Guía de Laboratorio de Física Mecánica. Práctica 12. Cuerpo rígido.

Autores: Javier Vargas Valencia, Luis Fernando Duque Gómez.

Materiales

- Dispositivo que permita tomar videos.
- Regla u otro objeto de calibración de distancia.
- Varilla, vara, palo o regla larga (de aproximadamente 80 cm). En este ítem lo que se requiere es un cuerpo modelable como varilla rígida uniforme.
- Piedra, tuerca muy grande u otro cuerpo masivo y denso que se pueda adherir o amarrar a la punta de la varilla rígida uniforme.
- Cinta o plastilina para adherir cuerpos. Plastilina adicional para adherir al cilindro.
- Palillos de madera.
- Empate de tubería de aproximadamente 4' de diámetro. También puede usarse una lata con los dos extremos huecos, o cualquier forma cilíndrica hueca en sus dos extremos de aproximadamente 10 cm de diámetro, de entre 5 y 20 cm de largo, y que preferiblemente no sea muy liviano para que el viento no afecte mucho las condiciones ideales.
- Software libre especializado TRACKER.

Objetivos

- Verificar experimentalmente, apoyado en videos, gráficos y software especializado, las ecuaciones que expresan las características del movimiento rotacional de cuerpos rígidos y sistemas compuestos.
- Estudiar el intercambio de energía en un sistema rotante.

Introducción

Durante toda la parte inicial del curso de física mecánica, las partículas son consideradas como puntuales, pero al abordar el estudio de la dinámica del cuerpo rígido se incluyen la geometría y el volumen completos del cuerpo. La rotación de una varilla rígida puede resultar un buen ejemplo para ilustrar las diferencias entre la dinámica de un cuerpo puntual y la de uno sólido con geometría definida. Por otro lado, el estudio de la rotación de un cilindro hueco nos permitirá estudiar la energía y el momento de inercia de los cuerpos rígidos. En esta guía se van a describir dos procedimientos. En el primero se usará una regla o varilla rígida uniforme como cuerpo rotante, adicionándole luego una masa en su extremo libre para ilustrar las mismas leyes físicas con esta variante del experimento, pero con momentos de inercia diferentes. En una segunda experiencia se usará un cilindro hueco al cual se hará una variación de su momento de inercia usando plastilina adherida en diferentes lugares, para ilustrar los cambios físicos que se deben a la distribución de masa del sistema.

Teoría

Energía rotacional de un sistema de partículas y momento de inercia.

Consideremos una colección de partículas que se encuentran en rotación alrededor de un eje fijo, todas con una cierta velocidad angular ω , donde cada partícula tiene una energía cinética debido a su velocidad tangencial, tal como se ilustra en la figura 1. La energía cinética de la partícula i-ésima es:

$$E_{KRi} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 \tag{1}$$

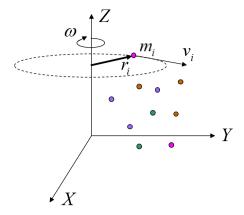


Figura 1. Sistema de partículas puntuales rotando juntas.

La energía total del sistema de partículas es la suma de todas las contribuciones de las partículas:

$$E_{KR} = \frac{1}{2} \sum_{i} m_{i} r_{i}^{2} \omega^{2} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i} m_{i} r_{i}^{2} \right) \omega^{2}$$
 (2)

En esta última ecuación, el término entre paréntesis recibe el nombre de: "Momento de Inercia /" del sistema de partículas, escribimos entonces:

$$E_{KR} = \frac{1}{2}I\omega^2 \tag{3}$$

Donde el momento de inercia / del sistema, es:

$$I = \sum_{i} m_i r_i^2 \tag{4}$$

El término "momento de inercia" sirve para expresar la energía cinética rotacional de un sistema de partículas con velocidad angular ω y momento de inercia I, alrededor de un eje fijo.

Momentos de inercia de sólidos extendidos.

Para evaluar el momento de inercia de un cuerpo con volumen y geometría definidos, ampliamos la definición dada para sistemas de partículas, imaginando que el sólido está compuesto por muchos elementos de volumen pequeños, cada uno de masa Δm (ver fig. 2).

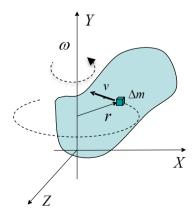


Figura 2. Cuerpo sólido extendido.

En el caso del sólido se debe hacer el límite en que el delta de masa Δm tiende a cero, el cual convierte la sumatoria de la ecuación 4 en una integral.

$$I = \frac{Lim}{\Delta m \to 0} \left(\sum_{i} m_{i} r_{i}^{2} \right) = \int r dm$$
 (5)

El momento de inercia para algunos sólidos puede verse en la figura 2. En estos casos es claro que el eje de rotación pasa por el centro de masa de los cuerpos.

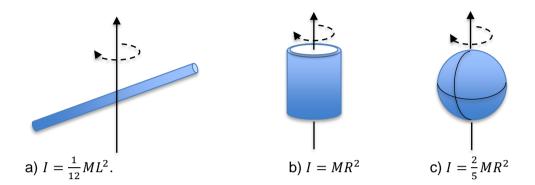


Figura 2. Momento de inercia para a) Varilla rígida. b) Cilindro hueco. c) Esfera.

