

8. Übungsblatt zur Vorlesung „Stochastik und Numerik“

Aufgabe 8.1 (Konfidenzintervall für unbekannten Erwartungswert)

Aus der laufenden Produktion eines bestimmten Lebensmittels wird eine unabhängige Stichprobe vom Umfang $n = 11$ entnommen, in der das Durchschnittsgewicht $\bar{x} = 150$ g beträgt. Das Gewicht der produzierten Lebensmittel darf als unabhängige und normalverteilte Zufallsgröße mit unbekanntem Erwartungswert μ und bekannter Varianz von $\sigma^2 = 28 \text{ g}^2$ angenommen werden.

- (a) Geben Sie ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert zum Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0.95$ an.
- (b) Wie groß muss man den Stichprobenumfang n wählen, damit das Intervall $[148, 152]$ ein Konfidenzintervall für den Erwartungswert zum Konfidenzniveau $1 - \alpha = 0.95$ ist, wenn das Stichprobenmittel weiterhin $\bar{x} = 150$ g beträgt?

Aufgabe 8.2 (Konfidenzintervall für unbekannten Erwartungswert)

Im Auftrag einer Winzergenossenschaft soll für die durchschnittliche Abfüllmenge einer Flaschenabfüllanlage, mit der 750 ml Weinflaschen gefüllt werden, ein 99%-Konfidenzintervall bestimmt werden. Die Abfüllmenge X wird dabei als normalverteilt mit einer Standardabweichung von 10 ml angesehen. Es werden zehn auf dieser Anlage abgefüllte Flaschen zufällig ausgewählt und die Füllmenge kontrolliert. Die Stichprobe lieferte die folgenden Werte (Angaben in ml):

760 756 748 745 745 755 748 760 755 750.

- (a) Berechnen Sie das gesuchte Konfidenzintervall.
- (b) Wie groß muss der Stichprobenumfang mindestens sein, damit die Gesamtlänge des 0.99-Konfidenzintervalls höchstens 1 ml beträgt?
- (c) Wie groß muss das Konfidenzniveau gewählt werden, damit mit nur 40 Messungen für die obige Flaschenabfüllanlage erreicht werden kann, dass das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$ höchstens 1 ml breit ist? Würden Sie sich für dieses Konfidenzniveau bei der statistischen Untersuchung entscheiden? Begründen Sie Ihre Antwort.