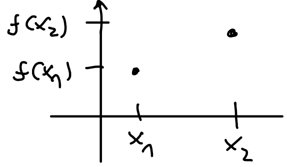
Prof. Dr. M. Helbig
Mathematik – Übung

Hochschule Rosenheim
University of Applied Sciences

Eigenschaften von Funktionen

Fragen?

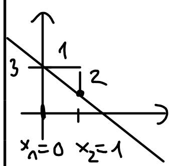
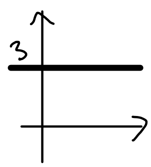
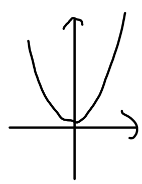
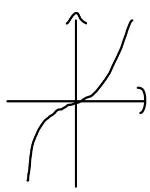
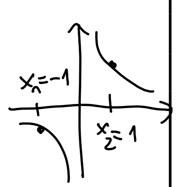
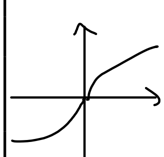


***Eigenschaften von Funktionen.** Welche Funktion besitzt folgende Eigenschaften?

$\forall x_1,x_2 \in D: \ x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)\le f(x_2)$

achsensymm. zur y-Achse: $f(-x)=f(x)$

punktsymm. zum Ursprung!: $-f(-x)=f(x)$

f(x)	Graph	mo.wa.	str.mo.wa.	mo.fa.	str.mo.fa.	gerade	ungerade
$-2x+3$		✗ $f(0)=3 > f(1)=1$	✗	✓	✓ $x_1<x_2 \overset{\cdot(-2)}{\Rightarrow} -2x_1>-2x_2 \overset{+3}{\Rightarrow} \underbrace{-2x_1+3}_{f(x_1)} > \underbrace{-2x_2+3}_{f(x_2)}$	✗ $f(-x)=-2(-x)+3 = 2x+3 \ne f(x)$	✗ $-f(-x)=-(-2(-x)+3) = -(2x+3) = -2x-3 \ne f(x)$
3		✓	✗	✓	✗	$f(-x)=3 = f(x)$ ✓	✗ $\underbrace{-f(-x)}_{3}=-3 \ne f(x)$
x^2		✗	✗	✗	✗	✓ $f(-x)=(-x)^2 = x^2 = f(x)$	✗ $-f(-x)=-(-x)^2 = -x^2 \ne f(x)$
x^3		✓	✓	✗	✗	✗ $f(-x)=(-x)^3 = -x^3 \ne f(x)$	✓ $-f(-x)=-\underbrace{(-x)^3}_{-x^3} = x^3=f(x).$
$\frac{1}{x}$		✗	✗	✗ $x_1=-1 <$ $x_2=1$ aber $f(x_1)=\frac{1}{-1}=-1<1=\frac{1}{1}=f(x_2)$	✗	✗ $f(-x)=\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} \ne f(x)$	✓ $-f(-x)=-\frac{1}{-x} = \frac{1}{x} = f(x).$
$\sqrt[3]{x}$		✓	✓	✗	✗	✗ $f(-x)=\sqrt[3]{-x} = \sqrt[3]{(-1)\cdot x} = \underbrace{\sqrt[3]{-1}}_{-1}\cdot\sqrt[3]{x} = -\sqrt[3]{x} \ne f(x)$	✓ $-f(-x)=-\underbrace{\sqrt[3]{-x}}_{-\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x} = f(x).$

Umkehr-fkt. von x^3

Eigener Lösungsversuch.

f(x)	Graph	mo.wa.	str.mo.wa.	mo.fa.	str.mo.fa.	gerade	ungerade
$-2x+3$							
3							
x^2							
x^3							
$\frac{1}{x}$							
$\sqrt[3]{x}$							

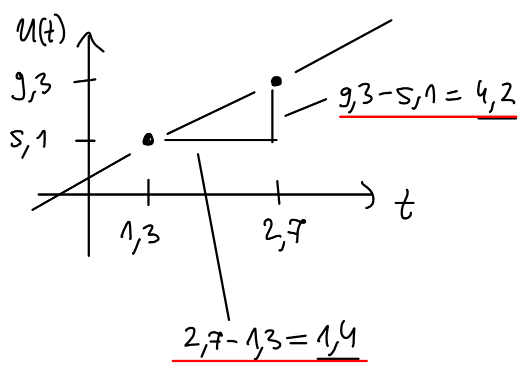
Lineare Interpolation. Eine Spannungsmessung liefert folgende Messwerte:

t	1,3 s	2,7 s
$U(t)$	5,1 V	9,3 V

Berechnen Sie $U(t)$ als lineare Funktion (Gerade!) die beide Messpunkte annimmt.

Lösung.

