

НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Высказывания

Даны фразы. Какие из них это предикаты, а какие – высказывания?

№	Фраза	Предикат/Высказывание
1.	В пятницу было солнечно	
2.	программа не работает	
3.	масса автомобиля больше 3 тонн	
4.	я сегодня пришел вовремя	
5.	мы закончим занятие попозже	

Даны предикаты, привести примеры, когда они ложны и когда истинны.

№	Предикат	Примеры истины	Примеры лжи
1.	Город входит в состав России		
2.	Масса автомобиля больше 3 тонн		
3.	$0 < x$		
4.	$y < 100$		
5.	$x \% 2 == 0$		
6.	$c \leq 15$		

Граничное значение

№	Предикат	Пример граничного значения	
		Истины	Лжи
1.	$0 < x, x \in \mathbb{N}$		
2.	$y < 100, y \in \mathbb{N}$		
3.	$x == 2, x \in \mathbb{N}$		
4.	$c \leq 15, c \in \mathbb{N}$		
5.	$y < 100, y \in \mathbb{R}$, точность 4 знака		
6.	$x == 2, x \in \mathbb{R}$, точность 4 знака		

Подмножества

Дано: $A = \{a | 0 < a\}$, $B = \{b | b < 50\}$, $C = \{c | 75 < c\}$, $D = \{d | d \leq 0\}$, $x = 15$

Какие из утверждений истинны:

№	Высказывание	Ответ
1.	$C \subset A$	
2.	$B \subset A$	
3.	$B \subseteq A$	
4.	$A \subset C$	
5.	$x \in A$	
6.	$x \in B$	
7.	$x \in C$	
8.	$x \in D$	

9.	$D \subset C$	
10.	$B \in D$	

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

Логические операции над предикатами

Даны предикаты:

- изобразить предикат на координатной прямой;
- привести примеры, когда предикат возвращает ложь и истину;
- привести примеры граничных значений для лжи и истины при $x \in \mathbb{Z}$.

№	Предикат	Примеры истины	Примеры лжи	Граничные значения истины	Граничные значения лжи
1.	$0 < x \wedge x < 100$				
2.	$20 < x \wedge 50 < x$				
3.	$13 < x \vee x < 67$				
4.	$17 < x \vee 81 < x$				
5.	$x < 34 \wedge 75 < x$				
6.	$x < 9 \vee 41 < x$				
7.	$x < -58 \wedge x < -48$				
8.	$-17 < x \wedge x < 48 \wedge 115 < x$				
9.	$-45 < x \wedge x < -4 \wedge x < -13$				
10.	$x < 34 \wedge x < 82 \wedge -72 < x$				
11.	$x < 34 \wedge 120 < x \wedge -72 < x$				
12.	$x < 7 \wedge -73 < x \wedge 79 < x$				
13.	$77 < x \wedge -36 < x \wedge x < 35$				
14.	$x < 35 \wedge -36 < x \wedge x < -3$				
15.	$x < 28 \wedge 141 < x \wedge x < 94$				
16.	$x < -3 \wedge 77 < x \wedge x < 35$				
17.	$x < -53 \wedge -62 < x \wedge 140 < x$				
18.	$x < -21 \wedge -33 < x \wedge x < 69$				
19.	$106 < x \wedge -33 < x \wedge x < -21$				

Операции над множествами

Дано: $A = \{1, 5, 10, 15\}$; $B = \{5, 7, 9, 11\}$; $C = \{1, 2, 3\}$; $D = \emptyset$

Вычислить:

№	Выражение	Ответ
1.	$A \cap B$	
2.	$A \cap C$	
3.	$B \cap C$	
4.	$A \cap D$	
5.	$A \cap A$	
6.	$A \cup B$	
7.	$B \cup C$	
8.	$A \cup D$	

9.	$A \cap B \cup C$	
10.	$(B \cup C) \cap A$	
11.	$A \setminus C$	
12.	$A \setminus B$	
13.	$A \setminus D$	
14.	$A \setminus (B \cup C)$	
15.	$\neg A \cap B$	
16.	$\neg B \cap C$	

Дано:

- $A = \{10, -2, 3, 7, 1, 6, 2, 5, -9, 8, -5, 9, -7, 4, -10\}$ случмежду(-10;10)
- $B = \{17, 14, 12, 3, 13, 1, 11, 4, 10, 20, 15, 18, 9, 7, 19, 6\}$ случмежду(0;20)
- $C = \{16, 20, 12, 17, 13, 26, 24, 11, 21, 14, 23, 27, 30, 15\}$ случмежду(10;30)
- $D = \{24, 16, 6, 17, 9, 20, 10, 12, 7, 15, 25, 5, 11, 14, 19, 18\}$ случмежду(5;25)

Записать значение выражения в виде множества, заданного перечислением элементов.

