^6} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x - 1)}{\sqrt{1 - \cos \pi x} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 3^{\operatorname{arctg}^2 \sqrt{x}} \right)^{\frac{2}{\sin x}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = x^2 - 4x + 3\sqrt[5]{x^3};$$

$$\gamma(x) = -4x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{\arcsin x}{\sin 2x}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} -2x, & x < -1, \\ x^2 + 1, & -1 \leq x \leq 2, \\ 3 - 2x, & x \geq 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{1}{3^{x-2}} - 1}$$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 2$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+7}, & x \leq c, \\ \frac{1}{8}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 14

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 4| < 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 5| \geq 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -2 \sin 2x$;

2) $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg} 4x$;

3) $y = |\log_2(x + 1) - 1|$;

4) $y = 3^{|x|-2} + 1$;

5) $y = \frac{1}{2} \arcsin(3x + 5)$;

6) $y = \frac{1}{4} \operatorname{arccotg} x - \frac{3\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(0; 5]$ її задано формулою

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-19) + 4f(14)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n - 3}{2n + 1} = 2$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n} - 9n^2}{3n - \sqrt[4]{9n^8 + 1}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n-1)! + (3n+1)!}{(3n)!(n-1)}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -5/4} \frac{4x^2 + x - 5}{x^2 - 2x + 1}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 7x - 2}{3x^3 - x - 4}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 + 4x - 64}{\sqrt{x+4} - \sqrt{8}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{2x-3} \right)^{5x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+2} \right)^x$;

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 5x + 4} - \sqrt{x^2 + x} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 7x - 6}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{7^{\arcsin 5x} - 1}{1 - \cos 5x} \cdot \frac{\ln(1 - 5 \operatorname{tg}^6 x)}{\sqrt[6]{1 + x^5} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{\sin^2 x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\operatorname{tg} 3x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cos \alpha x}{1 + \sin x \cos \beta x} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = \sqrt[4]{x^3} - 7x^2 + 4x;$$

$$\gamma(x) = \sqrt[4]{x^3}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x+1|}{x+1} - \frac{1}{x}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} x+2, & x < -2, \\ 4-x^2, & -2 \leq x \leq 1, \\ 3-2x, & x > 1; \end{cases}$$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{2}{5^{x-3}} + 1}$

у точках $x_1 = 3, x_2 = 4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}, & x < c, \\ \frac{1}{x+7}, & x \geq c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 15

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 4| \leq 3\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| > 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -\frac{1}{3} \cos 4x$;

2) $y = 2 \operatorname{ctg} 2x$;

3) $y = \left| \log_{1/2}(x - 1) + 1 \right|$;

4) $y = \left(\frac{1}{6} \right)^{|x|-1} + 1$;

5) $y = 2 \arccos(3x - 5)$;

6) $y = 4 \operatorname{arctg} x + \frac{3\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 7. На проміжку $[-5; 2)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |x + 1|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $4f(17) - 3f(-13)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n^2}{2 + 4n^2} = -\frac{1}{2}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 7^n}{2^n - 7^{n-1}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 + 9n^2} - \sqrt{n^3 + n^2}}{\sqrt{n + 3}}$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 + 4 + \dots + 2n}{n + 3} - n \right)$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -5/2} \frac{x^2 - 5x - 14}{2x^2 - 9x - 35}$;

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 10x - 11}{3x^4 - 2x + 5}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3x^2 - 4x - 64}{\sqrt{x + 5} - 1}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 3}{4x + 1} \right)^{2x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 1}{2x + 1} \right)^{x+1}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(x + \sqrt[3]{1 - x^3} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - x^2 - 10x - 8}{x^3 - 7x^2 + 8x + 16}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 6x} - 1}{1 - \cos 6x} \cdot \frac{\log_7(1 + 6 \sin^5 x)}{\sqrt[5]{1 - x^4} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\ln \sin 3x}{(6x - \pi)^2}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 5x^2 - 6x - 2\sqrt[5]{x^7};$$

$$\gamma(x) = -6x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x-1|}{x-1} - \frac{1}{x}$;

2) $f(x) = \begin{cases} -3-x, & x < -2, \\ x^2-5, & -2 \leq x \leq 3, \\ 7-2x, & x \geq 3; \end{cases}$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{2}{4^{x-1}} + 2}$

