# НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

## Высказывания

Даны фразы. Какие из них это предикаты, а какие – высказывания?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Фраза** | **Предикат/Высказывание** |
|  | В пятницу было солнечно |  |
|  | программа не работает |  |
|  | масса автомобиля больше 3 тонн |  |
|  | я сегодня пришел вовремя |  |
|  | мы закончим занятие попозже |  |

Даны предикаты, привести примеры, когда они ложны и когда истинны.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Предикат** | **Примеры истины** | **Примеры лжи** |
|  | Город входит в состав России |  |  |
|  | Масса автомобиля больше 3 тонн |  |  |
|  | 0<x |  |  |
|  | y<100 |  |  |
|  | x%2==0 |  |  |
|  | c<=15 |  |  |

## Граничное значение

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Предикат** | **Пример граничного значения** | |
| **Истины** | **Лжи** |
|  | 0<x, x∈N |  |  |
|  | y<100, y∈N |  |  |
|  | x==2, x∈N |  |  |
|  | c<=15, c∈N |  |  |
|  | y<100, y∈R, точность 4 знака |  |  |
|  | x==2, x∈R, точность 4 знака |  |  |

## Подмножества

Дано: A = {9,8,7,6}, B = {8,6}, C = {5,7} a = 7, D = ∅.

Какие из утверждений истинны?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Высказывание** | **Ответ** |
|  | C⊂A |  |
|  | B⊂A |  |
|  | B⊆A |  |
|  | A⊂C |  |
|  | a∈A |  |
|  | a∈B |  |
|  | a∈C |  |
|  | a∈D |  |
|  | D⊂A |  |
|  | B∈A |  |

Дано: A = {a|0<a}, B = {b|b<50}, C = {c|75<c}, D = {d|d<=0}, x=15

Какие из утверждений истинны:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Высказывание** | **Ответ** |
|  | C⊂A |  |
|  | B⊂A |  |
|  | B⊆A |  |
|  | A⊂C |  |
|  | x∈A |  |
|  | x∈B |  |
|  | x∈C |  |
|  | x∈D |  |
|  | D⊂C |  |
|  | B∈D |  |

# ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

## Логические операции над предикатами

Даны предикаты:

* изобразить предикат на координатной прямой;
* привести примеры, когда предикат возвращает ложь и истину;
* привести примеры граничных значений для лжи и истины при x ∈ Z.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Предикат** | **Примеры истины** | **Примеры лжи** | **Граничные значения**  **истины** | **Граничные значения лжи** |
|  | 0<x ∧ x<100 |  |  |  |  |
|  | 20<x ∧ 50<x |  |  |  |  |
|  | 13<x ∨ x<67 |  |  |  |  |
|  | 17<x ∨ 81<x |  |  |  |  |
|  | x<34 ∧ 75<x |  |  |  |  |
|  | x<9 ∨ 41<x |  |  |  |  |
|  | x<-58 ∧ x<-48 |  |  |  |  |
|  | -17<x ∧ x<48 ∧ 115<x |  |  |  |  |
|  | -45<x ∧ x<-4 ∧ x<-13 |  |  |  |  |
|  | x<34 ∧ x<82 ∧ -72<x |  |  |  |  |
|  | x<34 ∧ 120<x ∧ -72<x |  |  |  |  |
|  | x<7 ∧ -73<x ∧ 79<x |  |  |  |  |
|  | 77<x ∧ -36<x ∧ x<35 |  |  |  |  |
|  | x<35 ∧ -36<x ∧ x<-3 |  |  |  |  |
|  | x<28 ∧ 141<x ∧ x<94 |  |  |  |  |
|  | x<-3 ∧ 77<x ∧ x<35 |  |  |  |  |
|  | x<-53 ∧ -62<x ∧ 140<x |  |  |  |  |
|  | x<-21 ∧ -33<x ∧ x<69 |  |  |  |  |
|  | 106<x ∧ -33<x ∧ x<-21 |  |  |  |  |

## Операции над множествами

Дано: A = {1,5,10,15}; B={5,7,9,11}; C = {1,2,3}; D=∅

Вычислить:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
|  | A ∩ B |  |
|  | A ∩ C |  |
|  | B ∩ C |  |
|  | A ∩ D |  |
|  | A ∩ A |  |
|  | A ∪ B |  |
|  | B ∪ C |  |
|  | A ∪ D |  |
|  | A ∩ B ∪ C |  |
|  | (B ∪ C) ∩A |  |
|  | A \ C |  |
|  | A \ B |  |
|  | A \ D |  |
|  | A \ (B ∪ C) |  |
|  | !A ∩ B |  |
|  | !B ∩ C |  |

