

# Theoretische Informatik – Übung 13

SS 2019  
Jochen Schmidt



**Folgende Aufgaben bitte vor der Übungsstunde zu Hause lösen:**

## Aufgabe 1

Sie stellen fest, dass ein Problem der Größe  $n$  nach dem Prinzip „Teile und Herrsche“ so in 4 Teilprobleme zerlegt werden kann, dass diese jeweils nur die Größe  $n/3$  haben. Der Aufwand für die Kombination der Teillösungen zur Gesamtlösung sei in der Größenordnung  $O(n)$ . Berechnen Sie für diesen Fall die resultierende Komplexität.

## Aufgabe 2

Für eine Menge  $M$  von natürlichen Zahlen, unsortiert in einem Feld gespeichert, soll gleichzeitig das größte und kleinste Element gefunden werden.

- Geben Sie einen auf dem Teile-und-Herrsche Prinzip basierenden Algorithmus an, bei dem in jedem Schritt die Anzahl der Elemente halbiert wird. Welche Komplexität hat dieser?
- Wie ändert sich der Algorithmus und dessen Komplexität, wenn man an Stelle von zwei Teilmengen vier Teilmengen verwendet?
- Führen Sie beide Varianten mit folgender Menge durch  $M = \{30, 7, 6, 11, 4, 19, 5, 14, 10, 8\}$

## Aufgabe 3

Der folgende C-Code implementiert eine Funktion zum Sortieren eines Integer-Arrays  $a$  mit  $n$  Einträgen:

```
void sort (int *a, int n) {
    int i, t, s = 1;
    while (s) {
        s = 0;
        for (i = 1; i < n; i++) {
            if (a[i] < a[i - 1]) {
                t = a[i];
                a[i] = a[i - 1];
                a[i - 1] = t;
                s = 1;
            }
        }
    }
}
```

Geben Sie die Zeitkomplexität in  $O$ -Notation für den schlechtesten und den besten Fall an. Begründen Sie Ihr Ergebnis!

## Aufgabe 4

- a) Zeigen Sie, dass die Funktion  $f(n) = \frac{n!}{3!(n-3)!}$  für  $n \geq 3$  primitiv rekursiv ist. Zusätzlich zur Definition der primitiven Rekursion dürfen Sie verwenden, dass die folgenden Funktionen ebenfalls primitiv rekursiv sind:
- Multiplikation:  $m(x, y) = xy$
  - Division:  $d(x, y) = \frac{x}{y}$
  - Vorgänger:  $v(x) = x - 1$
- b) Geben Sie ein LOOP-Programm an, das  $f(n)$  berechnet. Auch hier dürfen die Operationen Multiplikation und Division als gegebene LOOP-berechenbare Funktionen angenommen werden.