№	Выражение	Результат
1.	$A \cap B$	
2.	$A \cap C$	
3.	$A \cap D$	
4.	$B \cap C$	
5.	$B \cap D$	
6.	$C \cap D$	

Дано: $A = \{x | 0 < x\}$; $B = \{x | x < 100\}$; $C = \{x | 50 < x\}$; $D = \{x | 75 < x\}$; $a = 25$

Записать значение выражения в виде множества, заданного предикатом.

№	Выражение	Ответ
1.	$\neg A$	
2.	$\neg B$	
3.	$A \cap B$	
4.	$A \cap C$	
5.	$B \cap C$	
6.	$\neg A \cap B$	
7.	$A \cap \neg C$	
8.	$D \cap B$	
9.	$\neg A \cap C$	
10.	$A \cup C$	
11.	$(A \cap \neg C) \cup (B \cap D)$	
12.	$A \cup (B \cap C)$	
13.	$(A \cap B) \setminus C$	
14.	$B \setminus (C \cap \neg D)$	
15.	$A \cup \neg B$	
16.	$C \cup D$	
17.	$D \cap \neg B$	

Какие из утверждений истинны:

№	Утверждение	Ответ
1.	$C \subset A$	
2.	$B \subset A$	
3.	$B \subseteq A$	
4.	$A \subset C$	
5.	$a \in A$	
6.	$a \in B$	
7.	$a \in C$	
8.	$a \in D$	
9.	$D \subset A$	
10.	$!B \subset C$	
11.	$!D \subset A$	
12.	$A \cap B \subset B \cap C$	
13.	$A \cup !A \subseteq B \cup !B$	

Опишите множество возможных значений x , при которых выражение вычислимо:

№	Выражение	Ответ
1.	$\frac{1}{x}$	
2.	\sqrt{x}	
3.	$\sqrt{10 - x}$	
4.	$\sqrt{x + 5}$	
5.	$\sqrt{11 - x} + \sqrt{x + 7}$	
6.	$\frac{\sqrt{3 + x}}{x}$	

Основные тождества алгебры множеств

Упростить выражение с помощью тождеств алгебры множеств.

Источники: [http://www.informatika-1332.ru/al/al_08_1.html]

- $\bar{X} \cap (\bar{Y} \cup X) = \bar{X} \cap (\bar{Y} \cap \bar{X}) = \bar{X} \cap Y \cap \bar{X} = \bar{X} \cap Y$
- $\overline{X \cap Y \cup Z} = \overline{X \cap Y} \cap \bar{Z} = (\bar{X} \cup \bar{Y}) \cap \bar{Z}$
- $X \cap Y \cup (X \cap Y \cap Z) = \{X \cap Y = W\} = W \cup (W \cap Z) = W = X \cap Y$
- $(X \cap \bar{Y} \cap Z) \cup (X \cap Y \cap Z) = ((X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap Y)) \cap Z = X \cap Z$
- $\overline{X \cap (\bar{X} \cap \bar{Y})} = \bar{X} \cup \overline{(\bar{X} \cap \bar{Y})} = \bar{X} \cup (\bar{\bar{X}} \cup \bar{\bar{Y}}) = \bar{X} \cup X \cup Y = U \cup Y = U$
- $\bar{X} \cup \overline{(X \cap Y \cap \bar{Y})} = \bar{X} \cup \overline{(X \cap 0)} = \bar{X} \cup \bar{\emptyset} = \bar{X} \cup U = U$
- $\overline{(\bar{X} \cap \bar{Y})} \cup \bar{X} = (\bar{\bar{X}} \cup \bar{\bar{Y}}) \cup \bar{X} = (X \cup Y) \cup \bar{X} = X \cup Y \cup \bar{X} = U \cup Y = U$
- $X \cap (X \cup Y) \cap \bar{Y} = X \cap (X \cap \bar{Y} \cup Y \cap \bar{Y}) = X \cap (X \cap \bar{Y} \cup \emptyset) =$
 $= X \cap (X \cap \bar{Y}) = X \cap X \cap \bar{Y} = X \cap \bar{Y}$

