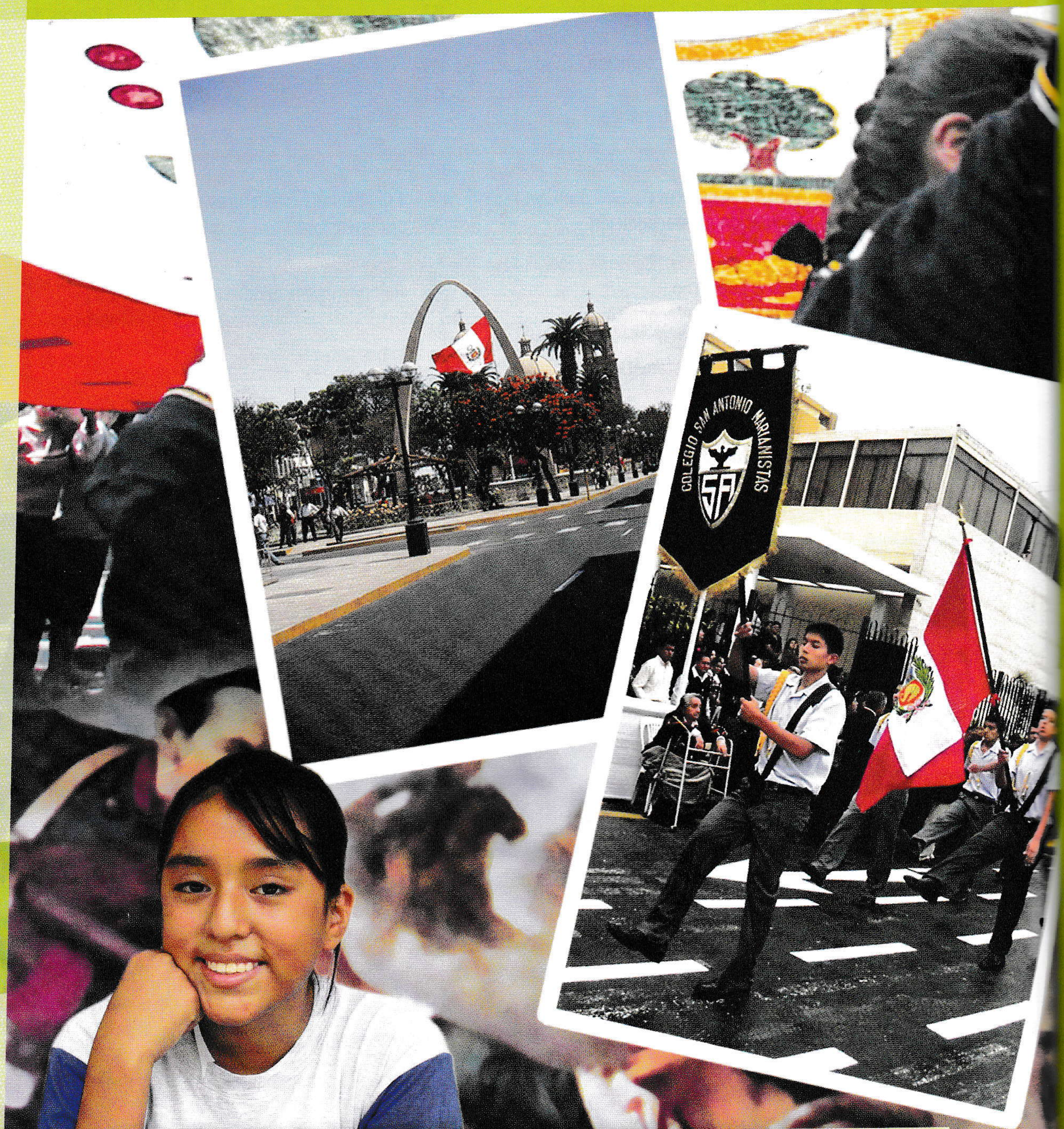
Unidad

1 Relaciones lógicas en mi entorno y sistemas numéricos



"El año pasado, en las celebraciones del aniversario de la reincorporación de Tacna al Perú, mi prima y yo visitamos el museo, fuimos a ver la Procesión de la Bandera y observamos el desfile escolar en la Plaza de Armas. Este año, si el desfile no empieza temprano y hay un gran número de participantes, lógicamente terminará muy tarde. Pero aun así mucha gente vibrará y expresará su patriotismo de principio a fin".

SABERES previos...

- **Analiza** la diferencia entre las afirmaciones:
  a) El batallón está conformado por varones y mujeres.
  b) El batallón está conformado por varones o mujeres.
- Si un batallón está conformado por 32 estudiantes y tiene 4 columnas, entonces se puede concluir que en dicho batallón hay 8 filas. ¿La conclusión es correcta? ¿cómo se puede obtener razonamientos válidos?
- ¿Consideras que los desfiles son una muestra de civismo? **Argumenta** tu respuesta y **propón** otras dos acciones donde se demuestra el civismo.

APRENDIZAJES ESPERADOS

Razonamiento y demostración	• Determina el valor de verdad de proposiciones simples y compuestas. • Compara y ordena números racionales. • Realiza y verifica operaciones con números racionales. • Formula ejemplos de proposiciones compuestas y determina su valor de verdad.
Comunicación matemática	• Identifica proposiciones simples y compuestas. • Interpreta situaciones que involucran cantidades que se expresan con números racionales.
Resolución de problemas	• Resuelve problemas que involucran cálculos de potenciación y radicación en expresiones con números. • Resuelve problemas de contexto real y matemático que implican la organización de datos a partir de inferencias deductivas. • Resuelve problemas aplicando operaciones con números racionales.

ACTITUDES

- Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados.
- Muestra seguridad y perseverancia al resolver problemas y comunicar resultados matemáticos.

Libertad y autonomía

¿Qué sabemos?

Toma en cuenta la participación de cada compañero y compañera al momento de las presentaciones de grupo.

Actividad colectiva

Formar grupos de trabajo. Cada grupo deberá responder a las preguntas que se les plantea en cada subtema de la unidad. Al finalizar la tarea, deberán socializar sus respuestas.

Indicaciones para el grupo

1. Leer atentamente la situación planteada.
2. Buscar una estrategia de solución.
3. Llegar a un resultado o respuesta.
4. Expresar una respuesta.
5. Registrar la información en cuadernos y/o papelotes.

Comunicación matemática

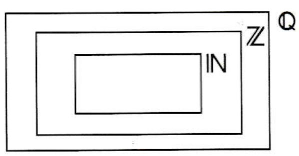
1. Jorge le comenta a Gustavo lo que vivió al asistir al desfile por fiestas patrias:
"Llegué justo cuando se daba inicio al desfile y se iba cerrando el acceso al público. La Policía no dejaba pasar a la gente hacia los estrados, pues ya estaban todos ocupados. Claro, si hubiera madrugado, entonces habría estado cómodamente sentado en las graderías. Como no madrugué, solo me quedaba apresurarme para llegar a tiempo o verlo por televisión. Por ello, tuve que desayunar rápido y tomar un taxi".

