Prof. Dr. M. Helbig
Mathematik 1

Hochschule **Rosenheim**
University of Applied Sciences

Probe-Prüfung 1

1. Zeigen oder widerlegen Sie:
   a) $(AFFE)_{16} = 10 \cdot 16^{\cancel{4}\,3} + 15 \cdot 16^{\cancel{3}\,2} + 15 \cdot 16^{\cancel{2}\,1} + 14 \cdot 16^{0}$.
   b) $\text{ggT}(2^2 \cdot 3^5 \cdot 5, 2^2 \cdot 3^3 \cdot 7) = 2^2 \cdot 3^{\cancel{5}\,3}$.
   c) $10 \in \mathbb{Z}_{25}$ ist multipliaktiv invertierbar. ggT(10;25) ≠ 1 ⇒ nicht invertierbar
   d) 3 ist das multiplikativ Inverse zu 3 in $\mathbb{Z}_5$. $3 \cdot 3 = 4 \bmod 5$
   e) $(\mathbb{Z}_{11} \setminus \{0\}, \cdot)$ ist eine Gruppe. ✓
   f) $4x \equiv 2 \pmod{25}$ ist eindeutig lösbar in $\mathbb{Z}_{25}$. ggT(4;25) = 1 ✓
   g) $10x + 7y = 6$ besitzt eine Lösung $x, y \in \mathbb{Z}$. ggT(10;7) = 1 ; 1 | 6 → ja
   h) $f : \mathbb{Z}_{12} \to \mathbb{Z}_{12}$, $f(x) = 8x \pmod{12}$ ist bijektiv. ggT(8;12) = 4 ≠ 1 → Nein, da 8x ≠ 1, da 4∤1

2. Gegeben die Aussage $(P \oplus Q) \Leftrightarrow Q$.
   a) Fertigen Sie eine Wahrheitstabelle an.
   b) Bestimmen Sie die disjunktive Normalform (DNF).
   c) Skizzieren Sie die dazugehörige Schaltung.

3. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

$$\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1.$$

4. Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{Z}$ von $9x \equiv 3 \pmod{150}$.

5. Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{Z}$ von

$$x \equiv 2 \,(\text{mod}\, 3)$$
$$x \equiv 3 \,(\text{mod}\, 5)$$
$$x \equiv 5 \,(\text{mod}\, 11)$$

6. Bestimmen Sie alle Lösungen $x, y \in \mathbb{Z}$ mit $-10 \leq x, y \leq 10$ von $5x + 7y = 3$.

7. Knacken Sie RSA: Gegeben der öffentliche Schlüssel $(N, e) = (3233, 17)$ und die verschlüsselte Nachricht $G = 2790$. Was ist die ursprüngliche unverschlüsselte Nachricht T?