



---

## EUKLIDISCHER ALGORITHMUS

Fragen?



\* Division mit Rest.  $a : b = q \ R r$   $a = q \cdot b + r \ 0 \leq r < b$   
GDI:  $21 : 4 = 5 \ R 1$  DAS:  $21 = 5 \cdot 4 + 1$

1.  $21 : 4$

2.  $-21 : 4$

3. Wie berechnet man in  $a = qb + r$  die Zahlen  $q$  und  $r$  in C oder Java?

Lösung.

1.  $21 = 5 \cdot 4 + 1 \quad (0 \leq 1 < 4)$  Rest

2.  $-21 = (-6) \cdot 4 + 3 \quad (0 \leq 3 < 4)$

$\left[ -21 = (-5) \cdot 4 + (-1) \quad (0 \not\leq -1 < 4) \right]$

Falsch: nicht Div. m. Rest!  
 ⚠ bei negativen Zahlen!

3.  $q = a \text{ div } b = a / b$  ↙ mathem. Operator! ↘ C/Java

z.B.  $21 / 5 = 4$  vs.  $4,2$  ↙ C/Java im Datentyp int

$r = a \text{ mod } b = a \% b$

z.B.  $21 \% 5 = 1$

Eigener Lösungsversuch.

## Euklidischer Algorithmus. Berechnen Sie:

- \* 1.  $\text{ggT}(3500, 120)$
- 2.  $\text{ggT}(440, 198)$
- 3.  $\text{ggT}(34.675.128, 1.478.932)$ . Implementieren Sie dazu den euklidischen Algorithmus in C und machen geeignete Ausgaben auf die Konsole.

### Lösung.

1. rekursive Version:

$$\text{ggT}(3500, 120) \stackrel{\text{Eigenschaft 5. aus Skript „Eukl. Alg.“}}{=} \text{ggT}(\underbrace{3500 - 29 \cdot 120}_{= 20}, 120) \stackrel{\text{Eigenschaft 4.}}{=} \text{ggT}(120, 20)$$

$\uparrow$   
Rest  $3500 \bmod 120$

$$= \text{ggT}(\underbrace{120 \bmod 20}_0, 20) \stackrel{\text{Eigenschaft 4. \& 3.}}{=} \underline{20}.$$

imperative Version:

$$\begin{aligned} 3500 &= 29 \cdot 120 + \boxed{20} \\ 120 &= 6 \cdot \boxed{20} + 0 \leftarrow \text{Rest 0 Abbruchbedingung} \end{aligned}$$

$\nwarrow$   
 $\text{ggT}!$

2. imperative Version:

$$\begin{aligned} 440 &= 2 \cdot 198 + 44 \\ 198 &= 4 \cdot 44 + \boxed{22} \\ 44 &= 2 \cdot \boxed{22} + 0 \end{aligned}$$

$\nwarrow$   
 $\text{ggT}!$

Eigener Lösungsversuch.

3.  $\hookrightarrow$  C-Datei

nur 13 Iterationen

vs.

PFZ:

```

Euklidischer Algorithmus
=====
34675128 = 23 * 1478932 + 659692
1478932 = 2 * 659692 + 159548
659692 = 4 * 159548 + 21500
159548 = 7 * 21500 + 9048
21500 = 2 * 9048 + 3404
9048 = 2 * 3404 + 2240
3404 = 1 * 2240 + 1164
2240 = 1 * 1164 + 1076
1164 = 1 * 1076 + 88
1076 = 12 * 88 + 20
88 = 4 * 20 + 8
20 = 2 * 8 + 4
8 = 2 * 4 + 0
ggT(34675128, 1478932) = 4
    
```

über 17.000 Iterationen bei „Suche kleinster Teiler“.

$$\begin{aligned} \text{PFZ von } 34675128 &= 2 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 17837 \\ \text{PFZ von } 1478932 &= 2 \ 2 \ 7 \ 13 \ 17 \ 239 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} &= 2^3 \cdot 3^5 \cdot 17 \cdot 837 \\ &= 2^2 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 239 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{ggT}(\dots) = 2^2 = 4.$$