A partir de la lectura anterior:

- **Extrae** oraciones aseverativas.
- **Identifica** palabras que conecten oraciones aseverativas.
- **Extrae** dos proposiciones compuestas.
- **Identifica** una oración formada por dos oraciones aseverativas.

Razonamiento y demostración

2. **Observa** la gráfica y luego **subraya** las proposiciones verdaderas.



- Todos los números naturales pertenecen al conjunto de los enteros.
- Algunos números enteros pertenecen al conjunto de los naturales.
- Todos los números racionales son enteros.

3. **Completa** con "y" u "o" para que las expresiones sean verdaderas.

- Enero _______ febrero son los primeros meses del año.
- Óscar vive en Tacna _______ en Huánuco.
- Dos es un número par _____ es primo.

4. Dada la fracción $\frac{n-1}{7}$, con $n \in \mathbb{Z}^+$, **analiza** los valores que puede tomar n, si:

a. n es una fracción propia.

b. n es una fracción impropia.

Resolución de problemas

5. María y sus 3 hijos deciden visitar el Museo Histórico Regional de Tacna. El precio de la entrada de un adulto cuesta S/. 15 y cada niño paga las dos quintas partes de la entrada del adulto. ¿Cuánto es el costo total de las entradas?

Preguntas de cierre

- ¿Te parecieron sencillas o complicadas estas situaciones matemáticas?
- ¿Con qué temas de la unidad estarán relacionadas estas situaciones?

Esta unidad te presenta los conceptos básicos de lógica, como enunciado, proposición, conectivos lógicos y relaciones lógicas, con el propósito de que reconozcas los diferentes métodos y técnicas para determinar la validez de un argumento. Además, recordarás y pondrás en práctica tus conocimientos acerca de los números racionales ($\mathbb{Q}$): su representación simbólica y en la recta numérica, y sus propiedades; asimismo, realizarás operaciones elementales con ellos.
A lo largo de la unidad, y del libro, contarás con variadas actividades y situaciones problemáticas de aplicación.

Tema 1

Relaciones lógicas

Lo que nos ocurre...

Tenemos lindas ciudades

Nuestro Perú tiene muchas ciudades que poseen una belleza arquitectónica singular, que se puede apreciar en sus plazas, monumentos, alamedas, museos, etc. Nosotros, como ciudadanos de estos lugares, tenemos el compromiso de cuidarlos y promover la visita de más peruanos. Conociendo más a nuestro país lo queremos más.

En grupo

Ejercicio 1

Teresa le dice a Raúl: "Tacna es una ciudad hermosa. En ella se encuentra la pileta ornamental, que fue diseñada por un escultor inglés llamado Dlen Hard. También se encuentra la alameda Bolognesi y el Museo Ferroviario, ubicado en la antigua estación Avellaneda".

Identifiquen:

a. Dos enunciados en el texto anterior.
b. Dos proposiciones simples.
c. Una proposición compuesta.
d. Una proposición verdadera.
e. Una proposición falsa.

Para más información consulta en: Comisión de Promoción del Perú para la Exportación y el Turismo, PromPerú. (2011). *Tacna*. Recuperado el 18/11/11, de http://www.turismoperu.info/0/modulos/DES/DES-VerDestino.aspx?PFL=0&DES=159

Observa y analiza

Observa que un enunciado es toda frase u oración. Todo enunciado coherente que se caracteriza por el hecho de poseer un valor de verdad, ya sea este verdadero o falso, sin ambigüedad, se llama proposición. Una proposición que no tiene términos de enlace (y, o, si, si y solo si, etc.) se denomina proposición simple o atómica. Una proposición que consta de dos o más proposiciones simples o de una proposición negada se denomina proposición compuesta o molecular.

Anota

- Simbólicamente, las proposiciones son representadas con letras minúsculas llamadas variables proposicionales.
- No son proposiciones los mandatos, deseos, exclamaciones o interrogaciones.

Individual

EJERCICIO 2

Observa las proposiciones.

- El nombre de la ciudad, Tacna, proviene del vocablo *takana*.
- Algunos historiadores indican que el nombre podría ser un sinónimo de ladera o gradería.
- La región Tacna colinda con la región Puno y la región Moquegua.
- En Tacna existen dos museos: el Ferroviario y el Histórico.

Contesta.

a. ¿Cuál o cuáles son proposiciones simples?
b. ¿Cuál o cuáles son proposiciones compuestas?
c. ¿Son verdaderas o falsas? ¿Por qué?

En parejas

EJERCICIO 3

Respondan y **justifiquen**: ¿Es $2 + 3 = 5$ una proposición? ¿Es $x + 3 = 5$ una proposición?

TOMA NOTA EN TU CUADERNO

Función proposicional es una expresión que presenta un término desconocido (variable) en el sujeto. Por ello, no se puede considerar como proposición. Si se sustituye la variable por una constante, dicha función se convierte en proposición.

- x es la capital del Perú (no es proposición).
- Lima es la capital del Perú (sí es proposición y es verdadera).

Con ayuda del maestro

4+4=8

No escribir aquí

1. **Subraya** las proposiciones.
   a. $5 + 9 > 11$
   b. ¿Cuáles son los divisores de 8?
   c. 101 es un número par.
   d. Los perros son invertebrados.
   e. La capital de Tacna es Tacna.
   f. No sé cuándo iré a visitarte.
   g. ¡Ojalá que no llueva!
   h. El trigo es una hortaliza.
2. Del ejercicio anterior, **determina** el valor de verdad de las proposiciones.
3. **Subraya** con color rojo las proposiciones simples y con color azul las compuestas.
   a. Pedro es doctor.
   b. César Vallejo es pintor o escritor.
   c. No es cierto que Palca sea la capital de Tacna.
   d. El cuadrado tiene cuatro lados y el triángulo, tres.
   e. Ecuador está al norte de Perú.
   f. Carmen corre y salta alegremente en el parque.

Conectivos lógicos

Para enlazar proposiciones simples (formando así una proposición compuesta) o cambiar el valor de verdad de una proposición, se utilizan los conectivos lógicos. En el siguiente cuadro, p y q son proposiciones.

Conectivo	Símbolo	Esquema	Se lee	
Negación	$\sim$	$\sim p$	no p	Tiene diferente valor de verdad.
Conjunción	$\wedge$	$p \wedge q$	p y q	Solo es verdadera si las dos proposiciones que la forman son verdaderas.
Disyunción	$\vee$	$p \vee q$	p o q	Solo es falsa si las dos proposiciones que la forman son falsas.
Condicional	$\Rightarrow$	$p \Rightarrow q$	si p, entonces q	Es falsa solo si el antecedente (p) es verdadero y el consecuente (q) es falso.

