Lösung 02: Divide & Conquer

Aufgabe 1: Maximum Subarray

a)

- Das Array ist 0-indiziert ist. Der initiale Aufruf lautet: FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, **0, 15**)
- Zeile 4, linke Lösung, Fall A: FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, 0, 7) liefert das 1-elementige Teilarray A[3] = 20. Die Summe ist 20.
- Zeile 5, rechte Lösung, Fall B: FIND-MAXIMUM-SUBARRAY(A, 8, 15) liefert ein Teilarray mit 3 Elementen als Ergebnis: A[8..10] = <20,-7, 12>. Die Summe 25.
- Zeile 6, Lösung über „Grenze“, Fall C: FIND-MAX-CROSSING-SUBARRAY(A, 0, 7, 15) liefert das Teilarray A[7..10] = <18, 20, -7, 12>. Die Summe ist 43.
- Der Aufruf in Zeile 6 liefert die beste Lösung. Folglich ist das das Maximum Subarray (unten auch grün markiert)

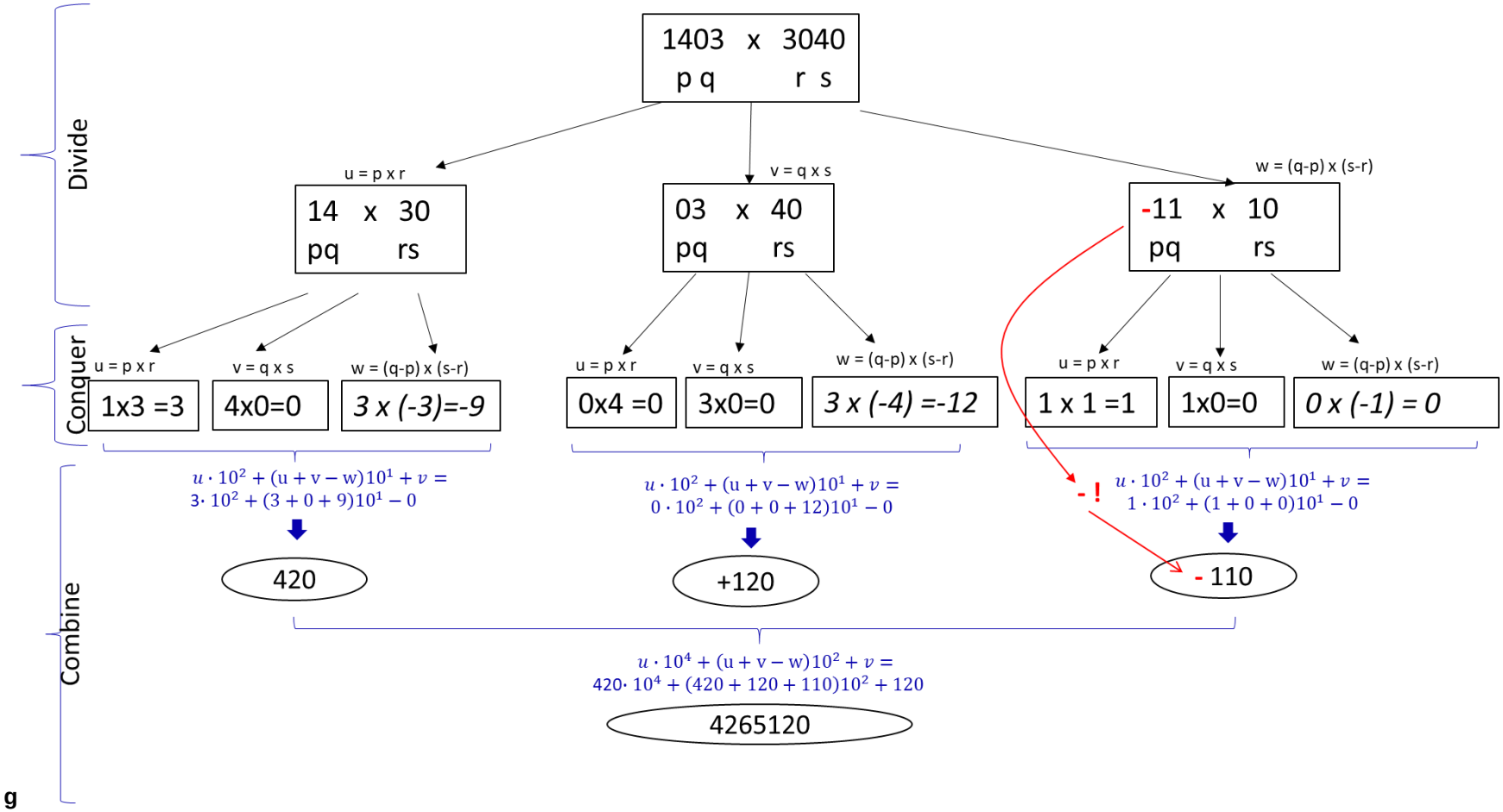
Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Wert	13	-3	-25	20	-3	-16	-23	18	20	-7	12	-5	-22	15	-4	7

