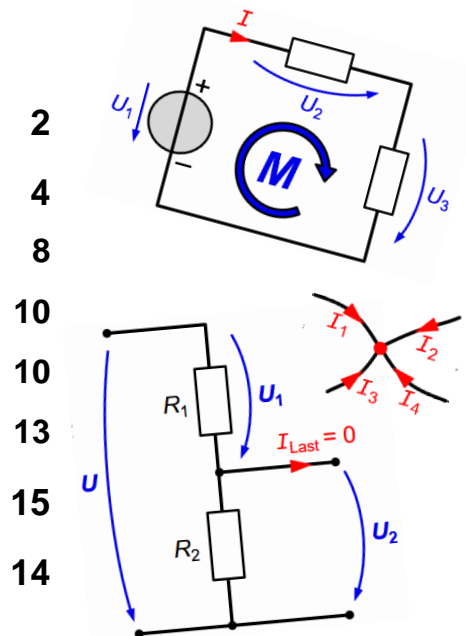


# Einfache elektrische Netzwerke

## Inhalt dieses Kapitels:

- Messung von Spannungen und Strömen
- Kirchhoffsche Regeln
  - Reihen- & Parallelschaltung von Widerständen
  - Spannungsteiler
  - Vorwiderstände
  - Quelle mit Innenwiderstand
- Anpassung
- Reihenschaltung von Quellen



## Lernziele dieses Kapitels:

Elektrische Schaltungen bestehen meist nicht nur aus einem einfachen Stromkreis mit einer Quelle und einem Verbraucher. Meist gibt es zumindest mehrere Verbraucher und gelegentlich auch mehrere Quellen.

Nach dem Durcharbeiten dieses Kapitels kennen Sie die Regeln, nach denen sich Strom und Spannung auf die unterschiedlichen Elemente eines elektrischen Netzwerkes aufteilen.

Taxonomie Kompetenzart	Kennen	Können	Verstehen
<b>Fachkompetenz</b>	Kirchhoffsche Gesetze; Wichtigkeit von Zählpfeilen zu Bestimmung des Vorzeichens	Bestimmung von Spannungen, Strömen und Leistungen in einfachen Reihen- und Parallelschaltungen mit realen Verbrauchern (insbesondere Glühlampe); Dimensionierung sog. Vorwiderstände, z.B. für eine Leuchtdiode	Erkennen von <i>Spannungsteilern</i> in Schaltkreisen und Bestimmung der Einzelspannungen;
<b>Methodenkompetenz</b>	Präzision: Achsenbeschriftung/-skalierung, Vorzeichen, SI-Präfixe	Aufnehmen von Messreihen; Dimensionierung von Spannungsteilern	
<b>Persönliche &amp; soziale Kompetenz</b>		Pünktlicher Start der Vorlesung! Auswahl passender ergänzender Literatur in der Hochschulbibliothek	

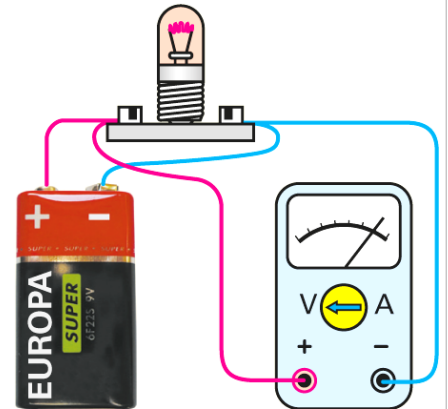


## Messung von Spannungen

### ■ Richtig Spannung messen

Die Spannungsmessung erfolgt immer zwischen zwei Leitern in der Schaltung. In einem einfachen Stromkreis, wie im **Bild** rechts gezeigt, kann dies wahlweise an der Quelle, oder am Verbraucher geschehen.

Spannungen werden immer parallel zur Quelle oder zum jeweiligen Verbraucher gemessen!



■ nach [BumilFE], mit freundlicher Genehmigung

### Übungsaufgabe Ideales Voltmeter

Eine Spannungsmessung sollte das Verhalten der zu vermessenden Schaltung nicht verändern.

- Welche elektrische(n) Eigenschaften sollte das Voltmeter dazu idealerweise haben?
- Welchen Eingangswiderstand hat ein handelsübliches Multimeter im Spannungsmessbereich, (z.B. Datenblatt *Voltcraft VC175*) ?



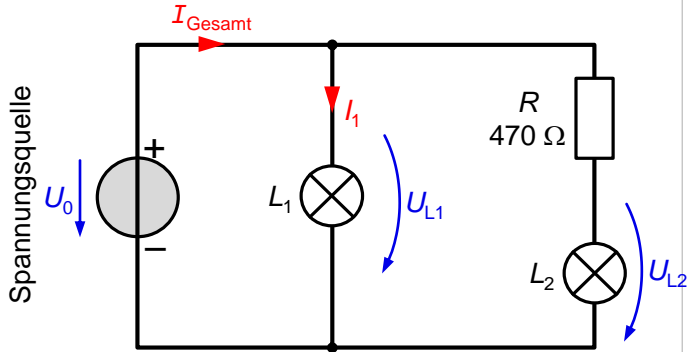


## Bezugspfeile und Bezugspotential

### ■ Bezugspfeile für Ströme und Spannungen

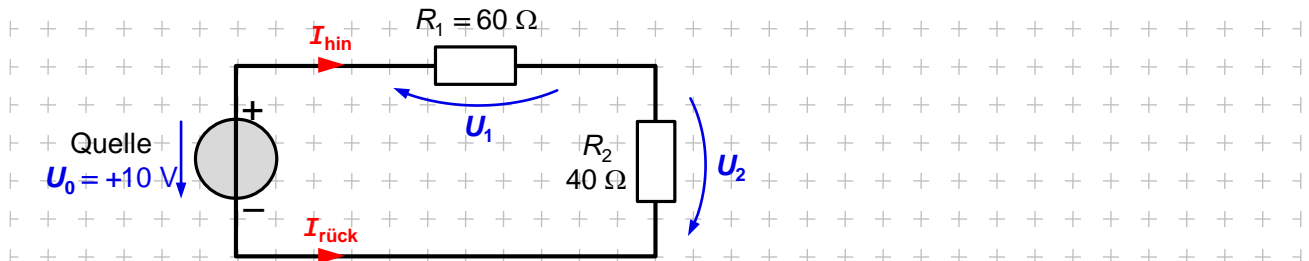
Bereits in Kap. 1 haben wir **Ströme** und **Spannungen** durch Pfeile dargestellt, zusammen mit dem jeweiligen Formelsymbol und/oder dem jeweiligen Wert, siehe nebenstehendes **Bild**.