Anota

Tablas de verdad

- Negación

p	$\sim p$
V	F
F	V

- Conjunción

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

- Disyunción

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

- Condicional

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Ejemplo 1

Teresa y Raúl están en un restaurante y se disponen a hacer su pedido.
Teresa: "Yo pediré choclo con queso y picante a la tacneña".
Raúl: "Yo, chicharrón o patasca".
Teresa: "Si pides patasca, entonces no podrás pedir chicharrón".
Raúl: "Tienes razón, pediré patasca y pepián de conejo".
Encierra los conectivos observados en el diálogo anterior y **representa** simbólicamente cada proposición compuesta.

Resolución

- Se identifica los términos de enlace: no (negación), y (conjunción), o (disyunción) y si… entonces (condicional). Teresa: "Yo pediré choclo con queso y picante a la tacneña". Raúl: "Yo, chicharrón o patasca".
  Teresa: "Si pides patasca, entonces no podrás pedir chicharrón".
  Raúl: "Tienes razón, pediré patasca y pepián de conejo".
- Se representan las proposiciones simples:
  p: Pediré choclo con queso.
  q: Pediré picante a la tacneña.
  r: Pediré chicharrón.
  s: Pediré patasca.
  t: Pediré pepián de conejo.
  Luego se representan las proposiciones compuestas:
  $p \wedge q$: Pediré choclo con queso y picante a la tacneña.
  $r \vee s$: Pediré chicharrón o patasca.
  $s \Rightarrow \sim r$: Pediré patasca, entonces no pediré chicharrón.
  $s \wedge t$: Pediré patasca y pepián de conejo.

Anota

No toda proposición que utiliza la letra *y* es una proposición compuesta.
Ejemplo:
La suma de 4 y 5 es 9. Esta proposición no es compuesta porque no es posible descomponerla en dos proposiciones simples.

EJEMPLO 2

Sean las proposiciones simples:
p: 16 es divisible por 5. q: 11 es un número primo.
Forma una proposición compuesta con cada conectivo lógico, **simbolízala** y **determina** su valor de verdad.

Resolución

- Se escribe el valor de verdad de cada proposición simple.
  p: 16 es divisible por 5. (F) q: 11 es un número primo. (V)
- Luego se forman posibles proposiciones compuestas con cada conectivo lógico, se simbolizan y determinamos su valor de verdad de acuerdo con las tablas de verdad.

  Negación: 16 no es divisible por 5. $\sim p \equiv \sim F \equiv V$

  Conjunción: 11 es un número primo y 16 es divisible por 5.

  $q \wedge p \equiv V \wedge F \equiv F$

  Disyunción: 11 es un número primo o 16 es divisible por 5.

  $q \vee p \equiv V \vee F \equiv V$

  Condicional: si 16 es divisible por 5, entonces 11 es un número primo.

  $p \Rightarrow q \equiv F \Rightarrow V \equiv V$

Anota

Tablas de verdad
Una tabla de verdad muestra el valor de verdad de una proposición compuesta para cada combinación de valores de verdad que se asigna a las proposiciones simples que la conforman.

EJEMPLO 3

Elabora una tabla de verdad para el esquema: $(p \wedge q) \Rightarrow p$.

Resolución

- Se construye una tabla considerando dos proposiciones p y q en la parte izquierda y escribe sus posibles valores.
- Se escribe el esquema en la parte derecha del cuadro.

En esta columna se escribe el resultado de $(p \wedge q)$.

p	q	$(p \wedge q)$	$\Rightarrow$	p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Se escribe el resultado de la condicional: $(p \wedge q) \Rightarrow p$.

En esta columna se escribe el valor de verdad de p.

Individual

EJERCICIO 4

1. Sean las siguientes proposiciones:
   p : 14 es un múltiplo de 4 q : 91 tiene dos divisores
   Forma una proposición compuesta con cada conectivo lógico, **simbolízala** y **determina** su valor de verdad.
2. **Elabora** una tabla de verdad para el esquema: $\sim p \vee (q \Rightarrow p)$.

Con ayuda del maestro

1. **Identifica** y **subraya** los conectivos lógicos en las proposiciones.

a. Eli y Laly corren todas las mañanas.
b. Si Carlos no estudia, entonces desaprueba el examen.
c. Luis estudiará en San Marcos o en la UNI.
d. Juan tiene 15 o 16 años.

2. **Escribe** los conectivos lógicos adecuados de manera que la proposición tenga concordancia.

a. ____ María está enferma, ____________ no irá a la fiesta.
b. Pilar ____ su hermana fueron al cine.
c. Juan es casado ____ soltero.
d. Ana tiene 13 _____ 15 años.

3. **Simboliza** las siguientes proposiciones.

a. Ernesto llevó dulces y chocolates a la fiesta.
b. Ernesto no llevó chocolates a la fiesta.
c. Úrsula pide un pastel o un alfajor.
d. Si Úrsula no pide un alfajor, entonces pide un pastel.
e. Si Ernesto llevó dulces a la fiesta, entonces Úrsula no pide un pastel.

4. **Escribe** una proposición para cada simbolización. **Considera** que p y q son las mismas proposiciones para cada caso.

a. $p \vee \sim q$: ____
b. $\sim(q \rightarrow p)$: ____

5. **Completa** las tablas de verdad.

a.

p	q	$\sim q \vee p$

c.

p	q	$q \rightarrow \sim p$

b.

p	q	$\sim(p \wedge q)$

d.

p	q	$\sim(p \rightarrow q)$

Anota

Expresiones usuales para el conectivo $\wedge$ son:
"y", "e", "además", "pero", "tanto como".

6. **Elabora** una tabla de verdad para los siguientes esquemas:

a. $(q \vee p) \wedge p$ b. $\sim(q \wedge p) \rightarrow p$ c. $(p \rightarrow q) \vee \sim q$ d. $(q \wedge p) \rightarrow (\sim p \vee q)$

7. En la tabla **asigna** los valores de V o F que creas conveniente para el nuevo conectivo lógico ♥. Luego, **determina** el valor de verdad para:

a. $\sim(p \heartsuit q)$ b. $\sim p \heartsuit \sim q$

p	q	$p \heartsuit q$
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

Cuadros y esquemas de organización de relaciones lógicas

El razonamiento lógico es una capacidad que utiliza el ser humano en diversas situaciones de la vida diaria. En este tema se desarrolla la habilidad de deducción lógica utilizando los cuadros y esquemas de organización de relaciones lógicas.

Anota

En la lógica, el principio de bivalencia dice que toda proposición o bien es verdadera o bien es falsa.

EJEMPLO 4

Una profesora quiere identificar cuál de sus tres alumnas tomó la gaseosa que dejó en su escritorio y ellas responden:

- Liz dice: "Fue Martha".
- Martha responde: "Fue Romy".
- Romy concluye: "Martha miente al decir que fui yo".

Si solamente una de las tres alumnas miente, ¿quién tomó la gaseosa?

Resolución

Para resolver esta interrogante realizamos la siguiente tabla y luego analizamos cada dato del problema:

- En el caso 1: si Liz miente, entonces Martha y Romy dicen la verdad. Pero entre ellas hay contradicción, entonces no puede darse este caso.
- En el caso 2: si Liz dice la verdad, entonces Martha tomó la gaseosa. Luego, la afirmación de Martha es falsa y la de Romy, verdadera.
- Finalmente, Martha tomó la gaseosa.

