

Estruturas de Dados e Algoritmos II

Exame de Recurso

Departamento de Informática
Universidade de Évora

21 de Junho de 2018

1. [2,5 valores] Assumindo que o alfabeto consiste nos 10 algarismos decimais, desenhe uma *trie* cujo conteúdo sejam as cinco palavras

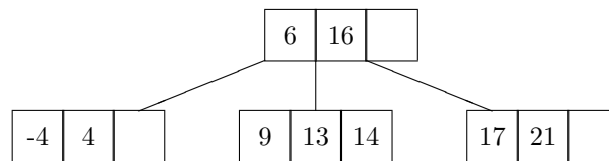
0 001 12345 2345 13579

Qual seria a memória ocupada por uma implementação em C da *trie* que desenhou, numa máquina com endereços e palavras de 32 bits? (Não precisa de calcular o valor, mas apresente e justifique todos os cálculos efectuados ou a efectuar.)

2. [2,5 valores] A *B-tree* da figura tem grau de ramificação mínimo 2. Apresente o seu estado depois da execução de *cada uma* das operações seguintes, *em sequência*, pela ordem apresentada:

i 18 **r** 9 **r** 6 **i** 19 **i** 11 **i** 12 **r** 17 **r** 21

As letras **i** e **r** indicam, respectivamente, a inserção e a remoção do elemento que se lhes segue.



3. [4 valores] Considere a função recursiva $P_X[i, j]$, onde:

- $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$ é uma sequência não vazia;
- $1 \leq i, j \leq n$.

$$P_X[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{se } i = j + 1 \\ 1 & \text{se } i = j \\ 2 + P_X[i + 1, j - 1] & \text{se } i < j \wedge x_i = x_j \\ \max \{ P_X[i + 1, j], P_X[i, j - 1] \} & \text{se } i < j \wedge x_i \neq x_j \end{cases}$$

Apresente o pseudo-código de um algoritmo iterativo que, dada uma sequência não vazia $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$, calcula e devolve o valor de $P_X[1, n]$.

Estude (justificando) as complexidades temporal e espacial do seu algoritmo, no melhor caso e no pior caso.

4. [2,5 valores] Um PERCURSO NUMA MATRIZ é um percurso que vai desde o canto superior esquerdo da matriz até ao canto inferior direito, andando sempre para a direita ou para baixo. O custo de um percurso é a soma dos valores em cada posição visitada durante o percurso.

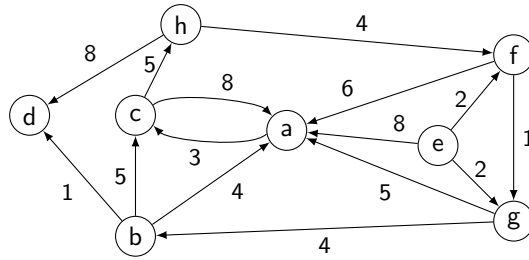
Por exemplo, na matriz à direita, há seis percursos distintos desde o canto superior esquerdo até ao canto inferior direito. O custo do percurso que vai para baixo, depois para a direita, depois para baixo e, finalmente, para a direita é $3 + 5 + -5 + 9 + -1 = 11$. O percurso que anda duas posições para a direita e duas para baixo é, destes percursos, o com maior custo, que é $3 + -2 + 8 + 5 + -1 = 13$.

| | | |
|----|----|----|
| 3 | -2 | 8 |
| 5 | -5 | 5 |
| -6 | 9 | -1 |

Apresente *uma função recursiva* que, dada uma matriz $M = (m_{ij})$, com $1 \leq i, j \leq n$, onde m_{ij} é o valor na posição (i, j) da matriz e em que a posição $(1, 1)$ corresponde ao canto superior esquerdo, calcula o custo máximo de um percurso na matriz.

Indique claramente o que representa cada uma das variáveis que utilizar e explicita a chamada inicial. (Note que não é pedido que escreva código.)

5. Seja G_5 o grafo seguinte:



- [1,5 valores] Apresente as componentes fortemente conexas do grafo.
- [2 valores] Apresente os vértices do grafo por uma ordem por que poderiam ser retirados da fila com prioridade, durante uma aplicação do algoritmo de Dijkstra, a partir do vértice e.
- [2 valores] Apresente a distância, calculada pelo algoritmo de Bellman-Ford, a que cada vértice do grafo está do vértice c.

6. [3 valores] Recorrendo a grafos, como poderia calcular o que se pretende calcular na pergunta 4?

Descreva detalhadamente como modelaria os dados e como os representaria, diga que algoritmo(s) utilizaria, porquê, e como obteria o resultado pretendido.