Wenn der Wert der Stromstärke positiv ist, so zeigt der Pfeil in Richtung der technischen Stromrichtung. Ist der Spannungswert positiv, so zeigt der Pfeil von „+“ nach „-“. Sowohl Spannungs- als auch Stromwerte können jedoch auch negativ sein, so dass die Pfeilrichtung im Prinzip willkürlich wählbar ist, und eine Aussage über die Richtung nur zusammen mit dem Vorzeichen der jeweiligen Größe möglich ist.



### ■ Beispiel Spannungen und Ströme mit Vorzeichen

Bestimmen Sie (vorzeichenrichtig!) alle gekennzeichneten Spannungen **U** und Ströme **I** in folgender Schaltung:

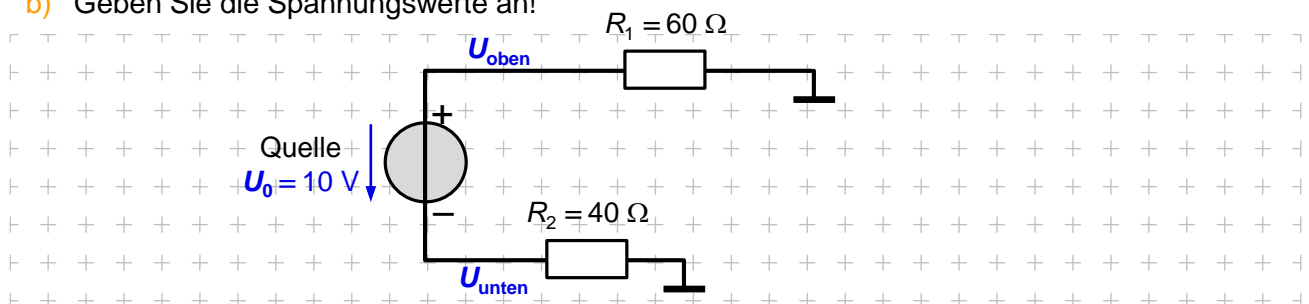


### ■ Bezugspotential

In den meisten Stromlaufplänen werden Spannungen üblicherweise bezogen auf ein **Bezugspotential** angegeben. Dies ist ein genau festgelegter Leitungspunkt in der Schaltung, an dem die Spannung zu 0 V festgelegt ist. Meist ist dieser Punkt die sog. „Masse“, d.h. das Geräte-Chassis, das Gehäuse, oder der Minuspol der Stromversorgung, gekennzeichnet durch das Symbol  $\perp$ .

### ■ Übungsaufgabe Stromlaufplan mit Masse

- Bestimmen Sie das Vorzeichen aller Spannungen  $U_{\text{unten}}$  und  $U_{\text{oben}}$  in der folgenden Schaltung.
- Geben Sie die Spannungswerte an!

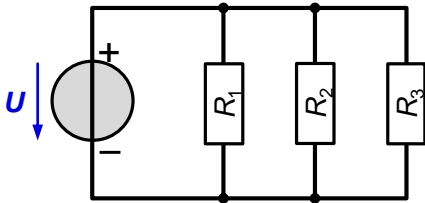




## Parallelschaltung – Kirchhoffsche Knotenregel

### ■ Knotenpunkte in der Parallelschaltung

Bei einer Parallelschaltung teilen sich die Quelle(n) und/oder die Verbraucher ihre Anschlussklemmen – diese befinden sich auf gleichem Potential, wie auf Seite 2 sowie im **Bild** unten:



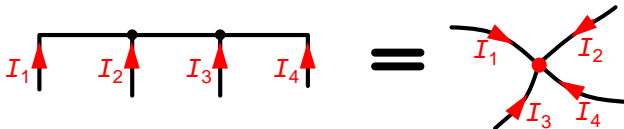
□ An allen Elementen der Schaltung liegt dieselbe Spannung  $U$  an.

### ■ Kirchhoffsche<sup>1)</sup> Knotenregel

Für einen beliebigen Knoten in einer Schaltung gilt:

$$\sum I_n = 0$$

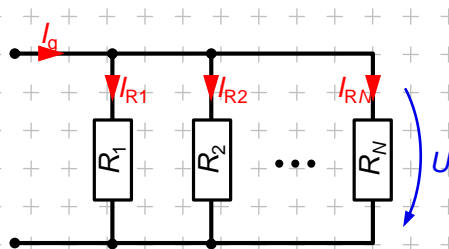
alle Leitungen  $n$   
des Knotens



Die Summe aller in einen beliebigen Knoten hinein fließenden Ströme ist Null!

Dabei müssen alle Bezugspfeile der Ströme mit dem korrekten Vorzeichen berücksichtigt werden.

