

1. Argumentação válida, elementos de análise lógica

Os seguintes exercícios e problemas são adaptados a partir do livro *Lógica e Aritmética*, de Augusto Franco de Oliveira, 3ª edição, Gradiva.

1. (I) Simbolize ao nível proposicional os seguintes argumentos:

- (a) Se os bailarinos dançaram bem, o público não se queixou do preço dos bilhetes. O público queixou-se do preço dos bilhetes. Portanto, os bailarinos não dançaram bem.
- (b) Se não existe petróleo no Algarve então os peritos estão certos ou o Governo mente. Existe petróleo no Algarve ou os peritos estão errados. Portanto, o Governo não mente.
- (c) Os vencimentos aumentam somente se há inflação. Se há inflação então o custo de vida aumenta. Os vencimentos não aumentam. Portanto, o custo de vida aumenta.
- (d) Se 2 é primo então é o menor número primo. Se 2 é o menor primo então 1 não é primo. Portanto, 2 é primo.
- (e) Joana é boa aluna ou é boa pianista. Joana é boa pianista. Portanto, Joana não é boa aluna.
- (f) Só se eu ganhar o totoloto é que pago aos credores. Os credores não ficam satisfeitos excepto se eu lhes pagar. Portanto, ganho o totoloto ou os credores não ficam satisfeitos. [NB: “excepto se” considera-se sinónimo de “ou”, ou “se não”.]

2. (I)

- (a) Quais dos argumentos anteriores são válidos e quais são inválidos? [Sugestão: construa tabelas de verdade para as premissas e conclusão, e verifique, nelas, se a conclusão é verdadeira sempre que

as premissas são simultaneamente verdadeiras.]

- (b) Diga se é válido o seguinte argumento:
 Todo o homem é mortal
 Sócrates é homem
 $2 + 2 = 5$
 Sócrates é mortal

3. (I) Tendo em conta a interpretação

Domínio: conjunto dos números naturais (≥ 0)

Px : x é par; Rx : x é primo; Ix : x é ímpar; $Q(x, y)$: x divide y , ou y é múltiplo de x ,

traduza para português coloquial as expressões simbólicas seguintes e diga quais as verdadeiras e quais as falsas para a interpretação dada:

- (a) $\forall x(Q(2, x) \rightarrow Px)$;
- (b) $\exists x(Px \wedge Q(x, 3))$;
- (c) $\exists x(Ix \wedge Q(0, x))$;
- (d) $\forall x(\neg Px \rightarrow \neg Q(2, x))$;
- (e) $\forall x(Px \rightarrow \forall y(Q(x, y) \rightarrow Py))$;
- (f) $\forall x(Rx \rightarrow \exists y(Py \wedge Q(x, y)))$;
- (g) $\forall x(Ix \rightarrow \forall y(Ry \rightarrow \neg Q(x, y)))$.

4. (I) Para cada um dos três grupos seguintes, fixe uma interpretação adequada e simbolize as proposições respectivas:

- A.
 - 1. Toda a tartaruga é lenta;
 - 2. Algumas tartarugas são lentas;
 - 3. Nenhuma tartaruga é lenta;
 - 4. Algumas tartarugas não são lentas;
 - 5. Somente as tartarugas são lentas;
 - 6. Todos são lentos, excepto as tartarugas;
 - 7. Algumas tartarugas são inteligentes, mas lentas.
- B.
 - 1. Todo o (número natural) primo maior que 2 é ímpar;

