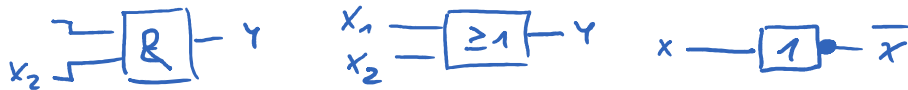


Basis der Digitaltechnik

→ Alphabet $\{0, 1\}$ / $\{\text{wahr}, \text{falsch}\}$

Grundfunktionen: UND - \cdot
 ODER - $+$
 NICHT - \neg , \neg } vollständige Basis

Darstellung:



In Halbleitertechnologie:

NAND, NOR

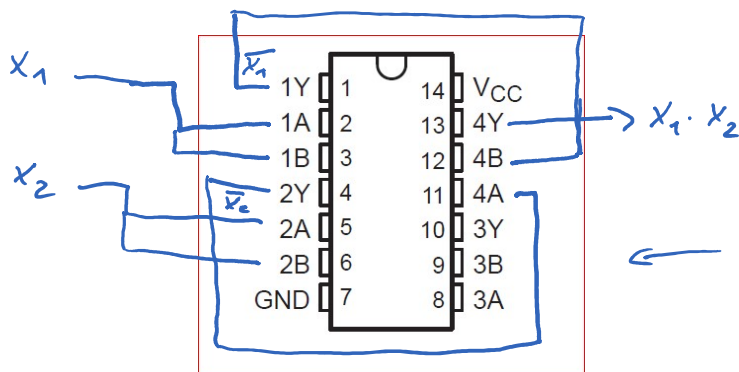


x_1	x_2	$\overline{x_1 \cdot x_2}$	$\overline{x_1 + x_2}$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1

Anm.: Mit NAND (NOR) kann auch jede boolesche Funktion dargestellt werden.

Skizze:

$$x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1 \cdot x_2} \cdot \overline{x_1 \cdot x_2}}$$



$$x_1 \cdot x_2 = \overline{\overline{x_1} + \overline{x_2}}$$

// De Morgan

$$= \overline{x_1 + x_1 + x_2 + x_2}$$

← 4fach 2-input NOR

Darstellung von Funktionen

- Umformen von Funktionen \rightarrow Zieltechnologie

- 1 Variable X

\bar{x}	x
a	b

x_1	x_2	$y(x_1, x_2)$
0	0	0
0	1	5
1	0	0
1	1	2

	x_1	
a	c	
b	d	x_2

A 4x4 grid representing a 2D coordinate system. The horizontal axis is labeled x_1 and the vertical axis is labeled x_2 . The origin (0,0) is marked with a small circle. The grid lines are labeled with 1, 2, 3, and 4 on both axes.

$$a = 0 \ 1 \ 1 \ 1$$

$$b = 0001$$

Bsp.:

$$Y(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3 + x_1 x_2 x_3$$

→ 11: Basis op's

x_1	x_2	x_3	y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$x_2 \cdot x_3 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} = 3 \text{ op's}$$

$$\overline{x_2} \cdot x_3 + x_2 \cdot \overline{x_3} \quad - 3 \text{ Op's}$$

Minimieren der Anzahl der Operatoren:

Minimiere Anzahl und Länge der Terme

\cong überdeckte 1'en im Diagramm mit

Minimiere Anzahl und Länge der Terme
 $\hat{=}$ überdecke 1'en im Diagramm mit
 möglichst großen,
 möglichst wenigen Rechtecken.

A 4x4 grid representing a 2D coordinate system. The horizontal axis is labeled x_1 and the vertical axis is labeled x_2 . The grid contains the number 1 in every cell.

$$x_1 + \overline{x_1} = 1$$

x_1
 x_4

1	1	6	0
1	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	1

 x_2
 x_3

$$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 + x_1 \cdot x_2$$

x_1
 x_4

1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	1	0
1	0	0	1

 x_2
 x_3

$$X_3 \cdot X_4 + \overline{X_3} \cdot \overline{X_4}$$

$$x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_3 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$$

x_1
 x_4

0	1	1	1
0	1	1	1
1	1	0	1
0	1	0	0

 x_2
 x_3

Regeln der Schaltalgebra:

$$\overline{1} = 0, \quad \overline{0} = 1$$

$$0+0=0, \quad 1 \cdot 1=1 \dots$$

De Morgan'sche Regeln

$$\overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1} + \overline{x_2}$$

$$\overline{X_1 + X_2} = \overline{X_1} \cdot \overline{X_2}$$

Assoziativgesetz: $(x_1 + x_2) + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3)$

• \oplus • \oplus • \oplus • \oplus

Kommunikativ.

$$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$$

Distributing: $\textcircled{1} x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$

$$\textcircled{2} x_1 + (x_2 \cdot x_3) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3)$$

$$= x_1 \cdot x_1 + x_1 \cdot x_3$$

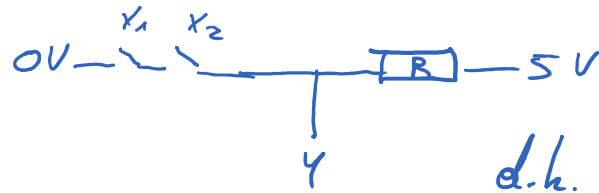
$$+ x_2 \cdot x_1 + x_2 \cdot x_3$$

$$= \underbrace{x_1 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2}_{+ x_2 \cdot x_3}$$

$$= x_1 + x_2 \cdot x_3$$

$$\textcircled{3} \quad x_1 \cdot (x_2 \oplus x_3) = (x_1 \cdot x_2) \oplus (x_1 \cdot x_3)$$

Realisierung mit Schaltern (Transistoren)
und Widerständen



$x_1 = 1$ und
 $x_2 = 1$
 $\rightarrow Y = 0V$

d.h. $NAND(x_1, x_2)$

hier: unstrukturierte Logik

Strukturierte Logik \rightarrow Normalformen