

## Komplexe Zahlen

Fragen?

\* Rechnen mit komplexen Zahlen. Berechnen Sie:

a) 
$$2(3+4i)-(-2-2i)$$
 c)  $(3+4i)\cdot(3-4i)$ 

c) 
$$(3+4i) \cdot (3-4i)$$

e) 
$$\frac{2-3i}{3+4i}$$

b) 
$$(3+4i)\cdot(-2-2i)$$
 d)  $\frac{2-i}{1+2i}$ 

$$d) \frac{2-i}{1+2i}$$

$$f) -\frac{2}{1+i}$$

Nun skizzieren Sie bitte die Zahlen aus a), c), d) und f). Berechnen Sie außerdem Länge/Betrag der Zahlen und den Winkel zur x-Achse.

Wiederholung.  $|z| = |x + iy| = \dots$ 

Lösung.

a) 
$$2(3+4i)-(-2-2i)=$$

b) 
$$(3+4i) \cdot (-2-2i) =$$

c) 
$$(3+4i)\cdot(3-4i) =$$

d) 
$$\frac{2-i}{1+2i} =$$

e) 
$$\frac{2-3i}{3+4i} =$$

$$f) -\frac{2}{1+i} =$$

a) 
$$2(3+4i)-(-2-2i)=$$

b) 
$$(3+4i) \cdot (-2-2i) =$$

c) 
$$(3+4i)\cdot(3-4i) =$$

$$d) \frac{2-i}{1+2i} =$$

e) 
$$\frac{2-3i}{3+4i} =$$

$$f) -\frac{2}{1+i} =$$

Winkel zur x-Achse. Berechnen Sie den Winkel von -5-2i zur x-Achse. Lösung.

Konjugation und Inverse. Berechnen Sie die Konjugation und die Inverse von folgenden komplexen Zahlen:

a) 
$$5 + 2i$$

b) 
$$3 - i$$
 c)  $i$ 

Wiederholung. Für  $z = x + iy \in \mathbb{C}$  gilt:

$$\overline{z} = \overline{x + iy} = \underline{\qquad},$$

$$1 \quad \overline{z} \quad 1$$

$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\overline{z}}{z \cdot \overline{z}} = \frac{1}{x^2 + y^2} \cdot \overline{z}$$

Lösung.

a) 
$$\overline{5 + 2i} =$$

$$(5+2i)^{-1} =$$

b) 
$$\overline{3-i} =$$

$$(3-i)^{-1} =$$

c) 
$$\bar{i} =$$

$$i^{-1} =$$

d) 
$$\bar{2} =$$

$$2^{-1} =$$

a) 
$$\overline{5 + 2i} =$$

$$(5+2i)^{-1} =$$

b) 
$$\overline{3-i} =$$

$$(3-i)^{-1} =$$

c) 
$$\bar{i} =$$

$$i^{-1} =$$

$$d) \ \overline{2} =$$

$$2^{-1} =$$

Betrag. Zeigen Sie:  $|z| = \sqrt{z\overline{z}}$  für  $z \in \mathbb{C}$ .

Lösung.

Mitternachtsformel. Berechnen Sie alle Lösungen in  $\mathbb C$  von  $2z^2+12z+26=0.$  Lösung.

**Polynome über**  $\mathbb{C}$ . Bestimmen Sie alle Nullstellen von folgenden Polynomen:

a) 
$$z^2 - 4z + 5$$

b) 
$$z^4 - z^3 - 2z^2 + 6z - 4$$

Lösung.