-
2. Existe um primo par;
3. Existe um e não mais de um primo par [não utilize \exists^1];
4. Para todo o número, existe um primo maior do que ele;
5. n é primo [utilizando \leq e \times].
- C. 1. Com toda a linha incidem, pelo menos, dois pontos;
2. Por dois pontos passa, pelo menos, uma linha;
3. Por dois pontos não passa mais de uma linha;
4. Quaisquer duas linhas têm um ponto em comum;
5. Duas linhas têm, quando muito, um ponto em comum.
5. (I) Simbolize ao nível quantificacional, fornecendo ao mesmo tempo uma interpretação conveniente, e diga se são válidos os argumentos seguintes:
- (a) Todo o leão é feroz. Alguns leões não bebem água. Portanto, alguns animais ferozes não bebem água [domínio: animais];
- (b) Todos os britânicos, excepto os escoceses, são fleumáticos. Ricardo Coração de Leão é britânico, mas não é fleumático. Portanto, Ricardo Coração de Leão é escocês [domínio: pessoas];
- (c) Há, quando muito, um lógico incoerente. Frege é um lógico incoerente. Russel não é Frege. Portanto, Russel é um lógico coerente [use $=$].
- (d) Todos os bailarinos estão em risco de sofrer lesões. Rui Horta está em risco de sofrer lesões. Portanto Rui Horta é bailarino. [Domínio: pessoas.]
- (e) Só quem treina todos os dias pode ser nadador de competição. Michael Phelps treina todos os dias. Portanto Michael Phelps pode ser nadador de competição. [Domínio: pessoas.]
6. Simbolize ao nível quantificacional, tendo em conta a seguinte interpretação:
- Domínio: todas as coisas;
 Mx : x é um problema matemático;
 Lx : x é um problema lógico; Sx : x é solúvel; Fxy : x é mais fácil de resolver que y .
- (a) Existem problemas matemáticos insolúveis;
- (b) Nenhum problema lógico é insolúvel;
- (c) Os problemas matemáticos são mais fáceis de resolver do que os problemas lógicos;
- (d) Alguns problemas lógicos são mais fáceis de resolver do que outros (problemas lógicos).
- Idem, para a interpretação:
- Domínio: tudo;
 Px : x é uma pessoa; Cxy : x compreende y ; a : Alice no País das Maravilhas; b : Principia Mathematica; c : Lógica e Aritmética.
- (e) Quem compreende Alice no País das Maravilhas ou Principia Mathematica compreende Lógica e Aritmética;
- (f) Ninguém compreende tudo;
- (g) Ninguém compreende nada;
- (h) Somente quem compreende Principia Mathematica compreende Lógica e Aritmética.
- Idem, para a interpretação:
- Domínio: tudo;
 Px : x é uma pessoa; Dx : x é dinheiro; Rxy : x possui (ou tem) y ; b : Bill Gates.
- (i) Existem pessoas sem dinheiro nenhum;
- (j) Bill Gates tem algum dinheiro, mas não tem o dinheiro todo que há;

- (k) Toda a gente tem algum dinheiro, mas não tem o dinheiro todo que há.

Ainda com esta interpretação, traduza para português coloquial:

$$(l) \forall x(Px \wedge \forall y(Dy \rightarrow Rxy) \rightarrow \forall zRxz).$$

7. Numa mansão victoriana, várias pessoas são suspeitas de um crime. São elas o motorista (A), o cozinheiro (B), o mordomo (C) e o jardineiro (D). O famoso detective Sherlock Holmes investiga e descobre certos factos ($\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_7$), a partir dos quais conclui, intuitiva ou semanticamente, qual dos suspeitos é culpado (ψ).

Simbolize ao nível proposicional o argumento seguinte (cujas premissas são os sete factos descobertos por Sherlock Holmes) e proceda como Sherlock Holmes descobrindo o culpado:

“B é culpado somente se A é culpado.

A é culpado se e só se o crime for cometido com um revólver.

B é culpado ou A é culpado, ou C é culpado ou D é culpado.

Se C é culpado então o crime não foi cometido com um revólver.

D não é culpado se o crime não foi cometido com um machado.

Se o crime foi cometido com um revólver ou com um machado então o crime foi premeditado e foi cometido suavemente.

O crime não foi cometido suavemente.

Portanto, — é culpado.”

[NB. Querendo, pode utilizar como letras proposicionais as letras a, b, c, d, m, r, p, s .]

8. **Paradoxo de Tarski.** Numa folha em branco, numere as páginas 1 e 2 e escreva em cada página as frases seguintes: na página 1 escreve “A frase escrita na página 2 é verdadeira” e na

página 2 escreva “A frase escrita na página 1 é falsa”.

Designando por φ a frase escrita na página 1, verifique que φ é verdadeira se e só se φ é falsa.

9. Simbolize e dê exemplos de silogismos aristotélicos válidos e contra-exemplos para os inválidos (*Darapi* e *Felapton*). Represente os silogismos válidos por relações entre subconjuntos (P, Q, R) de um domínio interpretativo. [Por exemplo, “todo o P é um Q ” exprime que o conjunto P é subconjunto do conjunto Q , $P \subseteq Q$; “algum P é um Q ” exprime que a intersecção $P \cap Q$ é não-vazia, etc.]