### ■ Berechnung des Gesamtwiderstandes einer *Parallelschaltung* von Widerständen



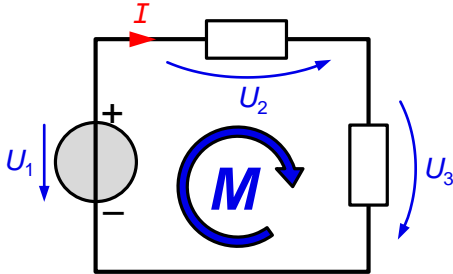
<sup>1)</sup> Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), deutscher Physiker



## Reihenschaltung – Kirchhoffsche Maschenregel

### Maschen in einem Netzwerk

Stromkreis-Elemente, die im Kreis in Reihe geschaltet sind, bilden eine **Masche**, s. S. 2 und Bild:



- Alle Elemente des Schaltkreises, die exklusiv in dieser Masche **M** enthalten sind (d.h. zwischendrin kann kein Strom zu- oder abfließen), werden vom selben Strom  $I$  durchflossen.
- Elemente einer Masche  $M_1$  können gleichzeitig auch Elemente einer anderen Masche  $M_2$  sein.

### Kirchhoffsche Maschenregel

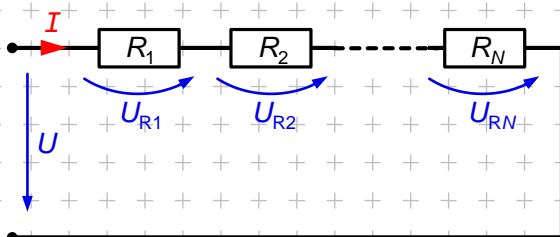
- Für eine beliebige Masche einer Schaltung gilt:

$$\sum_{\text{alle Elemente } n \text{ der Masche } M} U_n = 0$$

Die Summe aller Spannungen in einer beliebigen Masche ist Null!

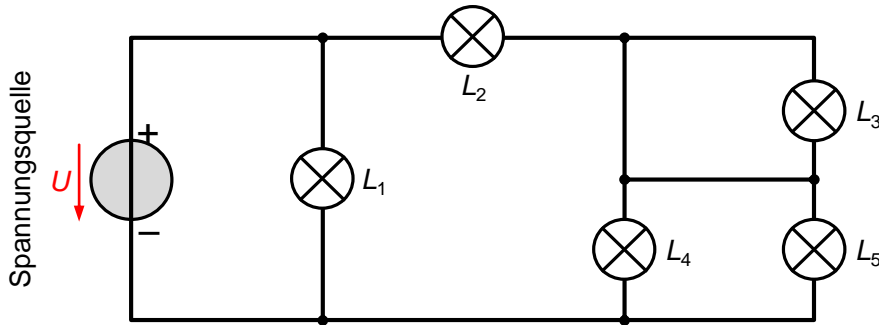
⇒ Dabei ist die Umlaufrichtung jeder Masche individuell frei wählbar, es müssen jedoch alle Bezugs Pfeile mit dem korrekten Vorzeichen berücksichtigt werden.

### Berechnung des Gesamtwiderstandes einer Reihenschaltung von Widerständen



## Kirchhoffsche Regeln – Übungen zu qualitativen Aussagen

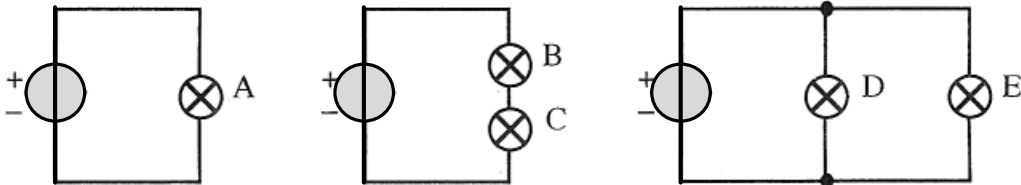
**Beispiel** Betrachten Sie das Schaltbild von Seite 1 dieses Kapitels:



- Ordnen Sie die Helligkeiten der Lämpchen  $L_1 \dots L_5$  in absteigender Reihenfolge an.  
Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass alle Lämpchen identisch sind!
- Begründen Sie Ihre Antwort aus a) !

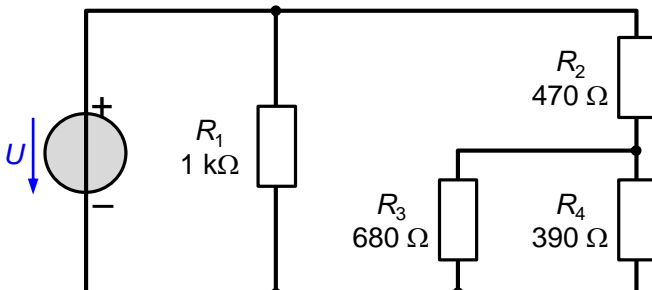


**Übungsaufgabe** Betrachten Sie folgende Schaltungen mit einer Quelle und Lämpchen:



Ordnen Sie die Lämpchen A ... E nach Ihren Helligkeiten. Vergleichen Sie dabei zwei nebeneinander liegende Lämpchenhelligkeiten mit „>“ (ist heller als), „<“ (ist dunkler als) oder „=“ !

**Übungsaufgabe** Betrachtet wird folgende Schaltung mit einem Widerstandsnetzwerk:



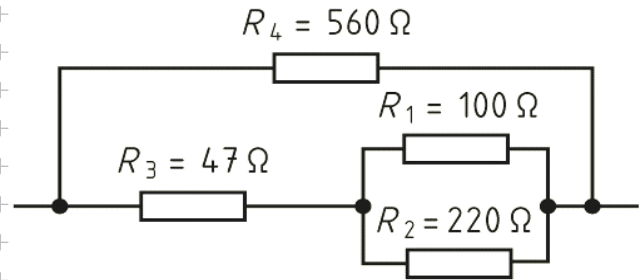
- Durch welchen Widerstand fließt der größte Strom?
- An welchen Widerständen wird die kleinste Spannung gemessen?
- Welcher Widerstand nimmt die höchste Leistung auf?



