

DCT $j = 2e/te, \quad h = \sqrt{te/te} \quad (0, 1, 2, \dots, N-1)$

a) 1D: $N=1, \quad j=h=0 \rightarrow \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$

2D: $N=2$ $\phi = \begin{pmatrix} \cos \frac{\pi}{8} & \cos \frac{3\pi}{8} \\ \cos \frac{3\pi}{8} & \cos \frac{9\pi}{8} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0,92 & 0,38 \\ 0,38 & -0,92 \end{pmatrix}$

b) Inverse: $\phi^{-1} = \phi^T$

1D: $\phi^{-1} = 1$, 2D: $\phi^{-1} = \phi$

c) $\phi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,689 \\ -1,465 \end{pmatrix}, \quad \phi^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1,689 \\ -1,465 \end{pmatrix} = \phi \begin{pmatrix} 1,689 \\ -1,465 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

d) a) Spalten: $\phi \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,689 & 1,689 \\ -1,465 & -1,465 \end{pmatrix} = S$

Zeilen:

$$\phi \cdot \begin{pmatrix} 1,689 \\ 1,689 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,21 \\ -0,91 \end{pmatrix}$$

$$\phi \cdot \begin{pmatrix} -1,465 \\ -1,465 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,91 \\ 0,79 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 2,21 & -0,91 \\ -1,91 & 0,79 \end{pmatrix} = (\phi \cdot S^T)$$

b) Zeilen: $\phi \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,31 \\ -0,54 \end{pmatrix}$

$$\phi \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,61 \\ -1,08 \end{pmatrix}$$

$$\leadsto \begin{pmatrix} 1,31 & -0,54 \\ 2,61 & -1,08 \end{pmatrix} = R$$

Spalten:

$$\phi \cdot R = \begin{pmatrix} 2,21 & -0,91 \\ -1,91 & 0,79 \end{pmatrix}$$