Hochschule Rosenheim
University of Applied Sciences

Ableitungen

Fragen?

*** Strecke zur Hochschule.** Stellen Sie sich Ihren Weg zur Hochschule vor: Zu Hause sind Sie bei Kilometer 0 und z.B. bei Kilometer 10 sind Sie an der Hochschule.

1. Zeichnen Sie ein Zeit/Weg-Diagramm in dem Sie zuerst mit 60 km/h durch die Stadt fahren, dann bis auf 100 km/h auf einer Landstrasse beschleunigen, dann kurz parken, dann ein kurzes Stück umkehren und dann aber ab in die Hochschule.
2. Zeichnen Sie zu obigem Diagramm ein Zeit/Geschwindigkeits-Diagramm.
3. Zeichnen Sie zu obigem Diagramm ein Zeit/Beschleunigungs-Diagramm.

Lösung.

Eigener Lösungsversuch.

* **Ableitungen elementarer Funktionen.** Ergänzen Sie bitte die Tabelle:

$f(x)$	x^n	$\sin(x)$	$\cos(x)$	e^x	$\ln(x)$	$\sqrt{x}$
$f'(x)$	nx^{n-1}	$\cos(x)$	$-\sin(x)$	e^x	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

$n \in \mathbb{R}$

Aus diesen Ableitungen kann man sich viele weitere Ableitungen mit Hilfe folgender Regeln überlegen:

* **Ableitungsregeln.** Ergänzen Sie bitte die Regeln:

- Linearität: $(f+g)' = f' + g'$ und $(a \cdot f)' = a \cdot f'$ mit $a \in \mathbb{R}$
- Produktregel: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- Quotientenregel: $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{g \cdot f' - f \cdot g'}{g^2}$ mit $g \neq 0$, Eselsbrücke: $\frac{NAZ - ZAN}{N^2}$
- Kettenregel: $[f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$
- Umkehrfunktion: $(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

Ableitungen berechnen. Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen mit Hilfe dieser Regeln:

a) $f(x) = x^3$ $\quad 3x^2$

b) $f(x) = x^{\sqrt{2}}$ $\quad \sqrt{2}\, x^{\sqrt{2}-1}$

c) $f(x) = \sqrt{x}$ $\quad \frac{1}{2\sqrt{x}}$

d) $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1} = -1x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

e) $f(x) = 5x^3 + 2x^2 + 1$ $\quad 15x^2 + 4x$

f) $f(x) = x^2 \cdot \sin(x)$ $\quad 2x \cdot \sin(x) + x^2 \cdot \cos(x)$

g) $f(x) = \frac{x}{3x+1}$ $\quad \frac{1}{(3x+1)^2}$

h) $f(x) = \tan(x)$

Hinweis: $tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

$\frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$

i) $f(x) = e^{2x}$ $\quad e^{2x} \cdot (2x)' = 2e^{2x}$

j) $f(x) = \ln(2x \cdot \cos(x))$ $\quad \frac{1}{2x \cdot \cos(x)} \cdot (2x \cdot \cos(x))'$

$2\cos(x) + 2x \cdot (-\sin(x))$

$= \frac{2\cos x - 2x\sin x}{2x\cos x}$

k) $f(x) = 5^x$

Hinweis: $(5^x)' = e^{x \cdot \ln(5)} \cdot (x \ln(5))'$

$= \ln 5 \cdot 5^x$

$(a^x)' = \ln a \cdot a^x$

l) $f(x) = \arcsin(x)$

Hinweis: Umkehrfunktion

$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

m) $f(x) = (\arctan(x))' = \frac{1}{1+x^2}$

Lösung.

Eigener Lösungsversuch.