Teorema de los ejes paralelos.

En ocasiones, es muy complicado calcular el momento de inercia, aún para cuerpos de gran simetría, sin embargo, cuando el eje de rotación es paralelo a un eje de simetría que pasa por el centro de masa (CM) del cuerpo y está a una distancia *D* de él, podemos hacer uso del teorema de los ejes paralelos.

Si se conoce el momento de inercia respecto a un eje que pasa por el CM y queremos hallar el momento de inercia respecto a un eje paralelo al primero y que pasa a una distancia *D* del primero, se calcula como:

$$I = I_{CM} + MD^2 \tag{5}$$

En la figura 3 se ilustra un eje paralelo a otro que pasa por el CM de un cuerpo rotante.

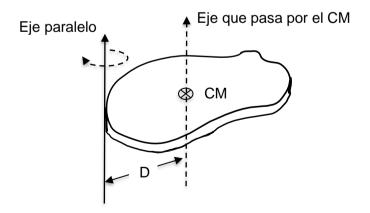


Figura 3. Ejes paralelos.

Además, se debe tener en cuenta que para el cálculo de la energía rotacional del sólido rígido sigue siendo válida la ecuación 3.

Informe

El informe consiste en dos actividades. En la primera se debe realizar y analizar una situación en la cual se deja caer rotando una varilla rígida (cualquiera que sea el cuerpo modelado como tal), con un extremo apoyado sobre un borde de una mesa y el otro soltado desde la vertical (ver fig. 4). La propuesta incluye realizar una variante de este ejercicio en la cual se agrega una masa puntual en el extremo libre (superior) que permita analizar y reconocer los cambios que implica esta nueva disposición. Una segunda experiencia de esta guía consiste en hacer rodar por un plano inclinado un cilindro hueco (que puede ser modelado por varios objetos como se indica en la lista de materiales), al cual también se le va a analizar una variante agregándole plastilina para cambiar su distribución de masa.

Al hacer el video para esta práctica debe tener en cuenta varias recomendaciones:

- El cuerpo alargado que sirva como modelo de varilla rígida debe ser bien uniforme, es decir, que no debe presentar cambios en su distribución de masa.
- Al soltar la varilla para que caiga rotando desde la posición vertical en el borde de la mesa no se debe empujar ni hacerle otros esfuerzos, pues se va a suponer que su rapidez inicial es cero.
- Recuerde que la cámara debe estar fija y no sujeta con la mano para que esté estable.
- Recuerde todas las sugerencias que se le han dado para usar el programa TRACKER.
- El diseño casero de los dos montajes puede variar, lo que importa es que se reproduzcan bien los sistemas ilustrados en las figuras 4, 5, 7 y 8.

Actividad 1. Rotación de una varilla rígida uniforme.

1. Tome la barra rígida uniforme verticalmente, ponga un extremo sobre un borde de una mesa tal como se ilustra en la figura 4, sosteniendo la parte superior libre con la mano. Deje caer la barra hacia la parte exterior de la mesa sin empujarla bruscamente. De modo que la mano apenas le permita a la barra que inicie su movimiento de rotación libremente, sin incidir en su rapidez inicial (note que este equilibrio es muy delicado y no es necesario mucho esfuerzo para que se rompa). Grabe un video que registre este movimiento como mínimo hasta que la barra pase por la posición horizontal.

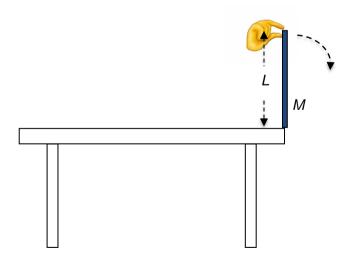


Figura 4. Ilustración de la rotación de la barra uniforme.

2. Mida la masa y la longitud de la varilla rígida uniforme y anótelas.

- 3. Escoja el tramo entre la posición vertical y la posición horizontal de la varilla para analizar el movimiento del centro de masa de la misma. Obtenga la gráfica de la energía de la varilla uniforme. Obtenga las gráficas de velocidad angular y de aceleración angular de la varilla. Recuerde que debe tomar el punto medio de la varilla como su centro de masa.
- 4. Recuerde que debe usar un patrón de medida de distancias que permita la calibración. Ponga una regla u otro objeto de distancia conocida como referencia de medida.
- 5. Repita el procedimiento anterior (pasos 1 a 3), pero esta vez agregue una masa puntual m al extremo superior de la varilla como se ilustra en la figura 5. Recuerde que se espera que la masa m se comporte como puntual, por lo cual se debe pegar o adherir en todo el extremo superior de la varilla una piedra, una tuerca pesada u otro objeto muy denso que quede bien pegado. Use cinta o plastilina para pegar el cuerpo. Recuerde que si usa plastilina, esta deberá incluirse en la masa m adicional.