Дано:

* A = {10,-2,3,7,1,6,2,5,-9,8,-5,9,-7,4,-10} случмежду(-10;10)
* B = {17,14,12,3,13,1,11,4,10,20,15,18,9,7,19,6} случмежду(0;20)
* С = {16,20,12,17,13,26,24,11,21,14,23,27,30,15} случмежду(10;30)
* D = {24,16,6,17,9,20,10,12,7,15,25,5,11,14,19,18} случмежду(5;25)

Записать значение выражения в виде множества, заданного перечислением элементов.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | Выражение | Результат |
|  | A∩B |  |
|  | A∩C |  |
|  | A∩D |  |
|  | B∩C |  |
|  | B∩D |  |
|  | C∩D |  |

Дано: A = {x|0<x}; B = {x|x<100}; C = {x|50<x}; D = {x|75<x}; a=25

Записать значение выражения в виде множества, заданного предикатом.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
|  | !A |  |
|  | !B |  |
|  | A∩B |  |
|  | A∩C |  |
|  | B∩C |  |
|  | !A∩B |  |
|  | A∩!C |  |
|  | D∩B |  |
|  | !A∩C |  |
|  | A∪C |  |
|  | (A∩!C)∪(B∩D) |  |
|  | A∪(B∩C) |  |
|  | (A∩B)\C |  |
|  | B\(C∩!D) |  |
|  | A∪!B |  |
|  | C∪D |  |
|  | D∩!B |  |

Какие из утверждений истинны:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Утверждение** | **Ответ** |
|  | C⊂A |  |
|  | B⊂A |  |
|  | B⊆A |  |
|  | A⊂C |  |
|  | a∈A |  |
|  | a∈B |  |
|  | a∈C |  |
|  | a∈D |  |
|  | D⊂A |  |
|  | !B⊂C |  |
|  | !D⊂A |  |
|  | A∩B⊂B∩C |  |
|  | A∪!A⊆B∪!B |  |

Опишите множество возможных значений x, при которых выражение вычислимо:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

## Основные тождества алгебры множеств

Упростить выражение с помощью тождеств алгебры множеств.

Источники: [http://www.informatika-1332.ru/al/al\_08\_1.html]

Задание: даны множества, заданные предикатами. Требуется упростить их.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Выражение** | **Упрощенное выражение** |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

## Кортеж. Связь понятий кортеж и множество

Дано:

* A={(1,2),(4,2),(2,3),(3,4),(1,5),(0,-3)};
* B={(1,3),(2,3),(4,5),(6,1)};
* C={(x,y)|x<=2∧0<y};
* D={(x,y)|0<x∧y<=3};
* E={(-1,-2),(-2,2),(0,7),(1,-3),(1,2),(2,6),(4,-1),(10,1),(3,4)}
* F={(x,y)|x>y}

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
|  | A∩C |  |
|  | B∩D |  |
|  | A∩B |  |
|  | A∩F |  |
|  | B∪A |  |
|  | (B∪A)∩C |  |
|  | A∩(C∪D) |  |
|  | E∩C |  |
|  | E∩D |  |
|  | C∪D |  |
|  | C∩D |  |
|  | E∩(C∪D) |  |
|  | E∩(C∩D) |  |
|  | E∩F |  |

Дан предикат, привести примеры истины, лжи и граничных значений.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Предикат** | **Граничные значения** | | **Примеры** | |
| **истины** | **лжи** | **истины** | **лжи** |
|  | 11<x ∨ y<7 |  |  |  |  |
|  | 11<x ∧ y<7 |  |  |  |  |
|  | x<-28 ∧ y<49 |  |  |  |  |
|  | 82<x ∨ 94<y |  |  |  |  |
|  | x<-72 ∨ -62<y |  |  |  |  |
|  | (x<-45 ∨ 62<x)∧y<59 |  |  |  |  |
|  | 54<x ∧ 86<x ∧ y<26 |  |  |  |  |
|  | -50<x ∧ x<-7 ∧ y<15 |  |  |  |  |
|  | (x<5 ∨ x<40) ∧ y<-34 |  |  |  |  |
|  | (x<-8 ∨ -89<y) ∧ 99<x |  |  |  |  |
|  | (-47<x ∨ -10<x) ∧ -50<y |  |  |  |  |
|  | (47<x ∨ 19<y) ∧ 8<x |  |  |  |  |
|  | (x<61 ∨ 57<y) ∧ -88<x |  |  |  |  |
|  | -26<x ∧ x<-18 ∨ 7<y |  |  |  |  |
|  | x<93 ∧ x<49 ∧ -93<y |  |  |  |  |
|  | x<-15 ∧ x<37 ∨ -67<y |  |  |  |  |
|  | (x<-12 ∨ -49<y) ∧ x<-91 |  |  |  |  |

