



Prüfung SS 2016

Studiengang: INF-B

Fach: Grundlagen der Informatik 2

Prüfer: Prof. Dr. J. Schmidt

Prüfung: 16.7.2016

90 Minuten. Hilfsmittel: alle Unterlagen, Taschenrechner, **kein** Laptop, Handy, u.ä.

Insgesamt sind 90 Punkte zu erreichen. Die Punktzahl gibt damit auch einen Anhaltspunkt für die Bearbeitungszeit.

Sollten Ihrer Meinung nach Angaben in der Aufgabenbeschreibung fehlen oder falsch sein, machen Sie sinnvolle Annahmen und dokumentieren Sie diese.

Der Berechnungsweg muss ersichtlich sein.

Die Seiten dürfen nicht getrennt werden.

Konzeptpapier muss (mit Namen versehen) mit abgegeben werden.

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	ges.
Punkte								

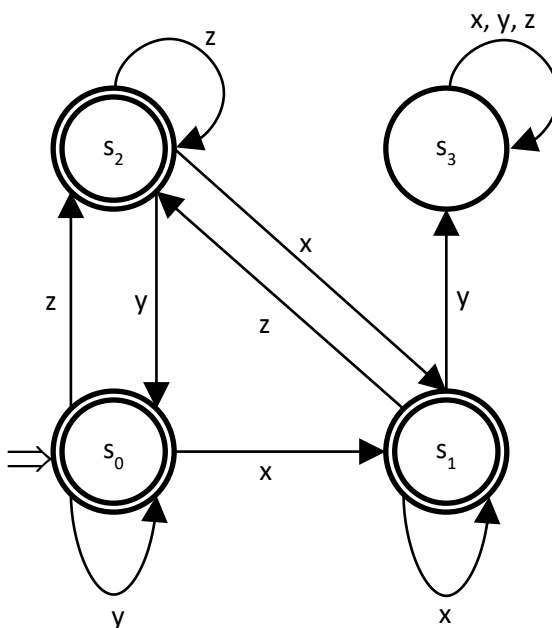
Note:

Name: _____

Matrikelnr.: _____

Aufgabe 1: Endliche Automaten (20 Punkte)

Gegeben sei das Übergangsdiagramm des folgenden erkennenden endlichen Automaten:



- Konstruieren Sie den zugehörigen Minimalautomaten und zeichnen Sie sein Übergangsdiagramm.
- Geben Sie die akzeptierte Sprache als regulären Ausdruck an.

Aufgabe 2: Grammatiken (14 Punkte)

Gegeben ist folgende Grammatik

(Startsymbol S , Terminalsymbole $T = \{x, y, z\}$, Nichtterminale $N = \{S, Y, Z\}$):

$S \rightarrow xS \mid xY$

$Y \rightarrow yY \mid yZ$

$Z \rightarrow zZ \mid z$

- Von welchem Typ der Chomsky-Hierarchie ist diese Grammatik? Schränken Sie den Typ so weit wie möglich ein, begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie die zugehörige Sprache in Mengenschreibweise an.
- Zeichnen Sie das Übergangsdiagramm des dem Sprachtyp entsprechenden zugehörigen Automatenmodells. Fangzustände dürfen weggelassen werden.
- Bringen Sie die Grammatik in Chomsky-Normalform. Die Schritte der Entstehung müssen erkennbar sein.

Aufgabe 3: Verschiedenes (16 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig bzw. falsch? Kreuzen Sie das entsprechende Feld an. Falsche Antworten geben Punktabzug (wird nicht auf andere Aufgaben übertragen).

Aussage	richtig	falsch
Das Halteproblem ist für alle LOOP-berechenbaren Probleme berechenbar		
$3n \log_4 n + \log_2 n + n = O(n \log n)$		
Mit einem nichtdeterministischen Kellerautomaten lässt sich das Wortproblem für Typ 2 Sprachen lösen		
Der folgende Graph lässt sich mit 5 Farben einfärben, so dass benachbarte Knoten verschiedene Farben haben		
Das Wortproblem für Typ 1 Sprachen ist NP-vollständig		
Mit dem Pumping Theorem für reguläre Sprachen kann bewiesen werden, dass eine gegebene Sprache von Typ 3 ist		
Jede reguläre Grammatik lässt sich durch einen deterministischen Kellerautomaten darstellen, der die gleiche Sprache akzeptiert		
Wenn der Fermat-Primzahltest für eine Zahl das Ergebnis „zusammengesetzt“ liefert, ist das immer richtig		

Aufgabe 4: Berechenbarkeit (10 Punkte)

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f(n) = \frac{n!}{3!(n-3)!}$ für $n \geq 3$ primitiv rekursiv ist. Zusätzlich zur Definition der primitiven Rekursion dürfen Sie verwenden, dass die folgenden Funktionen ebenfalls primitiv rekursiv sind:
- Multiplikation: $m(x, y) = xy$
 - Division: $d(x, y) = \frac{x}{y}$
 - Vorgänger: $v(x) = x - 1$
- b) Geben Sie ein LOOP-Programm an, das $f(n)$ berechnet. Auch hier dürfen die Operationen Multiplikation und Division als gegebene LOOP-berechenbare Funktionen angenommen werden.

Aufgabe 5: Primzahltest (10 Punkte)

Prüfen Sie mit dem Miller-Rabin Test, ob die Zahl 17 prim ist. Es genügt ein Durchlauf mit einer Zahl Ihrer Wahl. Welches Ergebnis liefert der Test? Kann man dem Test immer trauen?

Aufgabe 6: Komplexität (10 Punkte)

Der folgende C-Code implementiert eine Funktion zum Sortieren eines Integer-Arrays a mit n Einträgen:

```
void sort (int *a, int n) {
    int i, t, s = 1;
    while (s) {
        s = 0;
        for (i = 1; i < n; i++) {
            if (a[i] < a[i - 1]) {
                t = a[i];
                a[i] = a[i - 1];
                a[i - 1] = t;
                s = 1;
            }
        }
    }
}
```

Geben Sie die Zeitkomplexität in O-Notation für den schlechtesten und den besten Fall an. Begründen Sie Ihr Ergebnis!

Aufgabe 7: Wortproblem (10 Punkte)

Gegeben ist folgende Grammatik

(Startsymbol S , Terminalsymbole $T = \{x, y, z\}$, Nichtterminale $N = \{S, A, B, C, Y, Z\}$):

$A \rightarrow x, B \rightarrow y, C \rightarrow z, Z \rightarrow z$

$S \rightarrow AS \mid AY$

$Y \rightarrow BY \mid BZ$

$Z \rightarrow CZ$

- a) Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $xyyyzzz$ Teil der durch die Grammatik definierten Sprache ist. Füllen Sie hierzu die unten stehende Tabelle aus:

x	x	y	y	y	z	z	z
A	A	B	B	B	CZ	CZ	CZ
				Y	Z	Z	
			Y	Y	Z		
		Y	Y	Y			
	S	Y	Y				
S	S	Y					
S	S						
S							

Ist das Wort Teil der Sprache?

ja

- b) Die Grammatik definiert eigentlich eine reguläre Sprache. Ist der CYK-Algorithmus das angemessene Verfahren zum Parsing?

Ja