Prof. Dr. M. Helbig
Mathematik – Übung

Hochschule Rosenheim
University of Applied Sciences

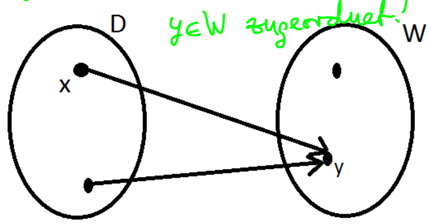
Funktionen

Fragen? siehe hochgeladenes Skript !

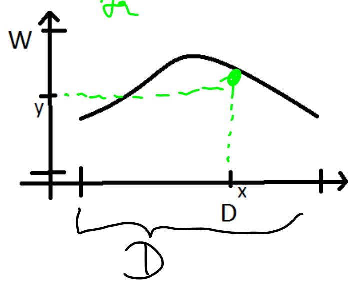
$\forall x\in D\ \exists_1 y\in W:\ f(x)=y.$

Funktionsbegriff. Ist $f\colon D\to W$ eine Funktion?

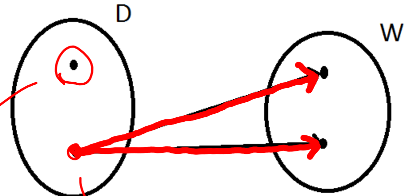
a) Ja! Jedem $x\in D$ wird genau ein $y\in W$ zugeordnet!



c) Ja



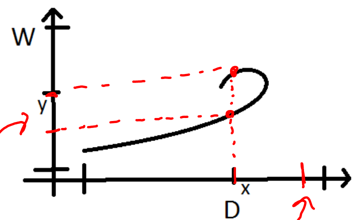
b) Nein!



Diesem x wird nichts zugeordnet!

Diesem x werden zwei $y_1\neq y_2$ zugeordnet

d)

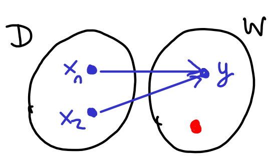
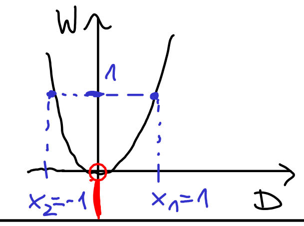
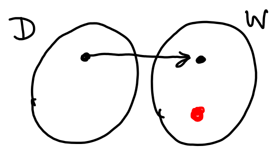
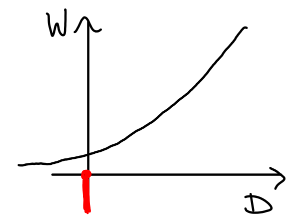
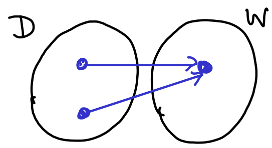
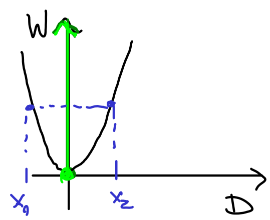
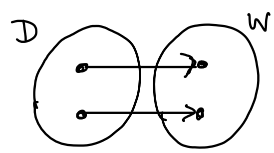
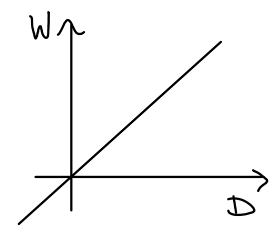


Lösung.

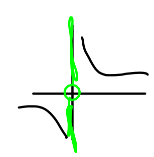
Eigener Lösungsversuch.

Surjektiv und Injektiv. Sei $f\colon D \to W$ eine Funktion. Füllen Sie die Tabelle aus, indem Sie D und W in Form zweier Graphiken angeben (analog zur vorherigen Übung als Venn-Diagramm und als Graph).