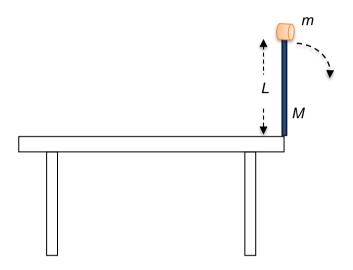


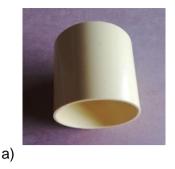
Figura 5. Ilustración de la rotación de la barra uniforme con objeto pegado a su extremo.

Preguntas actividad 1

- 1. Use el teorema de Steiner para calcular el momento de inercia de la varilla rígida rotando respecto a un extremo.
- 2. A partir de lo anterior y de las medidas, use la energía rotacional para determinar teóricamente la velocidad angular de la varilla cuando llega a la posición horizontal.
- 3. Use el video y las herramientas de TRACKER para determinar experimentalmente la rapidez angular de la varilla justo en la posición horizontal.
- 4. Compare los dos valores hallados en los dos numerales anteriores (2 y 3). Comente a que se debe la diferencia entre los dos valores.
- 5. ¿Qué información aporta la gráfica de la energía mecánica de la varilla? Explique bien.
- 6. Repita los pasos 1 a 5 para la variante del experimento planteada en el numeral 5 de la actividad 1, en el cual se agrega masa al extremo de la barra.
- 7. Compare las dos situaciones experimentales que se han descrito en la actividad uno y comente sus diferencias.

Actividad 2. Cilindro hueco rodante.

1. Tome ahora un cilindro hueco como el que se ilustra en la figura 6.a. Puede ser una unión o empate de tubería de desagüe. Ponga los palillos en su interior en forma de diámetro, tal como se ilustra en la figura 6.b.



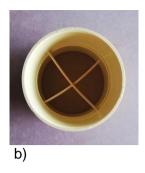


Figura 6. a) Cilindro hueco. b) Cilindro con palillos diametrales.

2. Para el primer ejercicio, tome el cilindro y péguele la plastilina de modo que quede bien distribuida en las paredes de la parte interna del cilindro hueco, tal como se ilustra en la figura 7.





Figura 7. Cilindro hueco con plastilina distribuida en la pared interior.

Grabe un video para analizar en TRACKER en el cual este cilindro ruede desde el reposo y desde la parte superior de un plano inclinado. Recuerde que el plano del movimiento debe ser perpendicular a la dirección de la cámara. Al poner el sistema de referencia, tome la dirección X como la dirección de rodamiento del cilindro, la cual debe coincidir con el plano inclinado.

- 3. Mida la masa, el ángulo de inclinación del plano y el radio del cuerpo rodante (incluida la plastilina) usando una gramera y regístrelos.
- 4. Obtenga la gráfica de la energía del cuerpo rodante. Obtenga las gráficas de velocidad traslacional del centro de masa y de velocidad angular y de aceleración angular del cilindro hueco rodante.
- 5. Repita el procedimiento anterior (pasos 2 a 4 de la actividad 2), pero esta vez para el caso en que la masa está agregada al centro del cilindro como una masa puntual (note que debe usar los palillos mostrados en la figura 6), tal como se ilustra en la figura 8. Recuerde que se espera que la masa *m* de la plastilina se comporte como puntual, por lo cual se debe pegar o adherir en todo el centro.





Figura 8. Cilindro hueco con plastilina en el centro o eje.

- 6. Mida la masa, el ángulo de inclinación y el radio del cuerpo rodante (incluida la plastilina) usando una gramera y registrelos.
- 7. Obtenga la gráfica de la energía del cuerpo rodante. Obtenga las gráficas de velocidad traslacional del centro de masa y de velocidad angular y de aceleración angular del cilindro hueco rodante.

Preguntas actividad 2

- A partir de las experiencias anteriores y de las medidas registradas, compare las energías de ambos cuerpos rodantes. Para ambos casos determine teóricamente la aceleración angular del cuerpo rodante, así como su rapidez al llegar al punto inferior del plano. Use la energía rotacional y también la cinemática para aceleración constante.
- 2. Use el video y las herramientas de TRACKER para determinar experimentalmente la aceleración angular del cuerpo rodante, así como la velocidad angular en el instante en que llega al punto inferior de su rodamiento por el plano.
- 3. Compare los dos valores hallados en los dos numerales anteriores (1 y 2). Comente a que se debe la diferencia entre los dos valores.
- 4. ¿Qué información aporta la gráfica de la energía mecánica del cuerpo rodante? Explique bien.
- 5. Repita los pasos 1 a 4 para la variante del experimento planteada en el numeral 5 de la actividad 2, en la cual se cambia la posición a la masa de la plastilina.
- 6. Compare las dos situaciones experimentales que se han descrito en la actividad dos y comente sus diferencias.

Realice el informe de la práctica teniendo en cuenta las siguientes indicaciones:

El informe enviado debe contener:

- Portada
- Objetivos
- Introducción teórica
- Procedimiento experimental
- Resultados del experimento
- Respuestas a las preguntas de la guía
- Análisis de resultados que incluya las posibles causas de error
- Conclusiones.