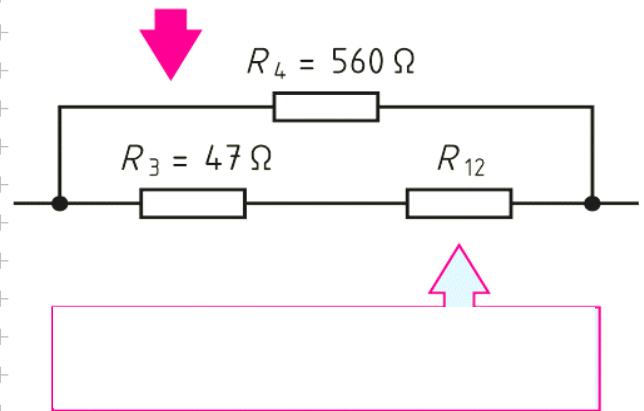
## Beispiel Zusammenfassung von Widerständen

Durch schrittweise wiederholte Anwendung der Regeln für die Reihen- und Parallelschaltung lassen sich auch größere Netzwerke von Widerständen zu einem einzigen Ersatzwert zusammenfassen:

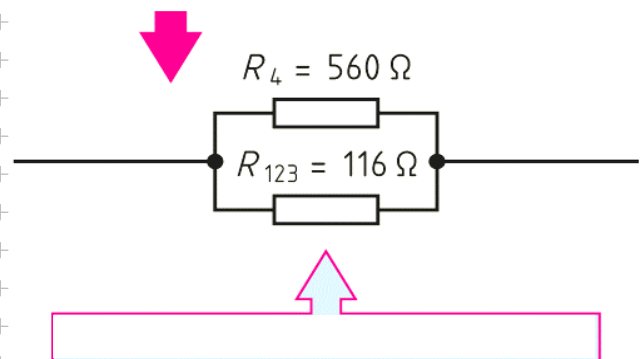
### Grundschaltung (Ausgangsschaltung)



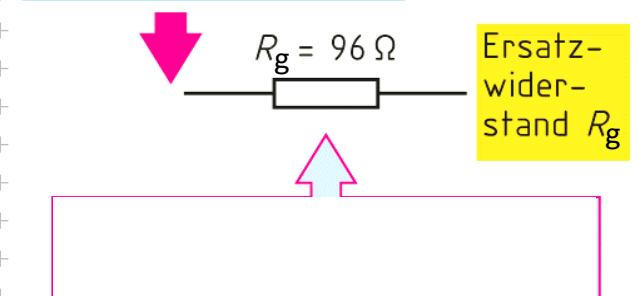
### 1. Schritt: Zusammenfassen



### 2. Schritt: Zusammenfassen



### 3. Schritt: Zusammenfassen



Ersatz-  
wider-  
stand  $R_g$



# Reihen- und Parallelschaltung von Widerständen – Anschaulich

## Wiederholung aus Kap. 1: Berechnung des Widerstandes eines Leiters

$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

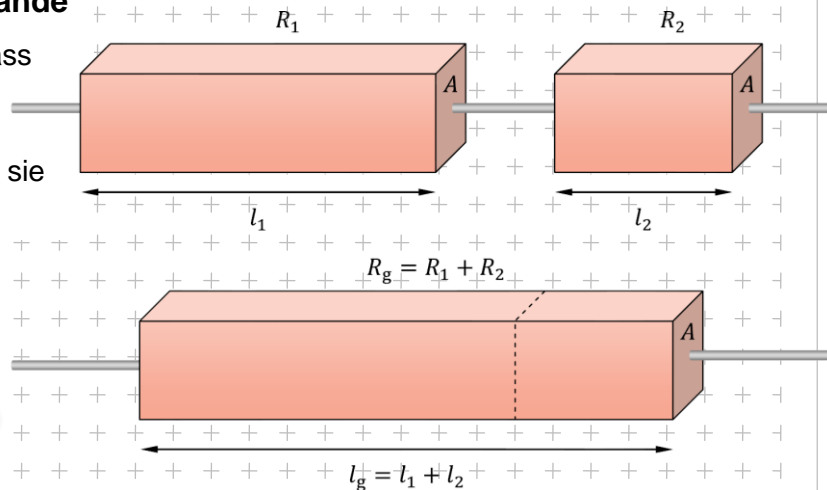
Im folgenden werden wir diese Formel nutzen, um die Serien- und Parallelschaltung von jeweils zwei Widerständen zu veranschaulichen:

### Reihenschaltung zweier Widerstände

Wird – wie im **Bild** – angenommen, dass zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  aus Leitern identischen Materials und Querschnitts  $A$  bestehen, so unterscheiden sie sich nur durch Ihre Längen  $L_1$  und  $L_2$ .

$$l_1 = \frac{A \cdot R_1}{\rho} ; l_2 = \frac{A \cdot R_2}{\rho}$$

$$R_g = \frac{\rho \cdot (l_1 + l_2)}{A} = \frac{A \cdot \rho}{A \cdot \rho} \cdot (R_1 + R_2)$$



aus [KläEF], mit freundlicher Genehmigung

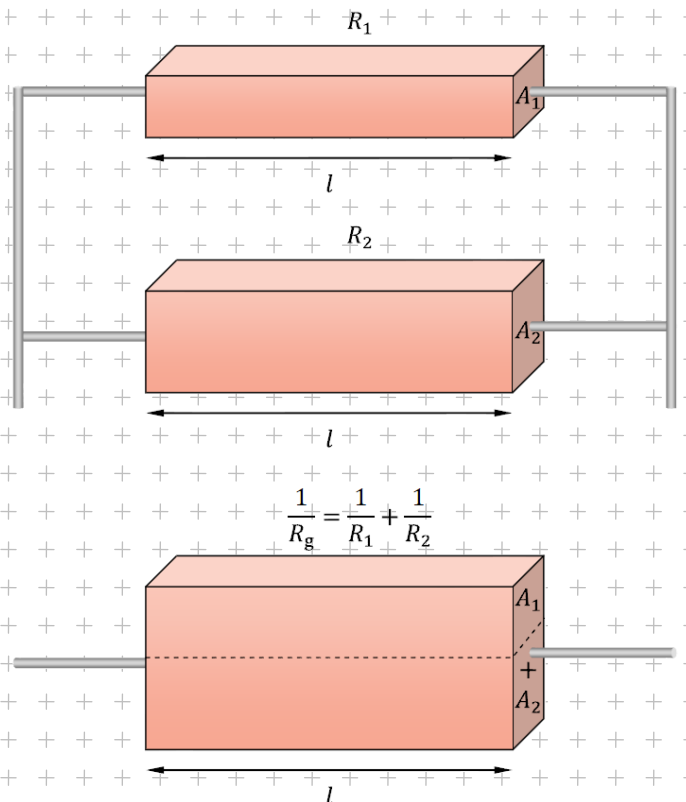
### Parallelschaltung von Widerständen

Wird – wie im **Bild** – angenommen, dass zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  Leiter mit identischer Länge  $L$  sind; so unterscheiden sie sich nur durch ihre Querschnitte  $A_1$  und  $A_2$ .

