

4. Übungsblatt zur Vorlesung „Stochastik und Numerik“

Aufgabe 4.1 (Verteilungsfunktion)

Die Verteilungsfunktion einer Zufallsvariable X sei gegeben durch:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{2}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{2}{3}, & 1 \leq x < 2 \\ \frac{5}{6}, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie $F(x)$.

b) Berechnen Sie folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$(i) P\left(X > \frac{1}{2}\right), \quad (ii) P(2 < X \leq 4), \quad (iii) P(X < 3), \quad (iv) P(X = 1).$$

Aufgabe 4.2

Die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariable X sei gegeben durch:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x^2, & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -2x^2 + 4x - 1, & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

a) Bestimmen Sie die Dichtefunktion $f(x)$.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(\frac{1}{4} < X < \frac{3}{4})$.

c) Berechnen Sie den Erwartungswert von X .

Aufgabe 4.3 (Wahrscheinlichkeitsdichte)

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$f(x) = \begin{cases} a(4x - 2x^2), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

a) Berechnen Sie a .

b) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion.

c) Berechnen Sie $P(X > 1)$.

Aufgabe 4.4 (Test zu stetigen Zufallsvariablen)

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit $X \in]a, b]$ ($a, b > 0$) und Dichte $f(x)$ und $c \in]a, b[$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig und welche falsch?

a) $P(X \geq c) = P(X > c)$

b) $P(X \geq c) - F(c) = 1$

c) $P(X < c) - F(c) = 1$

d) $P(X < c) - F(c) = 0$

e) $P(X > 0) = 1$

f) $P(X > 0) = \int_0^\infty f(x) \, dx$

g) $P(X > 0) = \int_a^b f(x) \, dx$

h) $P(X = b) = \int_0^b f(x) \, dx$

i) $P(X = b) = 0$