	Caso 1	Caso 2
Liz	F	V
Martha	V	F
Romy	V	V

EJEMPLO 5

Lily, Mary y Gladys viven en las avenidas Tarata, Tacna y Candarave, pero no necesariamente en ese orden.

- La amiga que vive en Candarave, que es la mejor amiga de Mary, es la menor.
- Gladys es mayor que la que vive en Tacna.
- ¿En qué calles viven exactamente las amigas?

Resolución

Para resolver esta interrogante, analizamos cada dato del problema.

- De la primera información se deduce que Mary no vive en Candarave y que la que vive en Candarave es la menor.
- Del segundo dato se deduce que Gladys no vive en Tacna y, como es mayor, no vive en Candarave. Entonces vive en Tarata.

	Lily	Mary	Gladys
Tarata	✗	✗	✓
Tacna	✗	✓	✗
Candarave	✓	✗	✗

Se elabora una tabla colocando toda la información obtenida.

Finalmente, Lily vive en Candarave, Mary en Tacna y Gladys en Tarata.

Con ayuda del maestro

4+4=8

1. Cuatro niños son acusados de haber roto la ventana de la subdirección. Al ser entrevistados por su profesora, ellos manifiestan:
   - Laura: "Óscar la rompió".
   - Romel: "Yo no fui".
   - Óscar: "Mary la rompió".
   - Mary: "Óscar miente".

   Se sabe que tres de ellos mienten y que el otro, que dice la verdad, es el inocente. ¿Quién es el único inocente?

2. Carolina desea saber cuál de sus hermanas (Mari, Carla o Verónica) tiene sus joyas. Al interrogarlas, ellas manifiestan:
   - Mari: "Yo no tengo tus joyas".
   - Carla: "Yo no tengo tus joyas".
   - Verónica: "Carla no tiene tus joyas".

   Carolina pudo constatar que una de las tres hermanas miente y que las otras dos dicen la verdad. ¿Quién tiene las joyas de Carolina?

3. Cuatro amigas: Elena, Pilar, Amparo y Ana, estudian diferentes idiomas: inglés, italiano, francés y portugués, no necesariamente en ese orden. Además, se sabe que:
   - Elena y Amparo estuvieron bailando cuando la que estudia francés estaba dando examen.
   - Pilar y la que estudia portugués estuvieron conversando con la que estudia italiano.

   Si Elena estudia inglés, ¿quién estudia francés?

4. Carlos, Luis y Alfredo son profesores que enseñan Matemática, CTA y Computación, aunque no necesariamente en ese orden. Se sabe que:
   - El que enseña CTA es el mejor amigo de Luis y es el mayor de los tres.
   - Carlos, quien no es muy amigo de Luis, es mayor que el profesor de Matemática.
     ¿Qué cursos enseñan Luis y Alfredo?

5. Esteban, David, Rafael y Percy son carpintero, electricista, músico y sastre, pero no necesariamente en ese orden.

   Se sabe que: Esteban y el carpintero no se hablan con Percy. David es un buen amigo del electricista. El músico es familiar de Percy. El sastre es muy amigo de Rafael y del electricista. Esteban desde muy joven se dedica a componer música. ¿Cuál es la ocupación de cada uno de ellos?

6. Tres alumnos: Mery, Lucas y Patricia, responden un examen de 3 preguntas con verdadero (V) o falso (F) de la siguiente manera:

   Se sabe que un alumno respondió todas las preguntas correctamente, el otro falló en todas, y otro falló solo en una pregunta. ¿Quién acertó en todas?

No escribir aquí

Nro.	Mery	Lucas	Patricia
1	F	V	V
2	F	F	V
3	V	F	F

Anota

Los cuadros de doble entrada tienen la propiedad de poder leerse en dos direcciones, por filas o por columnas.

	1	2	3
A			
B			
C			
D			

PARA EL CUADERNO

Copia y resuelve los ejercicios.

1. **Subraya** las expresiones que sean proposiciones.

a. Caballero de los Mares.

b. ¡Terremoto!

c. $20 + 34 = 68$

d. El invierno dura 4 meses.

e. 8 es mayor que 10, pero menor que 20.

f. ¿Cómo se llama la institución donde estudias?

2. Dadas las proposiciones:

p: Cienciano es un buen equipo de fútbol.

q: La selección peruana de fútbol es la mejor de Sudamérica.

r: Los futbolistas peruanos tienen más de 30 años.

Traduce al lenguaje usual las siguientes proposiciones:

a. $\sim p$ b. $r \Rightarrow q$ c. $p \vee q$ d. $\sim(p \wedge q)$

3. **Determina** el valor de verdad de las proposiciones.

a. Perú es país miembro de la ONU.

b. Mario Vargas Llosa es un pintor francés o un escritor peruano.

c. 12 es múltiplo de 6, y 4 es divisor de 6.

d. Si Lima y Arequipa limitan con Ica, entonces Lima limita con Arequipa.

e. 5 es mayor que 9, o 1 es menor que 3.

4. **Representa** cada proposición en forma simbólica.

a. 10 es un número par.

b. 10 es un número natural.

c. 10 es un número impar.

d. 10 es número par o un número impar.

e. 10 es un número par y no es impar.

f. 10 no es un número natural.

5. Margarita desea contratar a una secretaria y realiza una encuesta a tres postulantes al cargo. Obtiene las siguientes respuestas:

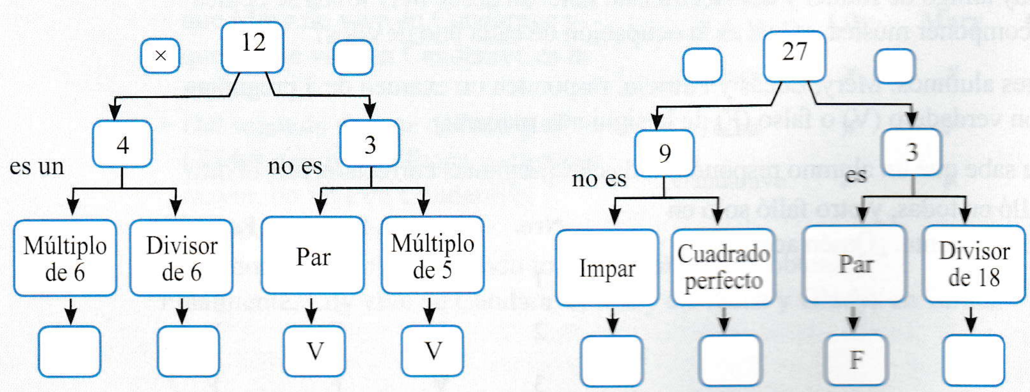
Preguntas	Esther	Olga	Elena
¿Tienes años de experiencia?	Sí	Sí	No
¿Terminaste la universidad?	No	No	Sí
¿Dominas computación?	Sí	No	No

Considera que una siempre miente, otra mintió solo una vez y la otra siempre dijo la verdad. Además, si todas hubiesen dicho la verdad, tendrían las mismas respuestas. ¿Quién dijo la verdad?