$$A_1 = \frac{\rho \cdot l}{R_1} ; A_2 = \frac{\rho \cdot l}{R_2}$$

$$R_g = \frac{\rho \cdot l}{A_1 + A_2} = \frac{\rho \cdot l}{\rho \cdot l} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$

$$= \frac{1}{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)}$$



aus [KläEF], mit freundlicher Genehmigung

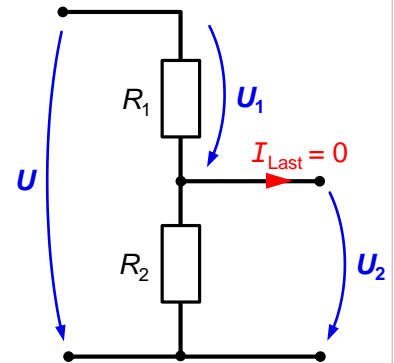


## Spannungsteiler – unbelastet

In elektronischen Schaltungen wird oftmals eine Schaltung benötigt, die eine Spannung um einen ganz bestimmten Faktor reduziert, beispielsweise:

- ⇒ Lautstärkeregler an der Stereoanlage
- ⇒ Anpassung eines Signalausgangs an einen Signaleingang mit niedrigerer Spannung
- ⇒ Kalibrierung von Messgeräten und Sensoren

Die einfachste Lösung ist ein *Spannungsteiler*, der aus in Reihe geschalteten Widerständen besteht, wie im **Bild** rechts. Der Spannungsteiler heißt *unbelastet*, wenn der Laststrom an der Anzapfung  $I_{\text{Last}}=0$  beträgt:



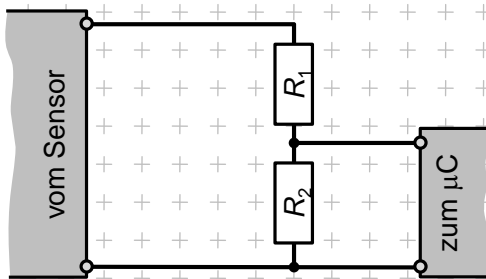
Gemäß dem ohmschen Gesetz und den Kirchhoff-schen Regeln (Seite 7) teilt sich die Spannung  $U$  auf die beiden Widerstände auf. Die Aufteilung entspricht dem Verhältnis der beiden Widerstände:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

### Beispiel Berechnung eines Spannungsteilers

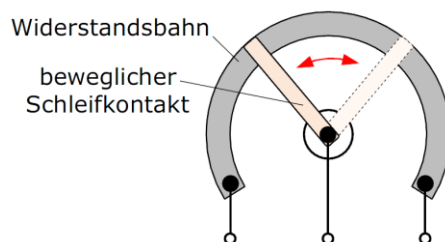
Ein Sensor liefert ein digitales Ausgangssignal mit 0V oder 5V. Der Eingang des Mikrocontrollers verträgt jedoch nur Spannungen bis 3,3 V. Die Anpassung erfolgt mit Hilfe eines Spannungsteilers.

- a) Bestimmen Sie die Widerstandswerte so, dass der Sensor maximal mit  $I = 10 \text{ mA}$  belastet wird.
- b) Wählen Sie die passenden Werte aus der E12-Reihe und kontrollieren Sie, dass  $I \leq 10 \text{ mA}$ !

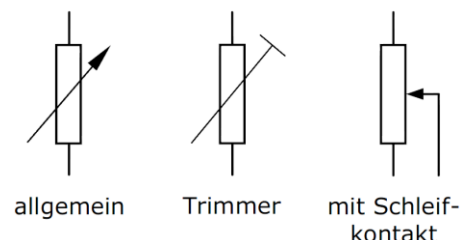


### Potentiometer

Bereits in Kap. 1 wurden Bauformen für Widerstände gezeigt, u.a. auch für Potentiometer. Ein Potentiometer ist ein Spannungsteiler, der stufenlos einstellbar ist – entweder vom Benutzer eines Gerätes, oder für die Herstellung und Kalibrierung im Inneren eines Gerätes, s. **Bild**:



Schaltzeichen Potentiometer



aus [KläEF], mit freundlicher Genehmigung

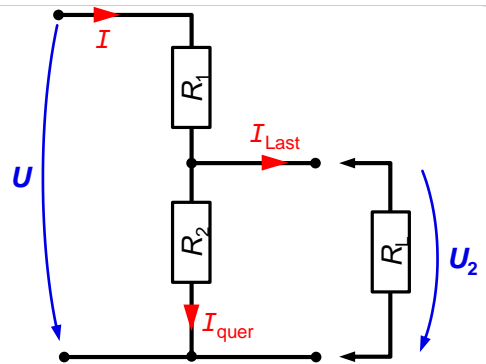


## Spannungsteiler – belastet

Wenn durch die an einen Spannungsteiler angeschlossene Last ein Laststrom  $I_{\text{Last}} > 0$  fließt, so ist die Spannung  $U_2$  geringer als im unbelasteten Fall.

