



DIOPHANTISCHE GLEICHUNGEN

Fragen?

Diophantische Gleichungen. Sind folgende Gleichungen lösbar in \mathbb{Z} ? Bestimmen Sie ggf. alle Lösungen.

$$12 = 1 \cdot 8 + 4 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \cdot 1 = -1 \quad 12 \cdot 1 + 8 \cdot (-1) = 4$$

$$8 = 2 \cdot 4 + 0 \quad 0 \quad 1$$

1. $12x + 8y = 4$

2. $12x + 8y = 64$ $64 : 4 = 16 \Rightarrow 12 \cdot 16 + 8 \cdot (-16) = 64$

Lösung. $L = \left\{ \left(16 + z \cdot \frac{8}{4} ; -16 - z \cdot \frac{12}{4} \right) \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$

a_i	$=$	q_i	b_i	$+$	r_i	$ $	x_i	$ $	y_i	$ $	$\text{ggT}(a, b) = a_i x_i + b_i y_i$

$$L = \left\{ \left(x_0 + \frac{z \cdot b}{\text{ggT}(a, b)} ; y_0 - \frac{z \cdot a}{\text{ggT}(a, b)} \right) \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$L = \left\{ \left(1 + z \cdot \frac{8}{4} ; -1 - z \cdot \frac{12}{4} \right) \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$12x + 8y = 4$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4 - 12x}{8} = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \rightarrow vx + t$$

Eigener Lösungsversuch.

$a_i = q_i b_i + r_i$	x_i	y_i	$\text{ggT}(a, b) = a_i x_i + b_i y_i$

Einkaufsproblem. Sie haben 22.000€ Budget und wollen Laptops à 440€ und Drucker à 198€ kaufen und müssen das ganze Budget ausgeben! Wie viele Laptops/Drucker bestellen Sie?

Hinweis: 5,3 Drucker geht nicht.

$$440x + 198y = 22000$$

Lösung.

$a_i = q_i b_i + r_i$	x_i	y_i	$\text{ggT}(a, b) = a_i x_i + b_i y_i$

$$\text{ggT}(440; 198)$$

$$\begin{array}{rcl} 440 & = & 2 \cdot 198 + 44 \\ 198 & = & 4 \cdot 44 + \underline{22} \\ 44 & = & 2 \cdot 22 + 0 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} -4 & 1 - 2 \cdot (-4) = 9 \\ 1 & 0 - 4 \cdot 1 = -4 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$440 \cdot (-4) + 198 \cdot 9 = 22$$

$$440 \cdot (-4000) + 198 \cdot 8000 = 22000$$

$$22.000 : 22 = 1000$$

$$x = -4000 ?$$

$$y = 8000$$

$$\left\{ \left(-4000 + 2 \cdot \frac{198}{22} \cdot 1000 - \frac{440}{22} z \right) \mid z \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$-4000 + 2z \quad ; \quad 8000 - 20z$$

$$-4000 < 9z \quad z = 445$$

$$9000 > 20z \quad -4000 + 9 \cdot 445 = 5 \quad \times$$

$$9000 - 20 \cdot 445 = 106 \quad \checkmark$$

Eigener Lösungsversuch.

$$420 \cdot 5 + 178 \cdot 100 = \underline{\underline{22000}}$$

$a_i = q_i b_i + r_i$	x_i	y_i	$\text{ggT}(a, b) = a_i x_i + b_i y_i$

EEA in C. Implementieren Sie in C den EEA, so dass auf der Konsole der Lösungsweg sichtbar ist.

Lösung. → C-Datei.