|  |  |
| --- | --- |
| **Nombre Corto de la Asignatura** | **Álgebra Lineal** |
| **Nombre Largo de la Asignatura** | **Álgebra Lineal** |
| **Código de la asignatura** | **1290** |
| **Grado** | Pregrado |
| **Descripción** | El álgebra lineal es el área de las matemáticas que estudia los espacios vectoriales. En estos espacios se definen objetos como vectores, matrices, sistemas lineales, sus propiedades y operaciones, lo mismo que funciones lineales entre espacios vectoriales.  Por medio de las operaciones en espacios vectoriales se puede representar, por ejemplo, en campos tan estudiados como la física, la posición de una partícula que se desplaza en el espacio, su velocidad, la aceleración, sus componentes normales y tangenciales, etc. Por otro lado, en campos relativamente nuevos como la ciencia de datos, el entendimiento conceptual de las matrices y vectores y sus interconexiones con el manejo de la información son esenciales para los desarrollos en ciencia e ingeniería. |
| **Número de Créditos** | 3 |
| **Condiciones Académicas de Inscripción (Pre-requisitos)** | Sin condiciones |
| **Período Académico de Vigencia** | 2430 |

|  |
| --- |
| **Objetivos de Formación** |
| Presentar las técnicas y el lenguaje matemático del álgebra lineal, para identificar, modelar y solucionar problemas lineales que se pueden representar por medio de sistemas de ecuaciones lineales, matrices, vectores en espacios vectoriales. |

|  |
| --- |
| **Resultados de Aprendizaje Esperados (RAE)** |
| Al finalizar el curso el estudiante estará en capacidad de:   * Identificar espacios vectoriales y sus operaciones. * Suma y producto por escalar en espacios vectorial sobre los reales. * Operar con vectores: realizar e identificar las operaciones en espacios vectoriales, suma, resta y producto por escalar. * Identificar la relación de paralelismo entre vectores y las formas paramétricas de rectas y planos para describir estos objetos en espacios generales. * Usar el producto punto en Rn para reconocer, construir e identificar vectores perpendiculares que determinan las formas cartesianas de rectas y planos en los R2 y R3 respectivamente. * Calcular ecuaciones paramétricas y cartesianas de rectas y planos. * Reconocer la perpendicularidad como concepto fundamentar para la solución de los problemas de optimización. * Distancia mínima. * Calcular distancias, áreas y volúmenes de figuras geométricas como paralelogramos, triángulos y paralelepípedos, usando la norma, las proyecciones de vectores y las operaciones de producto punto y producto cruz. * Reconocer la solución de los sistemas de ecuaciones lineales como expresiones que describen y caracterizan puntos, rectas, planos etc., en espacios vectoriales en forma paramétrica. * Hallar soluciones a sistemas de ecuaciones lineales. * Reconocer e identificar propiedades geométricas de las matrices dadas sus operaciones sobre vectores. * Rotaciones, proyecciones, reflexiones y cambio de escala. * Identificar matrices especiales y aplicar sus propiedades. * Construir matrices elementales y sus inversas, matrices simétricas, la matriz transpuesta. * Reconocer el producto de matrices en varios contextos: composición de transformaciones, cambios de bases en espacios vectoriales, factorización de matrices, algoritmos para solución de sistemas de ecuaciones. * Reconocer y usar las combinaciones lineales para entender los productos de matrices, las ecuaciones cartesianas y paramétricas de rectas, planos, etc., y la construcción de subespacios. * Explicar las relaciones de dependencia e independencia lineal en conjuntos de vectores. * Construir bases de espacios y subespacios vectoriales. * Usar los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales para reconocer procesos de factorización de matrices los cuales aportan información sobre la estructura de los datos de la matriz, o que generan factorización de matrices. * Realizar la factorización CR de una matriz y explicar las relaciones entre las columnas de la matriz. * Usar las operaciones fila de una matriz para calcular la matriz inversa. * Identificar cuando una matriz no es invertible. * Reconocer las matrices como transformaciones lineales entre espacios vectoriales. * Reconocer las propiedades del determinante. Aplicar las propiedades del determinante. * Calcular determinantes usando sus propiedades y las fórmulas usuales del determinante. * Usar el determinante para reescribir conceptos vistos anteriormente: áreas, volúmenes, so-luciones de ecuaciones, matriz inversa. * Reconocer el concepto de dimensión y realizar cómputo de dimensiones de subespacios a partir del teorema de la dimensión de los subespacios de una transformación lineal. * Identificar las relaciones del núcleo y la imagen de una transformación lineal con la solución de sistemas homogéneos y no homogéneos. * Construir bases ortonormales de espacios vectoriales, usando el proceso de Gram-Schmidt. * Calcular la proyección ortogonal de vectores sobre subespacios. * Calcular la factorización QR de una matriz con columnas linealmente independientes. * Calcular valores propios, vectores y subespacios propios de matrices cuadradas. * Hallar bases de vectores propios. * Diagonalizar matrices. * Determinar si una matriz puede ser o no diagonalizable. * Diagonalizar matrices simétricas. * Calcular los valores singulares de una matriz. * Calcular la descomposición en valores singulares de una matriz. |