9. $X \cap (X \cup Y) \cap \bar{X} = X \cap \bar{X} \cap (X \cup Y) = \emptyset \cap (X \cup Y) = \emptyset$
10. $\overline{X \cap Y} \cup (X \cap Y) \cup Z = U \cup Z = U$
11. $\bar{X} \cup X \cup Y \cup (X \cap Y) = U \cup Y \cup (X \cap Y) = U \cup (X \cap Y) = U$
12. $(X \cup Y \cap \bar{Z}) \cup (X \cup Y \cap Z) \cup Z \cup X = X \cup (Y \cap \bar{Z}) \cup X \cup (Y \cap Z) \cup Z \cup X =$
 $= X \cup X \cup X \cup (Y \cap \bar{Z}) \cup (Y \cap Z) \cup Z = X \cup Y \cup Z$
13. $((X \cup \bar{Y}) \cap Y) \cup (\bar{X} \cap (Y \cup Z))$
14. $((X \cap Z) \cup (Y \cap \bar{X})) \cup (Y \cap (Z \cup Y \cap \bar{Z}))$
15. $(X \cap (Y \cup \bar{Z})) \cup ((Y \cap Z) \cap \bar{X})$
16. $(Z \cup (Y \cap \bar{Z})) \cap (X \cup (Y \cap \bar{Z})) \cap ((X \cap Y) \cup \bar{Y})$
17. $((X \cap Z) \cup (Y \cap \bar{X})) \cup (Y \cap (Z \cup \bar{Z}))$
18. $((X \cap Z) \cup (Y \cap \bar{X})) \cup (Y \cap (Z \cup Y \cap \bar{Z}))$
19. $\bar{X} \cup \bar{Y} \cap (X \cap \bar{Y}) = \bar{X} \cap \bar{Y} \cap (X \cap \bar{Y}) = \bar{X} \cap X \cap \bar{Y} \cap \bar{Y} = \emptyset \cap \bar{Y} \cap \bar{Y} = \emptyset \cap \bar{Y}$
20. $\bar{X} \cap Y \cup \overline{X \cup Y} \cup X = \bar{X} \cap Y \cup \bar{X} \cap \bar{Y} \cup X = \bar{X} \cap (Y \cup \bar{Y}) \cup X = \bar{X} \cup X = U$
21. $(X \cup Y) \cap (\bar{X} \cup Y) \cap (\bar{X} \cup \bar{Y}) = Y \cap (\bar{X} \cup \bar{Y}) = (Y \cap \bar{X}) \cup (Y \cap \bar{Y}) =$
 $= (Y \cap \bar{X}) \cup \emptyset = (Y \cap \bar{X})$
22. $(X \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y \cap Z) \cup (X \cap Z) = (X \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y \cap Z) \cup (X \cap Z \cap (Y \cup \bar{Y})) =$
 $= (X \cap \bar{Y}) \cup (\bar{X} \cap Y \cap Z) \cup (X \cap Y \cap Z) \cup (X \cap \bar{Y} \cap Z) =$
 $= (X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap \bar{Y} \cap Z) \cup (\bar{X} \cap Y \cap Z) \cup (X \cap Y \cap Z) =$
 $= (X \cap \bar{Y}) \cup (X \cap \bar{Y} \cap Z) \cup (Y \cap Z) = (X \cap \bar{Y}) \cup (Y \cap Z)$

Задание: даны множества, заданные предикатами. Требуется упростить их.

№	Выражение	Упрощенное выражение
1.	$(\{x 3 < x\} \cup \{x x < 5\}) \cap (\{x 3 < x\} \cup \{x 11 < x\})$	
2.	$(\{x x < 3\} \cup \{x 7 < x\}) \cap (\{x x < 3\} \cup \{x x < 23\})$	
3.	$(\{x x < 3\} \cup \{x 19 < x\}) \cap (\{x x < 3\} \cup \{x x < 7\})$	
4.	$(\{x x < 2\} \cup \{x x < 11\}) \cap (\{x x < 2\} \cup \{x 27 < x\})$	
5.	$\{x 7 < x\} \cup (\{x 13 < x\} \cap \{x x < 19\})$	
6.	$(\{x 21 < x\} \cup \{x 10 < x\}) \cap (\{x 21 < x\} \cup \{x x < 37\})$	
7.	$(\{x x < 4\} \cup \{x 10 < x\}) \cap (\{x x < 4\} \cup \{x x < 19\})$	
8.	$(\{x 3 < x\} \cup \{x x < 17\}) \cap (\{x 3 < x\} \cup \{x x < 23\})$	
9.	$\overline{\{x x < 7\} \cap \{x 29 < x\}} \cup \{x x \leq 29\}$	
10.	$(\{x 7 \leq x\} \cup \{x x \leq 3\}) \cap \{x 7 \leq x\}$	
11.	$\{x 3 < x\} \cap \{x 26 < x\} \cup \{x 26 < x\} \cap \{x x < 15\}$	

Кортеж. Связь понятий кортеж и множество

Дано:

- $A = \{(1,2), (4,2), (2,3), (3,4), (1,5), (0,-3)\}$;
- $B = \{(1,3), (2,3), (4,5), (6,1)\}$;
- $C = \{(x,y) | x \leq 2 \wedge y > 0\}$;
- $D = \{(x,y) | x > 0 \wedge y \leq 3\}$

№	Выражение	Ответ
1.	$A \cap C$	
2.	$B \cap D$	
3.	$A \cap B$	
4.	$A \cap \{(x,y) x > y\}$	
5.	$(B \cup A) \cap C$	

Дан предикат, привести примеры истины, лжи и граничных значений.