у точках $x_1 = 1, x_2 = 2$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+8}, & x \leq c, \\ \frac{1}{9}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 16

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 6| < 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| \leq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = \frac{1}{3} \sin 4x;$$

$$2) y = -2 \operatorname{tg} 2x;$$

$$3) y = |\log_6(x - 1) + 3|;$$

$$4) y = 2^{|x|-1} + 1;$$

$$5) y = 3 \arcsin(3x + 7);$$

$$6) y = 2 \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(-1; 4]$ її задано формулою

$$f(x) = 1 + 2x - x^2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $2f(-15) + 3f(18)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} -\frac{5n}{n+1} = -5$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[3]{7n} - \sqrt[4]{81n^8 - 1}}{(n + 4\sqrt{n})\sqrt{n^2 - 5}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3});$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! - n!}{(n+2)! + n!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 - 3x - 35};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 2x - 4}{3x^2 - 4x + 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+10} - \sqrt{4-x}}{2x^2 - x - 21};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-7}{3x+1} \right)^{2x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x-2} \right)^{x+1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{4}{x-5} - \frac{1}{x^2-25} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 2x^2 - 13x - 10}{x^3 - 9x^2 + 15x + 25}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{8^{\arcsin 7x} - 1}{1 - \cos 7x} \cdot \frac{\ln(1 - 7 \operatorname{tg}^4 x)}{\sqrt[4]{1 + x^3} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\operatorname{tg} 2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x - 2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}) \right)^{\frac{x}{\sin^4 \sqrt[3]{x}}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 3x^3 - 2x + \sqrt[5]{x^2};$$

$$\gamma(x) = 3x^3, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\ln|x-1|}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} -3x, & x \leq 1, \\ x^2 - 4, & 1 < x < 3, \\ 2x - 5, & x \geq 3; \end{cases}$$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{5}{2^{1-x}} + 1}$

у точках $x_1 = 0, x_2 = 1$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}, & x < c, \\ \frac{1}{x+8}, & x \geq c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 17

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| \leq 4\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| > 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -4 \cos 3x$;

2) $y = -\frac{1}{3} \operatorname{ctg} 4x$;

3) $y = \left| \log_{1/6}(x + 1) - 3 \right|$;

4) $y = \left(\frac{1}{5} \right)^{|x|-3} + 1$;

5) $y = \frac{1}{3} \arccos(3x - 7)$;

6) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 6. На проміжку $(0; 6]$ її задано формулою

$$f(x) = 3 - |x - 2|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $2f(25) - 4f(-14)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{1-2n} = -\frac{1}{2}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot 6^n - 5^{n+1}}{5^n - (-1)^{n+1} \cdot 6^{n+1}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(n - \sqrt{n^2 + 2n} \right)$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{5n^2}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x + 1}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{18x^2 + 5x}{8 - 3x - 9x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 4x + 1}{\sqrt{x+3} - \sqrt{5+3x}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x-1} \right)^{2x-1}$;

6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{3/2} \left(\sqrt{x^3 + 2} - \sqrt{x^3 - 2} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 8x} - 1}{1 - \cos 8x} \cdot \frac{\log_8(1 + 8 \sin^3 x)}{\sqrt[5]{1 - x^2} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{\operatorname{arctg} x - x^2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2^x - 2}{\ln x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}} \right)^{\frac{3}{x}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 4x^4 - 5x^2 + 2\sqrt[7]{x^8};$$

$$\gamma(x) = -5x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{1 - e^{2x}}{x} + \frac{1}{x - 1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1, \\ x^2, & -1 \leq x \leq 2, \\ 6 - x, & x > 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{4}{8^{x-2}} + 1}$$

у точках $x_1 = 2, x_2 = 3$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 9}, & x \leq c, \\ \frac{1}{10}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 18

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 7| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 3| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 4 \sin 3x$;

2) $y = 3 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$;

3) $y = \left| \log_{1/4}(x + 1) - 2 \right|$;

4) $y = 6^{|x|+1} - 3$;

5) $y = 4 \arcsin(4x + 1)$;