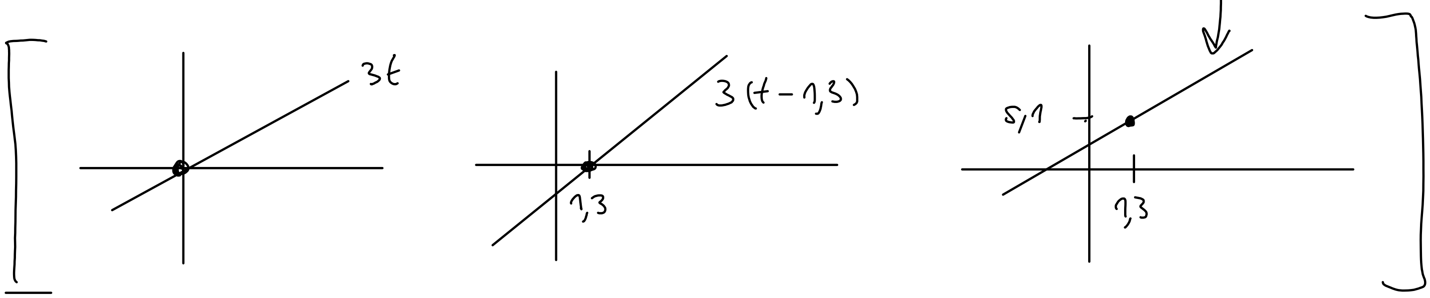
↷ Skript 5.3



Ansatz: $\overset{U(t)}{y} = m\,(\overset{t}{\cancel{x}} - 1{,}3) + 5{,}1$

Steigungs-Δ: Differenzenquotient: $m = \frac{4{,}2}{1{,}4} = 3$

$$\Rightarrow \quad U(t) = 3\cdot(t - 1{,}3) + 5{,}1 \,.$$



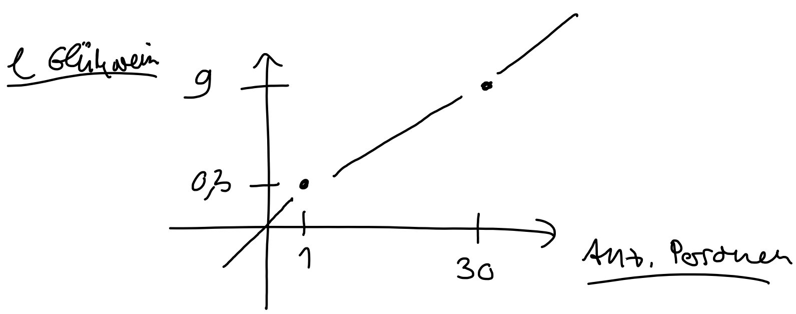
Eigener Lösungsversuch.

* **Glühweinproblem.** Bei der INF-Mathe-Weihnachtsfeier trinkt eine Person 1,5 Becher à 0,2 Liter im Durchschnitt. 30 Studenten kommen. Wieviele Liter Glühwein muss Herr Helbig besorgen?

Lösung.

Dreisatz:

$$\left.\begin{array}{lll} \underline{1} & \text{Person trinkt} & 1{,}5 \cdot 0{,}2\,\ell = \underline{0{,}3\,\ell} \\ 30 & \text{—''—} & x \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{x}{0{,}3\,\ell} = \frac{30}{1} \Rightarrow x = 0{,}3 \cdot 30\,\ell = \underline{\underline{9\,\ell}}$$



Eigener Lösungsversuch.

Potenzgesetze. Stimmt das?

1. $5^3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5}^7$
2. $3^4 \cdot 2^4 = 6^4$
3. $\sqrt{3+2} \neq \sqrt{3} + \sqrt{2}$
4. $3^2 + 4^2 \neq (3+4)^2$
5. $\sqrt[3]{-27} = -3$

Lösung.

1. $5^3 \cdot \underbrace{\sqrt[2]{5}}_{5^{\frac{1}{2}}} = 5^3 \cdot 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\underline{3+\frac{1}{2}}} = 5^{\frac{7}{2}} = \left(5^{\frac{1}{2}}\right)^7 = \left(\sqrt{5}\right)^7$ ✓

2. $3^4 \cdot 2^4 = (\underbrace{3 \cdot 2}_{6})^4 = 6^4$ ✓

3. Falsch! $\sqrt{3+2} = \sqrt{5} \overset{TR}{\approx} 2{,}236\ldots$
   $\sqrt{3} + \sqrt{2} \overset{TR}{\approx} 3{,}1\ldots$ $\neq$

4. Falsch! $(3+4)^2 = 3^2 + \underline{2 \cdot 3 \cdot 4} + 4^2 \neq 3^2 + 4^2$

5. $\sqrt[3]{-27} = -3$, da $(-3)^3 = -27$. ✓

Eigener Lösungsversuch.