Siempre comparte las enseñanzas aprendidas con tus amigos. Ello creará un ambiente de armonía y compañerismo.

COMO JUGANDO

6. **Observa** los siguientes esquemas y **completa** las casillas en blanco según corresponda.



Lee atentamente las actividades de la 7 a la 14, **responde** y **verifica** tu respuesta.

7. ¿Cuántos de los enunciados son proposiciones?

I. ¡Prohibido fumar!

II. Miguel de Cervantes Saavedra es llamado El Manco de Lepanto.

III. Lima es la capital del Perú.

IV. ¿Qué aprenderé hoy?

V. Ricardo Palma fue un excelente pintor.

8. Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

No escribir aquí

I. El número 119 es primo.

II. El presidente del Perú es Alan García.

III. 4 es mayor que –6.

IV. 9 es un número impar y es primo.

9. ¿Cuántas proposiciones simples hay en el siguiente enunciado?

"Lucinda es profesora o abogada, pero desea estudiar diseño gráfico y artesanía".

10. Dadas las siguientes proposiciones:

p: 4 es un número compuesto.
q: 4 es múltiplo de 3.
r : 4 es múltiplo de 2.

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $p \wedge q$	III. $\sim r \vee \sim q$
II. $\sim q \vee r$	IV. $p \wedge \sim q$

11. El inspector Gamboa interroga a tres sospechosos de un robo y estos le responden:

- Ramírez: "Yo no fui y Ortega tampoco".
- Ortega: "Ramírez no fue, lo hizo Ávila".
- Ávila: "Yo no lo hice, fue Ramírez".

El comisario se entera por un confidente de que uno de ellos ha dicho la verdad, otro ha mentido completamente y otro ha mentido solo en una de las afirmaciones. ¿Quién es el culpable?

12. Amelia, Elena y Liliana pertenecen a la banda de música de su institución educativa. Una toca flauta, otra toca el saxofón, y otra toca los tambores. Amelia es estudiante de segundo grado. Amelia y la que toca saxofón practican después de terminadas las clases del colegio. Elena y la flautista son estudiantes de quinto grado.

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. Amelia toca el tambor.

II. Elena toca la flauta.

III. Liliana toca la flauta y Elena, el tambor.

13. Renato miente siempre los martes, jueves y sábados, y dice la verdad los demás días. Cierto día mantiene un diálogo con su amiga Inés.

Inés: "¿Qué día es hoy?".

Renato: "Sábado".

Inés: "¿Qué día será mañana?".

Renato: "Miércoles".

¿De qué día de la semana se trata?

14. Si $(p \wedge q) \Rightarrow r$ es falsa, ¿cuál es el valor de verdad de p?

Respuestas:

7) 3

8) FFVF

9) 4

10) FVVV

11) Ramírez

12) VFF

13) Jueves

14) p es verdadera

Problemas de olimpiadas

Problema 10 – ONEM 2011 Nivel 2, 1ª fase

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA (ONEM)

Hay un anillo escondido en alguna de las tres cajas cerradas que tienen colores diferentes y están etiquetadas con los siguientes enunciados:

- Caja ploma: El anillo no está aquí.
- Caja negra: El anillo no está en la caja marrón.
- Caja marrón: El anillo está aquí.

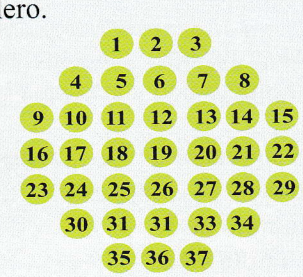
Si solo uno de los enunciados es verdadero, entonces podemos asegurar que:

a. El anillo está en la caja marrón.
b. El anillo está en la caja ploma.
c. El anillo está en la caja negra.
d. El anillo puede estar en cualquiera de las tres cajas.

MATEJUGANDO...

El juego de Ada

- **Coloca** una ficha sobre cada círculo del tablero. **Elige** una de las fichas que colocaste en el tablero y quítala. Luego, **reemplaza** el círculo libre con una ficha saltando sobre otra, a la que se come y se retira del tablero.
- Ejemplo: **Quita** la ficha del círculo 12. Las fichas de los círculos 10, 2, 14 o 26 pueden ocupar el círculo 12 si se salta respectivamente sobre las fichas de los círculos 11, 6, 13 o 19, y se retira del tablero la ficha sobre la que han saltado.
- Las fichas solo se pueden mover saltando sobre otra. Los saltos deben ser en horizontal o vertical, nunca en diagonal.
- Ganas el juego si dejas únicamente una ficha en el tablero.



Tablero

Ada Byron - Inglaterra (1815-1852)

EVALUACIÓN de proceso

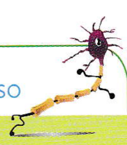
1. Analiza y **responde**.

Lali, Betty, Mary y Liz participan en un concurso de matemática. Al preguntar por los resultados, ellas respondieron:

- Lali: "Liz ocupó el primer puesto y Betty, el segundo".
- Betty: "Liz ocupó el segundo puesto y Mary, el tercer lugar".
- Liz: "Mary ocupó el cuarto lugar y Lali, el segundo lugar".

Si cada una dijo una verdad y una mentira, ¿quién ocupó el primer lugar?

METACOGNICIÓN de proceso



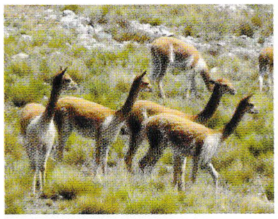
Lee y **responde**.

- ¿Qué crees que fue lo más valioso que aprendiste en este tema?
- ¿En qué situaciones de tu vida cotidiana aplicarías algunos de los conocimientos aprendidos?

Sistemas numéricos

LO QUE NOS OCURRE...

¡Qué importante es tener Reservas Nacionales!

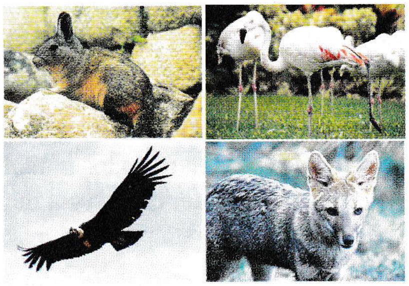


El establecimiento de las Reservas Nacionales en nuestro país se realiza con el fin de garantizar la conservación de nuestros recursos naturales y paisajísticos. De esta manera, se propicia la utilización racional de estos y el fomento del turismo, y se permite el desarrollo socioeconómico de las poblaciones aledañas. En la Reserva Nacional de Salinas-Aguada Blanca de Arequipa, el objetivo es conservar la flora y la fauna, así como la belleza escénica y las formaciones geológicas de la zona, fomentando la utilización racional de especies altoandinas. De este modo, se protegen hábitats que ofrecen condiciones óptimas para el desarrollo de poblaciones de vicuña, taruca y parihuanas y, entre las especies vegetales, a la queñua, que forma extensos bosques.