## Прямое произведение

Вычислить A×B

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№** | **A** | **B** | **Ответ** |
|  | {2,7,0} | {1,4} |  |
|  | {3,15} | {8,9,0,5} |  |
|  | {140,165} | {665,248,186,963} |  |
|  | {1,4} | {2,7,0} |  |
|  | {2,3,4,7,9} | {9,8,5,4} |  |

Дано:

* A={3,5,7,9,11,13,15,17,19}
* B={x|x<10}
* C={9,8,7,6,5,4,3,2,1}
* D={y|5<y}

| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
| --- | --- | --- |
|  | A∩B |  |
|  | C∩D |  |
|  | (A∩B)×(C∩D) |  |
|  | A×C |  |
|  | B×D |  |
|  | (A×C)∩(B×D) |  |
|  | C×A |  |
|  | (C×A)∩(B×D) |  |
|  | B∩D |  |
|  | (B∩D)×D |  |
|  | (A×C)∩((B∩D)×D) |  |

Дано:

* A={(1,2),(2,3),(3,4),(1,5),(0,-3)};
* B={(1,3),(2,3),(4,5),(6,1)};
* C={x|x<=2};
* D={y|y<=3}

| **№** | **Выражение** | **Ответ** |
| --- | --- | --- |
|  | C×D |  |
|  | D×C |  |
|  | D×D |  |
|  | C×!D |  |
|  | A∩C×D |  |
|  | B∩!C×C |  |

Дано:

* A={33, 40, 35, 23, 21, 27, 22, 37, 20}
* B={29,12,15,25,20,19,10,18}
* C={(x,y)|x<y}
* D={x|x<25}
* E={x|35<x}

| **№** | **Выр-е** | **Ответ** |
| --- | --- | --- |
|  | A×A |  |
|  | A×B |  |
|  | B×B |  |
|  | (B×B)∩C |  |
|  | (A×A)∩C |  |
|  | (B×B)∩!C |  |
|  | (A×A)∩!C |  |

Дано: РЕШЕНИЯ= {Камень, Ножницы, Бумага}

Выписать множество возможных ситуаций в игре.

СИТУАЦИИ = {(решение игрока А, решение игрока Б) | решение игрока А∈РЕШЕНИЯ, решение игрока Б∈РЕШЕНИЯ}= РЕШЕНИЯ×РЕШЕНИЯ

СИТУАЦИИ = {(Камень,Камень), (Камень, Ножницы), (Камень, Бумага), (Ножницы, Камень),(Ножницы, Ножницы),(Ножницы, Бумага), (Бумага, Камень), (Бумага, Ножницы), (Бумага, Бумага)}

Описать множество выигрышных ситуаций для первого игрока.

Дано графическое изображение множества. Сформулировать высказывание для описания множества. Сформулировать области эквивалентности на каждой оси. Привести примеры значений множества для заполнения таблицы истинности высказывания.

| **Изображение** | **Высказывание и примеры** | |
| --- | --- | --- |
|  | P(x,y) = x<=-2∧y>=1   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Ось | Область | Пример | | x | x<=-2 | -3 | | x | -2<x | 0 | | y | y<1 | 0 | | y | 1<=y | 2 |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | x | y | x<=-2 | y>=1 | x<=-2 ∧y>=1 | | -3 | 2 | и | и | и | | -3 | 0 | и | л | л | | 0 | 2 | л | и | л | | 0 | 0 | л | л | л | | |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  | |
|  |  | |
|  | |  |
|  | |  |
|  | |  |

