



MENGEN

Fragen?

Mächtigkeit einer Menge: $|M| = \begin{cases} n, & \text{falls } M \text{ endliche Menge und } n \text{ Elte. besitzt} \\ \infty, & \text{sonst.} \end{cases}$

$$|N| = \infty \quad |\{5, 8, 10\}| = 3$$

DeMorgan: $\underline{L \setminus (A \cup B)} = \underline{L \setminus A} \cap \underline{L \setminus B}$
↑
Gleichheit von Mengen

z.z.: $\forall x: x \in \underline{L \setminus (A \cup B)} \Leftrightarrow x \in \underline{L \setminus A} \cap \underline{L \setminus B}$

$$x \in \underline{L \setminus (A \cup B)} \stackrel{\text{Def } \setminus}{\Leftrightarrow} x \in L \wedge \neg \underbrace{(x \in A \cup B)}_{(x \in A \vee x \in B)} \Leftrightarrow x \in L \wedge \neg (x \in A \vee x \in B)$$

$$\stackrel{\text{DeMorgan}}{\Leftrightarrow} \underline{x \in L} \wedge (\neg \underline{x \in A} \wedge \neg \underline{x \in B})$$

$$\Leftrightarrow \underline{x \in L} \wedge \neg \underline{x \in A} \wedge \cancel{x \in L} \wedge \neg \underline{x \in B}$$

$$\stackrel{\text{Def } \setminus}{\Leftrightarrow} x \in L \setminus A \wedge x \in L \setminus B$$

$$\stackrel{\text{Def } \cap}{\Leftrightarrow} x \in \underline{L \setminus A} \cap \underline{L \setminus B}$$

Mengen. Geben Sie alle Elemente folgender Mengen an:

1. $\{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 5\}$

4. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 3x = 1\}$

2. $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 = 25\}$

5. $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$

3. $\{x \in \mathbb{Z} \mid x < 10\}$

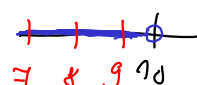
6. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 2x - 2 = 0\}$

Lösung.

1. $\{2, 3, 4, 5\}$

2. $\{5\}$

3. $\{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots, 7, 8, 9\} = \underline{\underline{]-\infty, 10[\cap \mathbb{Z}}}$



4. $x = \frac{1}{3} \notin \mathbb{Z} : \emptyset = \{\}$

5. $]-\infty, 4[= (-\infty, 4) = \{\dots, -3, -2, \dots, 0, \dots, \sqrt{2}, \dots, \pi, \dots, 3, 999, \dots\}''$

6. Mitternachtsformel: $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 \cdot 3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$.

$\Rightarrow \{-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}\}$

Eigener Lösungsversuch.

Exkurs Mitternachtsformel. Leiten Sie die Mitternachtsformel für die quadratische Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ her.

Hinweis: Quadratische Ergänzung!

Lösung.

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad :a \neq 0 \Rightarrow \underline{x^2} + \frac{b}{a} \underline{x} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\text{Quadr. Eg.} \Rightarrow \underline{x^2} + 2 \frac{b}{2a} \underline{x} + \underbrace{\left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2}_{0} + \frac{c}{a} = 0$$

Binomische Formel:

$$(\underline{m} + \underline{n})^2 = \underline{m^2} + 2 \cdot \underline{m \cdot n} + \underline{n^2}$$

$$\left(\underline{x} + \frac{b}{2a} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 = \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a} \quad \sqrt{\quad} \Rightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\underbrace{\left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{c}{a}}_{\frac{b^2 - 4ac}{(2a)^2}}} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \square$$

Eigener Lösungsversuch.

Mengenoperationen. $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$

1. $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

4. $B \setminus A$

2. $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

5. Wahr oder falsch? $2 \in A$

3. $A \setminus B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

6. Wahr oder falsch? $A \subseteq B$

Lösung.

1. $\{1, 2, 3, 4\}$

3. $\{3, 4\}$

2. $\{2\}$

5. Wahr!

3. $\{1\}$

6. Falsch, da z.B. $1 \in A \wedge 1 \notin B$

Negation von

$\forall x: x \in A \Rightarrow x \in B$
 $\forall x \in A: x \in B$

Eigener Lösungsversuch.

Mengenoperationen. Eine Software-Bude hat ihre Mitarbeiter in folgende Mengen eingeteilt:

M : Alle Mitarbeiter

J : Java/SQL-Entwickler.

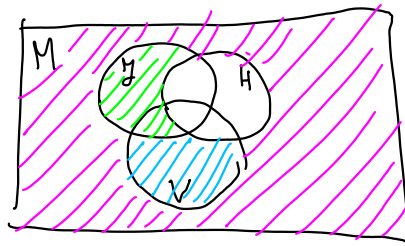
H : HTML/CSS-Programmierer.

V : Vertrieb/Marketing-Leute.

Geben Sie mit Hilfe der Mengenoperationen folgende Mengen an:

1. alle Entwickler, d.h. Java/SQL- oder HTML/CSS-Kenntnisse
2. reine Vertrieb/Marketing-Leute, d.h. weder Java/SQL- noch HTML/CSS-Kenntnisse
3. Mitarbeiter, die keiner oben genannten Gruppe zugehören
4. reine Backend-Entwickler, d.h. kein HTML/CSS, aber Java/SQL.

Lösung.



1. $J \cup H$

2. $V \setminus (J \cup H) \stackrel{\text{De Morgan}}{=} V \setminus J \cap V \setminus H$

3. $M \setminus (J \cup V \cup H)$

4. $J \setminus H$

Eigener Lösungsversuch.