№	Предикат	Пример истины	Примеры лжи	Граничные значения
1.	$y < 7 \vee 11 < x$			
2.				
3.				
4.	$y \leq 4 \wedge 1 \leq x \wedge x \leq 2$			
5.				

Прямое произведение

Вычислить $A \times B$

№	A	B	Ответ
1.	$\{2,3,4,7,9\}$	$\{9,8,5,4\}$	
2.	$\{2,7,0\}$	$\{1,4\}$	
3.	$\{3,15\}$	$\{8,9,0,5\}$	
4.	$\{140,165\}$	$\{665,248,186,963\}$	

Дано:

- $A = \{(1,2), (2,3), (3,4), (1,5), (0,-3)\}$;
- $B = \{(1,3), (2,3), (4,5), (6,1)\}$;
- $C = \{x | x \leq 2\}$;
- $D = \{y | y \leq 3\}$

№	Выражение	Ответ
1.	$C \times D$	
2.	$D \times C$	
3.	$D \times D$	
4.	$C \times !D$	
5.	$A \cap C \times D$	
6.	$B \cap !C \times C$	

Дано: РЕШЕНИЯ= {Камень, Ножницы, Бумага}

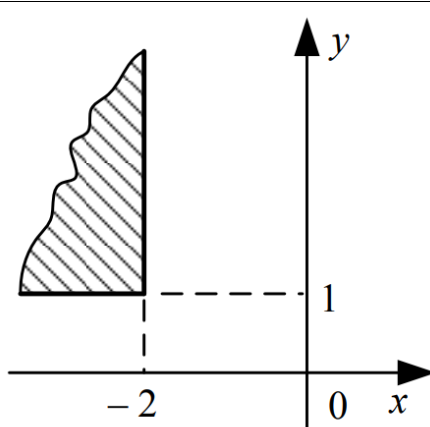
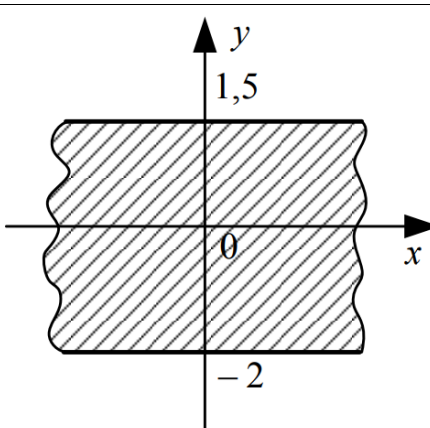
Выписать множество возможных ситуаций в игре.

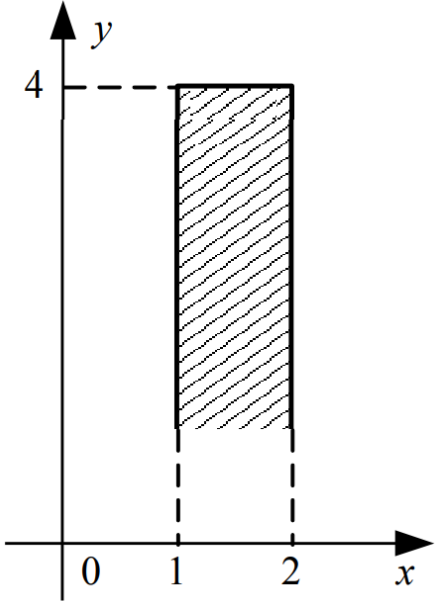
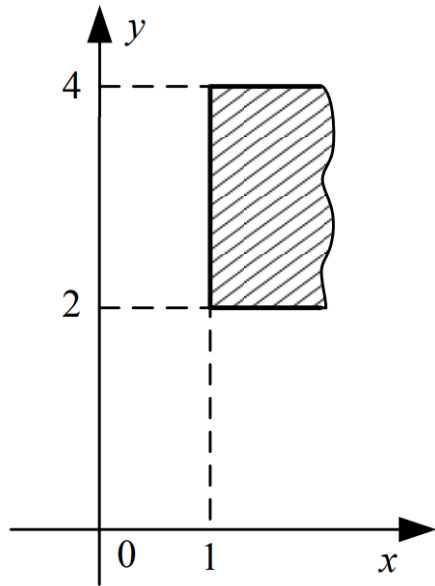
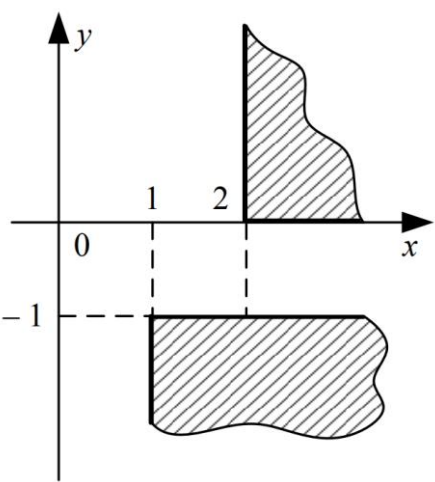
СИТУАЦИИ = {(решение игрока А, решение игрока Б) | решение игрока А ∈ РЕШЕНИЯ, решение игрока Б ∈ РЕШЕНИЯ} = РЕШЕНИЯ × РЕШЕНИЯ

