

سوال ۲:

$$\text{MAE} : \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\bar{y} - y|$$

**کمترین مقدار:** کمترین مقداری که برای MAE میتوان در نظر گرفت برابر ۰ هست، وقتی دو تصویر برابر باشد، اگر عکس را برای راحتی خودمان بصورت یک وکتور در نظر بگیریم، اختلاف هر پیکسل با متناظر آن برابر ۰ است، در نتیجه جمع آن برابر ۰ و میانگینش هم برابر ۰ هست.

**بیشترین مقدار:** بیشترین مقدار برای MAE وقتی هست که یک تصویر کاملاً سیاه و دیگری کاملاً سفید (یا اینکه برای مثال اگر یک طرف ۰ هست بیت متناظرش در عکس دیگر باید ۲۵۵ باشد) و اختلاف هر پیکسل در اینجا برابر ۲۵۵ است (مثل قبل عکس را یک وکتور در نظر میگیریم برای راحتی کار) میدانیم که  $n$  تا پیکسل داریم، در نتیجه  $n$  تا ۲۵۵ داریم، وقتی تقسیم بر  $n$  میشود عدد حاصل برابر ۲۵۵ است.

$$\text{MSE} : \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{y} - y)^2$$

**کمترین مقدار:** کمترین مقدار MSE مشابه حالت بالا وقتی دو عکس برابر باشد، اختلاف هر دو پیکسل متناظر عکس ۰ و جمع آنها و در نتیجه میانگین آنها نیز برابر صفر است.

**بیشترین مقدار:** بیشترین مقدار MSE مشابه حالت بالا برای وقتی است که یک عکس سیاه و دیگری سفید باشد یا اینکه برای مثال اگر یک طرف ۰ هست بیت متناظرش در عکس دیگر باید ۲۵۵ باشد (مثل قبل عکس را یک وکتور در نظر میگیریم برای راحتی کار) در این صورت اختلاف هر پیکسل به توان ۲ برابر  $255^2$  است، چون  $n$  تا از اینها داریم و در مخرج هم عدد  $n$  داریم،  $n$  ها با هم ساده میشود و پاسخ همان  $255^2$  میشود.

$$10 \times \log(\max_i^2 / MSE) : \text{PSNR}$$

**حداقل مقدار:** حداقل مقدار psnr وقتی است که mse حداکثر باشد، میدانیم برای یک عکسی که ۸ بیتی است (بصورت double خوانده نشده و بین ۰ تا ۲۵۵ هست، برای double نیز مشابه با همین هست و فقط بین ۰ و ۱ است و فرقی ندارد)  $\max_i^2$  برابر  $255^2$  است و از قسمت قبل میدانیم که حداکثر مقدار mse نیز برابر همین عدد هست و حاصل تقسیم برابر ۱ میشود و لوگاریتم آن برابر ۰ میشود.

**حداکثر مقدار:** حداکثر مقدار psnr وقتی است که mse حداقل باشد، حداقل مقدار mse برابر ۰ است و در نتیجه حاصل تقسیم برابر بی نهایت میشود، لوگاریتم بی نهایت نیز برابر بی نهایت است.