Lösung.

	nicht injektiv	injektiv
nicht surjektiv	 z.B. $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f(x)=x^2$ z.B. $f(x)=\sin(x)$  	 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f(x)=e^x$ 
surjektiv	 $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}_0^+$ $f(x)=x^2$  	 Bijektiv! $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ $f(x)=x$ 

ODER: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}\setminus\{0\}$, $f(x)=\frac{1}{x}$



Eigener Lösungsversuch.

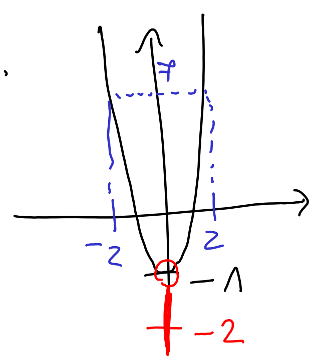
	nicht injektiv	injektiv
nicht surjektiv		
surjektiv		

Surjektiv und Injektiv, Teil 2.

1. $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x) = 2x^2 - 1$ Ist f injektiv/surjektiv/bijektiv ?
2. Verändern Sie Definitions-/Wertebereich von 1. so, dass f bijektiv wird!

Lösung.

1.

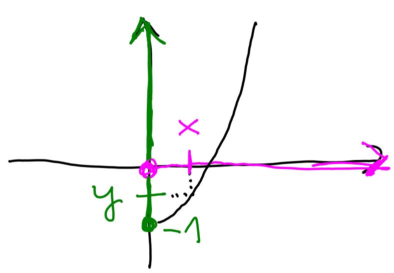


nicht injektiv: es gibt $x_1 = -2 \neq 2 = x_2$ mit $f(x_1) = 7 = f(x_2)$.

nicht surjektiv: zu $y = -2$ gibt es kein x mit $f(x) = -2$:

Annahme: $\underbrace{f(x)}_{2x^2-1} = -2 \overset{+1}{\Longrightarrow} 2x^2 = -1 \overset{:2}{\Longrightarrow} \underbrace{x^2}_{\geq 0} = \underbrace{-\frac{1}{2}}_{<0}$ ↯

2. $f\colon \underline{\mathbb{R}_0^+} \longrightarrow \underline{[-1, \infty[}$



injektiv: z.z.: $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}_0^+ : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

Seien $x_1, x_2 \geq 0$ mit $f(x_1) = f(x_2)$ gegeben, dann gilt:

$\underbrace{f(x_1)}_{2x_1^2-1} = \underbrace{f(x_2)}_{2x_2^2-1} \overset{+1,:2}{\Longrightarrow} x_1^2 = x_2^2 \overset{\sqrt{\ }}{\Longrightarrow} x_1 = \pm x_2 \Rightarrow x_1 = x_2$ □

das kann nach Voraussetzung $x_1 \geq 0$ nicht sein!

surjektiv: z.z.: $\forall y \in [-1, \infty[\ \exists x \in \mathbb{R}_0^+ : f(x) = y$.

sei $y \geq -1$ gegeben. Definiere mir ein $x \geq 0$ mit $f(x) = y$.

(NR: $2x^2 - 1 = y \overset{+1,:2}{\Longrightarrow} x^2 = \frac{y+1}{2} \overset{\sqrt{\ }}{\Longrightarrow} x = \pm\sqrt{\frac{y+1}{2}} \geq 0$) ↯

$x := \sqrt{\underbrace{\frac{y+1}{2}}_{\geq 0 \text{ da } y \geq -1}} \geq 0$ ✓

Damit gilt: $f(x) = 2\left(\sqrt{\frac{y+1}{2}}\right)^2 - 1 = y$ □

f ist injektiv & surjektiv $\Longrightarrow$ f ist <u>bijektiv</u>

Eigener Lösungsversuch.

Funktion in C. Schreiben Sie eine C-Funktion die $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^2$ implementiert.

double 5.135 double

Fkt.-Name

Lösung.

Typ des Parameters

Typ des Rückgabewertes

Parameter

```
double f(double x) {
    return x*x;
}
```

Eigener Lösungsversuch.