Um das Ansteigen der Spannung beim Wegnehmen der Last zu begrenzen, soll der **Querstrom**  $I_{\text{quer}}$  durch den Widerstand  $R_2$  deutlich größer als der Laststrom sein, z.B.:

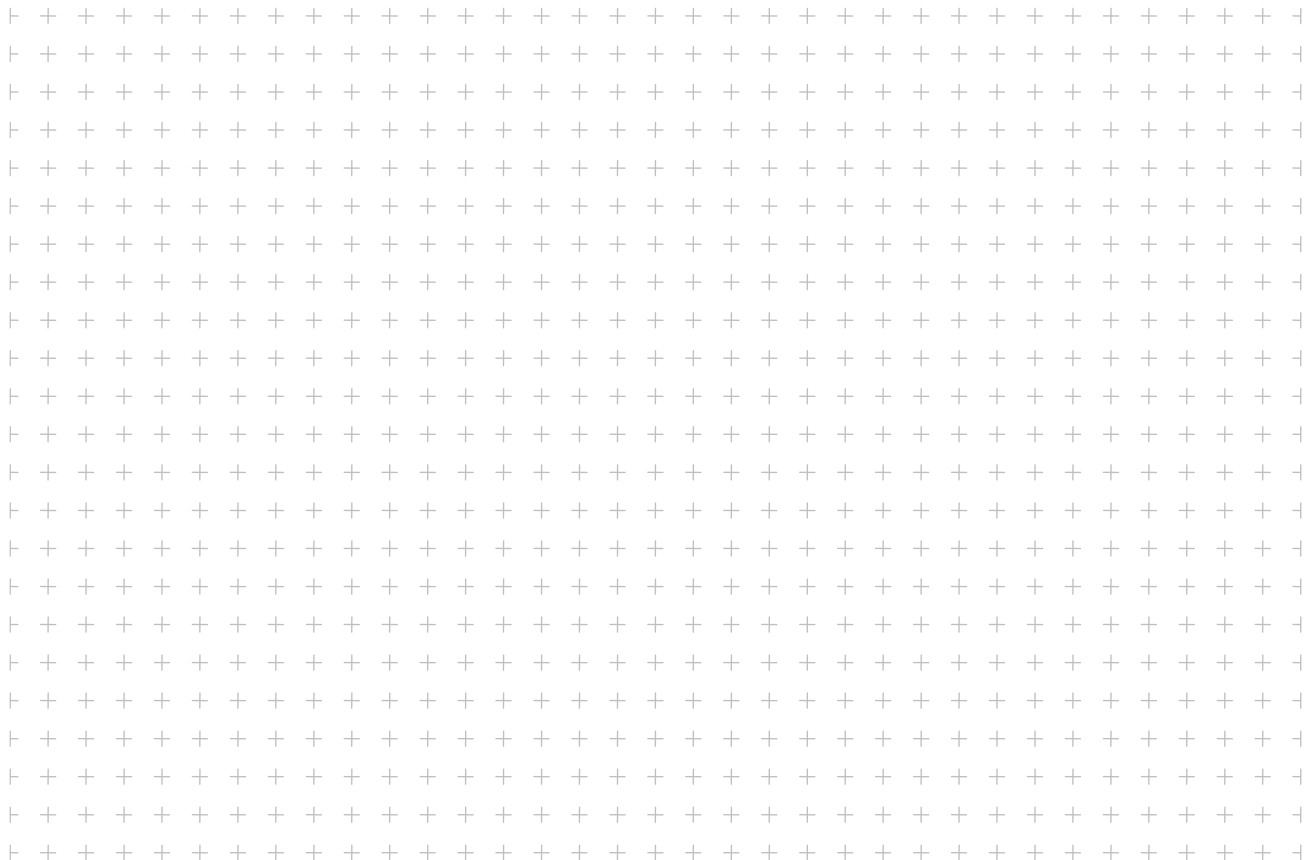
$$I_{\text{quer}} = 10 \cdot I_{\text{Last}}$$



### Beispiel Auslegung eines belasteten Spannungsteilers

Eine kleine Microcontrollerschaltung benötigt eine Versorgungsspannung von 3,3 V und „zieht“ im eingeschalteten Zustand einen Strom von maximal 10 mA. Die Schaltung soll behelfsmäßig an einem USB-Netzteil betrieben werden, welches 5 V liefert. Damit die Spannung nicht zu hoch wird, wenn der Mikrocontroller in den Schlafzustand geht, soll die o.g. Bedingung  $I_{\text{quer}} = 10 \cdot I_{\text{Last}}$  gelten:

- Bestimmen Sie die Widerstände  $R_2$  und  $R_1$  des Spannungsteilers.
- Wie groß ist die Ausgangsspannung im Leerlauf (d.h. unbelasteter Zustand)?
- Für welche Leistung müssen die beiden Widerstände ausgelegt sein?
- Wie groß ist der maximale Wirkungsgrad der Schaltung?





## Vorwiderstände

Es gibt Verbraucher, bei denen Spannung und Strom nicht proportional sind: Sie verhalten sich nicht wie ein *Ohm'scher* Widerstand. Einige dieser Verbraucher müssen mit einer festen Spannung betrieben werden, was durch Versorgung mit einer Spannungsquelle problemlos möglich ist. Andere benötigen jedoch einen festen (*eingepprägten*) Strom – was sich mit einem korrekt dimensionierten, sog. **Vorwiderstand** bewerkstelligen lässt:

### ■ Betriebsbedingungen einer Leuchtdiode

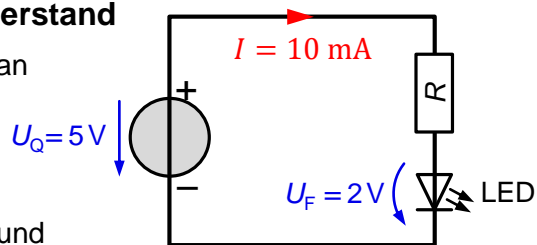
Elektrische Energie lässt sich auf unterschiedlichste Art und Weise in Licht umformen. Ein hoher Wirkungsgrad lässt sich mit Leuchtdioden (LED, *Light Emitting Diode*) erzielen. Diese werden im Kap. 3 genauer beschrieben – an dieser Stelle relevant sind zwei elektrische Eigenschaften:

1. Markanter Knick der  $U/I$ -Kennlinie bei der sog. **Flussspannung**  $U_F$ : Für  $U < U_F$  fließt kaum Strom, für  $U > U_F$  steigt der Strom sehr steil (exponentiell) mit der Spannung.
2. Beim Überschreiten eines maximalen Stromwertes  $I_{\max}$  (bei kleinen LEDs typischerweise 10...20 mA) wird die LED zerstört (Anm.: *Das riecht dann gar nicht lecker...*).