Fracción y números racionales

En grupo

EJERCICIO 1



En la Reserva Nacional de Salinas-Aguada Blanca, un grupo de estudiantes tomó una muestra de 120 animales para un estudio, de los cuales 75 son zorros; 5, cóndores; 15, vizcachas; y 25, parihuanas.

Contesta:

a. ¿Qué fracción del total de animales representa a las especies de los zorros?
b. ¿Qué fracción representa a las vizcachas?
c. ¿Qué fracción representa a los cóndores?
d. ¿Qué animal representa 1/8 del total de la muestra?
e. ¿Qué parte del total de animales representa los cóndores y las parihuanas?

OBSERVA Y ANALIZA

Observa que para obtener la fracción que representa una parte de un conjunto, se escribe en el numerador el número de elementos de la parte que se desea representar y en el denominador, el número total de elementos del conjunto.

En parejas

Ejercicio 2

Analicen y **respondan**: Un estudio realizado en noviembre de 2008 registró un total de 180 especies de vertebrados en la Reserva Nacional de Salinas-Aguada Blanca, que incluyen 24 especies de mamíferos, 144 de aves, 5 de anfibios, 4 de reptiles y 3 de peces. ¿Qué fracción del total de especies de vertebrados son anfibios?

Anota

En la recta numérica de los números racionales se asocia a un punto de la recta un solo número racional.

Toma nota en tu cuaderno

- Una fracción se expresa de la forma $\frac{a}{b}$ con $a, b \in \mathbb{Z}$ y $b \neq 0$, y representa a un número racional
- Por ejemplo, la fracción $-\frac{3}{8}$ representa a un número racional porque $-3; 8 \in \mathbb{Z}$ y $8 \neq 0$.
- Un número racional se puede representar por infinitas fracciones que tengan igual valor numérico, es decir, por fracciones que sean equivalentes.

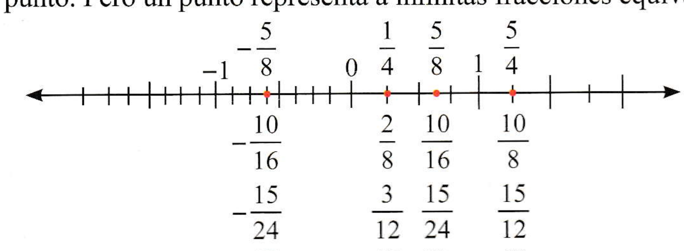
Representación de números racionales en la recta numérica

Ejemplo 1

Manuel manifiesta que 5/8 de las especies representan a los zorros, pero Ricardo le dice que no es verdad, que los zorros representan a 10/16 del total de las especies. ¿Quién tendrá razón? ¿Se podrá representar esas fracciones en la recta numérica?

Resolución

Ambos, Manuel y Ricardo, han expresado la misma fracción, ya que son equivalentes. Al igual que los números naturales y enteros, los números racionales se pueden representar en la recta numérica, donde cada número es representado por un solo punto. Pero un punto representa a infinitas fracciones equivalentes.



Orden y densidad de números racionales

Orden en $\mathbb{Q}$

El conjunto de los números racionales es un conjunto ordenado, pues si se toman dos números racionales cualesquiera, se puede establecer entre ellos una **relación de orden**, es decir, pueden ser comparados y se puede determinar cuál es el mayor, el menor o si son iguales.

Ejemplo 2

Durante una carrera, Ricardo recorre 2/5 de todo el trayecto; Manuel, 3/4 de todo el trayecto y Esteban recorrió 3/6 de todo el trayecto. ¿Quién recorrió la mayor parte del trayecto? ¿Quién recorrió la menor parte del trayecto?

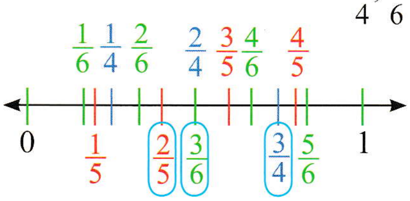
Resolución

Para responder a las preguntas formuladas, podemos proceder como en el margen, dibujando o aplicando los productos cruzados.

$$\overset{6(3)=18}{\frac{3}{4}} > \overset{4(3)=12}{\frac{3}{6}} \quad \text{y} \quad \overset{5(3)=15}{\frac{3}{6}} > \overset{6(2)=12}{\frac{2}{5}} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{4} > \frac{3}{6} > \frac{2}{5}$$

Por lo tanto, Manuel recorrió la mayor parte del trayecto y Ricardo, la menor.

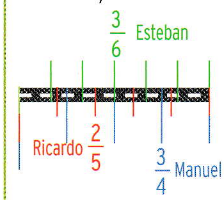
Si trasladamos las fracciones $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{6}$ y $\frac{2}{5}$ a la recta numérica, tenemos:



Luego, $\mathbb{Q}$ es un conjunto ordenado, y de izquierda a derecha es creciente.

Observa

Señalamos las partes en el trayecto total.



Observando la figura notamos que la fracción mayor es aquella que se encuentra más a la derecha.

$$\frac{2}{5} < \frac{3}{6} < \frac{3}{4}$$

Densidad en $\mathbb{Q}$

El conjunto de los números racionales es un conjunto denso; pues si se toman dos números racionales distintos, siempre existirá otro número racional ubicado entre ellos.

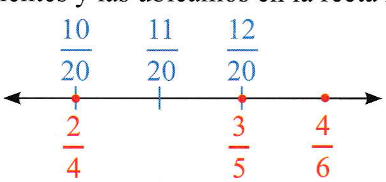
Ejemplo 3

Observa la recta numérica y **nota** que entre $\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{6}$ se encuentra la fracción $\frac{3}{5}$. ¿Existirá alguna fracción entre $\frac{2}{4}$ y $\frac{3}{5}$?

Resolución

Hallamos fracciones equivalentes y las ubicamos en la recta numérica:

$$\frac{2\times5}{4\times5} = \frac{10}{20} \text{ y } \frac{3\times4}{5\times4} = \frac{12}{20}$$



Luego, entre $\frac{10}{20}$ y $\frac{12}{20}$ se encuentra $\frac{11}{20}$, etc.

Con ayuda del maestro

4+4=8

1. José salió de paseo por la Plaza de Armas de Moquegua y observó que había en total 12 niños, 20 adultos y 8 adultos mayores. ¿Qué fracción del total representa el número de niños que se encuentra en la plaza? ¿Qué fracción representa los adultos? ¿Qué fracción representan los adultos mayores?

2. Don Agustín sale diariamente a vender sus globos y recorre diferentes parques de la hermosa ciudad de Cajamarca. Al final de cierto día, don Agustín se percató de que tenía únicamente monedas como ingreso del día, tal como se observa en la imagen del margen. ¿Qué fracción del total de monedas representa las monedas de S/. 1? ¿Qué fracción representa las monedas de S/. 5?

Anota

Las fracciones equivalentes representan a un solo número racional.

