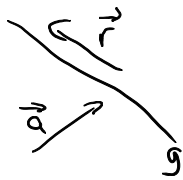


GERADENGLEICHUNGEN UND SKALARPRODUKT

Fragen?

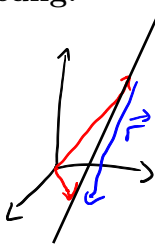
$$g: \vec{a} + \lambda \vec{r}$$


* **Parameterform.** Bestimmen Sie die Parameterform:

a) Gerade, die durch die Punkte $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ geht.

b) Graph von $f(x) = 5x + 2$.

a.) Lösung.



$$g: \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1-1 \\ 3-2 \\ 4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

ODER: Zwei-Punkte-Form

$$g: (1-\lambda) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1+1 \\ -2+3 \\ -0+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

b.) $g: \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

ODER

Eigener Lösungsversuch.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ 5x+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ 5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + x \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Winkel. Der Winkel $\angle(x, y) = \alpha$ zwischen den Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ lässt sich berechnen über

$$\cos(\alpha) = \frac{x \cdot y}{\|x\| \cdot \|y\|}$$

Wann ist der Winkel 90° ? $\cos(90^\circ) = 0 \Leftrightarrow x \cdot y = 0$

Wann ist der Winkel spitz? $\alpha < 90^\circ: \cos(\alpha) > 0 \Leftrightarrow x \cdot y > 0$

Wann ist der Winkel stumpf? $\alpha > 90^\circ: \cos(\alpha) < 0 \Leftrightarrow x \cdot y < 0$

Berechnen Sie die Winkel zwischen folgenden Vektoren: $\alpha = \arccos\left(\frac{-1}{\sqrt{2} \cdot 1}\right) = 135^\circ$

a) $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \cos \alpha = \frac{-1 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{-1}{\sqrt{2} \cdot 1}$

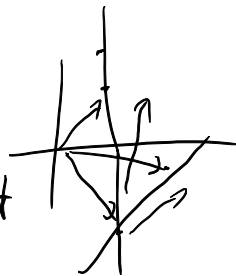
b) $x = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \alpha = 90^\circ \quad (-1) \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) = 0$

c) Gilt $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \perp \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$? $4 \cdot (-1) + 2 \cdot 2 = 0 \rightarrow \alpha = 90^\circ$

d) Berechnen Sie den Winkel zwischen den Geraden g durch $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und h durch $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Lösung.

$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \text{Schnittpunkt}$



$$x = \begin{pmatrix} 2 - 1 \\ -1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 - 1 \\ 1 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= \arccos\left(\frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 3}{\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{0^2 + 3^2}}\right) \\ &= \arccos\left(\frac{3}{\sqrt{2} \cdot 3}\right) \\ &= 45^\circ \end{aligned}$$

Eigener Lösungsversuch.