LED-Farbe	Flussspannung $U_F$
infrarot	1,2 V ... 1,8 V
rot	1,6 V ... 2,2 V
gelb, grün	1,9 V ... 2,5 V
blau, weiß, ultraviolett	3 V ... 4 V (typ 3,4 V)

### Beispiel Betrieb einer Leuchtdiode mit Vorwiderstand

Das Schaltbild rechts zeigt den Betrieb einer LED an einer Spannung von  $U_Q = 5\text{ V}$ . Die LED sei rot, und es soll der Strom  $I = 10\text{ mA}$  fließen. Gehen Sie vereinfachend davon aus, dass an der LED die Flussspannung von  $U_F = 2\text{ V}$  abfällt, konstant und unabhängig von der Stromstärke.



- a) Wählen Sie den dazu passenden Widerstandswert aus der E12-Reihe aus!
- b) Wie viele Prozent der Quellenleistung kommen an der LED an (elektr. Wirkungsgrad)?

### Übungsaufgabe Behelfsmäßiges Laden von NiMH(Nickel-Metallhydrid)-Akkus

NiMH(Nickel-Metallhydrid)-Akkus vertragen gelegentliches Überladen (d.h. Aufladen, obwohl schon voll) mit einem schwachen Strom, ohne unmittelbar Schaden zu nehmen. Es soll die abgebildete AA-Zelle (Kapazität 2450 mAh) mit einer Stromstärke geladen werden, der nach 30 h einer Vollladung entspricht (bezeichnet als „1/30 C“).

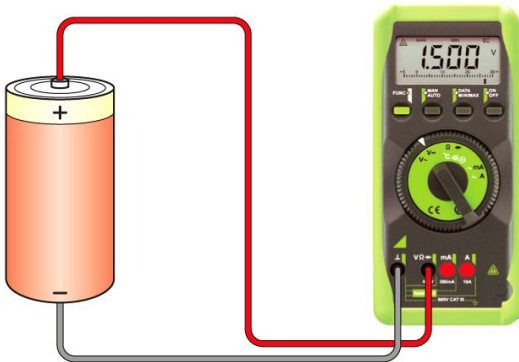


- a) Wie groß ist die Stromstärke?
- b) Die Aufladung soll an 12 V erfolgen. Welcher Vorwiderstand (Wert und Leistung!) ist dazu nötig?

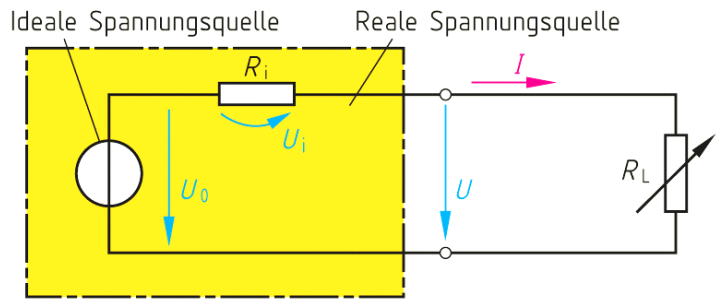
## Reale Spannungsquelle mit Innenwiderstand

### Leerlaufspannung und Innenwiderstand einer realen Spannungsquelle

Wird bei einer realen Spannungsquelle (beispielsweise einer Batterie, **Bild** unten links) die Spannung im Leerlauf gemessen, so liegt diese im Allgemeinen höher als mit angeschlossener Last. Der Grund hierfür ist der **Innenwiderstand**  $R_i$  der in Reihe geschaltet ist mit einer – nach außen nicht sichtbaren – idealen Spannungsquelle der **Leerlaufspannung**  $U_0$ .



■ [BumilFE], mit freundlicher Genehmigung

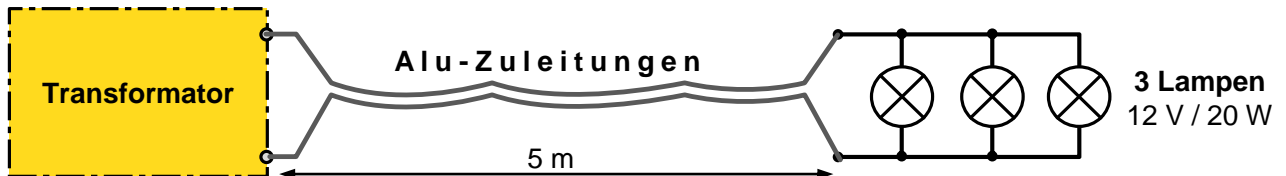


■ [BumilFE], mit freundlicher Genehmigung

### Übungsaufgabe Spannungsabfall in einem Halogenseilset

Betrachtet wird ein Beleuchtungssystem, bestehend aus...

- einem Trafo (Transformator, reale Spannungsquelle) mit  $U_0 = 13 \text{ V}$  und  $R_i = 0,1 \Omega$ ,
- parallel geschalteten Halogenlampen, die jeweils mit „12V / 20W“ beschriftet sind,
- und einem 5 m langen Aluminiumseilssystem als elektrische Zuleitungen.



