

11. Übungsblatt zur Vorlesung „Stochastik und Numerik“

Aufgabe 11.1 (Verständnisfragen)

- (a) Wahr oder Falsch: Es gibt beliebig viele verschiedene Funktionen, die den gleichen Satz von Datenpunkten interpolieren.
- (b) Wahr oder Falsch: Es gibt mindestens zwei verschiedene Interpolationspolynome vom Grad n zu $n + 1$ verschiedenen Datenpunkten.
- (c) Wahr oder Falsch: Es gibt mindestens zwei verschiedene Interpolationspolynome zu $n + 1$ verschiedenen Datenpunkten.
- (d) Wahr oder Falsch: Es gibt nur eine mögliche Darstellung des Interpolationspolynoms vom Grad n zu $n + 1$ verschiedenen Datenpunkten.
- (e) Wahr oder Falsch: Wenn man eine auf $[a, b]$ stetige Funktion an äquidistanten Stützpunkten durch ein Polynom interpoliert, dann konvergiert das Interpolationspolynom für wachsende Anzahl von Stützpunkten immer gegen die Funktion.
- (f) Wahr oder Falsch: Wenn man eine auf $[a, b]$ stetige Funktion an Chebyshev-Punkten durch ein Polynom interpoliert, dann konvergiert das Interpolationspolynom für wachsende Anzahl von Stützpunkten immer gegen die Funktion.

Aufgabe 11.2

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom vom Grad 2 durch die Stützpunkte $(-1, 3)$, $(0, 1)$, $(2, 3)$

- (a) unter Verwendung des klassischen Ansatzes
- (b) unter Verwendung des Ansatzes nach Newton
- (c) unter Verwendung des Ansatzes nach Lagrange

Wie lässt sich das Polynom für die verschiedenen Darstellungen am effizientesten auswerten?

Aufgabe 11.3

Bestimmen Sie für die Punkte $(-1, 5), (0, 3), (1, 5), (3, 21)$ das Newton-Interpolationspolynom. Benutzen Sie hierfür dividierte Differenzen.

Aufgabe 11.4 (Prüfungsaufgabe)

Gegeben sind die Punkte

x_i	-1	0	2	-2
y_i	4	-2	1	-5

- a) Bestimmen Sie das Newtonsche Interpolationspolynom $p(x)$ durch die gegebenen Punkte.
- b) Wäre es aus numerischer Sicht besser, in Teilaufgabe a) eine kubische Splinefunktion zur Interpolation zu verwenden? Begründen Sie Ihre Entscheidung!
- c) Welchen numerischen Ansatz würden Sie zur Interpolation diskreter Punkte von $f(x) = e^{-x^2}$ wählen? Begründen Sie Ihre Entscheidung!