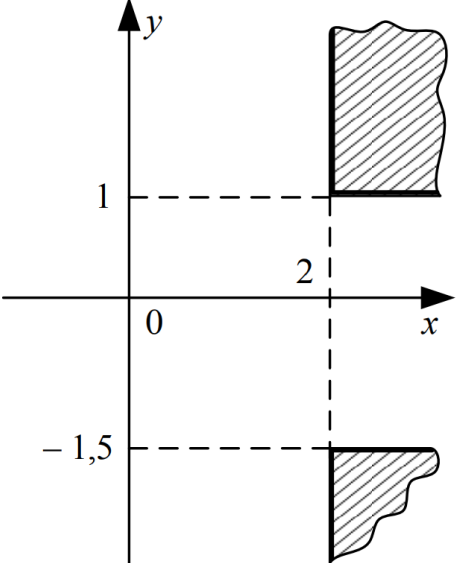
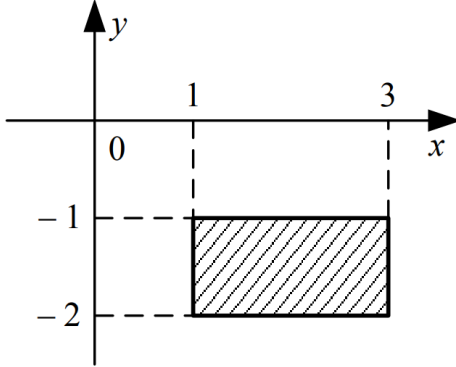
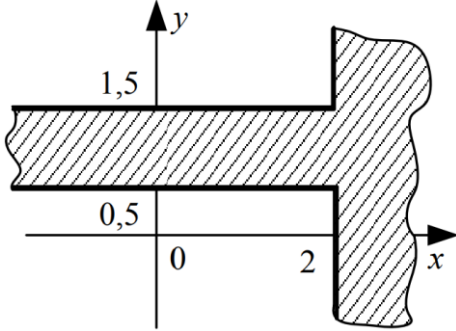
СИТУАЦИИ = {(Камень, Камень), (Камень, Ножницы), (Камень, Бумага), (Ножницы, Камень), (Ножницы, Ножницы), (Ножницы, Бумага), (Бумага, Камень), (Бумага, Ножницы), (Бумага, Бумага)}

Описать множество выигрышных ситуаций для первого игрока.

Дано графическое изображение множества. Сформулировать высказывание для описания множества. Сформулировать области эквивалентности на каждой оси. Привести примеры значений множества для заполнения таблицы истинности высказывания.

Изображение	Высказывание и примеры																																								
	<p>$P(x,y) = x \leq -2 \wedge y \geq 1$</p> <table><tr><th>Ось</th><th>Область</th><th>Пример</th></tr><tr><td>x</td><td>$x \leq -2$</td><td>-3</td></tr><tr><td>x</td><td>$-2 < x$</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>$y < 1$</td><td>0</td></tr><tr><td>y</td><td>$1 \leq y$</td><td>2</td></tr></table> <table><tr><th>x</th><th>y</th><th>$x \leq -2$</th><th>$y \geq 1$</th><th>$x \leq -2 \wedge y \geq 1$</th></tr><tr><td>-3</td><td>2</td><td>и</td><td>и</td><td>и</td></tr><tr><td>-3</td><td>0</td><td>и</td><td>л</td><td>л</td></tr><tr><td>0</td><td>2</td><td>л</td><td>и</td><td>л</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>л</td><td>л</td><td>л</td></tr></table>	Ось	Область	Пример	x	$x \leq -2$	-3	x	$-2 < x$	0	y	$y < 1$	0	y	$1 \leq y$	2	x	y	$x \leq -2$	$y \geq 1$	$x \leq -2 \wedge y \geq 1$	-3	2	и	и	и	-3	0	и	л	л	0	2	л	и	л	0	0	л	л	л
Ось	Область	Пример																																							
x	$x \leq -2$	-3																																							
x	$-2 < x$	0																																							
y	$y < 1$	0																																							
y	$1 \leq y$	2																																							
x	y	$x \leq -2$	$y \geq 1$	$x \leq -2 \wedge y \geq 1$																																					
-3	2	и	и	и																																					
-3	0	и	л	л																																					
0	2	л	и	л																																					
0	0	л	л	л																																					
																																									