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}=\frac{6}{9}\ldots$

3. Escribe dos fracciones equivalentes para cada caso.

a. $\frac{3}{10}$ b. $\frac{4}{5}$ c. $\frac{8}{28}$ d. $\frac{18}{40}$ e. $\frac{1}{27}$ f. $\frac{7}{6}$

4. Ubica en la recta numérica los siguientes números:

a. $\frac{1}{2}$ b. $\frac{5}{5}$ c. $\frac{7}{10}$ d. $\frac{3}{8}$ e. $\frac{5}{4}$ f. $\frac{4}{6}$

5. Víctor, Edison y Teo compiten en una carrera de ciclismo por el aniversario de la ciudad de Tacna. Luego de la primera hora, Víctor ha recorrido $\frac{3}{7}$ del tramo total, Edison recorrió $\frac{4}{9}$ del total y Teo recorrió $\frac{1}{4}$ del total. ¿En qué orden se sitúan los competidores luego de la primera hora de carrera?

6. Coloca los signos ">", "<" o "=", dentro de cada recuadro, de tal manera que el enunciado sea verdadero.

a. $\frac{3}{8}\ \square\ \frac{4}{7}$ b. $\frac{8}{9}\ \square\ \frac{7}{11}$ c. $\frac{12}{11}\ \square\ \frac{2}{5}$ d. $\frac{3}{8}\ \square\ \frac{5}{7}$

7. La edad de Pedro es $\frac{3}{5}$ la edad de Juan y la de Ana es $\frac{6}{5}$ la edad de Juan. ¿Cuál de los tres es el mayor?

Operaciones en $\mathbb{Q}$

EJERCICIO 3

Anota

Simplificando o amplificando fracciones heterogéneas se puede obtener fracciones homogéneas.
Por ejemplo:

- $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$
  Amplificando:
  $\frac{10}{15}$ y $\frac{12}{15}$
- $\frac{4}{14}$ y $\frac{9}{21}$
  Simplificando:
  $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{7}$

El Gobierno Regional de Arequipa recibió una partida de dinero del Estado para financiar proyectos de diferentes sectores. El gobierno dispuso que $\frac{2}{9}$ de la partida sea entregada al sector salud, $\frac{1}{9}$ al sector educación y $\frac{2}{5}$ al sector transporte.

Contesta:

a. ¿Qué parte de la partida no ha sido entregada?

b. Si el sector educación había solicitado $\frac{1}{4}$ de la partida, ¿qué parte de dicha partida no se le entregó?

c. ¿En cuánto se debe incrementar la parte entregada al sector salud para que sumada con la parte entregada al sector educación igualen a la parte entregada al sector transporte?

Adición y sustracción de números racionales

TOMA NOTA EN TU CUADERNO

- La suma o la diferencia de dos fracciones homogéneas es otra fracción cuyo numerador es la suma o la diferencia de los numeradores y el denominador es el mismo:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d} \qquad \frac{e}{d} - \frac{f}{d} = \frac{e-f}{d}$$

- La suma o la diferencia de dos fracciones heterogéneas se obtiene:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{c \cdot d} \qquad \frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d - c \cdot b}{c \cdot d}$$

Dos o más fracciones son **homogéneas** si tienen el mismo denominador. Así:

- $\frac{15}{30}$ y $\frac{12}{30}$ son homogéneas.
- $\frac{3}{6}$ y $\frac{2}{5}$ son heterogéneas.

Individual

EJERCICIO 4

Guido ocupa $\frac{1}{6}$ del día en estudiar y $\frac{3}{8}$ en trabajar. ¿Qué parte del día ocupa Guido en estudiar y trabajar?

EJEMPLO 4

Martín, un comerciante arequipeño, decide construir su casa. Al cabo del primer mes, se avanzó $\frac{3}{10}$ de la obra y, en el segundo mes, se avanzó $\frac{1}{4}$ de la obra. ¿Qué parte de la obra queda por terminar?

Resolución

Se calcula el avance de la obra en los dos meses:

En el primer mes: $\frac{3}{10}$ del total. En el segundo mes: $\frac{1}{4}$ del total.

Se considera el todo como la unidad. Por diferencia se obtiene la parte de la obra que falta terminar. Así:

$$1 - \frac{3}{10} - \frac{1}{4} = \frac{20-6-5}{20} = \frac{9}{20}$$

Falta terminar $\frac{9}{20}$ de la obra.

Individual

EJERCICIO 5

En una asamblea distrital se observó que luego de la primera hora se retiró $\frac{3}{5}$ del total de personas asistentes y luego de la segunda hora se retiró $\frac{1}{6}$ del total. ¿Qué parte del total de asistentes aún no se retiró?

Anota

Una fracción puede simplificarse dividiendo al numerador y denominador entre un mismo número. Así:

$$\frac{27}{30} = \frac{27 \div 3}{30 \div 3} = \frac{9}{10}$$

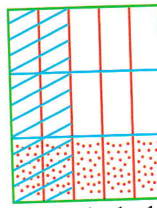
Recuerda

- La fracción en la cual el numerador y el denominador son iguales es equivalente a la unidad.
- La fracción $\frac{a}{b}$ significa que la unidad se ha dividido en "*b*" partes iguales y se han considerado "*a*" de esas partes. Así, $\frac{3}{8}$ representa a 3 de las 8 partes en las que se ha dividido la unidad.

Multiplicación y división de números racionales

EJEMPLO 5

En una competencia de carrera, luego de 1 hora, Eric recorrió $\frac{2}{5}$ del recorrido total y su amigo Pedro recorrió $\frac{1}{3}$ del recorrido de Eric. ¿Qué parte del recorrido total realizó Pedro luego de 1 hora?



Resolución

Se observa en el gráfico que:

- La unidad está representada por un cuadrilátero.
- La parte marcada con rayas azules representa las $\frac{2}{5}$ partes de la unidad y la parte marcada con puntos rojos representa $\frac{1}{3}$ de la unidad.
- La parte que tiene raya azules y puntos rojos representa $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$ y representa a los $\frac{2}{15}$ de la unidad.

TOMA NOTA EN TU CUADERNO

- El producto de dos fracciones se obtiene multiplicando los numeradores y los denominadores de los factores: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
- El cociente de dos fracciones se obtiene invirtiendo el divisor y multiplicando las fracciones: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Anota

Cuando se utilizan las palabras "de" o "de los" al enlazar dos números racionales, implica que ambos números deben multiplicarse. Así:

- $\frac{3}{8}$ de $\frac{4}{9} = \frac{3}{8} \times \frac{4}{9}$
- $\frac{2}{5}$ de los $\frac{7}{12}$ $= \frac{2}{5} \times \frac{7}{12}$

Individual

EJERCICIO 6

Edu tarda $\frac{2}{5}$ de hora en resolver un examen y Álex tarda $\frac{3}{4}$ del tiempo que tarda Edu. ¿Qué fracción de hora tarda Álex en resolver el examen?

EJEMPLO 6

Un albañil tiene que completar $\frac{6}{7}$ de una obra en 3 días. Si cada día trabaja en forma constante, ¿qué parte avanzará diariamente?

Resolución

Para determinar el avance diario se efectúa una división: $\frac{6}{7} \div 3 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{7}$

El albañil avanzará diariamente $\frac{2}{7}$ del trabajo.