6) $y = 3 \operatorname{arccot} x - \pi$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 4. На проміжку $[-5; -1)$ її задано формулою

$$f(x) = x^2 + 4x + 3.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $2f(-16) - 5f(21)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{3n - 5} = \frac{2}{3}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^6 + 4} + \sqrt{n - 4}}{\sqrt[5]{n^6 + 6} - \sqrt{n - 6}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n(n + 5)} - n \right)$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{2n^2 + 1}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 2x - 35}{2x^2 + 11x + 5}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 5}{7x^3 - 2x^2 + 1}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5 - x} - \sqrt{x - 3}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 10}{2x + 1} \right)^{3x+1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4}{x - 2} \right)^x$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^3 - 7x^2 + 15x - 9}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{9^{\arcsin 9x} - 1}{1 - \cos 9x} \cdot \frac{\ln(1 - 9 \operatorname{tg}^2 x)}{\sqrt[6]{1 + x} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\arcsin(x + 2)/2}{3\sqrt{2+x+x^2} - 9}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \sin^2 3x \right)^{\frac{1}{\ln \cos x}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x} + 4\sqrt[4]{x^3};$$

$$\gamma(x) = 2x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2} + \frac{2}{x-1}$;

2) $f(x) = \begin{cases} -x, & x < 1, \\ x^2, & 1 \leq x \leq 2, \\ 3x-2, & x > 2; \end{cases}$

3) $f(x) = 5^{\frac{4}{3-x}} + 1$

у точках $x_1 = 2, x_2 = 3$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{10}, & x < c, \\ \frac{1}{x+9}, & x \geq c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 19

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 6| \leq 2\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 4| > 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

- 1) $y = -3 \cos \frac{x}{2};$
- 2) $y = -4 \operatorname{ctg} 3x;$
- 3) $y = \left| \log_{1/5}(x + 3) - 1 \right|;$
- 4) $y = \left(\frac{1}{4} \right)^{|x|-1} + 2;$
- 5) $y = \frac{1}{4} \arccos(4x - 1);$
- 6) $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x + \pi.$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-1; 4)$ її задано формулою

$$f(x) = 1 - |2 - x|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-12) - 4f(20)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n^2}{n^2 + 3} = -2$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

- 1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt[3]{n^3+1}}{\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[5]{n^5+1}};$
- 2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{n^2+n+1} - \sqrt{n^2-n} \right);$
- 3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}.$

6. Знайдіть:

- 1) $\lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{2x^2 + 15x - 8}{3x^2 + 25x + 8};$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7x^3 - 2x + 4}{2x^2 + x - 5};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1} - 2}{3x^2 + x - 4};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+3}{x+5} \right)^{x+4};$
- 5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+6}{x-3} \right)^{7x};$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{7}{x-8} - \frac{5}{x^2-64} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 4x^2 - x + 4}{x^3 - 9x^2 + 24x - 16}.$$

8. Знайдіть:

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 8x} - 1}{1 - \cos 8x} \cdot \frac{\log_9(1 + 8 \sin^3 x)}{\sqrt[7]{1 + x^2} - 1} \right);$
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{-2x}}{2 \operatorname{arctg} x - \sin x};$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\log_3 x - 1}{\operatorname{tg} \pi x};$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - x \sin^2 x \right)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^3)}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 6x^3 - 5x + 3\sqrt{x^3};$$

$$\gamma(x) = -5x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$, коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_2 |x+1|} - 1$;

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x^2, & x < 1, \\ x+1, & -2 \leq x \leq 0, \\ 1-x, & x > 0; \end{cases}$$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{1}{e^{x-4}} + 1}$

у точках $x_1 = 4, x_2 = 5$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2}, & x \leq c, \\ 1, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 20

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 5| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = 3 \sin \frac{x}{2};$$

$$2) y = 4 \operatorname{tg} 3x;$$

$$3) y = |\log_4(x - 1) + 2|;$$

$$4) y = 5^{|x|+3} - 1;$$

$$5) y = 2 \arcsin(4x + 2);$$

$$6) y = 4 \operatorname{arctg} x + \frac{3\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-4; 1)$ її задано формулою

$$f(x) = -x^2 - 4x - 2.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди.

