



more: bigdev.de/teaching

Relationen

Relationen - Intro

Sie kennen bereits mehrere Relationen, ohne es zu wissen:

- „Kleiner“-Relation, z.B.
- „Teilt“-Relation, z.B.
- „Gleich“-Relation, z.B.
- „Kongruenz“-Relation, z.B. $16 \equiv 4 \pmod{12}$

Zur Definition einer Relation brauchen wir das
Kreuzprodukt / kartesische Produkt zweier Mengen:

$$A = \{ \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \}$$

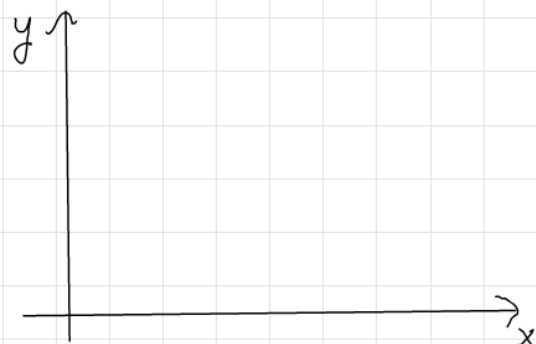
$$A \times B = \left\{ \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \right. \\ \left. \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \quad \end{pmatrix} \right\}$$

↙ **Tupel** oder
Paare

Alternative Schreibweise:

A \ B	s	t
0		
1		
2		

Bsp. $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ dargestellt im
kartesischen Koordinatensystem:



Relationen - Definition

Def. Seien A und B Mengen. Eine Teilmenge $R \subseteq A \times B$ des kartesischen Produkts $A \times B$ heißt **Relation** zwischen A und B .

Eine Relation $R \subseteq A \times A$ heißt **Relation auf A** .

Wenn $a \in A$, $b \in B$ mit $(a, b) \in R \subseteq A \times B$, dann **steht a in Relation zu b** .

Alternative Schreibweisen:

Ü

Geben Sie $R \subseteq A \times A$ an, das die

- a) „Kleiner“-Relation
 - b) „Gleich“-Relation
 - c) „Kleiner gleich“-Relation
- auf $A = \{0, 1, 2\}$ beschreibt.

Relationen - Eigenschaften

Def. Eine Relation $R \subseteq A \times A$ heißt

1. reflexiv $:\Leftrightarrow$
2. irreflexiv $:\Leftrightarrow$
3. symmetrisch $:\Leftrightarrow$
4. asymmetrisch $:\Leftrightarrow$
5. antisymmetrisch $:\Leftrightarrow$
6. transitiv $:\Leftrightarrow$

Bspe.

ü

Sei A die Menge aller Studenten in einem Hörsaal und $R \subseteq A \times A$ die Relation „ x sitzt in der gleichen Reihe wie y “. Diskutieren Sie die Eigenschaften dieser Relation.

Def. Eine Relation $R \subseteq A \times A$ heißt

- a) **Äquivalenzrelation** : $\Leftrightarrow R$ ist
- i) reflexiv
 - ii) symmetrisch
 - iii) transitiv
- b) **Ordnungsrelation** : $\Leftrightarrow R$ ist
- i) reflexiv
 - ii) antisymmetrisch
 - iii) transitiv