Individual

EJERCICIO 7

Un automóvil avanzó $\frac{8}{15}$ de su recorrido en 4 horas. Si el automóvil avanza en forma constante, ¿qué parte de dicho avance realizó en 1 hora?

Potenciación con exponentes enteros

Toma nota en tu cuaderno

La potenciación en $\mathbb{Q}$ se define así: $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \begin{cases} \underbrace{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{a}{b}}_{n \text{ veces}} \ldots, \text{ si } n > 0 \\ 1, \text{ si } n = 0, \text{ con } a \neq 0 \\ \left(\dfrac{b}{a}\right)^{-n}, \text{ si n} < 0, \text{ con } a \neq 0 \end{cases}$

donde $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Q} \wedge n \in \mathbb{Z}, b \neq 0.$

Anota

Propiedades

- $\left(\dfrac{b}{a}\right)^n = \dfrac{b^n}{a^n}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n = \dfrac{b^n}{a^n}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{n+m}$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n \div \left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{n-m}$
- $\left\{\left[\left(\dfrac{a}{b}\right)^n\right]^m\right\}^p = \left(\dfrac{a}{b}\right)^{n\cdot m\cdot p}$

Ejemplo 7

Efectúa las siguientes operaciones.

a. $\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-2}$ b. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^3$

Resolución

Para efectuar las operaciones se aplican propiedades.

a. $\left(\dfrac{3}{8}\right)^{-2} = \left(\dfrac{8}{3}\right)^2 = \dfrac{8^2}{3^2} = \dfrac{64}{9}$

b. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{2}{5}\right)^3 = \left(\dfrac{2}{5}\right)^{2+3} = \left(\dfrac{2}{5}\right)^5 = \dfrac{2^5}{5^5} = \dfrac{32}{3125}$

Individual

Ejercicio 8

Efectúa las siguientes operaciones.

a. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2}$ b. $\left(\dfrac{3}{7}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{3}{7}\right)^4$ c. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^8 \div \left(\dfrac{2}{3}\right)^5$ d. $\left\{\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^3\right]^2\right\}^3$

Radicación exacta

Toma nota en tu cuaderno

La raíz enésima de un número racional es un número que, elevado al exponente "n", da como resultado el número racional dado.

Se representa: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = x \Leftrightarrow x^n = \dfrac{a}{b}$, donde $\dfrac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ y $n \geq 2$.

Recuerda

En el sistema de los números racionales no está definida la raíz de índice par de un número negativo.

Así:

$\sqrt{-\dfrac{1}{9}}$ No existe

$\sqrt[4]{-\dfrac{16}{81}}$ No existe

Ejemplo 8

Calcula las raíces de las siguientes fracciones.

a. $\sqrt[5]{-\dfrac{32}{243}}$ b. $\sqrt[4]{\dfrac{1}{16}} + \sqrt[3]{-\dfrac{1}{64}}$

Resolución

a. $\sqrt[5]{-\dfrac{32}{243}} = -\dfrac{\sqrt[5]{32}}{\sqrt[5]{243}} = -\dfrac{2}{3}$

b. $\sqrt[4]{\dfrac{1}{16}} + \sqrt[3]{-\dfrac{1}{64}} = \dfrac{\sqrt[4]{1}}{\sqrt[4]{16}} - \dfrac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{64}} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{4}$

Con ayuda del maestro

4+4=8

Anota

Propiedades

- $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}\cdot\dfrac{c}{d}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}\cdot\sqrt[n]{\dfrac{c}{d}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[p]{\sqrt[m]{\dfrac{a}{b}}}}=\sqrt[n\cdot p\cdot m]{\dfrac{a}{b}}$
- $\sqrt[n]{\left(\dfrac{a}{b}\right)^m}=\left(\sqrt[n]{\left(\dfrac{a}{b}\right)}\right)^m$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{\left(\dfrac{a}{b}\right)^m}$

1. **Efectúa** las siguientes operaciones.

$\dfrac{4}{5}-\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{4}$ $\qquad\dfrac{1}{3}-\dfrac{4}{7}+\dfrac{5}{6}$ $\qquad$ e. $\dfrac{6}{7}\div\dfrac{18}{21}\times\dfrac{4}{14}$

$\dfrac{4}{5}\times\dfrac{10}{6}\times\dfrac{5}{7}$ $\qquad$ f. $\dfrac{1}{5}\div\dfrac{3}{25}\times\dfrac{9}{11}$

2. **Escribe** entre los paréntesis la cantidad de elementos que correspondan a cada fracción.

a. La tercera parte de 21 manzanas. (   )
b. La quinta parte de 100 caramelos. (   )
c. Las dos terceras partes de 60 lápices. (   )
d. Las tres quintas partes de 45 autos. (   )

3. ¿Cuál es el perímetro de una mesa de forma rectangular que tiene $2\frac{3}{4}$ m de ancho y $6\frac{1}{4}$ m de largo?

4. **Aplica** las propiedades y **calcula** las potencias.

a. $\left\{\left[\left(\dfrac{4}{9}\right)^2\right]^3\right\}^5$ $\qquad$ c. $\left(-\dfrac{1}{9}\right)^{-6}\div\left(-\dfrac{1}{9}\right)^5$

b. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^6\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^3\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^2\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^{12}$ $\qquad$ d. $\left\{\left[\left(\dfrac{3}{5}\right)^6\right]^0\right\}^{123}+\left(\dfrac{2}{7}\right)^2$

5. **Aplica** las propiedades de la radicación y **calcula**.

a. $\sqrt{\dfrac{36}{81}\times\dfrac{144}{64}}$ $\qquad$ c. $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[8]{\dfrac{16}{25}}}}\right)^{48}$

b. $\sqrt[3]{-\dfrac{8}{27}}\times\sqrt[4]{\dfrac{81}{16}}$ $\qquad$ d. $\left(\sqrt[6]{\dfrac{1}{64}}\right)+\left(\sqrt{\dfrac{1}{4}}\right)$

6. **Efectúa** las siguientes operaciones:

a. $\left(\dfrac{9}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}\times\left(\dfrac{1}{1000}\times\dfrac{1}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$ $\qquad$ b. $\sqrt{\left(-\dfrac{9}{25}\right)\times\left(-\dfrac{81}{64}\right)\times\left(\dfrac{25}{81}\right)\times\left(\dfrac{1}{4}\right)}$

7. **Resuelve** las siguientes situaciones:

a. Esteban le debe a Fabricio los 3/8 de S/. 256 y le ha pagado 5/7 de S/. 126. ¿Le sigue debiendo a Fabricio? ¿Cuánto?

b. Se tiene la fracción 3/7. ¿Qué mismo número se debe sumar al numerador y al denominador para que la fracción resulte 9/11?

c. Un agricultor planta 1/4 de su terreno con tomates; 2/5 lo hace con zanahoria y en el resto, que es 280 m², planta cebolla. ¿Cuál es la superficie de su terreno? ¿En qué fracción ha plantado cebolla?