Die Lampen sollen mit Nennleistung betrieben werden (d.h. an 12 V):

- a) Wie groß ist der Gesamtstrom, den der Trafo abgibt?
- b) Welche Spannung gibt der Trafo ab?
- c) Wie dick (Querschnittsfläche) müssen die Zuleitungs-Seile sein?

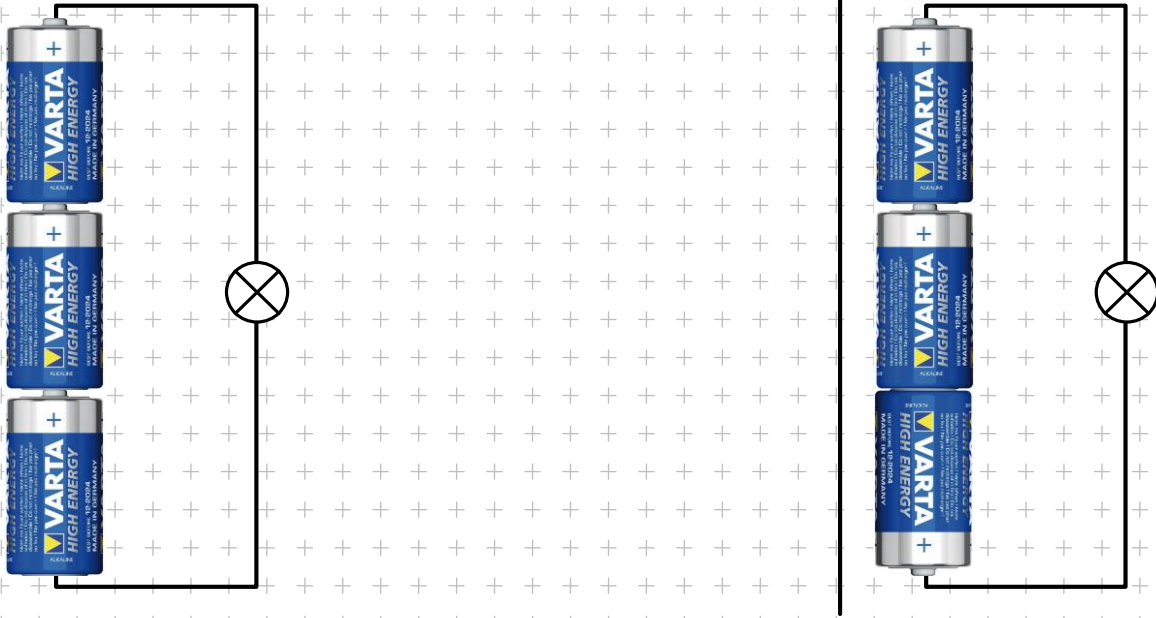
### Übungsaufgabe Elektr. Wirkungsgrad der 230-V-Verlängerungsleitung von Seite 1-12

Wie groß ist  $\eta$ , wenn ein Verbraucher mit 2000 W Leistung angeschlossen wird?

## Reihenschaltung von Quellen

### Demonstration Reihenschaltung von Primärzellen

Durch Reihenschaltung mehrerer Zellen lässt sich die Gesamtspannung erhöhen:



### Übungsaufgabe Reihenschaltung von Batterien:

Warum wird davon abgeraten, batteriegetriebene Geräte mit Zellen unterschiedlichen Alters und/oder unterschiedlichen Marken zu betreiben?

### Übungsaufgabe Reihenschaltung von Akkus:

Wenn LiPo(Lithium-Polymer)-Akku-Zellen voll geladen sind, haben sie eine Spannung von 4,2 V. Diese darf auf keinen Fall – auch nicht kurzfristig – überschritten werden, weil die Akkus sonst zerstört würden, mit Feuer- und Explosionsgefahr. Welche Sicherheitsfunktion muss die Ladeeinrichtung daher erfüllen, ...



- ... für das Laden einer einzelnen Zelle (z.B. im Smartphone)?
- ... für das Laden von in Reihe geschalteten Zellen (z.B. im Notebook oder Elektroauto)?
- Warum ist das Laden von in Reihe geschalteten NiMH-Akkus viel weniger kritisch (s. Seite 12)?



## Anpassung

Bei der Nutzung realer Spannungsquellen gibt es unterschiedliche Optimierungskriterien, um die Last an den Innenwiderstand der Quelle anzupassen. Drei Strategien sind im folgenden beschrieben:

### ■ Spannungsanpassung ( $U \approx U_0$ )

Bei der **Spannungsanpassung** versucht man, einen hohen Wirkungsgrad der Energieübertragung von der Quelle zum Verbraucher zu erzielen, und gleichzeitig die Spannung möglichst stabil und unabhängig vom Lastwiderstand zu halten.

### ■ Stromanpassung ( $I \approx \frac{U_0}{R_i + R_L}$ )

Bei der **Stromanpassung** versucht man, den Strom möglichst stabil und lastunabhängig zu halten.

Mit Hilfe des Vorwiderstandes  $R_i$  wird eine definierte Stromstärke durch die Last eingestellt.

z.B. für:

- ☐ Aufladung eines Akkus mit konstantem Strom
- ☐ Betrieb einer Signal-LED (nicht zur Beleuchtung)

### ■ Leistungsanpassung ( $U \approx \frac{U_0}{2}$ )

**Leistungsanpassung** soll möglichst viel Leistung von der Quelle zum Verbraucher transportieren.

z.B. für:

- ☐ elektrische Leistung einer Solarzelle → Stromnetz
- ☐ Empfangsleistung einer Antenne → Empfänger

### **Beispiel** Leistung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes

Eine 1,5-V-Batterie mit einem Innenwiderstand von  $0,2 \Omega$  wird mit dem Widerstand  $R_L$  belastet:

- a) Bei welchem Widerstand wird  $R_L$  wird  $P_L = P_{\max}$  maximal? Wie groß ist  $P_{\max}$ ?
- b) Beschriften Sie die Achsen des Diagramms, das die Leistung  $P_L$  in Abhängigkeit von  $R_L$  zeigt!

