



PRIMZAHL KLASSIKER

Fragen?

- $a|b \wedge a|c \Rightarrow a|b-c \wedge a|b+c$

*** Hauptsatz der elementaren ZT.**

1. Was besagt der Hauptsatz der elementaren ZT?
2. Warum ist 1 keine Primzahl?

$$12 = 2^2 \cdot 3 = 3 \cdot 2^2 \leftarrow$$

bis auf Reihenfolge der Primfaktoren!

Lösung.

1. Zu jeder natürlichen Zahl ≥ 2 gibt es eine eindeutige PFZ.

2. Sonst geht die Eindeutigkeit in der PFZ verloren:

$$\text{z.B. } 12 = 4 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3 = 1^5 \cdot 2^2 \cdot 3$$

Eigener Lösungsversuch.

Sieb des Eratosthenes. Bestimmen Sie alle Primzahlen ≤ 200 .

Lösung. Siebe mit Primzahlen $\leq \sqrt{200} \approx 14, \dots$

> 14 fertig mit sieben!

| | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|------|--------------|----|-----|----|----|----|-----|-----|-----|----|-----|----|-----|----|----|----|-----|----|-----|----|
| +0 | 1 | 2 | 3 | | 5 | | 7 | | | | 11 | | 13 | | | | 17 | | 19 | |
| +20 | 1 | | 23 | | | | | | 29 | | 31 | | | | | | 37 | | | |
| +40 | 41 | | 43 | | | | 47 | | | | | | 53 | | | | | | 59 | |
| +60 | 61 | | | | | | 67 | | | | 71 | | 73 | | | | | | 79 | |
| +80 | | | 83 | | | | | | 89 | | | | | | | | 97 | | | |
| +100 | 101 | | 103 | | | | 107 | | 109 | | | | 113 | | | | | | | |
| +120 | | | | | | | 127 | | | | 131 | | | | | | 137 | | 139 | |
| +140 | | | | | | | | 149 | | | 151 | | | | | | 157 | | | |
| +160 | | | 163 | | | | 167 | | | | | | 173 | | | | | | 179 | |
| +180 | 181 | | | | | | | | | | 191 | | 193 | | | | 197 | | 199 | |

Eigener Lösungsversuch.

| | 01 | 02 | 03 | 04 | 05 | 06 | 07 | 08 | 09 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| +0 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +20 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +60 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +80 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +100 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +120 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +140 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +160 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| +180 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Sieb des Eratosthenes in C. Schreiben Sie eine C-Funktion, die ein Array aufnimmt und an die Position n eine 0 schreibt, falls n keine Primzahl ist, und eine 1 falls n eine Primzahl ist. Geben Sie das Array auf der Konsole aus.

Lösung. → C-Datei

Idee: Array numbers = { 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, ..., 1, 1, 1 }
 Position n = 0 1 2 3 4 5 ... 200
 1 heißt Primzahl!

Sieben: Array numbers = { 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, ..., 0, 1, 0 }
 z.B. p=2 Position n = 0 1 2 3 4 5 ... 200

* Diverses über Primzahlen.

1. Wie viele Primzahlen gibt es?
2. Geben Sie eine rekursive Formel zur Erzeugung von Primzahlen an. (*Hinweis:* Beweis zu Satz von Euklid)
3. Schreiben Sie eine C-Funktion, die diese rekursive Funktion implementiert.

Lösung.

1. ∞ -viele (Satz von Euklid)

2. $p_1 = 2$, p_{k+1} kleinster Teiler von $p_1 \cdots p_k + 1$ ($k \geq 1$)

$$p_1 = 2$$

$$p_1 + 1 = 2 + 1 = 3 \text{ hat kleinsten Teiler } p_2 = 3$$

$$p_1 \cdot p_2 + 1 = 2 \cdot 3 + 1 = 7 \text{ hat kleinsten Teiler } p_3 = 7$$

$$p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 + 1 = 2 \cdot 3 \cdot 7 + 1 = 43 \text{ hat kleinsten Teiler } p_4 = 43$$

$$p_1 \cdots p_4 + 1 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43 + 1 = 1807 \text{ hat kleinsten Teiler } p_5 = 13$$

$$p_1 \cdots p_5 + 1 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 43 \cdot 13 + 1 = 23479 \text{ hat kleinsten Teiler } p_6 = 53$$
$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

3. \leadsto Code

```
Euklidische Primzahlen
=====
1. Euklidische Primzahl: 2
2. Euklidische Primzahl: 3
3. Euklidische Primzahl: 7
4. Euklidische Primzahl: 43
5. Euklidische Primzahl: 13
6. Euklidische Primzahl: 53
7. Euklidische Primzahl: 5
8. Euklidische Primzahl: 6221671
9. Euklidische Primzahl: 38709183810571
```

Eigener Lösungsversuch.