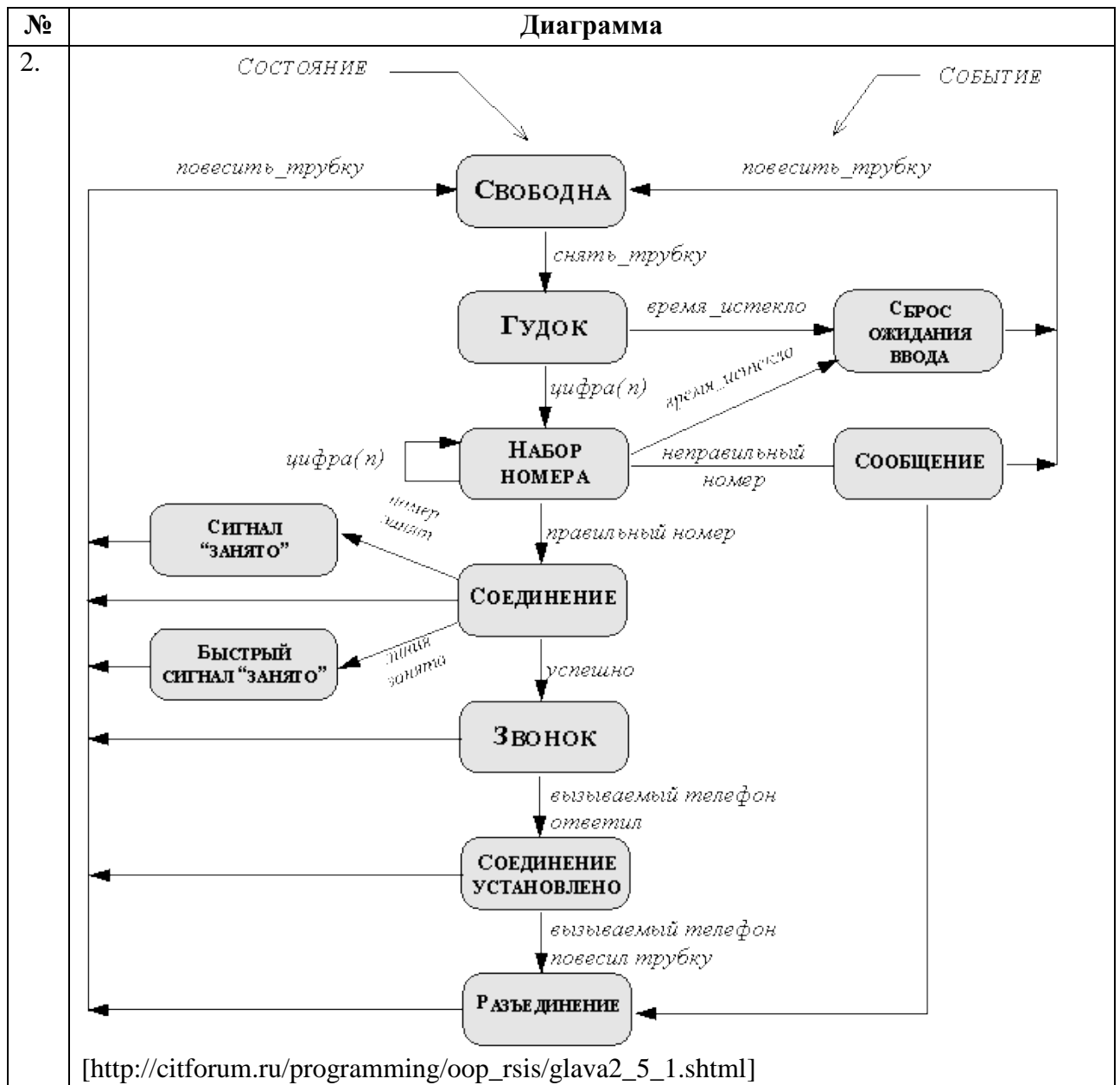
Изображение	Высказывание и примеры
	
	
	

