

Probeklausur: Mathematik 3

Studiengang INF-B

Prof. Dr. B. Naumer

20.07.2020

Aufgabe 1

(9 Punkte)

Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? **Begründen** Sie Ihre Entscheidung bzw. **korrigieren** Sie falsche Aussagen!

- a) Von einer Fußballmannschaft (11 Mann) sind 4 Spieler jünger als 22 Jahre, 3 sind 22, der Rest (4 Spieler) ist älter. Das Durchschnittsalter liegt bei 25 Jahren. Wenn für den 43-jährigen Torwart ein 16-jähriger eingewechselt wird, dann werden der Durchschnitt und der Median kleiner.
- b) Wenn zwei Merkmale X und Y stark voneinander abhängen, dann ist der Korrelationskoeffizient immer größer als 0,7.
- c) Das 95%-Konfidenzintervall für einen unbekannten Erwartungswert lautet

$$]44.487; 51.513[$$

. Daraus lässt sich für das Testproblem $H_0 : \mu = 52$, $H_1 \neq 52$ folgern, dass H_0 zum Signifikanzniveau 10% verworfen wird .

Aufgabe 2

(3 Punkte)

Wie muss der Stichprobenumfang n angepasst werden, um die Halbierung eines Konfidenzintervalls für den unbekannten Erwartungswert zu erreichen?

Aufgabe 3

(4 Punkte)

Eine Fabrik produziert Werkzeuge und dazugehörige Boxen. Nehmen Sie an, dass die Verteilung der Länge der Werkzeuge (in mm) durch eine $N_{200,9}$ -Verteilung und die Länge der Boxen (in mm) durch eine $N_{210,16}$ -Verteilung beschrieben werden kann. Geben Sie den R-Ausdruck zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit an, dass ein zufällig ausgewähltes Werkzeug nicht in die Box passt.

Aufgabe 4**(10 Punkte)**

Ein Labor hat einen Alkoholttest entworfen. Aus den bisherigen Erfahrungen weiß man, dass 60% der von der Polizei kontrollierten Personen tatsächlich betrunken sind. Bezüglich der Funktionsweise des Tests wurde ermittelt, dass in 95% der Fälle der Test positiv reagiert, wenn die Person tatsächlich betrunken ist, in 97% der Fälle der Test negativ reagiert, wenn die Person nicht betrunken ist.

Verwenden Sie $B = \text{"Person ist betrunken"}$ und $T = \text{"Test ist positiv"}$.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person ein negatives Testergebnis hat und trotzdem betrunken ist.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Test positiv ausfällt.

Aufgabe 5**(10 Punkte)**

Die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariable X sei gegeben durch:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2/5, & 0 \leq x \leq 1 \\ (-x^2 + 6x - 4)/5, & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

- (a) Stellen Sie die Verteilungsfunktion grafisch dar.
- (b) Bestimmen Sie die Dichtefunktion.
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(1 < X \leq 2)$.

Aufgabe 6**(7 Punkte)**

Untersuchen Sie, ob die folgende Funktion ein kubischer Spline ist:

$$s(x) = \begin{cases} s_1(x) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x, & x \leq 1 \\ s_2(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - 1, & x > 1 \end{cases}$$

Aufgabe 7**(7 Punkte)**

Gegeben ist die Quadraturformel

$$\frac{1}{3} (2f(0.25) - f(0.5) + 2f(0.75))$$

zur näherungsweisen Berechnung von $\int_0^1 f(t) dt$.

Bestimmen Sie die Ordnung der Quadraturformel.