Grundlagen zu Ableitungen und Integralen

* Ableitungen. Geben Sie für die folgenden Funktionen den Definitionsbereich und die Ableitung an:

1.
$$f(x) = \sqrt[4]{x^3}$$

2.
$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$$

3.
$$f(x) = -10x^4 + 2x^3 - 2$$

4.
$$h(x) = a\cos(x) - x^2 + e^x + 1$$

$$5. \ f(x) = 2x \ln x$$

6.
$$f(x) = x^2 \arcsin(x)$$

7.
$$f(x) = \sin x \cos x$$

8.
$$f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 1}{x^2 + 2x + 1}$$

9.
$$f(x) = \arccos(\sqrt{x^2 - 1})$$

$$10. \ f(x) = x^x$$

11.
$$f(x) = \left(\frac{x}{1+x}\right)^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

12.
$$f(x) = 2\ln(x^3 - 2x)$$

13.
$$f(x) = 5e^{-x^2}$$

14.
$$x(t) = \ln(\frac{1}{t^2}) + \ln(\frac{t+4}{t})$$

1.
$$f(x) = \sqrt[4]{x^3}$$

2.
$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}}$$

$$3. \ f(x) = -10x^4 + 2x^3 - 2$$

4.
$$h(x) = a\cos(x) - x^2 + e^x + 1$$

$$5. \ f(x) = 2x \ln x$$

6.
$$f(x) = x^2 \arcsin(x)$$

$$7. \ f(x) = \sin x \cos x$$

8.
$$f(x) = \frac{5x^2 - 6x + 1}{x^2 + 2x + 1}$$

9.
$$f(x) = \arccos(\sqrt{x^2 - 1})$$

$$10. \ f(x) = x^x$$

11.
$$f(x) = \left(\frac{x}{1+x}\right)^n \quad (n \in \mathbb{N})$$

12.
$$f(x) = 2\ln(x^3 - 2x)$$

13.
$$f(x) = 5e^{-x^2}$$

14.
$$x(t) = \ln(\frac{1}{t^2}) + \ln(\frac{t+4}{t})$$

Zweite Ableitungen. Berechnen Sie die zweiten Ableitungen:

$$1. \ f(x) = x \sin x$$

2.
$$f(x) = x^2 + \ln x$$

3.
$$f(x) = \cos(x^2)$$

$$1. \ f(x) = x \sin x$$

$$2. \ f(x) = x^2 + \ln x$$

3.
$$f(x) = \cos(x^2)$$

Polynom dritten Grades. Gesucht ist ein Polynom p(x) mit

$$p(3) = 4$$
, $p'(3) = -2$, $p''(3) = 7$, $p'''(3) = -3$.

Lösung.

* Integrale. Berechnen Sie:

1.
$$\int 3\cos(x)dx$$

$$2. \int \frac{2}{x^2} dx$$

$$3. \int 2x^3 + 4x dx$$

$$4. \int e^t - 3t^2 dt$$

$$5. \int \frac{x^2 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{5}} dx$$

$$6. \int_{0}^{1} x^3 dx$$

$$7. \int_{0}^{1} (e^t + 2t)dt$$

$$8. \int_{0}^{2} \frac{x^2}{1+x^3} dx$$

9.
$$\int_{0}^{1} x^{2} + 1 dx$$

$$10. \int_{-1}^{1} |x| dx$$

$$11. \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) dx$$

1.
$$\int 3\cos(x)dx$$

$$2. \int \frac{2}{x^2} dx$$

$$3. \int 2x^3 + 4x dx$$

$$4. \int e^t - 3t^2 dt$$

$$5. \int \frac{x^2 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt[3]{5}} dx$$

$$6. \int_{0}^{1} x^3 dx$$

7.
$$\int_{0}^{1} (e^{t} + 2t)dt$$

$$8. \int_{0}^{2} \frac{x^2}{1+x^3} dx$$

9.
$$\int_{0}^{1} x^{2} + 1 dx$$

$$10. \int_{-1}^{1} |x| dx$$

$$11. \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) dx$$