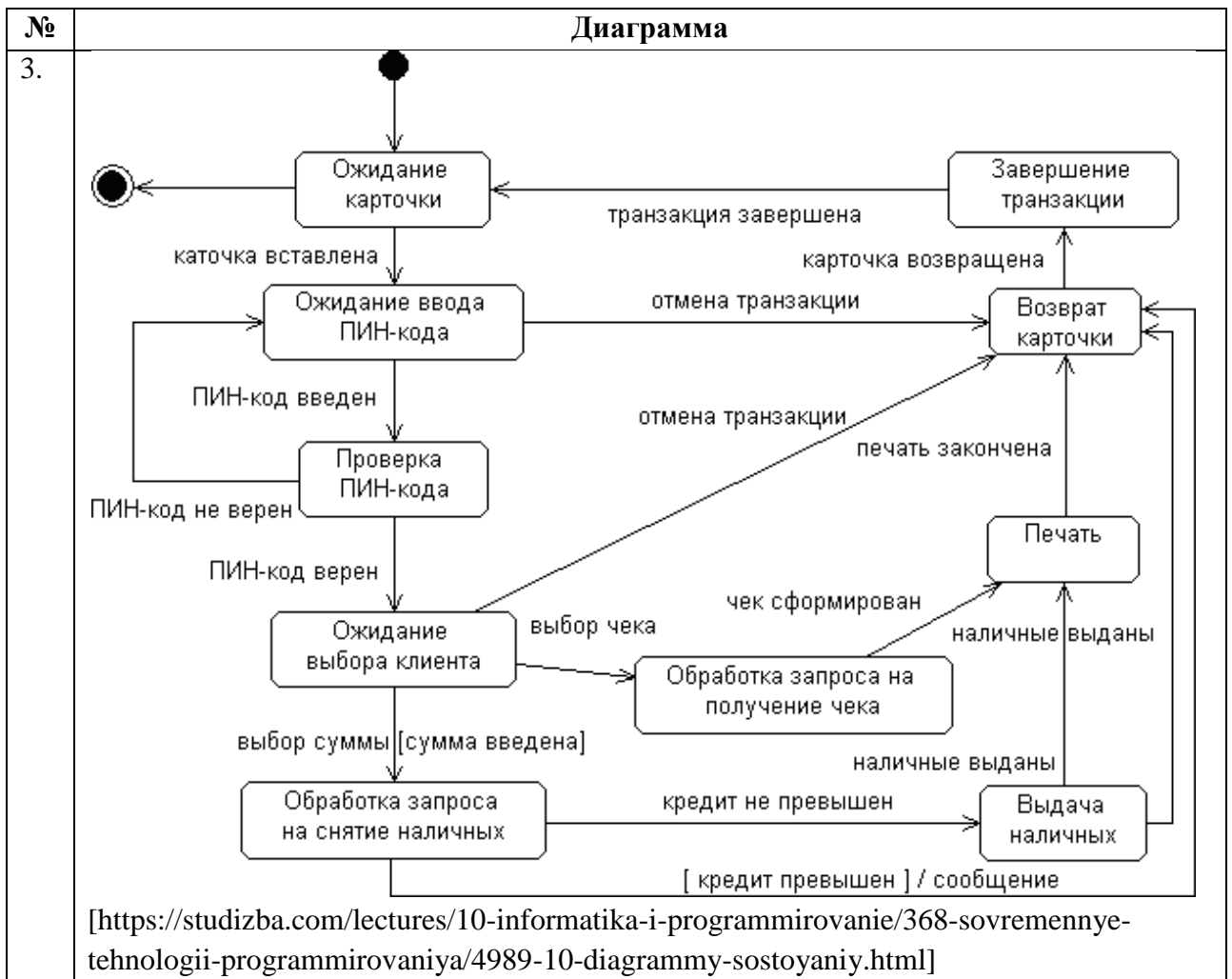
Изображение	Высказывание и примеры
	
	
	

Граф

Изобразить граф в виде списка ребер, матрицы смежности и матрицы инцидентности

№	Диаграмма
1.	<div><div>На земле</div><div>Готовность к рулению</div><div>Транспортируется</div><div>Стоит</div><div>Руление</div><div>Руление</div><div>Освобожден для взлета</div><div>На взлетно-посадочной полосе</div><div>Готов к взлету</div><div>Взлет</div><div>Торможение</div><div>Продолжение</div><div>Отмена</div><div>Покидает взлетно-посадочную полосу</div><div>Самолет</div><div>В воздухе</div><div>Набор высоты</div><div>Перемещение с крейсерской скоростью</div><div>Снижение</div><div>В полете</div><div>Приближается к земле</div><div>Отмена</div><div>Отрыв колес от земли</div><div>Приземление</div></div> <p>[https://project.dovidnyk.info/index.php/home/razrabotkaiupravlenietrebovaniyami/54-diagrammy_sostoyanij]</p>





Изображение древовидных структур

Дано: изображение дерева в виде иерархического списка. Нужно описать с помощью тэгов.

