

## 9. Übungsblatt zur Vorlesung „Stochastik und Numerik“

### Aufgabe 9.1 (Ross: Aufgabe 4, S. 304f)

In einem bestimmten chemischen Prozess ist es sehr wichtig, dass eine als Reagenz eingesetzte Lösung einen pH-Wert von exakt 8.20 hat. Den pH-Wert von Lösungen dieses Typs bestimmt man mit Messungen, deren Ergebnisse normalverteilt mit Erwartungswert gleich dem wahren pH-Wert und einer Standardabweichung von 0.2. Bei zehn unabhängigen Messungen ergaben sich folgende Werte:

8.18 8.17 8.16 8.15 8.17 8.21 8.22 8.16 8.19 8.18

Welche Schlüsse können daraus auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 0.10$ ,  $\alpha = 0.05$  oder  $\alpha = 0.01$  gezogen werden?

### Aufgabe 9.2 (Gaußtest)

Seien  $X_1, \dots, X_{16}$  u. i. normalverteilt mit Erwartungswert  $\mu$ . Betrachten Sie den Test:  $H_0 : \mu \leq 10$  gg.  $H_1 : \mu > 10$ . Bestimmen Sie jeweils den  $p$ -Wert für den Durchschnitt  $\bar{x} = 11$  wenn die Standardabweichung der Verteilung der Beobachtungen folgende Werte hat:

(a) 1

(b) 2

(c) 4

### Aufgabe 9.3 (Ross: Beispiel 8.3f, S. 276)

Alle derzeit auf dem Markt angebotenen Zigaretten haben einen durchschnittlichen Nikotingehalt von mindestens 1.6 mg pro Zigarette. Ein Hersteller behauptet, er habe ein neues Verfahren entwickelt, mit dem sich ein durchschn. Nikotingehalt von unter 1.6 mg erzielen lässt. Um diese Behauptung signifikant belegen zu können, lässt er eine Stichprobe von 20 seiner Zigaretten untersuchen. Es sei bekannt, dass die Standardabweichung beim Nikotingehalt einer Zigarette 0.8 mg beträgt. Welche Schlüsse kann man auf einem Signifikanzniveau von 5% ziehen, wenn sich bei der Untersuchung ein durchschn. Nikotingehalt in Höhe von 1.54 mg ergibt?

### Aufgabe 9.4 (Ross: Aufgabe 14, S. 306)

Vor dreißig Jahren schafften die Studienanfänger an der Hochschule Rosenheim durchschnittlich 24 Liegestützen in einer Minute. Um zu untersuchen, ob dies auch heute noch so ist, wurde eine Stichprobe von 36 Studienanfängern untersucht. Sie schafften im Schnitt 22.5 Liegestützen bei einer Stichprobenstandardabweichung von 3.1. Kann man auf einem Signifikanzniveau von 5% daraus schließen, dass der Erwartungswert nun nicht mehr 24 beträgt?

**Aufgabe 9.5** (Ross: Beispiel 8.3h, S. 280)

Ein Sprecher des Gesundheitsamts behauptet, dass der durchschnittliche Wasserverbrauch eines Haushalts bei 350 Liter pro Tag liegt. Um diese Behauptung zu belegen, wurden 20 zufällig ausgewählte Haushalte untersucht mit dem Ergebnis, dass der Durchschnitt  $\bar{X} = 353.8$  und die Stichprobenstandardabweichung  $S = 21.8478$  beträgt. Widersprechen diese Daten der Behauptung auf einem Signifikanzniveau von 10%?

**Aufgabe 9.6** (Messung der Lichtgeschwindigkeit I)

Im Datensatz „morley“ finden Sie 100 Messwerte für die Lichtgeschwindigkeit. Nehmen Sie an, dass die Messwerte u.i.  $N_{\mu, \sigma^2}$ -verteilt sind und geben Sie ein Konfidenzintervall für die Lichtgeschwindigkeit zum Niveau 95% an.

**Aufgabe 9.7** (Messung der Lichtgeschwindigkeit II)

Im Datensatz „morley“ finden Sie 100 Messwerte für die Lichtgeschwindigkeit. Nehmen Sie an, dass die Messwerte u.i.  $N_{\mu, \sigma^2}$ -verteilt sind. Sie wollen nachweisen, dass die Lichtgeschwindigkeit  $\mu$  größer als 840 ist. Formulieren Sie das Testproblem, schlagen Sie einen Test vor und berechnen Sie den  $p$ -Wert.