b) Falls alle Elemente des Eingabearrays negativ sind, gibt der Algorithmus ein 1-elementiges Maximum Subarray zurück, das den größten der negativen Werte enthält. Die Rückgabe würde wie folgt aussehen: (i, i, A[i]), wenn i der Index des größten negativen Wertes ist.
Hinweis: Bei der rekursiven Variante würde der Aufruf FIND-MAX-CROSSING-SUBARRAY nie ein besseres Ergebnis liefern als die rekursiven Aufrufe in Zeile 5 und 6.

Aufgabe 2: Multiplikation großer Zahlen, Karatsuba

Da n=4 beträgt die Rekursionstiefe 2. Eine vierstellige Multiplikation wird auf drei 2-stellige Multiplikationen zurückgeführt, jede 2-stellige Multiplikation wiederum auf drei 1-stellige Multiplikationen („Divide“-Phase).

Details, siehe Grafik auf der nächsten Seite.


Divide
Conquer
Combine
1403 x 3040
p q r s
u = p x r
14 x 30
pq rs
v = q x s
03 x 40
pq rs
w = (q-p) x (s-r)
-11 x 10
pq rs
u = p x r
1x3 =3
v = q x s
4x0=0
w = (q-p) x (s-r)
3 x (-3)=-9
u = p x r
0x4 =0
v = q x s
3x0=0
w = (q-p) x (s-r)
3 x (-4) =-12
u = p x r
1 x 1 =1
v = q x s
1x0=0
w = (q-p) x (s-r)
0 x (-1) = 0
$u \cdot 10^2 + (u + v - w)10^1 + v =$
$3 \cdot 10^2 + (3 + 0 + 9)10^1 - 0$
$u \cdot 10^2 + (u + v - w)10^1 + v =$
$0 \cdot 10^2 + (0 + 0 + 12)10^1 - 0$
- !
$u \cdot 10^2 + (u + v - w)10^1 + v =$
$1 \cdot 10^2 + (1 + 0 + 0)10^1 - 0$
420
+120
- 110
$u \cdot 10^4 + (u + v - w)10^2 + v =$
$420 \cdot 10^4 + (420 + 120 + 110)10^2 + 120$
4265120

g

Aufgabe 3: Maximum-Subarray

Lösung, siehe Quelltext im IntelliJ Source Verzeichnis. Im Folgenden zusätzliche eine Pseudocode-Fassung.

```
MAX-SUBARRAY-SCANLINE(A)
1         n = A.length
2         maxSum = -∞
3         curSum = -∞
4         for j=1 to n
5              if curSum > 0
6                   curSum = curSum + A[j]
7              else
8                   curLow = j
9                   curSum = A[j]

10             if curSum > maxSum
11                  maxSum = curSum
12                  low = curLow
13                  high = j
14        return (low, high, maxSum)
```