№	Иерархический список	Вложенные тэги
1.	Животные: <ul style="list-style-type: none">- Одноклеточные- Многоклеточные<ul style="list-style-type: none">- Беспозвоночные<ul style="list-style-type: none">- Черви- Моллюски- Иглокожие- Раки- Паукообразные- Насекомые- Позвоночные<ul style="list-style-type: none">- Рыбы- Земноводные- Пресмыкающиеся- Птицы- Млекопитающие	<Животные> <Одноклеточные> <Многоклеточные> <Беспозвоночные> <Черви/> <Моллюски/> <Иглокожие/> <Раки/> <Паукообразные/> <Насекомые/> </Беспозвоночные> <Позвоночные> <Рыбы/> <Земноводные/> <Пресмыкающиеся/> <Птицы/> <Млекопитающие/> </Позвоночные> </Многоклеточные> </Животные>
2.	Типы питания животных: <ul style="list-style-type: none">а. Травоядные<ul style="list-style-type: none">а.1 Лосьа.2 Оленьа.3 Кроликб. Хищники<ul style="list-style-type: none">б.1 Лягушкаб.2 Тигрб.3 Рысьв. Всеядные<ul style="list-style-type: none">в.1 Медведьв.2 Синицав.3 Кабан	<Травоядные> <Лось/> <Олень/> <Кролик/> </Травоядные> <Хищники> <Лягушка/> <Тигр/> <Рысь/> </Хищники> <Всеядные> <Медведь/> <Синица/> <Кабан/> </Всеядные>

№	Иерархический список	Вложенные тэги
3.	Растения а. Водоросли б. Высшие растения б.1 Мохообразные б.2 Высшие споровые б.2.а Папоротниковые б.2.б Плауновидные б.2.в Хвощевидные б.2.г Папоротники б.3 Семенные растения б.3.а Голосеменные б.3.б Покрытосеменные	
4.	Модели данных СУБД: 1. Иерархические 2. Сетевые 3. Реляционные 4. Объектно-реляционные 5. Объектно-ориентированные	
5.	Способы доступа к БД: а. Файл-серверные а.1 MS Access а.2 Paradox а.3 dBase а.4 FoxPro б. Клиент-серверные б.1 Oracle Database б.2 PostgreSQL б.3 MySQL в. Встраиваемые в.1 SQLite в.2 MSSQL Server Compact	

Алгоритмы обхода графов

Изобразить решение задачи в виде диаграммы

Задача $4+5=3$

Отмерить 3 литра воды с помощью крана, банок 4 литра и 5 литров.

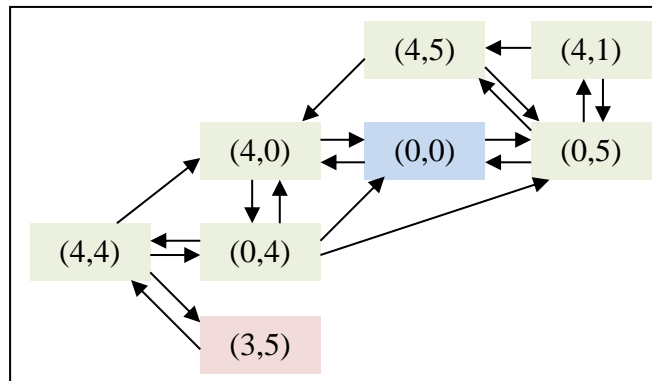


Рисунок X – диаграмма состояний для задачи №K

Задача $3+5=4$

С помощью двух сосудов вместимостью 3 л и 5 л налить себе 4 л!

Задача $8+5=7$

Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из крана 7 л воды?

Задача $7+3=5$.

Бидон емкостью 10 л наполнен парным молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 л молока в семилитровый бидон, используя при этом трехлитровый бидон.

Задача $7+6+3=5+5$.

Разделить на 2 равные части воду, находящуюся в 6-литровом сосуде (4 л) и в 7-литровом (6 л), пользуясь этими и 3-литровым сосудами. Какое наименьшее количество переливаний потребуется?

Задача $3+5+8=4$

Дядя Федор собрался ехать к родителям в гости и попросил у кота Матроскина 4 л простоквашинского молока. А у Матроскина только 2 пустых бидона: трехлитровый и пятилитровый. И восьмилитровое ведро, наполненное молоком. Как Матроскину отлить 4 литра молока с помощью имеющихся сосудов?