# Граф

Изобразить граф в виде списка ребер, матрицы смежности и матрицы инцидентности

| **№** | **Диаграмма** |
| --- | --- |
|  | C:\Users\Александр\Desktop\Razrabotka i upravlenie trebovanijami-36.jpg  [https://project.dovidnyk.info/index.php/home/razrabotkaiupravlenietrebovaniyami/54-diagrammy\_sostoyanij] |
|  | http://ods.com.ua/win/rus/program/oop_rsis/_pic_/image293.gif  [http://citforum.ru/programming/oop\_rsis/glava2\_5\_1.shtml] |
|  | Описание: Рис55  [https://studizba.com/lectures/10-informatika-i-programmirovanie/368-sovremennye-tehnologii-programmirovaniya/4989-10-diagrammy-sostoyaniy.html] |

## Изображение древовидных структур

Дано: изображение дерева в виде иерархического списка. Нужно описать с помощью тэгов.

| **№** | **Иерархический список** | **Вложенные тэги** |
| --- | --- | --- |
|  | Животные:  - Одноклеточные  - Многоклеточные  - Беспозвоночные  - Черви  - Моллюски  - Иглокожие  - Раки  - Паукообразные  - Насекомые  - Позвоночные  - Рыбы  - Земноводные  - Пресмыкающиеся  - Птицы  - Млекопитающие | <Животные>  <Одноклеточные>  <Многоклеточные>  <Беспозвоночные>  <Черви/>  <Моллюски/>  <Иглокожие/>  <Раки/>  <Паукообразные/>  <Насекомые/>  </Беспозвоночные>  <Позвоночные>  <Рыбы/>  <Земноводные/>  <Пресмыкающиеся/>  <Птицы/>  <Млекопитающие/>  </Позвоночные>  </Многоклеточные>  </Животные> |
|  | Типы питания животных:  а. Травоядные  а.1 Лось  а.2 Олень  а.3 Кролик  б. Хищники  б.1 Лягушка  б.2 Тигр  б.3 Рысь  в. Всеядные  в.1 Медведь  в.2 Синица  в.3 Кабан | <Травоядные>  <Лось/>  <Олень/>  <Кролик/>  </Травоядные>  <Хищники>  <Лягушка/>  <Тигр/>  <Рысь/>  </Хищники>  <Всеядные>  <Медведь/>  <Синица/>  <Кабан/>  </Всеядные> |
|  | Растения  а. Водоросли  б. Высшие растения  б.1 Мохообразные  б.2 Высшие споровые  б.2.а Папоротниковые  б.2.б Плауновидные  б.2.в Хвощевидные  б.2.г Папоротники  б.3 Семенные растения  б.3.а Голосеменные  б.3.б Покрытосеменные |  |
|  | Модели данных СУБД:  1. Иерархические  2. Сетевые  3. Реляционные  4. Объектно-реляционные  5. Объектно-ориентированные |  |
|  | Способы доступа к БД:  а. Файл-серверные  а.1 MS Access  а.2 Paradox  а.3 dBase  а.4 FoxPro  б. Клиент-серверные  б.1 Oracle Database  б.2 PostgreSQL  б.3 MySQL  в. Встраиваемые  в.1 SQLite  в.2 MSSQL Server Compact |  |

## Алгоритмы обхода графов

Изобразить решение задачи в виде диаграммы

Задача 4+5=3

Отмерить 3 литра воды с помощью крана, банок 4 литра и 5 литров.

(0,0)

(4,5)

(0,5)

(4,1)

(4,0)

(0,4)

(4,4)

(3,5)

Рисунок Х – диаграмма состояний для задачи №К

Задача 3+5=4

С помощью двух сосудов вместимостью 3 л и 5 л налить себе 4 л!

Задача 8+5=7

Имеются два сосуда вместимостью 8 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из крана 7 л воды?

Задача 7+3=5.

Бидон емкостью 10 л наполнен парным молоком. Требуется перелить из этого бидона 5 л молока в семилитровый бидон, используя при этом трехлитровый бидон.

Задача 7+6+3=5+5.

Разделить на 2 равные части воду, находящуюся в 6-литровом сосуде (4 л) и в 7-литровом (6 л), пользуясь этими и 3-литровым сосудами. Какое наименьшее количество переливаний потребуется?

Задача 3+5+8=4

Дядя Федор собрался ехать к родителям в гости и попросил у кота Матроскина 4 л простоквашинского молока. А у Матроскина только 2 пустых бидона: трехлитровый и пятилитровый. И восьмилитровое ведро, наполненное молоком. Как Матроскину отлить 4 литра молока с помощью имеющихся сосудов?