9. Übung

9.1 Geg.: $n = 10$, $\bar{x} = 8.179$, $\sigma_0 = 0.2$

Standardabweichung bekannt $\Rightarrow$ Gauß-Test

Testproblem: $H_0: \mu = 8.2$ gegen $H_1: \mu \neq 8.2$

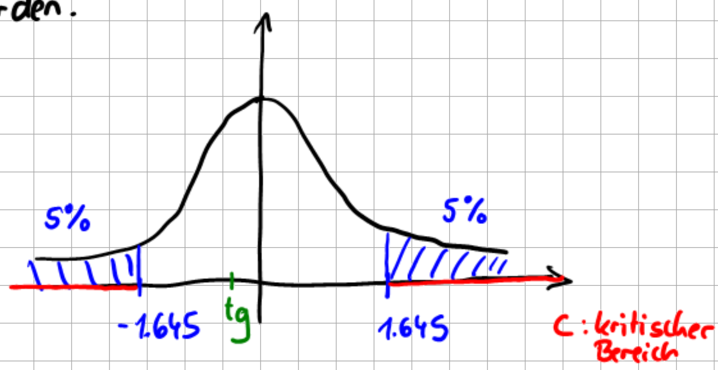
Testgröße: $|tg| = \frac{|\bar{x} - 8.2|}{0.2} \sqrt{10} \approx 0.332$

$\phi^{-1}(0.975) \approx 1.96$ und $\phi^{-1}(0.995) \approx 2.56$

Für $\alpha = 10\%$: Vergleich mit $\phi^{-1}(\underbrace{0.95}_{1-\frac{\alpha}{2}}) \approx 1.645 > |tg|$

$\Rightarrow$ H_0 kann nicht verworfen werden.

Je kleiner α, desto kleiner wird der kritische Bereich C und deshalb wird H_0 auch für $\alpha = 5\%$ bzw. 1% nicht verworfen.



Alternativ: Berechnung des p-Werts $2 \cdot \phi(tg) \approx 0.74$

Da der p-Wert mit 74% sehr groß ist, kann H_0 für kein $\alpha < 74\%$ verworfen werden (keine signifikante Aussage).

9.2 Geg.: $n = 16$, $\bar{x} = 11$

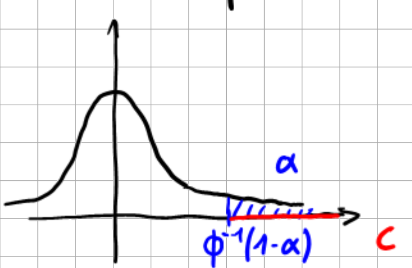
Testproblem: $H_0: \mu \leq 10$ gegen $H_1: \mu > 10$

Testgröße: $tg = \frac{\bar{x} - 10}{\sigma_0} \cdot \sqrt{16} = \frac{4}{\sigma_0}$

p-Wert: $1 - \phi(tg) = \begin{cases} 0.0032\,\% & \text{, für } \sigma_0 = 1 \\ 2.3\,\% & \text{, für } \sigma_0 = 2 \\ 15.9\,\% & \text{, für } \sigma_0 = 4 \end{cases}$

H_0 wird für $1\% \leq \alpha \leq 10\%$ verworfen $\Rightarrow$ hohe Signifikanz

H_0 kann für $1\% \leq \alpha \leq 10\%$ nicht verworfen werden $\Rightarrow$ keine Signifikanz



Je größer σ_0, desto kleiner ist tg und liegt damit umso wahrscheinlicher im Annahmebereich des einseitigen Tests.

9.3 Geg.: $n = 20$, $\bar{x} = 1.54$, $\sigma_0 = 0.8$, $\alpha = 5\%$

Testproblem: $H_0: \mu \geq 1.6$ gegen $H_1: \mu < 1.6$

Die Beh., die signifikant belegt werden soll, muss in H_1 stehen.

Testgröße: $tg = \frac{\bar{x} - 1.6}{0.8}\sqrt{20} \approx -0.335 > \Phi^{-1}(0.05) \approx -1.645$

$\Rightarrow$ H_0 kann zum Signifikanzniveau 5% nicht verworfen werden, d.h. die Behauptung des Herstellers kann mit der Stichprobe nicht signifikant belegt werden.

9.4

Geg.: $n = 36$, $\bar{x} = 22.5$, $s = 3.1$, $\alpha = 5\%$

Testproblem: $H_0: \mu = 24$ gegen $H_1: \mu \neq 24$

Testgröße: $|tg| = \frac{|\bar{x} - 24|}{3.1} \cdot \sqrt{36} \approx 2.9 > \underbrace{t_{35}^{-1}(0.976)}_{qt(0.975,35)} \approx 2.03$

$\Rightarrow$ H_0 kann verworfen werden.

9.5

Geg.: $n = 20$, $\bar{x} = 353.8$, $s = 21.8478$, $\alpha = 10\%$

Testproblem: $H_0: \mu = 350$ gegen $H_1: \mu \neq 350$ (zweiseitiger t-Test)

$|tg| = \frac{|\bar{x} - 350|}{s}\sqrt{20} \approx 0.7778 < t_{19}^{-1}(0.95) \approx 1.73$

$\Rightarrow$ H_0 kann nicht verworfen werden, d.h. die Stichprobe liefert keinen Gegenbeweis zu H_0.