Знайдіть значення виразу $4f(-18) + 3f(18)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2}{2 - n^2} = -3$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+3} - \sqrt[3]{8n^3+3}}{\sqrt[4]{n+4} - \sqrt[5]{n^5+5}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)} \right];$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}}{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4^n}}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -10/3} \frac{3x^2 - 2x - 40}{x^2 - 3x - 4};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 - 6x^2 + 2}{x^4 + 4x - 3};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1/3} \frac{9x^2 + 9x - 4}{1 - \sqrt{6x - 1}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-1}{4x+3} \right)^{x+2};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{3x};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3x^2 + x + 1} - \sqrt{3x^2 - 2x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 5x^2 - x + 5}{x^3 - 11x^2 + 35x - 25}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{8^{\arcsin 7x} - 1}{1 - \cos 7x} \cdot \frac{\ln(1 - 7 \operatorname{tg}^4 x)}{\sqrt[8]{1 + x^3} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg} \ln(3x - 5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{1 - \sin^3 x}{\cos^2 x};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 5^{\arcsin x^3} \right)^{\frac{1}{x \sin^2 x}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = -7x^2 + 3\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x^2};$$

$$\gamma(x) = 3\sqrt{x}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

$$1) f(x) = \frac{1 - e^{3x}}{x} + \frac{1}{x + 1};$$

$$2) f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0, \\ x^2 - 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x, & x > 1; \end{cases}$$

$$3) f(x) = 5^{\frac{2}{x-1}} + 1$$

у точках $x_1 = 1, x_2 = 2$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < c, \\ \frac{1}{x + 2}, & x \geq c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 21

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 7| \leq 4\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 3| > 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = -\frac{1}{2} \cos 3x;$$

$$2) y = -3 \operatorname{ctg} \frac{x}{2};$$

$$3) y = |\log_5(x - 3) + 1|;$$

$$4) y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x|-2} + 1;$$

$$5) y = \frac{1}{2} \arccos(4x - 2);$$

$$6) y = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} x - \frac{3\pi}{2}.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(-1; 4]$ її задано формулою

$$f(x) = 3 - |1 - x|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(20) + 3f(-12)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3n - 1} = \frac{1}{3}$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+2} + 3^{n+3}}{2^n + 3^n};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n} \left(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n(n-1)} \right);$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)! + n!}{(n+1)! - n!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow -1/3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^4 + 2x - 4};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{4 - \sqrt{5x + 1}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 5}{x + 3} \right)^{x+4};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 9}{x - 3} \right)^{2x-1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{5x^2 + 3x} - \sqrt{5x^2 - 3x} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 6x} - 1}{1 - \cos 6x} \cdot \frac{\log_8(1 + 6 \sin^5 x)}{\sqrt[9]{1 - x^4} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\lg x - 1}{\sqrt{x - 9} - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - \cos 3x \right)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 5x^2 - 3x + \sqrt[3]{x};$$

$$\gamma(x) = \sqrt[3]{x}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{1}{x+1}$;

$$2) f(x) = \begin{cases} 1 + 2x, & x < -1, \\ x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \frac{2}{x}, & x > 1; \end{cases}$$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{3}{2^{x+2}} + 1}$

у точках $x_1 = -2, x_2 = -1$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3}, & x < c, \\ \frac{1}{2}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 22

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 4| < 4\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \geq 1\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

$$1) y = 3 \sin \frac{x}{2};$$

$$2) y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 3x;$$

$$3) y = |\log_3(x - 2) + 1|;$$

$$4) y = 4^{|x|+1} - 2;$$

$$5) y = 3 \arcsin(4x + 3);$$

$$6) y = 5 \operatorname{arctg} x - 2\pi.$$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 4. На проміжку $[-4; 0)$ її задано формулою

$$f(x) = x^2 + 2x - 1.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $3f(-20) + 4f(21)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^3}{n^3 - 1} = 3$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2} - \sqrt{n^2 + 5}}{\sqrt[5]{n^7} - \sqrt{n + 1}};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n + 2} (\sqrt{n + 3} - \sqrt{n - 4});$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n + 1)! + (2n + 2)!}{(2n + 3)!}.$$

6. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 2x - 8};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 5x^2 - 3x}{3x^2 + x - 10};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 3x - 2}{\sqrt{2x} - \sqrt{x + 1}};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 5}{2x - 7} \right)^{x+1};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 6}{x + 3} \right)^{3x+1};$$

$$6) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x - 2} - \frac{12}{x^3 - 8} \right).$$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 5x^2 + 2x + 8}{x^3 - 10x^2 + 32x - 32}.$$