|  |
| --- |
| **Contenidos temáticos** |
| Vectores euclidianos: plano y espacio tridimensional.  Vectores en Rn, adición, multiplicación por escalar de vectores, combinación lineal de vectores, producto punto, ángulo entre vectores, vectores paralelos y perpendiculares, longitud, producto cruz, producto mixto, proyección de un vector sobre otro, vector unitario, determinantes 2X2 y 3X3, área del paralelogramo y volumen del paralelepípedo.  - Ecuaciones cartesianas y paramétricas de recta y planos.  Sistemas de ecuaciones lineales.  - Matrices, definición de matriz identidad, matriz inversa.  - Transposición de matrices y sus propiedades.  - Matriz simétrica.  - Producto matriz-vector, matriz-matriz.  - Propiedades de linealidad del producto matriz-vector, noción de transformación lineal.  - Representación matricial de sistemas de ecuaciones lineales.  - Operaciones por fila y matrices elementales.  - Solución de sistemas de ecuaciones lineales, Método de Gauss ¿ Jordan, factorización de matrices CR y LU.  - Aplicación de la factorización LU a la solución de sistemas de ecuaciones.  - Aplicación de la factorización CR para identificar relaciones entre vectores.  Determinantes.  - Definición y propiedades.  - Inversa de una matriz.  Subespacios asociados a una matriz en Rn  - Subespacios vectoriales.  - Independencia lineal, conjunto generador, base y dimensión.  - Espacio fila.  - Espacio columna.  - Rango de una matriz y de un sistema de ecuaciones lineales.  - Transformación lineal.  - Matriz asociada a una transformación.  - Matriz asociada a la composición de transformaciones lineales.  - Cambio de base.  - Núcleo e imagen.  - Transformaciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.  Ortogonalidad  - Definición y propiedades.  - Conjuntos ortogonales.  - Bases ortogonales.  - Método de ortonormalización de Gram¿Schmidt.  - Descomposición QR de una matriz. Isometrías: preservación de longitudes y ángulos.  - Matrices ortogonales y unitarias.  - Complemento ortogonal y suma directa.  - Proyecciones ortogonales: representación.  - Método de los mínimos cuadrados lineales.  Diagonalización de matrices.  - Definición y propiedades.  - Definición de valores y vectores propios. Propiedades.  - Multiplicidad algebraica y geométrica de un valor propio.  - Diagonalización de matrices.  - Diagonalización de matrices simétricas.  - Aplicación a valores singulares de una matriz.  - Propiedades.  - Descomposición de una matriz en valores singulares.  - Propiedades geométricas.  - Aproximación de bajo rango. |

|  |
| --- |
| **Estrategias Pedagógicas** |
| Esta asignatura tiene una metodología de clase magistral interactiva, en donde la apropiación del conocimiento se realiza a través de la resolución de problemas. Es así como el estudiante parte de unos conceptos que debe aplicar para representar matemáticamente el problema. En consecuencia, el estudiante está llamado a proponer una solución válida al mismo, y a hacer un análisis posterior que tenga en cuenta la solución propuesta dentro del contexto del problema. Adicionalmente, cada taller en clase busca un aprendizaje entre pares donde el estudiante puede argumentar y discutir las posibles representaciones matemáticas para un problema dado, así como los resultados obtenidos. |

|  |
| --- |
| **Evaluación** |
| Primer parcial, 25%.  Segundo parcial, 25%.  Tercer parcial, 25%.  Tareas, talleres, pruebas cortas, presentaciones del estudiante o trabajos escritos, 25%. |

|  |
| --- |
| **Recursos Bibliográficos** |
| * Larson, Roy, Elementary Linear Algebra, Cengage, 2018. * Lay, David C., Lay, Steven R., McDonald, Judi J, Linear Algebra and Its Applications, Sixth edition. Pearson, 2022. * Roberts, A.J., Linear Algebra for the 21st century, Oxford University Press, 2020. * Strang, Gilbert, Introduction to Linear Algebra, Sixth edition, Wellesley-Cambridge Press, 2023. |