8. Знайдіть:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5^{\arcsin 7x} - 1}{1 - \cos 5x} \cdot \frac{\ln(1 - 5 \operatorname{tg}^6 x)}{\sqrt[8]{1 + x^5} - 1} \right);$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos(x/2)}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x}{\ln(e - x) - 1};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{\sin x} \right)^{\operatorname{ctg} \pi x}.$$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = -3x^2 + x - \sqrt[4]{x^3};$$

$$\gamma(x) = -3x^2, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_3 |x - 2|} + 1$;

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq -1, \\ x + 2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x > 1; \end{cases}$$

3) $f(x) = 4^{\frac{3}{x-2}} + 2$

у точках $x_1 = 2, x_2 = 3$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x < c, \\ \frac{1}{x+3}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 23

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 5| \leq 2\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x - 2| > 3\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = -2 \cos 2x$;

2) $y = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 3x$;

3) $y = \left| \log_{1/3}(x + 2) + 1 \right|$;

4) $y = \left(\frac{1}{2} \right)^{|x|-1} + 1$;

5) $y = \frac{1}{3} \arccos(4x - 3)$;

6) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $[-1; 4)$ її задано формулою

$$f(x) = 1 - |2 - x|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-12) - 4f(20)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + 2n}{1 - 3n} = -\frac{2}{3}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \sqrt[6]{n} + \sqrt[3]{n^{10} + 1}}{\left(n + \sqrt[4]{n} \right) \sqrt[3]{n^3 - 1}}$;

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + 3} - \sqrt{n^4 - 2} \right)$;

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 3) \cdot n!}{(n + 2)! - n!}$.

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 - x - 1}$;

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 4x - 5}{4x^2 - 3x + 2}$;

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 5x + 2}{\sqrt{x + 1} - \sqrt{3x - 1}}$;

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 1}{4x + 3} \right)^{2x}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 12}{x - 4} \right)^{3x+2}$;

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{7x^2 - 1} - \sqrt{7x^2 + 4x} \right)$.

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 6x^2 + 3x + 10}{x^3 - 12x^2 + 45x - 50}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 4x} - 1}{1 - \cos 4x} \cdot \frac{\log_7(1 + 4 \sin^7 x)}{\sqrt[7]{1 - x^6} - 1} \right)$;

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - e^x}{\arcsin x + x^3}$;

3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \operatorname{tg} x$;

4) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\ln(1 + \sin^2 x)}}$.

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = x^2 - 5x + 4\sqrt[4]{x^3};$$
$$\gamma(x) = -5x, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$, коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} - \frac{1}{x - 2}$;

2) $f(x) = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & 0 < x < 4, \\ 1, & x \geq 4; \end{cases}$

3) $f(x) = \frac{1}{\frac{2}{3^{x+1}} + 2}$

у точках $x_1 = -1, x_2 = 0$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x + 4}, & x < c, \\ \frac{1}{3}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 24

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 6| < 3\},$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 5| \geq 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 2 \sin 2x$;

2) $y = -\frac{1}{2} \operatorname{tg} 3x$;

3) $y = |\log_2(x - 1) + 1|$;

4) $y = 3^{|x|+2} - 1$;

5) $y = 4 \arcsin(4x + 5)$;

6) $y = 2 \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{2}$.

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 5. На проміжку $(0; 5]$ її задано формулою

$$f(x) = x^2 - 4x + 3.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $5f(-19) + 4f(14)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 15}{6 - n} = -5$$

(вказіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2 + 2} - 5n^2}{n - \sqrt{n^4 - n + 1}};$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)} (\sqrt{n^3 - 3} - \sqrt{n^3 - 2});$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n}{\sqrt{9n^4 + 1}}.$

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 4/3} \frac{-3x^2 + 10x - 8}{3x^2 - 8x + 4};$

2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - x + 7}{3x^4 - 5x^2 + 1};$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 3x - 1}{\sqrt{3x + 1} - \sqrt{5x - 1}};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 3}{7x + 1} \right)^{2x};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x + 3}{4x - 1} \right)^{2x-3};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{8x^2 + 4x} - \sqrt{8x^2 - 4x} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^3 - 6x^2 + 5x + 12}{x^3 - 11x^2 + 40x - 48}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{6^{\arcsin 3x} - 1}{1 - \cos 3x} \cdot \frac{\ln(1 - 3 \operatorname{tg}^8 x)}{\sqrt[6]{1 + x^7} - 1} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\operatorname{tg}(x + 1)}{e^{\sqrt[3]{x^3 - 4x^2 + 6}} - e};$

3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left(\frac{\pi}{2} - x \right)^2};$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - e^{x^2} \right)^{\frac{1}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2(\pi x/3))}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 4x - 2x^2 - 3\sqrt[4]{x^5};$$

$$\gamma(x) = -3\sqrt[4]{x^5}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3} - \frac{2}{x-2}$;

2) $f(x) = \begin{cases} 2-x^2, & x < 0, \\ -x+2, & 0 \leq x \leq 2, \\ x, & x > 2; \end{cases}$

3) $f(x) = 5^{\frac{3}{x+4}} - 1$

у точках $x_1 = 5, x_2 = -4$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & x < c, \\ \frac{1}{x+4}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .

Варіант 25

1. Задано множини

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 7| \leq 4\},$$
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 4| > 2\}.$$

Знайдіть і зобразіть на числовій осі множини:

$$A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A.$$

Знайдіть $\sup A, \inf A, \max A, \min A$.

2. За допомогою геометричних перетворень побудуйте графіки функцій:

1) $y = 3 \cos \frac{x}{3};$

2) $y = -2 \operatorname{ctg} 2x;$

3) $y = \left| \log_{1/2}(x + 1) - 1 \right|;$

4) $y = 2^{|x|+1} - 1;$

5) $y = \frac{1}{4} \arccos(4x - 5);$

6) $y = \frac{1}{3} \operatorname{arctg} x + \pi.$

Для періодичних функцій вкажіть основні періоди.

3. Функція $y = f(x)$ означена на всій числовій осі і є періодичною з періодом 7. На проміжку $[-5; 2)$ її задано формулою

$$f(x) = 2 - |x + 1|.$$

Зобразіть графік функції на проміжку завдовжки у 3 періоди. Знайдіть значення виразу $4f(17) - 3f(-13)$.

4. Запишіть за допомогою кванторів і доведіть, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 - n^2}{1 + 2n^2} = -\frac{1}{2}$$

(вкажіть $N(\varepsilon)$).

5. Знайдіть:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n-1} - 5^{n-1}}{4^n + 5^n};$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n^2 + 5)(n^4 + 2)} - \sqrt{n^6 - 3n^3 + 5}}{n};$

3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n + 1)!}{2 \cdot n! - 3(n + 1)!}.$

6. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 - 3x - 4};$

2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 + 3x - 4}{2x^2 - 5x + 1};$

3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x + 10} - \sqrt{8 - x}}{4x^2 - x - 5};$

4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 2}{3x - 1} \right)^{x+2};$

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{3-x};$

6) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{x^3 - 3} - \frac{x^2}{x - 1} \right).$

7. З'ясуйте для яких значень параметра λ границя є невизначеністю і розкрийте її:

$$\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{(x + 1)(x - 3)(x - 5)}{x^3 - 13x^2 + 55x - 75}.$$

8. Знайдіть:

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{\operatorname{arctg} 2x} - 1}{1 - \cos 2x} \cdot \frac{\log_6(1 + 2 \sin^9 x)}{\sqrt[5]{1 - x^8} - 1} \right);$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{tg} 2x - \sin x};$

3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x};$

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(2 - 3^{\sin^2 x} \right)^{\frac{1}{\ln \cos x}}.$

9. Порівняйте дві нескінченно малі функції:

$$\alpha(x) = 5\sqrt[3]{x^4} - 4x^2 - 2x;$$

$$\gamma(x) = 5\sqrt[3]{x^4}, x \rightarrow 0.$$

Запишіть результат, використовуючи відповідну символіку.

Визначте порядок і головну частину функції $\alpha(x)$ щодо $\beta(x) = x$,

коли:

1) $x \rightarrow 0$;

2) $x \rightarrow \infty$.

10. Дослідіть функцію на неперервність і схематично побудуйте її графік:

1) $f(x) = \frac{1}{\log_4 |x+2|} - 2$;

$$2) f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ 1 - 2x, & 0 < x < 2, \\ x - 2, & x \geq 2; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\frac{1}{7^{x+2}} + 2}$$

у точках $x_1 = -2, x_2 = -1$.

11. Дослідіть неперервність функції

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+5}, & x < c, \\ \frac{1}{4}, & x > c. \end{cases}$$

для всіх значень параметра c .